UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA

VIRLANE NOGUEIRA MELO

SEQUÊNCIA FEDATHI E ANÁLISE DE ERROS APLICADAS AO ENSINO DE FRAÇÕES

FORTALEZA

2017

VIRLANE NOGUEIRA MELO

SEQUÊNCIA FEDATHI E ANÁLISE DE ERROS APLICADOS AO ENSINO DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação. Área de concentração: Educação, Currículo e Ensino.

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

FORTALEZA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M486s Melo, Virlane Nogueira.
Sequencia Fedathi e análise de erros aplicadas ao ensino de frações / Virlane Nogueira Melo. – 2017.
70 f. : il. color.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2017.
Orientação: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

1. Análise de Erros. 2. Ensino de Frações. 3. Sequência Fedathi. I. Título.

CDD 370

VIRLANE NOGUEIRA MELO

SEQUÊNCIA FEDATHI E ANÁLISE DE ERROS APLICADAS AO ENSINO DE FRAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação. Área de concentração: Educação, Currículo e Ensino.

Aprovada em: 28 / 07 / 2017

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Hermínio Borges Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof.ª Dra. Maria José Araújo Souza
Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva
Universidade Federal do Ceará (UFC)

A Deus.

Aos meus pais, Valdenilson e Margarida.

Ao meu marido, Wildson.

AGRADECIMENTOS

À CAPES, pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio.

Ao Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, pela excelente orientação.

Aos professores participantes da Banca Examinadora composta pelos Profs. Dr. Jorge Carvalho Brandão, Dr.ª Maria José Araújo Souza e Dr. Jonatan Floriano da Silva, pelo tempo e valiosas colaborações e sugestões.

Ao núcleo gestor da escola EEFM Professor Paulo Freire, formado pelos Profs. João Fernandes, Cleidson, Leirte e Carmen.

Aos alunos entrevistados, pelo tempo concedido nas aulas.

Aos colegas da turma de mestrado, pelas reflexões, críticas e sugestões recebidas.

Aos meus componentes que me apoiaram: Elisângela Magalhães, Samira Silva e Lisboa Jr.

Aos meus irmãos – Vandemberg e Viviane-que me incentivaram e em mim acreditaram.

"Resolver problemas é uma arte que tem de ser praticada, tal como nadar, esquiar, tocar piano: aprende-se imitando e praticando… Se queres aprender a nadar, tens de te meter dentro de água e praticar. Se queres aprender a resolver problemas, tens de resolver problemas.”

(GEORGE PÓLYA)

RESUMO

O tema desta pesquisa é o ensino de frações, um conteúdo cujo aprendizado é imprescindível para êxito na vida escolar quanto à Matemática, visto que ocorre desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, servindo de base para o aprendizado de muitos outros conteúdos mais complexos. A análise concentrou-se na aplicabilidade da Sequência Fedathi, aliada à metodologia de Análise de Erros no ensino-aprendizagem desse assunto. Objetiva-se com este estudo testar a aplicabilidade das metodologias retrocitadas no que tange ao conteúdo de frações, com vistas a tornar a aprendizagem dos alunos mais eficaz. Quanto à fundamentação teórica, este trabalho se baseia sobretudo, nos escritos de Hermínio Borges Neto, (2001) acerca da Sequência Fedathi, bem como nos estudos de Helena Cury, (2015) quanto à Análise de Erros, entre outros estudiosos dessas metodologias. Este experimento, desenvolvido ao longo do ano 2017, teve como objetivo aplicar a Sequência Fedathi ao ensino de frações e fazer a análise das principais dificuldades e erros cometidos pelos alunos, ao resolverem os exercícios testes – diagnósticos aplicados. Configura uma pesquisa-ação, de abordagem quanti-qualitativa, cujo levantamento de dados sucedeu mediante aplicação de exercícios a cada uma das oito aulas ministradas, bem como aplicação de questionário na primeira e na última aula. Participaram da pesquisa dez alunos da rede estadual de ensino do Ceará, matriculados no 8º ano do Ensino Fundamental na EEFM Professor Paulo Freire. Com amparo na análise dos dados obtidos na própria investigação, os resultados apontam que a aplicação da Sequência Fedathi junto à Análise de Erros nas aulas se mostrou eficaz, visto que os estudantes se mostraram mais confiantes e interessados pelo conteúdo, destacando, em resposta aos questionários, os benefícios dessa mudança de perspectiva no trabalho com o erro e no posicionamento do professor em sala de aula.

Palavras-Chave: Análise de Erros. Ensino de Frações. Sequência Fedathi.

ABSTRACT

The theme of this research is the teaching of fractions, a content whose learning is essential for success in school life in Mathematics, since it occurs from Elementary to High School, serving as the basis for learning many more complex content. The analysis focused on the applicability of the Fedathi Sequence, coupled with the methodology of Error Analysis in teaching-learning of this subject. The objective of this study is to test the applicability of the feedback methodologies with respect to the content of fractions, in order to make student learning more effective. As for the theoretical basis, this work is based mainly on the writings of Hermínio Borges Neto (2001) on the Fedathi Sequence, as well as on the studies of Helena Cury, (2015) on Error Analysis, among other scholars of these methodologies. This experiment, developed during the year 2017, had the objective of applying the Fedathi Sequence to the teaching of fractions and analyzing the main difficulties and errors committed by the students, when solving the tests - diagnostic exercises applied. It sets up an action research, of quantitative-qualitative approach, whose data collection happened through the application of exercises to each of the eight classes taught, as well as the application of a questionnaire in the first and last class. Ten students from the state education network of Ceará, enrolled in the 8th year of Elementary Education at EEFM Professor Paulo Freire participated in the research. With the support of the analysis of the data obtained in the research, the results indicate that the application of the Fedathi Sequence with the Error Analysis in class was effective, since the students were more confident and interested in the content, highlighting in response to the questionnaires, the benefits of this change of perspective in working with the error and the positioning of the teacher in the classroom.

Keywords: Error Analysis. Fedathi sequence. Teaching of fractions.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No ensaio do sub relatórios, oferecemos os resultados de uma pesquisa desenvolvida ao longo do ano de 2016 e início de 2017, a qual procurou analisar a eficácia do ensino-aprendizagem do conteúdo de frações, trabalhando as quatro operações, mediante aplicação das metodologias Sequência Fedathi e Análise de Erros.

Esta pesquisa destaca o ensino de frações, com foco no trabalho com as quatro operações-adição, subtração, multiplicação e divisão. A experiência em sala de aula com alunos do 6º ao 8º anos do Ensino Fundamental evidenciou as dificuldades desses escolares ao realizarem operações com números fracionários, em especial, nas quatro operações básicas. Isso decorre, entre outros fatores, do impacto que se dá entre as operações com resultados sempre exatos e as operações com frações. Com efeito, a escolha do tema ocorreu em razão das dificuldades enfrentadas por muitos alunos na aprendizagem desse conteúdo bem como pelo fato de este constituir um assunto cujo aprendizado é imprescindível para êxito na vida escolar quanto à Matemática, visto que sua ocorrência é operada desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, servindo de base para aprendizado de muitos outros conteúdos mais complexos.

De acordo com os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais, (BRASIL, 1997, p.101), as frações surgiram para “levar os alunos a perceberem que os números naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza”, e ainda se ressalta o fato de “que os egípcios já usavam a fração por volta de 2000 a.C. para operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados. Eles utilizavam apenas frações unitárias (frações de numerador 1) com exceção de 2/3 e 3/4” (IBIDEM).

Nessa perspectiva, percebe-se que os estudantes, desde pequenos, são instigados ao conhecimento dos números naturais e à realização de contagens, porém, chega-se a um momento no qual essas crianças percebem que os números naturais são insuficientes, em situações cotidianas como dividir apenas 1 (um) bombom para dois amiguinhos. É aí que se inicia as noções de fração, junto às dificuldades de operar com as mesmas. Dessa operação, evidentemente, não resulta um número inteiro.

Em sala de aula, os professores costumam citar exemplos do cotidiano dos alunos, para que fique mais clara a existência das frações no dia a dia. A transição, entretanto, dessa situação para o papel se faz um desafio aos estudantes e também aos docentes, com vários obstáculos. As aulas tradicionais também complicam bastante esse processo, uma vez que o professor fica apenas à frente dos alunos, falando e escrevendo, não permitindo, portanto, que ele participe ativamente no centro do processo. Porto (1967, p. 20) salienta que, “neste período de transição, muitas vezes, inadvertidamente, pela força do hábito, encontramo-nos usando processos dos quais desejamos livrar-nos”.

Nesse âmbito, as dúvidas e até conclusões que os alunos elaboram ficam reservadas para o final da aula, para que o professor não seja interrompido. Além disso, por vezes, o planejamento e o material utilizado já estão ultrapassados, deixando os escolares ainda mais dispersos, por não se sentirem atraídos ante o riquíssimo conteúdo. Assim, é perceptível o fato de várias escolas e docentes ainda utilizam apenas pincel, apagador e o livro didático para ministrarem suas aulas. Com efeito, países desenvolvidos – as chamadas nações centrais-oferecem uma estrutura didático-pedagógica bem melhor do que o Brasil, deixando este país em posição de desvantagem.

Outro ponto a ser considerado reside na importância de trabalhar bem as noções de fração, nas séries iniciais, aumentando o nível, gradativamente, de acordo com a maturidade dos alunos perante o assunto. Esse conteúdo é abordado durante todo o Ensino Fundamental e se faz necessário para compreensão de outros teores no Ensino Médio. Logo, a deficiência no aprendizado de frações acarreta grandes prejuízos na vida escolar.

Ao sugerir alterações neste quadro, este ensaio faz uso de duas metodologias diferenciadas, aplicadas em momentos propícios do aprendizado. Com efeito o estudo relatado neste momento traz maneiras de utilizar essas metodologias a favor do professor e do aluno, rompendo com as práticas tradicionais e abrilhantando as aulas de Matemática, deixando os alunos interessados e curiosos com os próximos episódios daquele conteúdo. Assim, rompe, também, com os mitos de que a Matemática é uma matéria impossível de aprender. Problematizamos, ainda, avaliação, na qual, como vimos em alguns modelos de avaliação, o estudante tem que fornecer o resultado pretendido pelo professor, para que obtenha nota satisfatória. Caso contrário, perderá o ponto atribuído à questão.

Quanto à fundamentação teórica, este trabalho baseia-se, sobretudo nos escritos de Hermínio Borges Neto, acerca da Sequência Fedathi, bem como nos estudos de Helena Cury, quanto à Análise de Erros, entre outros estudiosos. A Sequência Fedathi, elaborada pelo Prof. Dr. Hermínio Borges Neto, pesquisador e docente da Universidade Federal do Ceará, propõe uma sequência de acontecimentos no âmbito escolar, na qual o professor é o mediador do processo. Por sua vez, a Análise de Erros é proposta por Helena Noronha Cury, professora – investigadora do Centro Universitário Franciscano, de Santa Maria – RS, ao sugerir que os estudantes também aprendem por meio da análise de seus erros, e que estes erros têm um significado positivo para estabelecer o conhecimento.

Esta pesquisa, nesse sentido, tem origem no seguinte problema: Em meio às dificuldades enfrentadas, de que maneira o professor pode intervir para tornar o aprendizado de frações mais eficaz e atrativo para os educandos?

Esse problema se desenvolve mediante as investigações de pesquisa adiante expressas.

1 Como se desenvolve a resolução de exercícios relacionados ao conteúdo de frações por alunos de 8° ano do Ensino Fundamental?

2 Quais as principais dificuldades e os erros mais cometidos pelos educandos no estudo de frações? Como trabalhar com esses erros?

3 As metodologias utilizadas contribuem para que essas dificuldades perdurem?

4 Como intervir metodologicamente de maneira positiva nessa realidade?

Com vistas a demandar respostas a esses problemas, o objetivo geral desta investigação é utilizar a Sequência Fedathi e a Análise de Erros, aplicadas ao ensino de frações, como intervenção metodológica, a fim de tornar a aprendizagem dos alunos mais eficaz, contribuindo de maneira positiva no processo de ensino aprendizagem da Matemática. Procedendo a pesquisa no banco de dados da CAPES, observamos que há poucos trabalhos relacionando Sequência Fedathi, Análise de erros e frações, embora sejam muito abordados separadamente, ou, até mesmo, a dois, por exemplo: Analises de erros e frações.

De tal modo, esta análise, empreendida por nós, pretende ampliar essa perspectiva. Os objetivos específicos do ensaio estão delineados na sequência.

1 Investigar como se desenvolve a resolução de exercícios relacionados ao conteúdo de frações por alunos de escola pública de 8° ano do Ensino Fundamental.

2 Interpretar os erros dos estudantes e trabalhar com eles com suporte nos fundamentos metodológicos utilizados.

3 Averiguar se as metodologias já empregadas contribuem para que as dificuldades dos alunos perdurem e, em caso positivo, como tal acontece.

4 Contribuir de maneira positiva no processo de ensino aprendizagem, utilizando a Sequência Fedathi e a Análise de Erros no ensino de frações, fazendo a análise das situações vivenciadas em sala de aula.

Em sequência deste capítulo introdutório, o Capítulo 2 conta com o referencial teórico escolhido para embasar esta pesquisa. Há uma revisão sobre o conteúdo de frações e suas peculiaridades no trabalho com as quatro operações. Em seguida, abordamos a Análise de Erros e a Sequência Fedathi, a fim de conhecer mais a fundo as metodologias norteadoras desta pesquisa. Então, esclarecemos a relação metodológica entre as duas abordagens. Por fim, nos repontamos acerca da aplicação dessas duas metodologias ao ensino de frações.

O capítulo 3 explica os procedimentos metodológicos utilizados no decorrer desta investigação. Este estudo retrata de uma abordagem quanti qualitativa, com uso de questionários e exercícios a fim de coletar os dados.

No capítulo 4, são mostrados os resultados da pesquisa, com análise mais aprofundada dos dados recolhidos por meio de exercícios e questionários. Além disso, há a discussão acerca desses resultados, fazendo análise crítica de suas implicações. Tratamos de uma análise crítica do que podemos absorver, partindo das respostas dos alunos acerca dos conteúdos ensinados.

Por fim, trazemos as considerações finais no Capítulo 6, no qual são sintetizadas reflexões acerca dos resultados e das experiências vividas no decorrer desta pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A seguir será mostrada a trajetória percorrida para compor este trabalho, e seus respectivos embasamentos teóricos, passando desde a história da matemática, o surgimento das frações, como decorre o conteúdo (as quatro operações) e suas dificuldades.

2.1 Enredo histórico da Matemática e das frações

A história da Matemática inicia-se basicamente em suposições de que as sociedades antigas tenham tido a necessidade e noção de quantidade. Para Roque,

> Normalmente, associa-se a história dos números à necessidade de contagem, relacionada a problemas de subsistência, e o exemplo mais frequente é o de pastores de ovelhas que teriam sentido a necessidade de controlar o rebanho por meio da associação de cada animal a uma pedra. Em seguida, em vez de pedras, teria se tornado mais prático associar marcas escritas na argila, e essas marcas estariam na origem dos números. (ROQUE, 2012, p. 35).

Com isso, foram surgindo os números inteiros que na visão de Courant e Robbins,

> São abstrações do processo de contar coleções finitas de objetos. Porém, na vida diária, precisamos não apenas contar objetos individuais, mas também medir quantidades tais como comprimentos, áreas, pesos e tempos. Se desejamos operar livremente com as medidas destas quantidades, que são capazes de subdivisões arbitrariamente pequenas, é necessário ampliar o domínio da Aritmética para além dos números inteiros. (COURANT E ROBBINS, 2000, p. 61).

As subdivisões, ora citadas, podem ser quebradas em subunidades, como por exemplo, o tempo em que 1 hora são 60 minutos e um minuto, por sua vez, corresponde a 60 segundos. Quando isto ocorre, é dado outro passo na história, pois essas divisões, obtidas com apoio na divisão de uma unidade por um número n de partes iguais passam a ser representada pelo símbolo 1/n denominado fração ou razão. De início, eram apenas frações unitárias, cujo numerador é 1, mas o passo seguinte foi dado após séculos e, enfim, a fração passou a ser reconhecida como m:n, com a observação de que seria um número racional desde que m e n fossem naturais.

Acredita-se que a criação dos números fracionários iniciou-se nas margens do rio Nilo, onde habitavam os egípcios. De acordo com De acordo com Reis citado no site Matplus,

> Uma vez por ano, as águas do Nilo subiam e inundavam grandes áreas de terra, desmarcando os limites das propriedades daqueles que moravam próximos as suas margens. Era necessário, então, que após baixarem as águas, novos limites fossem demarcados. Nesse processo, a unidade de medida adotada, na maior parte das vezes, não cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno, o que forçou a criação de um novo tipo de número, que representasse um pedaço do inteiro. Surgia o número fracionário. A utilização das frações pelos egípcios aparece em um papiro escrito, entre os anos 2000 e 1600 antes de cristo por escriba de nome Ahmes. Nesse papiro apareceu uma tabela para a decomposição de certas frações em somas de frações unitárias – frações de numerador igual a um. (MATPLUS).

Indícios mostram que os primeiros registros de frações feitas pelos egípcios eram representados com um símbolo no sinal oval, significando o numerador, e os traços em baixo indicando o número inteiro, que representaria o denominador. Isto é o que mostra a figura abaixo:

Figura 1 - Registros egípcios.

Fonte: Matplus

Não se sabe, ao certo, quando surgiram as frações. Marrou assinala que,

> No século VI a.C., por exemplo, num momento em que as demais cidades gregas, de uma forma ou de outra, orientavam-se para a democracia, Esparta mantinha-se aristocrática e sua educação visava exclusivamente à formação de soldados. Nesse mesmo período, a organização social de Atenas começa a ser modificada e "a uma data infelizmente difícil de precisar [...] perdeu a educação seu caráter essencialmente militar (MARROU, 1975, p. 66).

Foi nessa ambiência que o ensino começou a ganhar mais espaço, pelo menos a escrita e a leitura, na tentativa de formar os filhos dos nobres. Apenas um século depois foi que o ensino de Matemática aferiu seu lugar de destaque. Na informação de Marrou (1975), por volta do ano 4000 a.t.c., algumas comunidades primitivas aprenderam a usar ferramentas e armas de bronze. As aldeias que situadas às margens de rios transformaram-se em cidades, tornando a vida cada vez mais complexa, em razão do surgimento, principalmente, de outras atividades e do desenvolvimento do comércio, bem como da necessidade de produzir mais alimentos para suprir suas necessidades e às dos compradores. Outras atividades, também, tiveram que ser desenvolvidas, como o artesanato, o sacerdócio e a administração.

Com suporte nessa evidência histórica, fizeram-se necessários cálculos mais rápidos e precisos. Esses povos antigos se utilizavam de desenhos, que, só depois, passaram a ser representados por símbolos. Assim, foram surgindo vários problemas, envolvendo a Matemática, os números. Nesse sentido, surgiu a necessidade de expressar um pedaço de alguma coisa por intermédio de um número, questão, principalmente, relacionada ao rio Nilo. Então, os egípcios desenvolveram o número fracionário e, como representação, a fração.

Na perspectiva de Porto (1967), a palavra “fração” deriva do latim *frangere*, que significa quebrar, a qual tradicionalmente expressa sentido de uma ou mais partes da unidade, ou, ainda, uma parte de um todo ou de um inteiro. As frações também podem ser entendidas como expressão do quociente de dois números vistos no símbolo fracionário. Todos esses conceitos são maneiras básicas de entender fração no seu sentido geral, como reconhecer e utilizar na vida prática. As primeiras noções de fração de uma criança são no sentido de meio ou metade. Embora ela não saiba ainda que para ser meio deverá ser dividido em partes iguais, sabe que aquele todo é quebrado. Essa noção pode ser adquirida seja ao dividir um grupo para brincadeiras, seja ao ter de partilhar um biscoito.

Segundo D’Augustine (1976, p.144 apud SANTOS, 2007. p. 43): “A ideia de números fracionários é um conceito sofisticado, que requer da criança mais maturidade e maior base Matemática do que o conceito de número natural”. Assim, é normal que o estudante enfrente dificuldades e confunda os conceitos, como também reflete Porto,

> É interessante observar que também a criança, inicialmente, emprega a palavra “metade” designando simplesmente o “pedaço” de alguma coisa, sem incluir a ideia de igualdade entre as partes. É comum ouvir-se a criança dizer: “eu quero a metade maior” ou “eu não quero esta metade; ela é muito pequena. (PORTO, 1967, p. 28).

Kieren foi o primeiro pesquisador a chamar a atenção da comunidade científica para o fato de que os números racionais em sua representação fracionária são constituídos de vários construtos e que a compreensão da ideia de número racional depende do entendimento destas distintas interpretações. Ele propõe que conforme Behr, et al. (1992),

> A instrução típica sobre as frações nas escolas enfatiza a construção integral. Isso reforça a percepção de 3/5 como 3 de 5 partes, mas não como a iteração de 3 unidades abstratas de tamanho um quinto – ou seja, como 3(unidades de 1/5). Nós propomos que a instrução de número racional limitada à construção parcial inteira é inadequada para desenvolver uma compreensão completa dos números racionais e deve ser estendida para incluir outras construções no contexto da matemática da quantidade.

Quando se parte para o ensino de frações, é comum ouvir que Matemática só se aprende exercitando. Estamos, entretanto, perante de um problema: como exercitar, se o aluno não domina o conteúdo? Sobretudo, quando o assunto é frações, a situação é ainda mais complicada. Para cada operação, há uma e, às vezes, mais modalidades distintas de resolução. A fim de aprimorar esse processo de ensino-aprendizagem, é preciso recorrer a propostas de intervenção pedagógica que favoreçam a prática docente com eficiência e o bom desempenho do aluno.

Quando o caso envolve o ensino de frações, o modo de inserção desse conteúdo estabelecido é o diferencial para o aprendizado do aluno. É preciso quebrar a tradição da simples memorização de regras, como reforçam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's),

> O importante é superar a mera memorização de regras e de algoritmos (divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima, inverte a segunda e multiplica) e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo. (BRASIL, 1997, p. 67).

Nesse sentido, o professor deve dispor de estratégias e de meios que o impulsionem a abandonar o papel de fonte única de conhecimento e a assumir a posição de mediador nesse processo, como também destacam os PCN's,

> Evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos. (BRASIL, 1997. p.74).

O ensino de frações, realizado desde o Ensino Fundamental I, denota uma realidade problemática no que diz respeito ao aprendizado. Conquanto esse conteúdo seja ensinado até o Fundamental II, há estudantes que chegam ao Ensino Médio ainda com um nível de aprendizado baixo em relação ao tema em discussão.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) é uma avaliação aplicada de três em três anos, que permite ao Brasil aferir conhecimentos e habilidades dos estudantes de 15 anos em Leitura, Matemática e Ciências. Em 2012, sua edição teve foco na área de Matemática. O resultado demonstrou que dois em cada três estudantes de 15 anos, no Brasil, não sabiam trabalhar operações matemáticas simples, tais como as frações, estando o Brasil na 57ª posição entre as 65 nações avaliadas, a oito posições do país aferido como último lugar.

Em 2015, teve foco em Ciências, não significando dizer que não apontem os resultados para Matemática, o fato é que,

> [...]a construção do instrumento teve por objetivo compor uma avaliação que fornecesse peso aproximadamente igual aos dois processos que envolvem a realização de conexões entre o mundo real e o matemático (“formular situações matematicamente” e “interpretar, aplicar e avaliar resultados matemáticos”) e àquele que exige a capacidade de trabalhar um problema formulado matematicamente (“empregar conceitos, fatos, procedimentos e raciocínios matemáticos”). Assim, em torno de 44% dos itens da prova estavam relacionados a este último, e 28%, a cada um dos outros dois. (BRASIL, 2016, pág. 150).

Outro fator a ser analisado é o SPAECE – Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará. Este corresponde a uma avaliação que abrange as escolas públicas das redes estadual e municipal do nosso Estado, analisando o desempenho dos alunos da Educação Básica, desde as etapas de Alfabetização até o Ensino Médio, visando a oferecer ensino de qualidade a todos os estudantes da rede pública do Ceará. A cada ano, são aplicados aos alunos do 2º, 5º e 9º ano do EF, e 3º ano do Ensino Médio, testes de desempenho e questionários contextuais que possibilitam, ao final, a coleta de dados e estatísticas para análise geral, e específico, já que o resultado sai por escola e/ou por educando.

Para esta busca, de natureza acadêmica e teor científico os resultados dos últimos três anos, na disciplina de Matemática, e como não há SPAECE no 8º ano (que é a série sob análise neste trabalho), serão estudados os indicadores dos alunos do 9º ano, que não deixam de expressar dificuldades constituintes do problema desta pesquisa. No Ceará, a média de proficiência, que é aquela de aptidão dos alunos, avaliados pelos testes cognitivos, foi de 246,1, em comparação com os anos de 2014 e 2015. Defende-se, pois, um aumento, porém, se considerando 2012 e 2013, temos uma oscilação, como é fácil perceber na tabela abaixo.

Figura 2- Evolução da proficiência média em matemática.

Ano	5 EF		9 EF		EJA EF	1 EM	EJA EM
	Rede Estadual	Rede Municipal	Rede Estadual	Rede Municipal	Rede Estadual	Rede Estadual	Rede Estadual
2012	203,7	209,6	247,6	242,0	215,5	251,4	222,4
2013	203,5	210,6	245,1	245,5	207,1	249,9	218,1
2014	208,5	219,0	239,2	241,6	205,3	253,1	221,5
2015	210,0	227,5	240,4	247,3	202,3	255,7	225,3

Fonte: Spaece, 2016.

Com esses valores, o Ceará fica classificado no nível crítico, pois o valor fica de 225 a 275, e de acordo com os dados do SPAECE, CEARÁ (2016, p. 38):

> [...]neste padrão de desempenho, os alunos ainda não demonstram o desenvolvimento considerado apropriado das habilidades básicas avaliadas pela Matriz de Referência, para a etapa de escolaridade em que se encontram. Contudo, respondem itens com menor percentual de acerto e que avaliam mais complexas, quando comparados com o verificado no padrão anterior. A equipe pedagógica deve elaborar um planejamento em caráter de reforço para os alunos que se encontram neste padrão, de modo a consolidar aquilo que eles já aprenderam, sistematizando esse conhecimento e dando suporte para uma aprendizagem mais ampla e densa.

Ciente dos resultados agora citados, concordemos com a ideia de que a Matemática está realmente sendo uma dificuldade na vida estudantil, porém, há momentos, em particular, em que o docente pode fazer distintas representações, para que o estudante compreenda melhor o que se está tentando ensinar. Trataremos dessas especificações nos subitens a seguir.

2.2 Conceitos e principais dificuldades de Frações

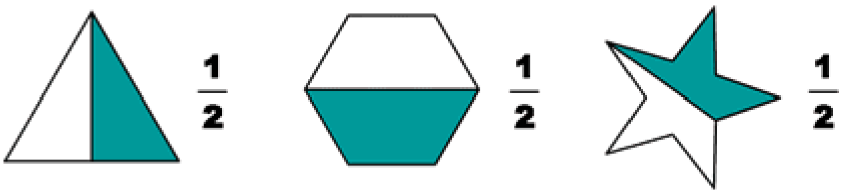
Para iniciar os estudos de frações, é necessária uma maneira de inserir uma noção sobre o assunto. O aluno, até o 2º ano do Fundamental, só tem o conhecimento dos números naturais, utilizados para qualquer propósito na vida prática. Como ensinam Monteiro e Groenwald (2014),

> Uma forma de incentivar o aprendizado em relação a esse conteúdo é que essas devem aparecer em contextos variados, que proporcionem aos estudantes a realizar com elas as mesmas atividades que desenvolvem com os Números Naturais, como somar, dividir e ordenar. (MONTEIRO E GROENWALD, 2014, p. 111).

Quando os discentes deparam situações em que tenham que dividir, ou repartir algo com alguém, estes fazem a divisão à sua maneira, sem atentarem para o tamanho como ficou cada um dos pedaços. Porto (1967, p.43) acentua que “é de grande importância a observação da professora que busca perceber o significado com que o aluno vem empregando os vocábulos metade e meio, a fim de guiá-lo num crescimento gradual”. Nesse momento, é interessante que seja feito em circunstâncias que favoreçam o entendimento deles, seja com uma história contextualizada, ou com materiais concretos, seja com doces, para que as crianças vivenciem e iniciem a elaboração do conhecimento, que será útil e imprescindível para a inclusão das operações a seguir. Depois da apresentação visual, é importante fazer perguntas cujas respostas servirão de reflexão para o novo aprender; indagações assim: “Dos dois pedaços da divisão, qual dos dois você vai querer?”. É obvio que optará pelo pedaço maior; e aí se inicia o processo de introdução do significado de meio e metade.

Uma vez ensinada a noção de meio e metade, o aluno deverá ser levado a fazer comparações. Nessa operação, uso de figuras geométricas ajudará bastante nesse propósito, principalmente, no caso em que o estudante perceba que nem sempre as metades serão do mesmo formato do seu inteiro e, que quanto maior o inteiro, maiores serão suas metades, atentando, assim, para as maneiras de se encontrar uma metade. Na figura a seguir, teremos alguns dos casos:

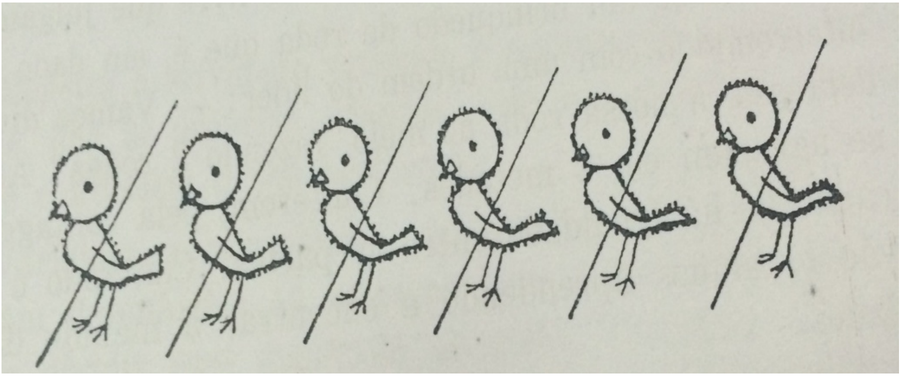
Figura 3 – Figuras que designam noção de metade.



Fonte: Frações e fração.

Após a noção dada no sentido de um inteiro e de uma unidade, é o momento de aplicá-la a um grupo. Este grupo também deverá seguir a noção de unidade, para que as crianças consigam fazer uma ligação entre os conceitos e sua utilização. Quando pedirmos a metade do grupo, que seja compreendida a metade do todo, e não a metade de cada componente do grupo. Como destaca Porto (1967, p.49), a interpretação do erro é de suma importância no conhecimento que se possa adquirir de como o pensamento trabalha na aquisição de uma ideia. Vejamos o que acontece na figura abaixo:

Figura 4 - Noção do Meio.



Fonte: Porto, 1967.

Com esse cuidado, o professor deve continuar as reflexões acerca do que foi mostrado, além de reforçar o fato de que as duas metades devem ser iguais. Portanto, os dois grupos devem possuir a mesma quantidade de pintinhos e as duas metades do grupo, postas juntas novamente, formarão o grupo inicial, o inteiro.

Várias estratégias poderão ajudar o professor nesse tipo de trabalho, como as grandezas (o quilo, o litro, o metro, a hora) e ainda o sistema monetário. Como leciona Lorenzato, (2010, p. 56),

> Não é fácil encontrar aplicação para tudo que se ensina de matemática, mas também não se deve ensinar só o que possui aplicação. Para nós, professores, a aplicação deve ser concebida como uma alternativa metodológica ou estratégica de ensino e não como uma panaceia que deve estar presente em todas as aulas (p.55). Assim, se o professor orientar seus alunos para que observem situações práticas, estes poderão concluir que as aplicações revelam como a matemática está forte e cotidianamente relacionada com o nosso viver. (LORENZATO, 2010, p. 56)

Para que essa atividade tenha sucesso, entretanto, é necessário saber o nível de conhecimento dos alunos, que será sondado por via do *Plateau*[1], para as grandezas escolhidas.

[1] *Plateau*- são os conhecimentos prévios sobre determinado assunto

É importante também saber se eles possuem a capacidade de trabalhar com aquele tipo de exercício. O docente deve contar com diversos recursos para demonstrar as grandezas, como nos exemplos a seguir: uma balança para auxiliá-lo na pesagem; uma trena para medição (referindo-se, por exemplo, à altura deles, fazendo comparações com adultos); relógios para trabalhar o tempo (o que é e o que se pode fazer em meia-hora); uma caixa registradora (simulação de compras para representar o dinheiro, como quantas moedas de 50 centavos formarão 1 real). Assim, há diversas atividades que o docente poderá propor, dependendo de sua criatividade e da disponibilidade de recursos ofertados.

No livro didático de Gioavanni Junior e Castrucci (2013), está expresso o fato de que todo número pertence ao conjunto dos números racionais, quando sua representação decimal é sempre finita ou infinita e periódica. Desse modo, todo número decimal está no conjunto dos números racionais.

Todo número decimal finito ou decimal infinito e periódico, pode ser expresso por uma divisão de dois números inteiros (fração). Por exemplo:

- 0,5 pode ser expresso pelas frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \dots$;
- 0,25 pode ser representado pelas frações $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \dots$; e
- 0,33333... pode ser representado pelas frações $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \dots$.

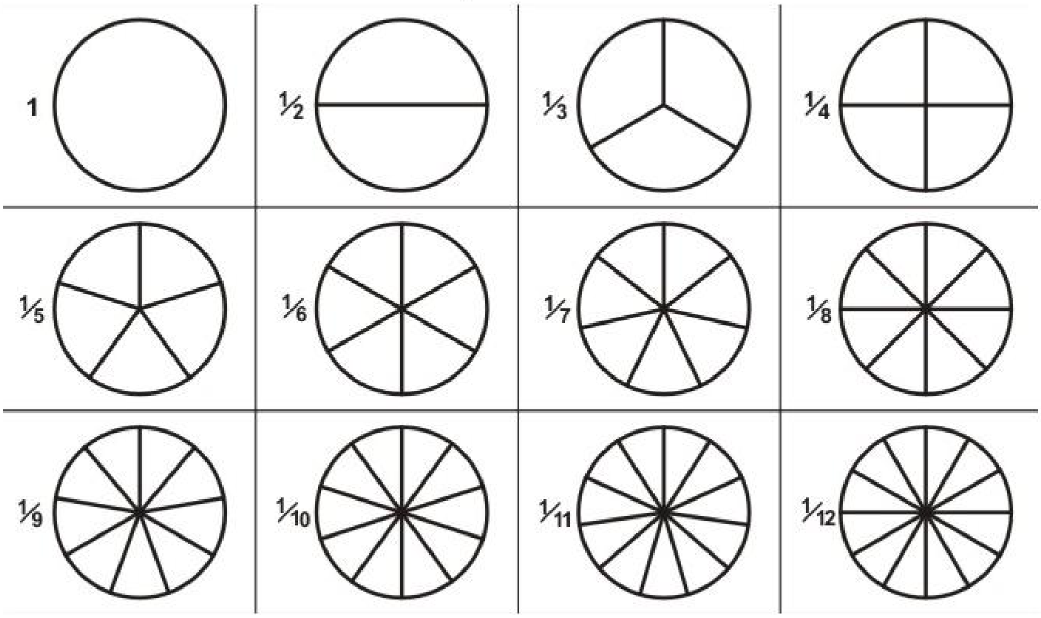
A palavra fração vem do latim fraction e quer dizer “dividir, quebrar, rasgar”. Fração, no dicionário, também quer dizer “porção”, “parte de um todo”. No estudo de conjuntos numéricos, o primeiro contato com a ideia de fração acontece na segunda etapa do Ensino Fundamental.

Portanto, podemos definir uma fração como a decorrência da divisão entre dois números inteiros, ou seja, x = $\frac{a}{b}$, onde x é um número decimal, a é chamado de numerador da fração e b de denominador da fração. Observação importante: o denominador não pode ser igual a zero, daí a definição admite todo b inteiro com exceção do zero.

2.3 Comparação de frações

A representação geométrica de um fração pode ser apresentada em discos, retângulos, triângulos, quadrados ou qualquer outra figura dividida em partes iguais.

Figura 5 - Representação geométrica para comparação de frações.



Fonte: Ensinar a aprender.

Os alunos devem ser instruídos ao uso dos símbolos matemáticos < ou > em situações diversas. Como exemplos, temos:

- A quantidade $\frac{1}{2}$ é menor que $\frac{3}{4}$, ou apenas, $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$; e
- A quantidade $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{3}{8}$, ou apenas, $\frac{1}{2} > \frac{3}{8}$.

A comparação deve ser trabalhada de maneiras diversas, de forma geométrica, principalmente, verdadeiro ou falso, quantidades numéricas até que o aluno consiga dominar esse conceito. O papel do professor nesse contexto é o de adaptar diversos jogos ou atividades para que a aprendizagem seja alcançada.

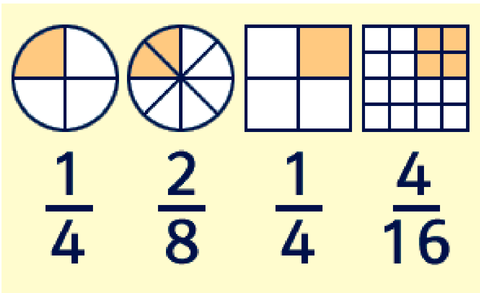
2.4 Frações equivalentes

Quando iniciamos o texto, foram apresentadas várias frações que representam o mesmo número decimal. Essas frações que significam um mesmo número decimal são chamadas de frações equivalentes. Exemplos de frações equivalentes:

- $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \ldots$ representam o número 0,5;
- $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \ldots$ representam o número 0,25; e
- $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \ldots$ representam o número 0,3333333 … .

Outra maneira de perceber esse conceito utiliza a representação geométrica, ou seja, dentro de uma mesma região, são acrescentadas as subdivisões iguais de um todo.

Figura 6 - Representação geométrica de frações equivalentes.



Fonte: Ensinar a aprender.

Ainda: aplicando a propriedade de multiplicar (ou dividir) uma fração por um número inteiro, tanto o numerador quanto o denominador, obtemos como resultado uma fração equivalente a inicialmente dada.

- $\frac{1}{2}$multiplicando por 5, obtemos: $\frac{1}{2} = \frac{1x5}{2x5} = \frac{5}{10}$; e
- $\frac{15}{24}$dividindo por 3, obtemos: $\frac{15}{24} = \frac{15:3}{24:3} = \frac{5}{8}$.

<u>Observação:</u> a menor representação de uma fração é chamada de fração irredutível. Exemplo, nos casos acima $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$ são irredutíveis.

2.5 Redução de frações ao mesmo denominador

Sejam duas frações quaisquer, exemplo $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, existem diversas frações equivalentes cujos seus denominadores são comuns.

- Os múltiplos de 2, ou M (2) = {0, 2, 4, **6**, 8, 10, **12**, 14, 16, **18**, …}; e
- Os múltiplos de 3, ou M (3) = {0, 3, **6**, 9, **12**, 15, **18**, 21, **24**, 27, …}.

Os números que nos interessam são os que são múltiplos tanto de 2 como de 3. Assim conseguiremos frações reduzidas aos denominadores da sequência numérica {6, 12, 18, 24, …}.

Logo, teremos as frações equivalentes às iniciais reduzidas a um mesmo denominador, seguindo:

- $\frac{1}{2} = \frac{1x3}{2x3} = \frac{3}{6}$ e $\frac{1}{3} = \frac{1x2}{3x2} = \frac{2}{6}$;

<u>Observação:</u> o primeiro múltiplo comum nos ajudará a resolver de forma simplificada as operações de adição e subtração entre frações.

2.6 Forma mista

Dada a situação de adição entre duas frações:

- $\frac{6}{6} + \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$

O numerador da fração é maior do que o denominador e esse tipo de fração chamamos de frações impróprias. Esses tipos de frações são caracterizadas por ultrapassarem a capacidade de um inteiro, ou seja, poderíamos representar a fração $\frac{6}{6}$ apenas pelo número 1 e daí teríamos um inteiro e cinco sextos, ou representar por $1\frac{5}{6}$, que chamamos de forma mista de uma fração.

2.7 Adição e subtração de frações

2.7.1 Caso da adição ou subtração com denominadores iguais

Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm o mesmo denominador, adicionamos ou subtraímos os numeradores e mantemos os denominadores. Exemplo: $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$.

2.7.2 Caso da adição ou subtração com denominadores diferentes

Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm denominadores diferentes, buscamos, primeiramente, frações equivalentes às frações dadas e que tenham o mesmo denominador. Em seguida, efetuamos a adição ou a subtração com essas frações de acordo com o exercício dado. Exemplo: $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$.

Somar e subtrair números naturais já é uma tarefa comum ao público, que agora tenta realizar as mesmas operações com as frações. De acordo com Santos,

> Para trabalhar as operações com frações, entendemos que é preciso, antes de tudo, compreender alguns conceitos, como a relação parte-todo, dentro de representações de conceitos de grandezas contínuas e discretas; as frações como quociente numa divisão e assim chegar à fração como operador. (Santos, 2007, p.53)

Algoritmos existem e exercícios fazem parte da aprendizagem. Não há necessidade, porém, destes dois estarem juntos para realizar uma soma ou uma subtração de fração. O professor deverá instigar o aluno a juntar partes fracionárias para formar o total e tirar algumas partes de um total, para verificar o resto. De acordo com o livro Atividades de Apoio à Aprendizagem (BRASIL- MEC- 2016, p.12), para resolver questões com esse nível de dificuldade, é necessário: “identificar frações equivalentes; utilizar o conceito de frações equivalentes na adição e na subtração de números fracionários e ainda o aluno deverá saber quem é o numerador e o denominador”. Esse aprendizado acerca de numerador, denominador e frações equivalentes é constituído do 3º para o 4º ano do Ensino Fundamental I.

Porto (1967) classifica a soma em 3 (três) grandezas.

1 Frações tendo os mesmos denominadores;
2 Frações tendo denominadores diferentes, mas relacionados; e
3 Frações tendo denominadores diferentes e não relacionados.

Para a primeira situação, temos como auxílio para o resultado um algoritmo que diz que se deve repetir o denominador e operar os numeradores. Com base em práticas de sala de aula, as respostas dadas pelos alunos são mais próximas das asserções. Desta maneira, um exemplo é: $\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{3}{2}$.

Seguir um algoritmo, entretanto, não condiz com ter aprendido o conteúdo. Uma representação na reta numérica, representação simbólica, ou até mesmo o uso dos discos das frações, auxiliam melhor na formação de conhecimentos do aluno, como observam Moreira e David (2016, p.61):

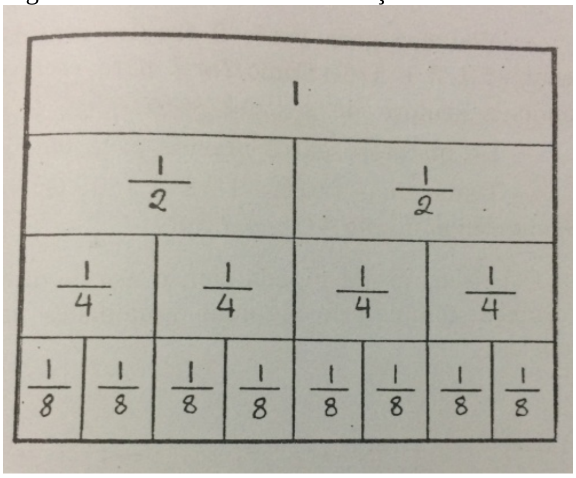
> O professor da escola básica tem que trabalhar com os significados concretos das frações e outros subconstrutos para que o aluno alcance, eventualmente, a ideia abstrata de número racional, mas esse processo de construção da abstração não tem como resultado apenas a demonstração da possibilidade de se exibir formalmente um conjunto com as características essenciais (e já concebidas) dos racionais. Ao contrário, este conjunto numérico ampliado, assim como as relações entre seus elementos (os novos números), as novas formas de representação, a nova ordem, as novas operações e suas novas propriedades, são conhecimentos novos, a serem processados e, eventualmente, assimilados.

Após diversas vivências com esse tipo de frações, o professor conduzirá o aluno, gradativamente, aumentar o nível, chegando a nossa segunda situação- frações com denominadores diferentes, mas relacionados. Uma observação importante que Porto, nos deixa a de,

> Quando a criança aprende a somar frações com denominadores iguais, vai adquirindo o conceito de que somente frações com o mesmo nome podem ser somadas. Esta ideia precisa se firmar para que o aluno tenha um ponto de referência, quando encontrar frações com denominadores diferentes, aceitando a necessidade de procurar um denominador comum. (PORTO, 1967, p.178)

O uso de cartazes, como o que segue na figura abaixo, pode auxiliar os professores a mostrarem aos alunos a relação entre as frações com denominadores diferentes e pertencentes ao mesmo quadro. O professor poderá indagar aos discentes quantas vezes a fração $\frac{1}{8}$ cabe na fração $\frac{1}{2}$, por exemplo.

Figura 7 - Cartaz de divisão de frações.



Fonte: Porto, 1967

Com isso, o professor mediará a transformação de uma fração em outra com os mesmos denominadores, conduzindo o aluno a um estilo de questão já conhecida por ele. Por fim, a terceira situação, em que teremos frações com denominadores diferentes não relacionados. Neste caso, é comum muitos docentes levarem seus consulentes a fazerem o cálculo de M.M.C (Mínimo Múltiplo Comum), o que causa aos alunos uma fuga de raciocínio, já que está a trabalhar com números fracionários e depara uma situação de fazer um cálculo separado, com números inteiros, para trazer o resultado e continuar a trabalhar com as frações, chegando a ser complexo para muitos alunos, mais uma vez o uso de algoritmos na Matemática.

Desta vez, o aluno terá que pensar um pouco mais. Ele listará uma sequência de frações equivalentes para cada fração da questão; quando encontrar os mesmos denominadores de cada uma delas, é só aplicar a operação. Há quem diga que esse procedimento, também, é um algoritmo, porém, um passo leva ao outro, conduzindo ao resultado, diferentemente da primeira solução dada, em que o aluno foge da conta para fazer outra.

2.8 Multiplicação de frações

2.8.1 Caso da multiplicação por um número natural

Para multiplicar um número natural por uma fração, multiplicamos o número natural pelo numerador da fração e mantemos o denominador.

- Exemplo: $5 \text{ x } \frac{2}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

2.8.2 Caso da multiplicação por números fracionários:

Para multiplicar duas frações, multiplicam-se os numeradores e os denominadores, e o resultado será a fração obtida por meio deste produto.

- Exemplo: $\frac{2}{3} \text{ x } \frac{6}{7} = \frac{12}{21}$

2.9 Divisão de frações

Para dividir um número racional por outro número racional, diferente de zero, usa-se o algoritmo, ensinado nos livros didáticos como sendo a multiplicação da primeira fração pelo inverso da segunda.

- Exemplo: $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \text{ x } \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$.

Por fim, mas não menos importante, temos a divisão de frações. Para exemplificar, temos a história da distribuição de 35 camelos entre três herdeiros que se encontram no livro *O homem que calculava* (1958), escrito pelo brasileiro Malba Tahan. (Prof. Júlio César de Melo e Sousa do Colégio Pedro II, do Rio de Janeiro). A história conta o caso de um rapaz que tinha mania de calcular e se deparou com três rapazes reclamando da situação de que havia recebido como herança 35 camelos que deveriam ser distribuídos entre eles da seguinte maneira: o mais velho ficando com a metade, o do meio um terço e o mais moço, um nono. Com a quantidade total, entretanto, seria impossível dividir de maneira exata e satisfatória aos três, visto que, o que se estava a dividir eram camelos. Para o sábio, tal resolução foi imediata, para crianças aprendizes não será uma tarefa tão fácil assim. De acordo com Sandra Magina e Tânia Campos (2008),

> O uso de outras situações pode ser mais proveitoso para a apropriação da lógica como alicerce para as ideias de fração. Por exemplo, situações de quociente podem ser usadas para as crianças se apropriarem do invariante de ordenação das frações por meio do raciocínio lógico: quanto mais crianças para dividirem o bolo, menor o pedaço de bolo que cada uma receberá. Esta relação inversa entre o divisor e o quociente poderia ajudar as crianças a entenderem que quanto maior o denominador, menor à parte. Nessas situações de quociente o professor poderia também usar a razão para ajudar as crianças a entenderem o invariante de equivalência de frações: dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente serão equivalentes, mesmo que o número de bolos e crianças possa diferir nos exemplos. (MAGINA , CAMPOS , 2008, P. 28).

Para essa particularidade, o professor deverá também procurar maneiras diferenciadas de demonstrar a divisão de frações. Os próprios alunos tendem a responder tal e qual os outros exercícios, procurando uma fração equivalente, o que não fará com que ele erre o resultado. Mas a mediação do docente, no entanto, é essencial para que o aluno tenha êxito em sua resolução. A aplicação do algoritmo poderá ser mostrada, após o assunto ter sido demonstrado e entendido pela turma.

3 CONCEITO DAS METODOLOGIAS UTILIZADAS (ANÁLISE DE ERROS E SEQUÊNCIA FEDATHI)

A análise de Erros e a Sequência Fedathi são as duas metodologias utilizadas para esta pesquisa. Neste capítulo, serão conceituadas e contextualizadas, ao mesmo tempo em que elas se encontram na abordagem do erro, que será utilizado como instrumento de aprendizado para os alunos mediados pelo professor.

3.1 Análise de Erros

Durante muito tempo, houve, na Educação, a crença simplista de que quem sabe Matemática acerta as questões, e erra quem não sabe. Essa visão desconsidera o modo como o aluno chegou a tal resposta (certa ou errada). Não há análise se há algum sentido no raciocínio do educando, se o conhecimento necessário para resolver aquela questão tem alguma relação com a resposta oferecida pelo estudante.

Neste modelo simplista de avaliação, não se costuma questionar a má elaboração de algumas questões. Radatz (1979, p. 165, apud, CORDEIRO; FRIEDMAN, 2009, p. 36) classifica[2] os erros em,

> • erros devido a dificuldades na linguagem: são apresentados na utilização de conceitos, vocabulário e símbolos matemáticos, e ao efetuar a passagem da linguagem corrente para linguagem matemática.
> • erros devido a dificuldades para obter informação espacial (dificuldades em obter informação a partir de representações gráficas): aparecem na representação espacial de uma situação matemática ou um problema geométrico.
> • erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios (deficiência de pré-requisitos): são os cometidos por deficiências na manipulação de algoritmos, fatos básicos, procedimentos, símbolos e conceitos matemáticos.
> • erros devido a associações incorretas ou a rigidez de raciocínio: são causados pela falta de flexibilidade no pensamento para adaptar-se a novas situações; compreendem os erros por persistência, erros de associação, de interferência e de assimilação.
> • erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes: são produzidas por aplicação de regras ou estratégias semelhantes em diferentes conteúdos. (Tradução de CORDEIRO; FRIEDMAN, 2009, p. 36).

[2] Essa classificação será utilizada para a análise da pesquisa, e cada questão será analisada de acordo com essas 5 categorias.

Nesse sentido, perguntas dotadas de contextualizações costumam envolver o aluno, facilitando a interpretação e, consequentemente, sua resolução. Por exemplo, é comum depararmos a seguinte questão: 1/2 + 1/3 =? Diante desse problema, os alunos, de maneira mecanizada, por vezes, colocam 1/5 como resultado. Assim, como a pergunta não veio contextualizada, alguns também não terão a atitude de interpretar, tentar colocar em uma situação mais favorável aos seus conhecimentos, para que se possa iniciar a resolução.

Os professores não devem considerar e atribuir nota apenas ao acerto, mas hão de levar em conta o conhecimento do educando, sua constituição e qualidade. Qualquer que seja o conhecimento desperdiçado, por ser simploriamente classificado como erro, resultará em uma provável desmotivação do discente, causando uma série de outros efeitos negativos. Aliás há uma célebre frase do poeta e escritor indiano Rabindranah Tagore para que não se deve fechar a porta a todos os erros, sob pena de a verdade ficar de fora.

Se a resposta está correta, então, qual seria o problema com ela? A questão é que o aluno decora essa regra, mas não fica o procedimento utilizado para chegar até lá. Com isso, ao precisar utilizar aqueles conhecimentos para outra operação matemática, como a multiplicação, as informações começam a ficar confusas, uma vez que os educandos não criaram nenhum significado para o desenvolvimento das operações. Assim, quando o erro ocorre, o aluno, por vezes, não o identifica, pois acabou de resolver uma operação vazia de significados.

Felizmente, desde a segunda metade do século XX, esse quadro problemático vem mudando. Os erros cometidos pelos alunos passaram a ser estudados por pesquisadores e professores da área educacional. Este ensaio, por exemplo, retrata essa evolução e caminha no mesmo sentido, tendo nós como autores, uma pesquisadora e professora da área da Matemática, que já vivenciamos várias situações envolvendo análise de erros.

A metodologia da Análise de Erros nos ajuda no processo investigativo de ensino-aprendizagem, na medida em que nos permite verificar os tópicos com maior índice de dificuldade dos alunos dentro do conteúdo proposto e a, desde então, fazer as intervenções pertinentes para que esse quadro seja aos poucos melhorado, beneficiando o aluno. Às vezes, recuar na sequência do conteúdo pode ser à saída de alguns docentes. Fazer um passo a passo do conteúdo até mecanizar a resolução das questões pode ter como consequência a noção de que o aluno se perca no raciocínio durante alguma alteração feita e desista, por fim, de sanar aquela dúvida. Esse resultado negativo, entretanto, não é uma regra, o recuo tem sua importância, pois, ocasionalmente, um erro cometido e não corrigido irá refletir em várias outras situações escolares.

Sabendo que o erro faz parte do ensino-aprendizagem, temos como um dos fatores- problema na vida escolar a crença de que o erro significa fracasso e, ainda, que merece punição. Com suporte nas metodologias mencionadas, não é coerente que o aluno perca ponto por não ter o conhecimento suficiente para concluir um exercício chegando ao resultado final correto. Nesse sentido, de acordo com os PCN's:

> Diferentes fatores podem ser causa de um erro. Por exemplo, um aluno que erra o resultado da operação 126 - 39 pode não ter estabelecido uma correspondência entre os dígitos ao "armar" a conta; pode ter subtraído 6 de 9, apoiado na ideia de que na subtração se retira o número menor do número maior; pode ter colocado qualquer número como resposta por não ter compreendido o significado da operação; pode ter utilizado um procedimento aditivo ou contar errado; pode ter cometido erros de cálculo por falta de um repertório básico. (BRASIL, 1997, p.41).

As respostas dos alunos aos exercícios têm grande importância, independentemente de estarem elas corretas ou não. Se o resultado estiver certo, isso é um indicativo de que ele está indo pelo caminho exato. Se, por outro lado, a resposta estiver errada, o professor deve trabalhar baseado naquele resultado, com vistas a fazer com que o aluno reconheça que errou. Especialmente no caso do ensino de Matemática, essa verificação se faz bem prática. Basta comparar resultados. O professor não deve, todavia, simplesmente fornecer a solução para o problema mostrando o cálculo correto, mas sim estimular o estudante a refletir sobre a resolução.

Apesar de ser algo normal no processo de ensino-aprendizagem, o erro é um dos principais fatores que desmotivam os alunos e, na Matemática, isso não é diferente. O erro, na Matemática, contudo, não significa simplesmente resultado diferente daquele fornecido pelo professor, mas é também o que desencadeou para que aquele resultado desse errado.

O erro não significa que está tudo errado, não quer dizer que o aluno não saiba aquele conteúdo, assim como, se ele acerta, não quer dizer que domine aquele tema. Para conseguirmos analisar o erro, é necessário, primeiramente, definirmos o que é o acerto. De acordo com o *site* "https://www.dicio.com.br/acertar/", acerto é "fazer certo; realizar corretamente: acertar o cálculo. Descobrir, encontrar: acertar o caminho. Pôr de acordo; ajustar: acertar os detalhes do negócio. Atingir, bater". A análise desses fatores é importante para que o professor possa entender melhor seu aluno. Por vezes, o educando realmente não conhece aquele conteúdo. Em outros momentos, porém, o erro é uma compreensão equívoca de parte do conteúdo ou de uma conclusão precipitada por parte do aluno. Nesse último caso, a resposta final é apenas mera consequência daquela compreensão parcialmente equivocada.

Neste estudo, cuidaremos do erro partindo do geral para o específico. De acordo com os PCN's, o erro,

> [...] pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros" (p.44). Na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, como o aluno está pensando, o professor obtém as pistas do que ele não estão compreendendo e pode planejar a intervenção adequada para auxiliar o aluno a refazer o caminho. (BRASIL, 1997, pág. 55).

Nesse sentido, Cury (2007) desenvolveu a metodologia de ensino e abordagem de pesquisa intitulada "Análise de Erros". A autora defende a necessidade de educadores darem maior importância à análise dos erros dos alunos para que, com suporte neles, possam formular estratégias de ensino mais eficientes. Em um artigo, Cury e Bisognin propõe que:

> Ao analisar a resolução de um exercício ou problema, pode-se usar os erros cometidos pelos estudantes como subsídio para a avaliação, mas também se pode empregar essa análise no decorrer de uma investigação ou mesmo no planejamento de estratégias de ensino. (CURY; BISOGNIN; BISOGNIN).

Quando empregada em sala de aula, a análise de erros pode levar os alunos a questionarem as próprias soluções, repensarem e chegarem ao resultado correto por si mesmo. Consequentemente, há uma melhoria no rendimento dos estudantes e um aumento de sua autonomia no processo de ensino-aprendizagem.

Com o intuito de abordar o tema em destaque, Lorenzato ressalta que:

> O erro constituiu-se numa oportunidade para o professor mostrar seu respeito ao aluno, pois o aluno não erra porque deseja; e mais, o erro é pista(dica) para a realização de sondagem às suas possíveis causas. Os erros de nossos alunos podem ser interpretados como verdadeiras amostragens dos diferentes modos que os alunos podem utilizar para pensar, escrever e agir. (LORENZATO, 2010, p.50).

Com amparo nesses erros que deverá ser constituído o aprendizado, pois só assim caminha-se rumo à correção eficaz, assegurando-se de que o sujeito, dificilmente, cometa o mesmo erro. Deve-se encorajar os alunos a não deixarem de tentar com medo de errar. Ainda que ocorra o erro, deve-se extrair dele um aprendizado novo e caminhar rumo ao acerto. Carvalho, citando Popper (1997), diz que,

> Admitidamente, todos nos esforçamos para evitar erros; e deveríamos ficar tristes ao cometer um engano. Todavia, evitar erros é um ideal pobre; se não ousarmos atacar problemas tão difíceis que o erro seja quase inevitável, então não haverá crescimento do conhecimento. De fato, é com as nossas teorias mais ousadas, inclusive as que são errôneas, que mais aprendemos. Ninguém está isento de cometer enganos; a grande coisa é aprender com eles. (CARVALHO *apud* POPPER, 1997, p.13)

Quanto às causas do equívoco, há considerações de vários pontos de vistas de cada autor. Para Lorenzato,.

> O erro pode ter distintas causas: falta de atenção, pressa, chute, falha de raciocínio, falta de estudo, mau uso ou má interpretação da linguagem oral ou escrita da matemática, deficiência de conhecimento da língua materna ou de conceitos matemáticos. (LORENZATO, 2010, p.50).

3.2 Sequência Fedathi

No início, a Sequência Fedathi era denominada de MacLane, em homenagem ao matemático estadunidense Leslie Saunders MacLane (1909). No ano 1996, após a conclusão do pós-doutorado na área de Ensino de Matemática na França, o criador, professor Dr. Hermínio Borges Neto, alterara o nome da sequência para Fedathi, em homenagem aos seus três filhos- Felipe, Daniel e Thiago, sendo, assim, conhecida até os dias de hoje.

A Sequência Fedathi é uma proposta teórico-metodológica desenvolvida pelo Laboratório de Pesquisa Multimeios, sob coordenação do citado Professor-Pesquisador, na Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, tendo em vista as experiências na Educação Básica e na Educação Superior, nos campos da Matemática e das Ciências (BORGES NETO, SANTANA, 2011, p.12), estudando a Lógica-Dedutiva-Construtiva, em que

- O raciocínio lógico-matemático vem a ser os algoritmos de comparação, representados por Piaget;
- Raciocínio matemático são os algoritmos com procedimentos; e
- Raciocínio lógico é o raciocínio que se tem para resolver problemas apenas com lógica, sem a necessidade de saberes matemáticos.

De acordo com o criador dessa proposta metodológica, o mais importante é que se desenvolva o raciocínio matemático, com suporte na sequência, constituindo uma preocupação no processo de ensino-aprendizagem. É dessa maneira que a Sequência Fedathi se estrutura, ao mesmo tempo se adaptando para poder ser utilizada em qualquer disciplina.

De acordo com os PCN (BRASIL,1997, p.22), o ensino de Matemática deve abordar conteúdos no intuito de

> [...]desenvolver ideias fundamentais (como as de proporcionalidade, equivalência, etc.) e devem ser selecionados levando em conta sua potencialidade quer para instrumentação para a vida, quer para o desenvolvimento do raciocínio, que nem sempre são observadas.

Para Igliori (1999, p.89), por sua vez, "o objetivo principal da educação matemática não é só a valorização exclusiva do conteúdo, mas, acima de tudo, é também a promoção existencial do aluno através do saber matemático".

Ao encontro dessas expectativas, a Sequência Fedathi nos mostra uma metodologia voltada para a posição do professor em sala de aula. Nessa proposta, o docente é o mediador do aluno com o conhecimento, rompendo com o estilo de aula centrada apenas no educador. A intenção é de reproduzir em sala de aula o trabalho investigativo e de descobertas de um matemático e, consequentemente, de reaver o caráter investigativo dessa Ciência. Nesse caminho, surge esta indagação: Qual a diferença entre o matemático e o professor de Matemática? Esse dilema mostra que, separadamente, essas duas funções são de grande importância para a Educação, mas juntas, têm um valor ainda maior, pois o matemático em si, tem o papel de investigar, pesquisar, fazer descobertas ao passo que o professor de matemática tem de saber fazer a transposição didática e encantar o aluno com as delícias de tal ciência.

Nem todos os alunos conseguem seguir o mesmo ritmo de aprendizado. Apesar disso, entretanto, na Sequência Fedathi, faz-se necessária a grande participação do estudante nas aulas, pois somente assim o aluno fala e o professor, com papel de mediador, escuta. Há vários obstáculos, todavia, que atrapalham a aplicação da Sequência Fedathi. Dentre estes, temos a lotação em algumas salas, a má preparação do professor, e a falta de estrutura (míngua de materiais necessários) oferecida ao professor, dentre outros.

Muito parecida com outras metodologias já conhecidas e utilizadas, a Sequência Fedathi se diferencia pelo fato de referenciar as etapas do trabalho científico do matemático.

De acordo com Fontenele, ao discorrer sobre a Sequência Fedathi, pode-se dividir tal metodologia em quatro etapas sequenciais e interdependentes. A pesquisadora assinala que,

> Para tanto, uma aula de matemática, ao ser elaborada segundo seus pressupostos, sempre abordará quatro momentos: tomada de posição, maturação, solução e prova que poderão aparecer uma única vez, ou várias vezes, dependendo do seu planejamento. (FONTENELE , 2013, p.23).

Essas etapas são de enorme importância para que a Sequência Fedathi tenha sucesso em sua aplicação. O mais importante é que ela não é aplicável apenas aos alunos com dificuldade, mas também aos que têm facilidade e aptidão com o raciocínio matemático. Outra observação importante a respeito desta sequência é que ela não tem foco apenas na Matemática, podendo ser utilizada em toda e qualquer ciência, basta saber aplicá-la de acordo com um planejamento adequado. Para isso, vale destacar o papel do docente que, de acordo com Santos (2015), está frente a essas etapas. O professor tem o papel de acompanhar todo o processo de elaboração e desenvolvimento do raciocínio e não somente validar o produto final. É de grande relevância que o professor esteja acompanhando, de maneira a mediar toda a aplicabilidade das etapas da sequência, para que esta venha a causar influxo positivo nos resultados do aluno.

Há quatro etapas que estruturam a Sequência Fedathi, a saber: tomada de posição, maturação, solução e prova. Essas serão explicadas mais detalhadamente nos parágrafos seguintes.

A etapa de tomada de posição acontece após a explanação do conteúdo. Nela, o professor exprime o problema, "partindo de uma situação generalizável, ou seja, de uma circunstância possível de ser abstraída de seu contexto particular, para um modelo matemático genérico". (BORGES NETO, SANTANA, 2011,p. 21). Ainda sobre a tomada de posição, Santos acentua que,

> Nessa etapa, a professora exibe o problema para os alunos, partindo de uma situação generalizável de uma circunstância possível de ser abstraída de seu contexto particular, para um modelo matemático genérico, ou seja, ocorre à apresentação do problema, podendo ser de forma escrita, verbal, jogo, material concreto, perguntas e recursos tecnológicos. O intuito desta etapa, a priori, foi instigar dos referidos seus conhecimentos prévios sobre o assunto. (SANTOS, 2015, p.35)

Durante a maturação, ocorrem a compreensão e a identificação das variáveis envolvidas no problema. Nesse período, o diálogo entre professor e aluno é fundamental, pois é quando ocorre o entendimento da situação-problema. O escolar organiza seus pensamentos, interpreta a questão e tenta encontrar, mediante discussão em grupo sobre o tema, a melhor maneira de resolvê-la. Além disso, a etapa de maturação proporciona um diagnóstico acerca do nível de compreensão dos estudantes (SOUSA, 2013). Quanto a isso, Santos (2015) assinala que:

> O papel do professor nesta etapa é estimular e desenvolver a parte reflexiva levantando hipóteses para que solucionem o problema em discussão, vale ressaltar que nessa fase pode-se considerar a mais importante e delicada, pois é onde os mesmos entram muito em conflitos de conhecimento é um campo que gera muitas dúvidas e questionamentos e com isso, haverá a intervenção de forma clara e objetiva. (SANTOS, 2015, p. 36).

No terceiro momento, intitulado “solução”, ocorre a representação de esquemas ou modelos que visem à solução do problema. Alunos fazem a exposição das possíveis saídas para resolver a questão, a qual pode ser feita por meio de desenhos, gráficos esquemas e verbalizações (SOUSA, 2013). De acordo com os apontamentos de Santos (2015):

> Nesta fase, é importante o professor deixar os alunos à vontade, dando-lhes tempo para refletirem e construírem suas soluções, fazerem suas avaliações e confrontarem as suas com as respostas dos colegas. Na discussão, poderá haver desentendimentos, à medida que cada um defender a sua solução ou aceitar que a resposta do outro é a correta. O professor continuará mediando as discussões, estimulando e discutindo junto aos grupos ou de forma individual com cada aluno as resoluções do problema, pedindo que eles expliquem o porquê de terem realizado determinado caminho até chegar determinada solução. (SANTOS, 2015, p.39)

Por fim, há a etapa de “prova”, quando sucedem a apresentação e a formalização do modelo matemático a ser assimilado. Nessa quadra, a final, o professor mostra como solucionar o problema. Além disso, ele deve fazer conexões com os outros modelos e mostrar que, com o aprendizado daquela questão, o aluno será capaz de responder outros problemas daquele nível. Nessa perspectiva, Santos (2015), expressa que:

> Compreende a apresentação e a formalização do problema referente ao conteúdo proposto a ser ensinado, que deverá ocorrer após as discussões feitas na fase da solução. Essa é a fase em que o professor formaliza o novo conhecimento, a partir da construção dos alunos, fazendo a relação da construção deles com o conhecimento científico. No final do processo, o problema deverá ser compreendido e internalizado ou assimilado por todos. (Idem, p.40)

É importante esclarecer que o professor deve respeitar a sequência de etapas propostas durante a sua aplicação,

> Borges Neto ressalta que uma das características importantes na aplicação da Sequência Fedathi é a realização, de forma sequencial, de todas as suas etapas, afirmando que só assim se pode produzir os resultados esperados na aprendizagem. (SOUZA, 2013, p.35)

De acordo com os PCN,

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL. 1997, p.36)

3.3 A relação metodológica entre Sequência Fedathi e Análise de Erros

Na sala, há diversos tipos de alunos matriculados. Existem aqueles que frequentam todas as aulas, participam do total das atividades e se saem bem nos exames; também se registram aqueles que aparecem e participam, mas que não conseguem um bom rendimento nas provas; os que frequentam e não participam, podendo ter bons resultados ou não; e temos também “estudantes” que não frequentam, não sabem o conteúdo e, consequentemente, não têm conhecimentos suficientes para se saírem bem na prova.

Ante tantas situações, como obter apenas uma estratégia para resolvê-las? Para cada realidade, há uma saída, e esse recurso tem que ser sempre pensado visando à aprendizagem do conteúdo. Uma avaliação não mede o conhecimento total. Mesmo aquele aluno que gosta de estudar, tem aptidão para uns conteúdos e, para outros, não. Aprendem com facilidade uma matéria, mas têm dificuldade em outra. Aquele considerado com rendimento insatisfatório, por não ter nota boa em uma ou duas disciplinas, pode ficar desmotivado para aprender de maneira geral.

Um dos problemas que dificultam o aprendizado da Matemática é a maneira como a temática é abordada. Deve importar ao professor não apenas a transmissão do conteúdo, a quantidade exigida pelo sistema, o cumprimento da sequência do planejamento. O educador há que se preocupar, sobretudo, com a qualidade do ensino. Não se há de passar para outro conteúdo sem que se tenha um aprendizado satisfatório da turma inteira. Sabe-se que, na prática, o docente deve saber fazer as duas coisas andarem juntas, quantidade e qualidade, o que é um desafio a esses profissionais. Por mais que o professor se esforce, o aluno é que está no centro do processo de aprendizagem, de modo a ser ele que tem de assimilar e estabelecer o conteúdo, para que obtenha sucesso em seus estudos.

Todas as escolas têm uma grade curricular e um planejamento a obedecer: esse é o tempo didático. Este deverá andar próximo ao período de aprendizagem, pois este tempo tem o sujeito como foco, e cada pessoa tem seu tempo para determinado aprendizado. Não conseguindo, por vezes, conciliar o tempo didático com o de aprendizado, alguns docentes procuram a maneira que julgam mais eficaz para manter o nível da turma. Nesse sentido, alguns educadores baixam o nível do conteúdo, satisfazendo alguns e prejudicando outros.

O ensino-aprendizagem, em geral, e, em especial, o da Matemática, é bastante complexo. Segundo Rego (1995, P.75), referenciando Vygotsky, “o aprendizado de modo geral e o aprendizado escolar em particular, não só possibilitam como orientam e estimulam processos de desenvolvimento”. O aprendizado é o encarregado de criar a zona de desenvolvimento proximal, pois, é com apoio no convívio e interação com outras pessoas que as crianças se tornam capazes de desenvolver atividades que, de início, não conseguem sozinhas, mas que, com a ajuda de um adulto ou de uma pessoa mais experiente, logram desenvolver e aprender, sendo capazes de, mais tarde, fazê-lo sozinha.

Para este trabalho, estão sendo relacionadas duas metodologias de ensino-a Sequência Fedathi e a Análise de Erros-firmando a importância do saber-fazer em sala de aula. O papel do professor é buscar, em várias metodologias distintas, uma solução para as dúvidas dos alunos. Em uma sala de aula, nem todos os educandos têm o mesmo nível de aprendizado, pois uns aprendem mais rápido do que os outros. Uns aprendem de uma maneira e outros de outra. A Sequência Fedathi é uma proposta metodológica que acompanha o aluno do início ao fim, deixando-o à vontade para desenvolver e expor seu raciocínio quanto ao tema. E, após as tentativas necessárias e suficientes para concluir a questão, seu aprendizado terá tido um processo de formulação bem elaborado.

A Análise de Erros espera que o aluno erre para, com base nessa ocorrência, iniciar outro processo. Isso causa no aluno certo desconforto, pois errar, para muitos, significa fracasso. E, naturalmente, os educandos não querem fracassar. Por outro lado, o acerto, não necessariamente, significa sucesso no aprendizado. Nem sempre o aluno que acerta tem segurança ou sabe muito do assunto. O aprendizado real só é alcançado quando o educando acerta porque sabe. Se o professor, instigando o seu nível, alterar a questão, ainda assim, esse estudante conseguirá êxito. O educador deve fazer com que o próprio aluno reconheça o acerto ou o erro. Se há um equívoco, o estudante deve perceber onde errou, por que errou e como corrigir. Talvez o resultado final não seja o correto nas primeiras tentativas, mas o enfoque está na elaboração do conhecimento feita até ali.

O estilo de aula centrada no professor se expressa como ineficiente para o ensino de Matemática. Estudos retrocitados, do PISA, apontam o fato de que alunos chegam ao Ensino Médio sem saber trabalhar operações matemáticas simples (BRASIL, 2016). Assim, torna-se evidente que o ensino centrado no professor e na memorização por parte do aluno não é uma estratégia eficiente.

Como defende Freire (1996, p.15), “formar é muito mais do que puramente treinar o educando no desempenho de destrezas”. Estimular a autonomia do aluno para que ele estabeleça os próprios conhecimentos exprime-se como uma saída para melhorar seu desempenho. Nesse sentido, o pedagogo pernambucano Freire (1996, p.66) também destaca a importância primordial de respeitar a autonomia do estudante, afirmando que “o respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros”.

Nesse sentido, a Análise de Erros vai ao encontro do que sugere a Sequência Fedathi, no que diz respeito ao papel do professor e do estudante. O primeiro deve agir como mediador e ajudar o outro a constituir o conhecimento de maneira indutiva, com suporte na análise crítica de seus erros.

Nesse sentido, os PCN denotam suas preocupações com as metodologias utilizadas em sala de aula, no caso de uma matéria tão rica e complexa como a Matemática:

> O que também se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos. (BRASIL, 1997, p.22).

A fim de contribuir para a melhoria desse contexto mencionado há pouco, este ensaio retrata reflexões e propõe estratégias para o ensino de frações, visando a estimular a autonomia dos educandos, unindo a Sequência Fedathi e a Análise de Erros, a fim de promover um aprendizado mais autônomo.

Nessa perspectiva, as duas propostas concordam em suas preocupações com o tratamento do erro. Na compreensão de Sousa,

> A Sequência Fedathi propõe que ao deparar um problema novo, o aluno deve reproduzir os passos que um matemático realiza quando se debruça sobre seus ensaios: aborda os dados da questão, experimenta vários caminhos que possam levar a solução, analisa possíveis erros, busca conhecimentos para constituir a solução, testa os resultados para saber se errou e onde errou, corrige-se e monta um modelo. (SOUSA, 2013, p.18).

Ressalta-se o caráter investigativo que o professor deve ter no momento das aulas. O diálogo com o aluno faz-se necessário, desde o momento em que os dois estão com os mesmos objetivos, levando em consideração os conhecimentos já adquiridos e as experiências vivenciadas pelo estudante.

Como exposto anteriormente, na Sequência Fedathi, o professor exerce papel de mediador entre aluno e conhecimento. A metodologia de Análise de Erros, por sua vez, também prevê o papel do educador na qualidade de intermediário, o qual guiará o estudante para perceber e corrigir os próprios erros. O educador deve assumir a posição de orientador, deixando que o aluno se torne protagonista do processo, exercitando seus conhecimentos de maneira mais independente. Assim, resta evidente o fato deque as metodologias citadas funcionam com vistas a promover a autonomia do educando.

A Sequência Fedathi prevê a aula assim estruturada: inicialmente, o educador faz a explanação do conteúdo e, posteriormente, de acordo com as etapas que estruturam a sequência do método, professor e aluno dão continuidade ao processo de ensino-aprendizagem. Nesse ínterim, surgem indagações e formulação de hipóteses por parte dos alunos. O professor, por sua vez, deve manter a atitude, não de responder diretamente às perguntas, mas de guiar para que os alunos mesmos consigam chegar à resposta adequada.

Essa abordagem é positiva para melhorar o desempenho do educando, pois favorece sua autonomia. Aqui, o discente se faz protagonista do processo, pois é ele a buscar soluções, verificar a validade da resposta, identificar o possível erro e procurar estratégias para consertá-lo. O educador participa como orientador nessa empreitada e, no lugar de adotar um discurso prescritivo, orienta para que o próprio estudante faça seu caminho até o saber.

Em consonância com essa metodologia, a Análise de Erros propõe que o educador transmita as estratégias pertinentes para solucionar aquela questão, deixando que o próprio aluno repense e a refaça, até o momento em que ele chegue ao resultado correto. Essa abordagem é interessante, porquanto o aluno aprende e acerta por mérito seu. Isso torna o esquecimento do conteúdo mais difícil, pois aquele aprendizado não foi mecanicamente memorizado, mas foi constituído e fixado por meio de reflexões. Com efeito, o discente é encorajado a assumir papel predominante no seu aprendizado.

Para isso, faz-se necessária uma análise de erros, na perspectiva de que "[...] o erro se constitui como um conhecimento e é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma". (CURY, 2015, p.82).

Assim, por meio dessas metodologias, o professor encoraja a autonomia do aluno e incute um maior interesse pela matéria ensinada. O educador deixa de ser a única fonte de conhecimento e passa a exercer o papel de mediador do aluno com o saber. Esses fatores positivos também vão ao encontro do que preveem os PCN's:

> As experiências escolares com o computador também têm mostrado que seu uso efetivo pode levar ao estabelecimento de uma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Isso define uma nova visão do professor, que longe de considerar-se um profissional pronto, ao final de sua formação acadêmica, tem de continuar em formação permanente ao longo de sua vida profissional. (BRASIL, 1997, p.44)

3.4 Sequência Fedathi e Análise de Erros aplicadas ao ensino de frações

Em relação ao Ensino de Frações, é possível perceber que o sistema de ensino atual colabora para o erro, sem estudá-lo de maneira adequada. Embora saibamos que a Matemática dos dias atuais esteja procurando desmistificar as crenças negativas que há tanto tempo se criaram em torno dela, o sistema permanece bastante voltado para o acerto imediato por parte do aluno. Nesse sentido, Cury (2015, p.37) assevera que "os alunos são pressionados pelo sistema escolar, os erros por eles cometidos são frustrantes, porque os fazem perder tempo e despender esforços na tentativa de evitar a reprovação".

De acordo com experiências vivenciadas quanto ao assunto frações, constata-se que alguns alunos chegam no 6º e no 7º ano esboçando comentários negativos e se mostrando fatigados quanto a esse conteúdo. Analisando as opiniões expressadas pelos discentes, entende-se que eles já estão saturados do conteúdo, ou porque há muitos anos já veem esta matéria frequentemente ou pelo grau de dificuldade de raciocínio que este saber exige. Assim, é notório o fato de que frações compõem uma matéria que requer mais atenção por parte dos professores, visto que, apesar de todos os anos este conteúdo continuar sendo estudando, ele ainda conta com pouco sucesso em sua apreensão.

Cury ressalta uma reflexão importante num dos casos particulares de frações, já que propõe:

> Ambientes de aprendizagem nos quais o potencial dos erros pode ser aproveitado. Sua ideia é usar determinado erro para questionar se o resultado incorreto pode verificar-se, ao invés de tentar eliminá-lo. Por exemplo, um erro bastante comum (e, segundo ela, pesquisado por vários educadores matemáticos) é ilustrado por $\frac{3}{4}+\frac{6}{7}=\frac{9}{11}$. Ao invés de tentar eliminar o erro, reexplicando o processo, recitando a regra da adição de frações e solicitando aos alunos que refaçam o cálculo- o que se mostra ineficiente na maior parte das vezes, especialmente em relação a erros resistentes -, ela sugere que o professor, por exemplo, proponha aos alunos investigar se há algumas frações em que essa “regra” da adição, por eles inventada, funcione. (CURY, 2005, p. 38).

Tais reflexões devem ser conduzidas com cautela e sem generalizações. Portanto, para cada situação, o professor deverá estar preparado com um recurso adequado para a sua solução.

Nesta seção, temos a Sequência Fedathi como suporte teórico- metodológico, com o objetivo de melhorar o ensino aprendizagem das frações, como um conteúdo em particular da Matemática. Santos (2013, p. 98) postula a ideia de que:

> A não compreensão conceitual dos números fracionários pelos futuros professores na educação básica decorre da maneira como este conteúdo é trabalhado no contexto escolar, de forma pronta e acabada, referendada por regras e fórmulas sem a devida compreensão e sem ou pouquíssima relação com o cotidiano.

Nesse sentido Tardif (2002), leciona que,

> A argumentação é, portanto o lugar do saber. Saber alguma coisa é não somente emitir um juízo verdadeiro a respeito de algo (um fato ou uma ação), mas também ser capaz de determinar por que razões esse juízo é verdadeiro. Ora, essa capacidade de arrazoar, isto é, de argumentar em favor de alguma coisa, remete à dimensão intersubjetiva do saber. (TARDIF, 2002, p.196).

O professor, ciente de seu importante papel, se dispõe a ter múltiplas tarefas e um só objetivo: fazer com que os alunos aprendam o que ele quer ensinar. Tardif propõe algumas concepções neste sentido:

> A relação entre o saber do professor e sua atividade não é uma relação de transparência perfeita nem de domínio completo: a ação cotidiana constitui sempre um momento de alteridade para a consciência do professor[...]. Em suma,

> a consciência do professor é necessariamente limitada e seu conhecimento discursivo da ação, parcial.
> O professor possui competências, regras, recursos que são incorporados ao seu trabalho, mas sem que ele tenha, necessariamente, consciência explícita disso. Nesse sentido, o saber-fazer do professor parece ser mais amplo que o seu conhecimento discursivo. (TARDIF, 2002, p.213).

A circunstância de lidar com o erro também faz parte da Sequência Fedathi. Essa ligação entre a Sequência Fedathi, a Análise de Erros e a Matemática é firmada principalmente no sentido de evoluir nos saberes pedagógicos. Partindo disso, percebe-se que alunos já se apropriaram de conhecimentos teóricos e que as práticas de exercícios firmarão tais ensinamentos. Para isso, como anota Pais,

> O aluno deve ser estimulado a realizar um trabalho voltado para uma iniciação à "investigação científica". Nesse sentido, sua atividade intelectual guarda semelhanças com o trabalho do matemático diante da pesquisa, entretanto, sem se identificar com ele. Assim, aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas. (PAIS, 2015, p.35).

4 METODOLOGIA

Esta pesquisa é classificada, quanto aos procedimentos técnicos, como Pesquisa-Ação[3], que tem base empírica, ou seja, é realizada com apoio numa relação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo, no qual nós como pesquisadores, e os participantes, representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. A abordagem é quali quantitativa.

O planejamento e a execução das aulas foram procedidos por nós, com objetivo de vivenciar, de maneira mais próxima, a Sequência Fedathi, e observar mais de perto sua repercussão, refletindo no entendimento e nos melhores resultados dos discentes. Partindo do referencial teórico explanado, tivemos a base para constituir a pesquisa de campo, que se deu com aulas sobre frações. Nessas aulas, foram abordadas as frações, suas operações e particularidades, utilizando a Sequência Fedathi. Foram aplicadas as etapas da Sequência Fedathi ao ministrar as aulas, pausadamente, e esperando o tempo da turma para a realização de cada etapa.

Para que essas aulas fossem bem executadas, foi importante a vivência das aulas que o professor Dr. Hermínio Borges Neto ministrou sobre a utilização da Sequência Fedathi, em uma turma de mestrado na UECE, o PROFMAT. Nelas, foi possível analisar a atitude do professor e a maneira como os alunos reagiam, sem saber que estavam participando de uma metodologia diferenciada. Para aplicar a Sequência Fedathi numa turma de 8º ano, entretanto, foram necessárias algumas adaptações quanto à posição utilizada, pois a turma de 8° ano é bastante diferente da de mestrado, a qual oferece mais maturidade e interesse pelo aprendizado de maneira mais completa. A idade dos participantes também é fator determinante, haja vista, o fato de que diferentemente dos alunos da Educação Básica, os mestrandos souberam se portar de maneira que torne mais eficiente a aplicação da sequência em análise.

---

[3] A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (RUFINO; DARIDO (2010).

Este trabalho contribui para uma reflexão de atitude do professor, refletindo de maneira positiva no processo de ensino-aprendizagem, aumentando a autonomia dos educandos, motivando-os a seguir com seus estudos de maneira prazerosa.

Várias fontes foram consultadas para verificar a importância deste trabalho tendo restado claro, após pesquisa no repositório da UFC, no banco de dados da CAPES, na RPM, na RIPEM, nos trabalhos registrados no VI SIPEM e no XII ENEM, que esta demanda contribuirá positivamente para o âmbito educacional. De todos estes, encontrava-se as palavras–chaves separadamente, ou até mesmo, em duas. O trabalho que envolvia os conceitos essenciais a esta pesquisa foram encontrados no XII ENEM, que foi um trabalho de autoria da própria pesquisadora.

4.1 O *locus* da investigação

O levantamento de dados ocorreu em uma escola da rede estadual de ensino EEFM Professor Paulo Freire, situada à avenida Senador Fernandes Távora, 1936, Henrique Jorge, Fortaleza, Ceará. O estudo sucedeu em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. A escolha do local se deu tendo em vista as nossas vivências prévias na escola, da qual já conhecíamos a rotina, o rendimento e a motivação dos alunos participantes. Além disso, é preocupante o resultado da EEFM Professor Paulo Freire no Sistema Permanente de Avaliação de Educação Básica do Ceará - SPAECE 2016. É uma avaliação que abrange as escolas públicas das redes estadual e municipal do Estado, mensurando os alunos da Educação Básica, desde as etapas de alfabetização até o Ensino Médio, visando a oferecer ensino de qualidade a todos eles do 2º, 5º e 9º ano do EF e 3º ano do Ensino Médio, testes de desempenho e questionários contextuais que possibilitam, ao final, a coleta de dados e estatísticos para análise geral e específica, já que o resultado sai por escola e/ou por aluno.

O resultado da escola, por sua vez, teve como média de proficiência 241,7, o que deixa abaixo da média do Ceará. Analisando-se, porém, resultados anteriores, tem-se um aumento. Como não há SPAECE no 8º ano, que é a série que está em análise neste trabalho, serão analisados os dados dos alunos do 9º ano, que não deixam de exprimir dificuldade como problema desta pesquisa; no Ceará, a média de proficiência foi de 246,1, que é uma média de aptidão dos alunos, avaliados pelos testes cognitivos, em comparação com os anos de 2014 e 2015, com um aumento, mas considerando-se 2012 e 2013, temos uma oscilação.

Para a realização desses procedimentos da pesquisa, fez-se necessária a autorização da escola, por meio de aprovação, por parte do núcleo gestor, autorizando, inclusive, o uso de materiais concretos e de laboratório de informática mediante reserva. A escola autorizou ficar o tempo necessário para a obtenção dos dados indispensáveis para a conclusão deste trabalho.

4.2 A escolha dos participantes

Escolhemos aplicar a pesquisa com o 8º ano desde o momento em que alguns fatores foram percebidos e analisados por nós.

- Exercícios que envolviam números fracionários não eram concluídos;
- Resultado do SPAECE do 9º ano, ainda, aponta a deficiência dos alunos com o tema;
- Dados como o PISA (2012), ao demonstrar que dois em cada três estudantes de 15 anos no Brasil não sabem trabalhar operações matemáticas simples, tais como as frações.

Após três anos lecionando Matemática em turmas de 8º ano, percebe-se com precisão que os alunos demonstram dificuldades de aprendizado ainda em conteúdos vistos desde o 5º, 6º anos. Nessas observações, ficou evidente para nós que essa deficiência acarreta problemas nos conteúdos subsequentes, já que alguns conhecimentos matemáticos servem de base para os seguintes.

Assim, o motivo desta aplicação acontecer no 8º ano é investigar os fatores que tornam este aprendizado tão fragilizado. Logo, contamos com uma amostra de dez alunos de uma turma de 8º ano, onde foram ministradas aulas, iniciando com o *Plateau*, para termos conhecimento do que eles sabiam de início. Utilizando a Sequência Fedathi e Análise de Erros, consideramos perguntas, observações e comentários, principalmente os erros cometidos por eles.

No horário da escola há cinco aulas destinadas a disciplina de Matemática por semana. Para a realização desta pesquisa foram utilizadas dez aulas, tendo uma duração de 50 min cada. Foram acordados com o núcleo gestor que os encontros seriam realizados 2 a 2, na semana de prova. Os fatores que favoreceram foram:

- Não tirariam os alunos de nenhuma aula, não atrapalhando o andamento destes em outra disciplina;

- Não poderia ser no contraturno para que eles não precisassem pagar outra passagem para vir à escola no outro turno, evitando eventual falta e prejudicar a pesquisa com evasão; e
- A última opção que surgiu, mas que não fluiu, foi que os encontros acontecessem após o horário de aula. Foi descartado, porque as aulas acabam 11h50min (manhã) e às 17h50min (tarde), de modo que eles ficariam dispersos por estarem cansados, com fome, e ainda haveria o perigo para irem à parada de ônibus sozinhos, já que o restante da escola já teria sido liberada.

4.3 Seleção do conteúdo abordado: frações

A investigação foi realizada com estudantes da turma do 8º ano do Ensino Fundamental, escolhidos de forma aleatória, com aulas de Matemática utilizando o tema Frações. Por mais que este conteúdo não componha a lista de conteúdos para esta série, ainda há uma precarização no que diz respeito ao conceito e ao aprofundamento do tema.

Até o 8º ano do Ensino Fundamental, o tema Frações ganha debate com um capítulo próprio no livro didático adotado. Após esta série, o conhecimento constituído acerca do conteúdo supracitado se torna um pré-requisito para outros temas como equações, funções, trigonometria, entre outros. Portanto, é de enorme importância, para estabelecer desses novos conhecimentos, o aprendizado do conteúdo de frações.

Nas aulas, foram apresentadas as metodologias que seriam utilizadas na Sequência Fedathi para ministrar os encontros e Análise de Erros para que pudessem ver uma nova maneira de lidar com eles. Foram utilizadas, também, além das metodologias, técnicas expositivas, para explanar as definições, propriedades, exemplos contextualizados com suas rotinas e o jogo dominó de frações, respeitando sempre o tempo deles para que não houvesse interrupção no processo de aprendizado.

4.4 Coleta de dados

Foram tomados dez alunos, aleatoriamente, para serem objetos desta dissertação. A série escolhida para o propósito deste trabalho possui 35 alunos. Eles foram convidados a participar de aulas que ocorreriam após a aplicação das provas que estavam acontecendo de acordo com o cronograma da escola. Essas aulas contaram com as etapas da Sequência Fedathi em seu planejamento. Para auxílio no levantamento de dados, foi necessária uma análise dos erros deles, para que obtivéssemos os resultados de maneira mais visível.

Para coleta de dados, aplicamos um questionário na primeira e na última aula, com questões abertas, a fim de avaliar o estado inicial e final dos alunos quanto à Matemática e ao conteúdo de frações. A cada aula ministrada, foi aplicado um exercício-teste diagnóstico, em horário de aula, sobre o conteúdo de frações, sob indicação do *Plateau*, para esclarecer o nível de conhecimento da turma. Cada exercício é composto por 5 questões de nível fácil a razoável (ver apêndice), às quais os alunos responderam, explicando, também, como conseguiram chegar àquele resultado. Depois da aplicação desse exercício, os resultados foram arquivados para futura comparação.

Ao fim destas aulas, um novo exercício foi aplicado, para verificar onde os erros persistiram. Foram corrigidos os erros junto aos alunos, utilizando a Sequência Fedathi, e foi feito um levantamento de dados com base em dois exercícios e questões corretas e erradas, antes e depois de cada aula. Os resultados do exercício mais recente foram utilizados para análise e comparação ao anterior, para que fizéssemos um levantamento das questões erradas nos dois exercícios. De tal modo, foi possível diagnosticar para cada participante as questões que erraram no primeiro exercício e que acertaram no segundo bem como o número de questões finais corretas.

4.5 Recursos

Os recursos necessários para a realização desta pesquisa foram:

- Uma sala de aula com pincel e apagador;
- Material didático – livro utilizado pelos alunos;
- Laboratório de informática;

- Computadores, projetor; e
- Material concreto – dominó de frações.

4.6 Cronograma

Quanto à ordem de acontecimentos para a realização desta pesquisa; observemos o que vem na sequência.

1 Identificação do problema;
2 Levantamento de dados sobre o assunto (SPAECE, PISA, banco de dados CAPES, repositório UFC, revistas nacionais e internacionais);
3 Processo de pesquisa, fazendo uma revisão bibliográfica e referencial teórico;
4 Planejamento da aplicação das aulas; e
5 Aplicar as aulas.

Em sua execução, o cronograma ocorreu da seguinte maneira:

Quadro 1 – Conteúdo da Aula.

Data	Conteúdo da aula
15.02.17	Aula 1: Questionário 1 – abordando noções gerais sobre o tema. Aula 2: Noções básicas sobre frações(definição, exemplos, onde encontrar, nomenclatura, numerador e denominador).
16.02.17	Aulas 3 e 4: Tipos de frações: Frações próprias, impróprias, aparente, equivalente, simplificação de fração e comparação.
17.02.17	Aulas 5 e 6: Adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes.
20.02.17	Aulas 7 e 8: Multiplicação de frações

21.02.17	Aula 9: Divisão de Frações Aula 10: Questionário 2 – abordando dados que relacionam a participação dos alunos e a pesquisa.

Fonte: Pesquisa.

4.7 Aspectos gerais dos instrumentos de investigação

Um dos requisitos básicos para a elaboração dos instrumentos, assim como a análise de dados, não é apenas a participação nas atividades e comportamento ante as situações-problema, mas também o histórico e trajetória escolar, no que diz respeito ao aprendizado do tema em destaque.

A seguir serão mostrados os questionamentos feitos aos alunos, um a um, explicando os resultados esperados e os objetivos a serem alcançados com a solução correta.

No primeiro momento, pretendíamos verificar o embasamento dos alunos sobre noções de fração, exemplos do cotidiano, também no ambiente escolar e de observação notória. Essa questão não requer muitos conhecimentos sobre o tema.

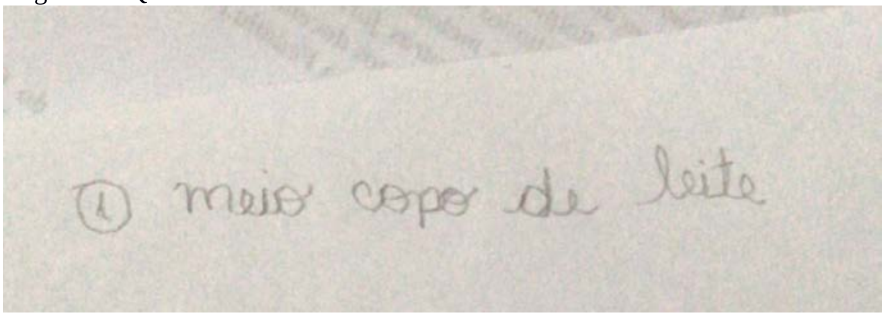
Quadro 2 – questão 1.

1. O dia tem 24h e cada pessoa distribui este tempo de acordo com sua necessidade. Tem a hora de acordar, de ir à escola, hora do almoço, de brincar, enfim, tiramos sempre um tempinho para fazermos as obrigações e também coisas as quais fazemos por prazer. Nesse contexto, encontramos os números em tudo que fazemos, e as frações não ficam fora dessa lista. Sabendo disso, escreva exemplos que mostre a utilização dos números no nosso dia-a-dia, representados em forma de fração.

Fonte: Adaptado de Souza e Pataro, 2012.

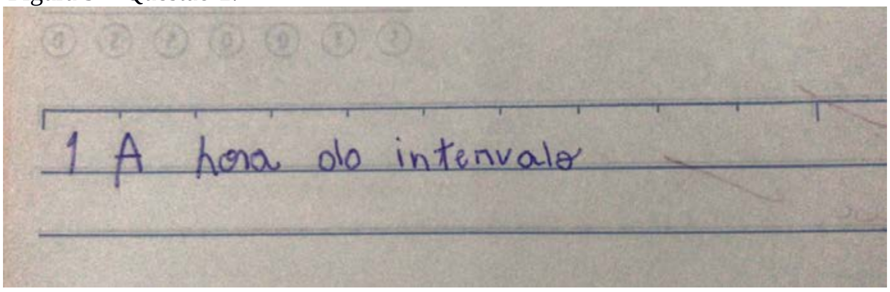
Para este questionamento, esperamos que os alunos fossem capazes de olhar ao redor, o ambiente escolar, e tirar exemplos como a fração de tempo do intervalo, quantidade de lanche que recebem e o que deixam copo cheio ou copo pelo meio, ou ainda quase cheio.

Figura 8 – Questão 1.



Fonte: Pesquisa.

Figura 9 – Questão 1.



Fonte: Pesquisa.

Para essa questão não houve nenhum tipo de erro, eles souberam incluir o ambiente deles, e colocar situações que envolvessem frações. Portanto, 100% satisfatório.

Na questão 2 o objetivo é que o aluno reconheça numerador e denominador, diferenciando-os e saber que os dois formatos indicam uma fração. E, ainda, distinguir os tipos de frações própria, imprópria e aparente.

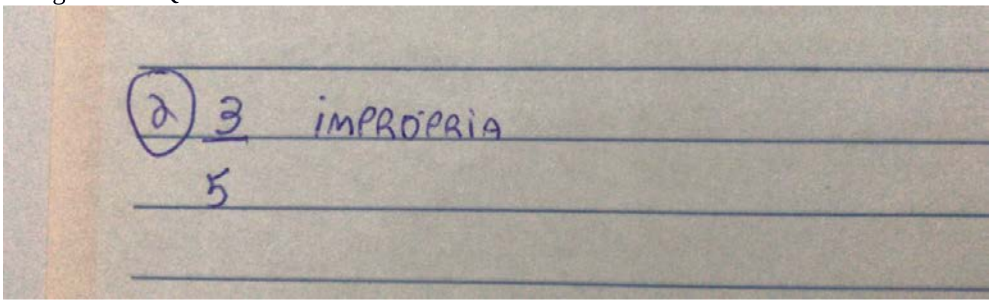
Quadro 3 – questão 2.

2. Escreva a fração correspondente a 3: 5 e em seguida classifique em própria, imprópria e aparente.

Fonte: Adaptado de Souza e Pataro, 2012.

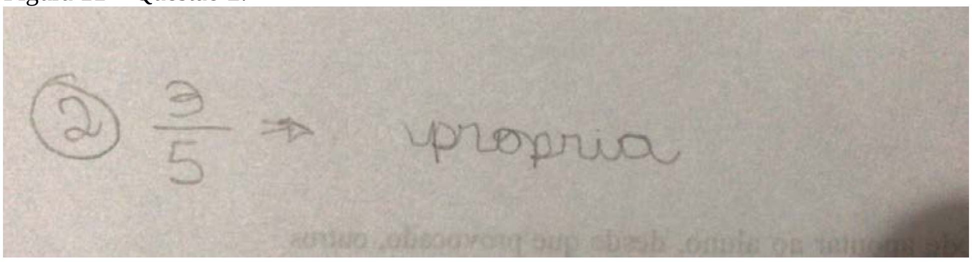
Os resultados esperados para essa questão era de que eles colocassem os números dispostos em formato de fração 3/5 com numerador em cima e denominador em baixo, e, em seguida fizessem a análise dos números e posicionamentos, para que indicassem de maneira correta que a fração em questão seria própria.

Figura 10 – Questão 2.



Fonte: Pesquisa.

Figura 11 – Questão 2.



Fonte: Pesquisa.

Para esta questão dos 10 alunos participantes, 9 acertaram (1 aluno colocou a resposta errada e logo em seguida apagou e corrigiu), representaram a fração com posicionamentos e classificação correta. E apenas 1 classificou a fração como imprópria, mas acertou o posicionamento de numerador e denominador. De acordo com a classificação citada acima esse erro é devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios (deficiência de pré-requisitos) são os cometidos por deficiências na manipulação de algoritmos, fatos básicos, procedimentos, símbolos e conceitos matemáticos.

Para a questão 3, é necessário um pouco mais de habilidade e conhecimento do tema, uma vez que é exigido do aluno que traga conhecimentos adquiridos anteriormente, como: noção de maior e menor; MMC(Mínimo Múltiplo Comum) permitindo que se tenham denominadores em comum, para que seja feita uma comparação entre as frações e, ainda, que possam aplicar os conceitos de fração equivalente e fração irredutível ou, até mesmo, uma representação gráfica, pois a questão permite esse leque de oportunidades para que o aluno chegue ao resultado esperado.

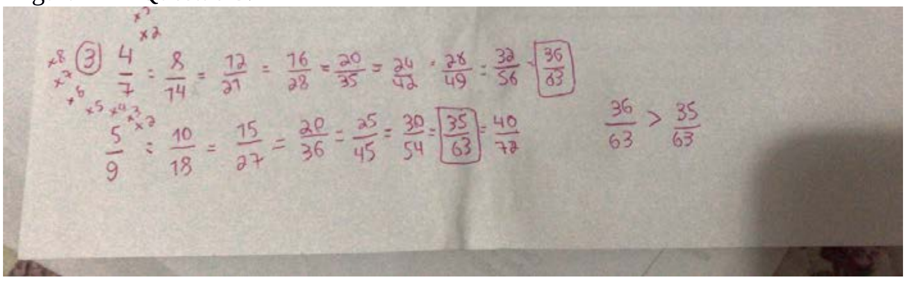
Quadro 4 – questão 3.

3. Em uma escola de idiomas, 4/7 dos alunos cursam inglês e 5/9, espanhol. Nessa escola, há mais alunos cursando inglês ou espanhol?

Fonte: Adaptado de Souza e Pataro, 2012.

Na 3ª questão, é esperado que os alunos façam uma representação gráfica, ou que, ainda, façam a comparação numérica, com MMC ou frações equivalentes, e depois cheguem à conclusão de que na escola há mais alunos cursando inglês do que espanhol, no caso 4/7 > 5/9.

Figura 12 – Questão 3.



Fonte: Pesquisa.

Enquanto uns tiveram paciência de fazer frações equivalentes outros preferiram “chutar” e contar com a sorte. Nesta questão 7 acertaram e 3 erraram. Erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes: são produzidas por aplicação de regras ou estratégias semelhantes em diferentes conteúdos.

A questão seguinte inicia o trabalho das frações envolvendo as quatro operações.

Quadro 5 – questão 4.

4. O consumo de água tem os mais diversos fins, podendo ser industrial, doméstico ou agrícola. A distribuição desse consumo é feita da seguinte maneira:

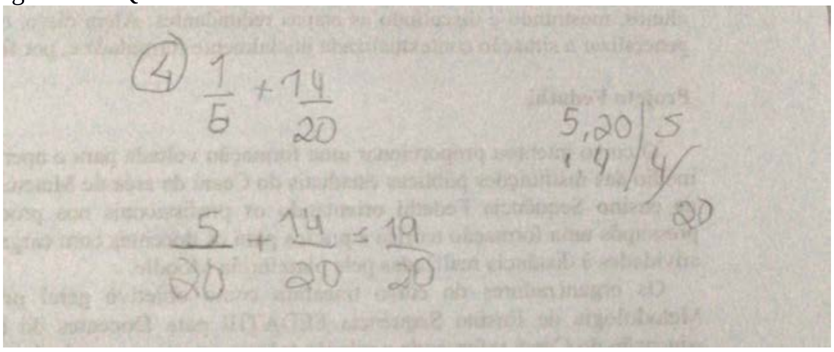
- **1/5 – Industrial**
- **1/10 – Doméstico**
- **14/20 - Agrícola**

Que fração do consumo de água é destinada à indústria e à agricultura?

Fonte: Adaptado de Souza e Pataro, 2012.

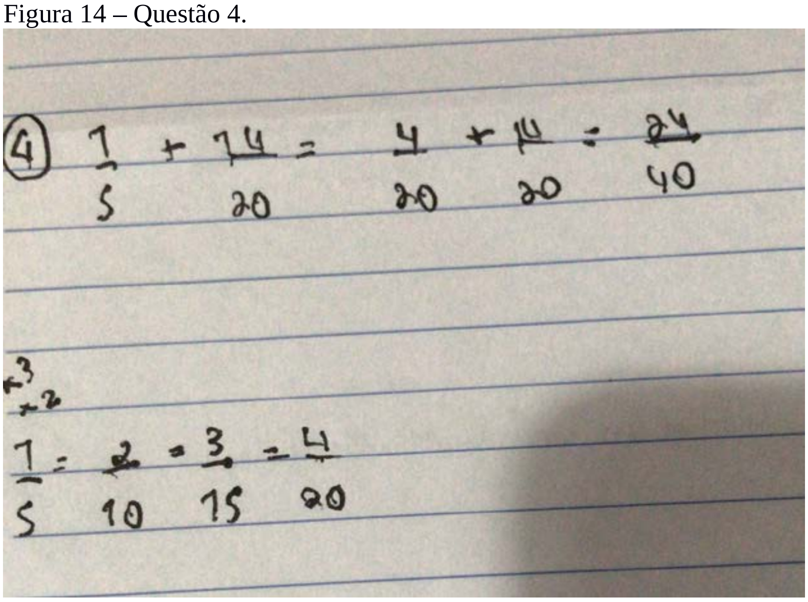
Para esta, são necessários conhecimentos mais aprofundados, pois é preciso fazer a interpretação do gráfico, identificar que fração corresponde ao setor solicitado e efetuar sua soma das mesmas. No caso, espera-se que o aluno consiga assinalar a fração 1/5 para o setor industrial e 14/20 para o setor agrícola e, com isso, efetuar a soma. Para esse caso, o resultado pode ser proveniente do uso do algoritmo, mas também pelas frações equivalentes, tornando o denominador comum, pois, como são múltiplos, o denominador comum é o 20 (o valor maior), não sendo necessário, neste caso, o MMC. Ao fim, com o resultado em mão, esperamos ainda, que o aluno simplificasse a fração, tornando-a irredutível e encontrando o valor 9/10 como resposta final.

Figura 13 – Questão 4.



Fonte: Pesquisa.

Figura 14 – Questão 4.



Fonte: Pesquisa.

Para esta questão temos um pouco mais de cuidado, porque envolve soma, e dependendo de como o aluno se sinta mais a vontade de resolver ele pode assumir um caminho mais complicado e, porém mais vulnerável ao erro. Nesta questão tivemos 1 erro de soma, 1 de multiplicação nas frações equivalentes e 2 no MMC.

Neste caso temos erros devido a dificuldades para obter informação espacial (dificuldades em obter informação a partir de representações gráficas):

aparecem na representação espacial de uma situação matemática ou um problema geométrico.

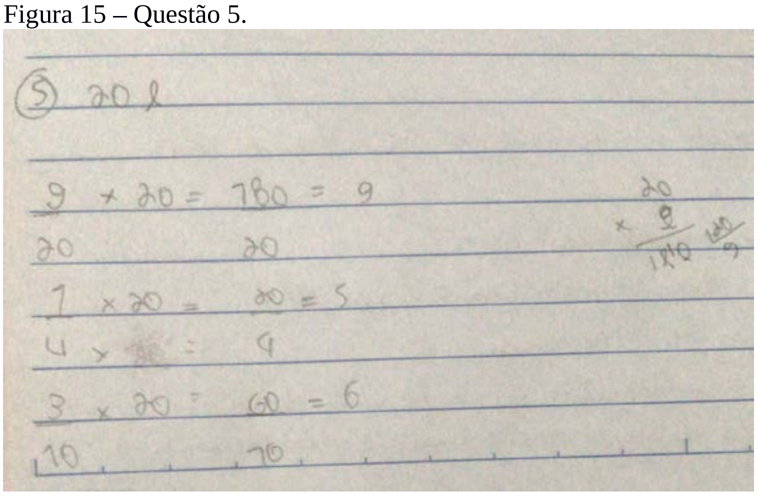
Quadro 6 – questão 5.

5. Um pintor, para obter 20L de tinta de certa tonalidade, misturou três cores. Sabendo que da mistura obtida 9/20 eram de tinta branca, ¼ de tinta vermelha, e 3/10, de tinta azul, quantos litros de cada cor de tinta o pintor misturou?

Fonte: Adaptado de Souza e Pataro, 2012.

A questão de número 5 tem o objetivo de relacionar o número 1 como elemento neutro da multiplicação e divisão, favorecendo a elaborar a fração e a aplicar o algoritmo. Esperamos deles que tenham organização e que façam uso do algoritmo ou da representação gráfica para que encontrem os resultados: tinta branca: 9L; tinta vermelha: 5L; tinta azul: 6L.

Figura 15 – Questão 5.



Fonte: Pesquisa.

Nesta 5ª questão não houve erros, foi uma questão cautelosa, pois, todos conseguiram chegar ao resultado esperado.

A questão seguinte trata de divisão de frações:

Quadro 7 – questão 6.

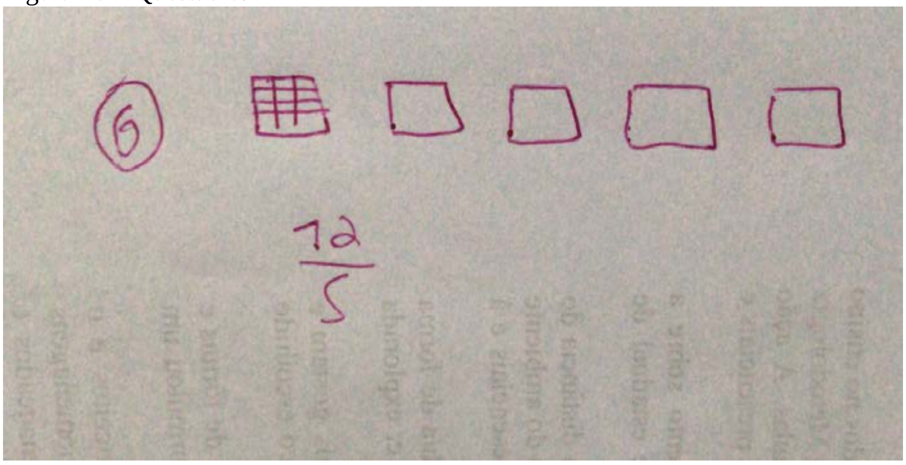
6. Um placa de isopor foi dividida em 5 partes iguais. Sabendo que uma dessas partes será dividida em 12 pedaços iguais, que fração cada um desses pedaços representa em relação ao total da placa de isopor?

Fonte: Adaptado de Souza e Pataro, 2012.

Para essa questão é necessária uma ideia de aplicação de divisão, o que nem sempre resta claro aos alunos. A grande dificuldade encontrada desde os números naturais é a escolha da operação matemática correta para resolver a questão. E, mais uma vez, essa questão pode ser respondida pelo algoritmo ou pela representação gráfica, chegando ao resultado 1/60.

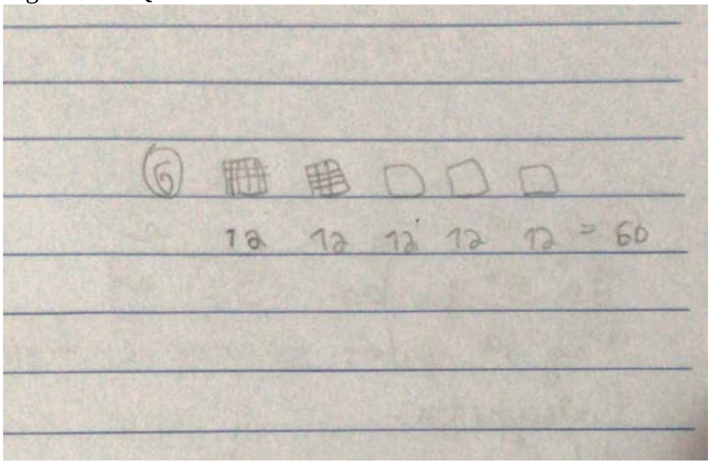
A divisão quase sempre baixa os índices de acertos dos alunos. E para essa questão não foi diferente. Dos 10 participantes, 5 acertaram e os outros 5 foram fazendo a interpretação da questão à sua maneira e não tiveram um rendimento satisfatório.

Figura 16 – Questão 6.



Fonte: Pesquisa.

Figura 17 – Questão 6



Fonte: Pesquisa.

Neste caso os erros são devido a associações incorretas ou a rigidez de raciocínio, causados pela falta de flexibilidade no pensamento para adaptar-se a novas situações.

5 ANÁLISE DOS DADOS

A análise foi feita inicialmente pelo questionário (em anexo) onde havia questões nas quais os alunos davam sua opinião sobre o tema frações e as dificuldades encontradas por eles, ante esse assunto.

Em um segundo momento e no decorrer dos encontros foram resolvidas 6 questões, que reforçavam o conteúdo e suas aplicações.

Para melhor organização, esse questionário inicial será encontrado nesta pesquisa referenciado como Q1, os exercícios que a pesquisa utilizou como E1 e o questionário realizado após as aulas como Q2. Os alunos participantes serão chamados aqui como A1(aluno 1), A2(aluno 2), e assim por diante até o A10 para aluno 10.

Os resultados dos questionários e dos exercícios serão mostrados em conjunto, de acordo com sua categoria. No primeiro instante, teremos a primeira categoria sendo: Noções de Fração. Para a primeira categoria, serão utilizadas a 1ª questão do Q1 e a 1ª questão da E1. Esse momento foi bem no início da primeira aula, no questionário, quando foi indagado sobre o que é fração.

A1: Antes eu sabia tudo, agora sei o básico.

A2:Não sei, porque faz tempo que não resolvo uma fração.

A3:Não lembro.

A4:Que é quando tem dois números, um em baixo e outro em cima com um traço no meio. Ex: ½.

A5:Não sei, não lembro, porque faz tempo que não vejo fração.

A6:Eu não lembro mais de nada. Não consigo entender matemática.

A7:Eu não lembro porque faz tempo que aprendi.

A8:Eu não me lembro muito bem, já está com tempo que não nada sobre frações.

A9:Não sei muito o que é fração, porque não prestava atenção.

A10:Eu sei um pouco multiplicar, mas não sei MMC, acho um pouco complicado e por muitas das vezes não prestei atenção nas aulas que falavam sobre isso.

Pelo que se pode perceber, a maioria dos alunos não se lembra do conteúdo, pois, uns dizem que não prestavam atenção, outros falam que faz tempo que trabalharam com frações, o que chega a ser intrigante, porque os números fracionários aparecem no 8ºano em quase todos os conteúdos abordados. As respostas se repetiram no questionário e no exercício. No decorrer da aula, comentários como “A3: Ah! Era isso mesmo que estava pensando e fiquei com medo de não ser”.

Quando foi perguntado sobre as dificuldades no ensino de Matemática e no ensino de frações, eles responderam:

A1: Dificuldade entre diferenciar numerador e denominador porque me confunde. Eu me confundo muito e não entendo nada por mais que eu queira.

A2: Operações, porque tem cálculos e nos cálculos têm regra e me confunde.

A3:Operações com frações, porque tem muitas regras e eu não consigo entender.

A4:Quando tem a parte de multiplicação e divisão.

A5:Em tudo, sempre tive dificuldade em tudo.

A6:Eu tive muita dificuldade nas operações até eu nem me lembro do que é isso porque naquele tempo o tempo para ensinar isso foi muito curto.

A7:As contas e as regras, me deixam louca, sempre me dá um branco e eu me esqueço de tudo.

A8:Foi a multiplicação porque pegavam os números que tinha que multiplicar os números é também a operação em bastantes regras é um pouco complicado de se entender.

A9:As operações porque não sei calcular.

A10:MMC e dividir, as operações e acho bem difícil quando o número é alto. Tenho dificuldades para calcular. Dividir porque tem muitas regras e é muito difícil pra entender.

Quanto às dificuldades no ensino de Matemática (abordados na questão 5 do questionário inicial), alegaram que a junção de letras e números confundia ainda mais; que, por mais que tentem compreender, “trava” e não conseguem entender. Em relação à questão 4, 100% dos participantes disseram que se soubessem fração teriam tido um rendimento melhor no capítulo de porcentagem, regra de três simples e composta, conteúdos estudados no fim do ano letivo.

A questão 3 do questionário 1 será abordada junto com a questão 1 dos exercícios referindo-se a noção de onde encontrar as frações no cotidiano. Para o questionário, 100% dos participantes não sabiam onde encontrar as frações. No decorrer da aula, durante o conteúdo abordado e de acordo com a metodologia Sequência Fedathi, no período da maturação, o aluno precisa de um tempo para pensar naquela questão e constituir o conhecimento para aquele questionamento. Após as aulas, eles conseguiram diferenciar números inteiros e números fracionários.

Para os exercícios aplicados no decorrer das aulas, houve um pouco mais de dificuldade. Inicialmente foram fornecidos exemplos de frações, tipos de representação, nomenclatura, tipos de frações e comparação, assuntos até então fáceis de abordagem e entendimento. Quando, porém, iniciadas as operações com frações, houve uma resistência maior. Foi necessário rever MMC, foi trabalhada a forma geométrica, e, após algum conhecimento adquirido, foi colocado o jogo dominó das frações. A maioria dos erros ocorreu na adição e subtração, de denominadores diferentes, conforme mostrado na questão 4.

O uso do algoritmo para alguns foi bem favorável, em alguns casos, comprovando que seu uso pode ser aproveitado de maneira positiva, porém não é a melhor saída a todos. A forma geométrica nenhum deles escolheu, A6: “Trabalhar com fração já é difícil, tendo que fazer esses desenhos é pior ainda” e ainda a aluna A5: “Não gosto de questões que tenham geometria, figuras. É muito complicado”.

Cada um teve sua maneira de responder às questões que compunham o exercício. Em todas elas, foi utilizada a metodologia Sequência Fedathi, quantas vezes necessárias, pois, com o erro, a Sequência para na 3ª fase (solução) e volta à 1ª (tomada de posição), para que os alunos consigam entender e resolver a questão com êxito. Em alguns momentos, eles usaram a calculadora, para ajudar a trabalhar com números maiores e assim não dispersarem a atenção no foco.

Nas questões 1, 2 e 3, que abordam os temas iniciais, não foi demonstrada dificuldade nenhuma. Eles apontaram outros exemplos, participaram da aula e soltaram comentários como o da aluna A2: “Se fosse só assim seria mais fácil”, referindo-se a elementos do dia a dia e noção de maior e menor, chegando a praticar frações equivalentes e simplificações. Para essa questão, foi utilizado o recurso do jogo dominó de frações. Foi trabalhado em duplas, com pouca dificuldade, porém eles jogavam à medida que faziam as contas no caderno.

Ao fazer a questão 2, nos deparamos com os alunos se perguntando o que é metodologia. Então foi explicado que é o estudo dos métodos, no caso da aula, o método para ministrar a aula, como fazer àquela hora-aula se tornar aprendizado. A aluna A2 disse que: “a metodologia ajuda, porque você explicou até nós entender e você tem muita paciência com a gente.” A aluna A6: disse que “ajuda, com certeza, pelo fato da paciência, o jeito de falar e pela atenção que o professor dá”, reportando-se às vezes em que houve casos de erro e foi preciso voltar às etapas da Sequência Fedathi, até que chegasse ao resultado esperado.

A questão 4 foi considerada uma das mais difíceis, em relação à resolução. A aluna A8 disse que: “A questão tá fácil de entender, dá para fazer uma boa interpretação, o problema é efetuar as contas”. Com base nesse comentário, o professor interveio com as perguntas norteadoras e necessárias para que a aluna iniciasse o processo de reflexão e tentasse constituir o caminho para a resposta (Qual a fração de cada setor? Para os setores que a questão pede, os denominadores são iguais ou diferentes? Qual o procedimento para denominadores?). Após as perguntas, a aluna continuou pensando, até que iniciou o processo de resolução, conseguiu concluir que tinha que somar, e, de acordo com ela, “tem que tirar o MMC”. Utilizando as frações equivalentes ela conseguiu chegar ao resultado, porém dos 10 alunos participantes, 6 conseguiram responder nessas condições e 4 erraram, no MMC e na fração equivalente. Nenhum usou o algoritmo porquê de acordo com a aluna A3: “é muito complicado, divide por um, multiplica por outro, confunde tudo”.

Na questão 5, não houve dificuldade pois, seguiram o algoritmo e, no final, já tentavam simplificar; ao contrário da questão 6, vencedora em número de erros e dificuldades, onde os alunos tinham como saída a representação geométrica (não agradou em questão nenhuma) ou o algoritmo. De acordo com a aluna A4, “é difícil dividir com números inteiros, imagina com fração”. Eles resistiram bastante até que 100% preferiram cair no algoritmo e transformar a divisão em uma multiplicação. “Agora fica mais fácil que a divisão dos números normais” - disse a aluna A4, quando aplicou a regra e deparou a multiplicação; e se referiu aos números naturais como números normais, levando em consideração tudo o que foi ensinado desde o infantil.

Após o término das aulas, foi aplicado outro questionário (em anexo) para que eles pudessem analisar a nossa mediação, e abrir espaço para eles analisarem também a participação deles na pesquisa. Para tanto, a 1ª pergunta é sobre a influência das aulas (da pesquisa) no aprendizado. Muitas respostas ficaram no muito bom, porém o diferencial foi o esperado pois, a metodologia funcionou na medida em que eles perceberam que o professor estava estabelecendo o diverso na hora daquela aula, o que eles não sabiam explicar. As questões 1 e 3 se complementam e confirmam a importância da previsão do professor, que, fazendo a mediação do ensino com o conhecimento, resulta num aprendizado mais construtivo e em alunos mais interessados pelo conteúdo. O erro, por sua vez, contribuiu de maneira surpreendente, pois, de acordo com a aluna A8: “Quando eu pensei que tinha errado e acabado a questão, a professora me mostra o contrário”, referindo-se ao momento em que ela apresentou um erro e teve que voltar ao início, maturar mais um pouco, refletindo sobre as perguntas que fizemos e o aprendizado que tivera no decorrer da aula.

Como na sala de aula, no horário regular, há um total de 35 alunos, e como os sujeitos da pesquisa só foram dez, eles comentaram no decorrer das aulas que o silêncio, a concentração e a ausência de algumas pessoas fazendo interrupções, rindo, ou no celular, “faziam também a diferença nesse momento”. Essa visão positiva trouxe à pesquisa a concordância de que não é apenas a metodologia, o professor ou o aluno que fazem o “aprender”, mas todo o conjunto. O estudante é o fator passivo nessa história, pois o que não funcionar bem, traz as consequências para eles.

Para finalizar a pesquisa, perguntamos a eles, o que deve melhorar na Educação. Como respostas, tivemos a maioria se referindo à posição do professor e à falta de interesse de alguns alunos. A aluna A2 disse que “tem que ter mais alunos interessados” e a aluna A1 falou que “os professores têm alguns muito ignorantes, o resto tá ótimo”. Ciente de que esta pesquisa busca contribuir para melhor atitude do professor, utilizando para isso a metodologia Sequência Fedathi, essa visão de professor ficou ainda mais clara pela existência das etapas e do modo como a sequência se constitui. Nossa atitude como pesquisadores deixou os alunos certos de que o professor sabendo atuar numa sala onde os alunos queiram aprender, estabelece o diferente, o diverso, por isso tantos comentários acerca da atitude dos outros professores.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Ensino da Matemática, em geral, amostra muitos desafios. Ainda perdura o mito, popularmente conhecido de que a Matemática é um “monstro”, que a aprendizagem desta disciplina é muito difícil. Nessas circunstâncias é possível questionar para que serve a Matemática e o que fazer para quebrar esses bloqueios no aprendizado.

Nesta pesquisa, foram abordados vários conceitos para que ficasse claro seu objetivo. Alguns fatores favoreceram sua execução. Foram realizados estudos, internos e externos à Faculdade, com buscas na internet, na biblioteca, no Laboratório de Pesquisas Multimeios; a escola onde lecionamos nos ajudou, para que este trabalho acontecesse de modo integral. E a vivência com alunos e professores, ao mesmo tempo em que o pesquisador também é aluno e professor, só acrescenta positivamente na sua carreira.

Obtendo resultados satisfatórios à pesquisa, comprovados com base nos objetivos alcançados restam evidencias do fato de que a organização e a fidelidade do pesquisador com a pesquisa vão sempre contribuir para o âmbito acadêmico. Baseada nos estudos e na análise dos dados, pudemos notar que alunos e professores têm seu papel na Educação; que o professor tem de fazer seu papel de mediador e os alunos buscarem o aprendizado, pois se uma das partes não funcionar bem, há uma quebra no processo.

A pesquisa foi planejada de uma maneira, porém, no decorrer de sua aplicação, houve alterações, pois a busca dependia inteiramente da reação dos sujeitos. Assim, quando iniciado a primeira aula com perguntas acerca de noções e operações sobre frações, eles não conseguiram participar, por falta de conhecimento sobre o assunto. Assim, tudo teve que ser adaptado e o que seria avaliação diagnóstica passou a ser apenas um questionário, para que eles pudessem participar, respondendo às expectativas do trabalho.

Assim, as reflexões decorrentes deste estudo apontam para uma necessidade de mudança na posição e rotina do professor. Este tem as seguintes tarefas:

- Planejar suas aulas, seguindo uma metodologia que favoreça o aprendizado, uma rotina de aula, onde se inicie com um objetivo, podendo deixar os alunos participarem desse conhecimento, e que, ao final, professor e aluno possam verificar se aquele objetivo foi alcançado com sucesso. Os alunos sentindo-se parte do processo tendem a participar mais, bem como a cobrar deles mesmos aqueles resultados que eram esperados;

- Propor aos alunos mais situações-problema, exemplos, questões em que eles possam se sentir inserido naquele processo, o que facilita a visão deles na interpretação da questão e na elaboração de um raciocínio para chegar à solução; e
- Promover momentos de debate e discussão, espaços onde eles possam falar, pois seja o que ele falar, pode ser aproveitado para a construção de um conceito que será utilizado na aula, tornando aquele comentário importante para a aula, isto faz com que o aluno se ache com uma participação efetiva diante os outros e, consequentemente, crie uma motivação para que ele continue envolvido com a aula.

Sabe-se que ser professor não é seguir um passo a passo, pois há as interferências, alunos que não querem estar dentro de sala, a estrutura da escola são precária, faltam recursos, porém é com esteio na educação que podemos mudar o mundo. E, assim, é finalizado este trabalho, incentivando e prezando por professores, alunos, escolas e políticos melhores. Que os resultados encontrados nesta investigação, possam vir a auxiliar no raciocínio e implicações favoráveis à educação matemática.

O que foi tecido são possíveis saídas para um ensino mais eficaz, que faça o aluno vivenciar e entrar no mundo da Matemática. O que há aqui é uma tentativa de mostrar ao aluno que a Matemática não é apenas uma ciência abstrata e confusa, longe de seu alcance. Um aluno não aprende um conteúdo de qualquer jeito, nem com apenas uma aula, tampouco com somente uma metodologia. O professor deve estar sempre atualizando seus métodos e procurando o melhor para seus alunos.

REFERÊNCIAS

BEHR, Merlyn J. et al. **RATIONAL NUMBER, RATIO, AND PROPORTION.** 1992. Disponível em: <http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/92_1.html>. Acesso em: 26 jun. 2017

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. MEC. **Atividades de Apoio à Aprendizagem**. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/gestar/aaamatematica/mat_aaa7.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Brasil no pisa 2015:** análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros. Brasília: Fundação Santillana; INEP/ MEC, 2016. Disponível em: < http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2015/pisa2015_completo_final_baixa.pdf>. Acesso em: 26 jun 2017.

BORGES NETO, Hermínio. O ensino de matemática assistido por computador nos cursos de pedagogia. In: III EPENN – ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, v. 19, p. 149, 1997, Natal. **Anais....** Natal: Editora da UFRN, Coleção EPENN, 1997.

_______. O Ensino de matemática: analisando o raciocínio matemático do mediador. **Revista Educação em Debate**, Fortaleza: Imprensa Universitária, ano 21, v. 1, n.37, 1999.

BORGES NETO, Hermínio; SANTANA, José Rogério. A Teoria de Fedathi e sua Relação com o Intucionismo e a Lógica do Descobrimento Matemático no Ensino. *In:* XV EPENN – ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE, v. único, junho 2011, São Luís (MA). **Anais...**, São Luis, 2001a.

_______.Fundamentos Epistemológicos da Teoria de Fedathi no Ensino de Matemática. In: XV EPENN – ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE, v. único, junho 2001, São Luís (MA). **Anais**..., São Luis, 2001b.

BORGES NETO, Hermínio. **PROFEM**: Programa de Formação de Professores em Serviço. Artigo Pré-Print. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/pre_print.php>. Acesso em: 17 out. 2014.

CARVALHO, José Sergio Fonseca de. As noções de erro e fracasso no contexto escolar: algumas considerações preliminares.*In:* AQUINO, Julio (org.). **Erro e fracasso na escola**: alternativas teóricas e práticas. 6 ed. São Paulo: Summus,1997.

CEARÁ. Secretaria da Educação. SPAECE 2016: Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará. **Revista do Sistema Rede Estadual e Rede Municipal**, Juiz de Fora: Universidade Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd., v. 3, 2016.

CORDEIRO, C. C; FRIEDMAN, C. V. P. análise e classificação de erros de questões de geometria plana da olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas: alguns resultados. *in:* IX congresso nacional de educação – educere; III Encontro Sul Brasileiro de

Psicopedagogia, 2009, PUCPR. **Anais...** Paraná. Disponível em: < http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3044_1388.pdf>. Acesso em: 26 jun 2017.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. **O que é matemática?** uma abordagem elementar de métodos e conceitos. Rio de Janeiro: Ed Ciência Moderna, 2000.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

CURY, Helena Noronha; BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde. **A análise de erros como metodologia de investigação**. Disponível em: < http://www.apm.pt/files/142359_CO_Cury_Bisognin_Bisognin_4a36c5d50a09a.pdf >. Acesso em: 26 jun 2017.

DICIO. Dicionário Online de Português. **Acertar**. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/acertar/>. Acesso em: 26 jun. 2017.

ENSINAR A APRENDER. **Atividades com frações**. Disponível em: < http://ensinar-aprender.com.br/2011/10/atividades-com-fracoes.html>. Acesso em: 26 jun. 2017.

FRAÇÕES E FRAÇÃO. Gif.. Disponível em: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/fracoes/fracoes_fracao_meios.gif>. Acesso em: 26 jun. 2017.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. **A sequência Fedathi no ensino da álgebra linear:** o caso da noção de base de um espaço vetorial. 2013. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**. 25 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. Disponível em:< http://www.apeoesp.org.br/sistema/ck/files/4-%20Freire_P_%20Pedagogia%20da%20autonomia.pdf>. Acesso em: 26 jun 2017.

GIOAVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matematica, 6º ano.** São Paulo: FTD, 2013.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de “obstáculo epistemológico” e a educação matemática. *In*: MACHADO, Silvia Dias A. **Educação Matemática:** uma Introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

LORENZATO, Sergio. **Para Aprender Matemática**. 3 Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

MAGINA, Sandra. CAMPOS, Tania. A fração na perspectiva do professor e do aluno das séries iniciais da escolarização brasileira. **Rev. Bolema**, v. 31, n. 21, 2008.

MARROU, Henri Irenee. **História da educação na antiguidade**. São Paulo: Epul, 1975.

MATPLUS (Ed.). **Leituras e Curiosidades de Matemática - conheça segredos sobre números, álgebra e geometria:** A origem dos números fracionários. Disponível em: <http://matplus.com.br/br/leituras-e-curiosidades/a-origem-dos-numeros-fracionarios>. Acesso em: 26 jun. 2017.

MONTEIRO, A. B; GROENWALD, C.L.O. Dificuldades na Aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos. **Alexandria revista de educação em ciência e tecnologia**. v.7, n.2, p.103-135, nov. 2014. Disponível em:< file:///C:/Users/Carla/Downloads/38217-126676-1-SM.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2017.

MOREIRA, Plínio Cavalcante; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3.ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2015.

PISA - Inep. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>. Acesso em: 24 jun. 2016.

PORTO, Rizza Araújo. **Frações na escola elementar**. Belo Horizonte: Editora do Professor, 1967.

REGO, Tereza Cristina. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 1995.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de janeiro: Ed Zahar, 2012.

RUFINO, Luiz Gustavo Bonatto; DARIDO, Suraya Cristina. **A PESQUISA-AÇÃO COMO FORMA DE INVESTIGAÇÃO NO ÂMBITO DA EDUCAÇÃO FÍSICA ESCOLAR.** 2010. Anais IV SIPEQ – ISBN – 978-85-98623-04-7. Disponível em: <http://arquivo.sepq.org.br/IV-SIPEQ/Anais/artigos/89.pdf>. Acesso em: 15 Out. 2017.

SANTOS, Maria José Costas dos. **Reaprender Frações por meio de oficinas pedagógica**s: desafio para a formação inicial. 2007. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007.

SANTOS, Maria José Costa dos; LIMA, Ivoneide Pinheiro; VASCONCELOS, Francisco Hebert Lima. O ensino de números fracionários na formação inicial do professor: contribuição da Sequência Fedathi. *In*: SOUSA, Francisco Eugenio. *et al*. **Sequência Fedathi**. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

SANTOS, Romilson Gomes dos. **Sequência Fedathi na formação matemática do pedagogo:** reflexões sobre o ensino de geometria básica e frações equivalentes com o uso do software geogebra. 2015. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

SOUSA, Araújo. Sequência Fedathi: Apresentação e Caracterização. *In*: SOUSA, Francisco Eugenio. *et al*. **Sequência Fedathi**. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de saber matemática**: 7º ano. 2 ed. São Paulo: FTD, 2012.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2002.

APÊNDICE A – INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Questionário 1

1. O que você entende por fração?
2. Quais as principais dificuldades encontradas para o ensino de matemática, e em particular, para frações?
3. Onde podemos encontrar as frações? Cite exemplos ou situações.
4. Se você tivesse um maior conhecimento sobre o ensino de frações, os conteúdos matemáticos do ano letivo teriam sido mais fáceis?
5. Nesta pesquisa foi mostrado a grande dificuldade dos alunos com a matemática. Na sua opinião, a que se deve toda essa dificuldade?

Questionário 2

1. O que as aulas influenciaram no seu aprendizado?
2. Você acha que a metodologia ajuda ou atrapalha?
3. Como foi a mediação do professor para a conclusão das tarefas?
4. A quantidade de alunos interferiu na aula?
5. O que você acha que deve melhorar na educação?

APÊNDICE B - INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Exercícios para análise de dados

1. Onde podemos encontrar no nosso dia – a – dia exemplos que representam uma fração?

2. Escreva a fração correspondente a 3:5, em seguida classifique em própria ou imprópria.

3. Em uma escola de idiomas, 4/7 dos alunos cursam inglês e 5/9, espanhol. Nessa escola, há mais alunos cursando inglês ou espanhol?

4. O consumo de água tem os mais diversos fins, podendo ser industrial, doméstico ou agrícola. A distribuição desse consumo foi feita da seguinte maneira:
   - 1/5 – Setor industrial
   - 1/10 – Setor doméstico
   - 14/20 – Setor agrícola

   Que fração do consumo de água é destinada à indústria e à agricultura?

5. Um pintor, para obter 20L de tinta de certa tonalidade, misturou três cores. Sabendo que da mistura obtida 9/20eram de tinta branca, 1/4 de tinta vermelha, e 3/10, de tinta azul, quantos litros de cada cor de tinta o pintor misturou?

6. Um placa de isopor foi dividida em 5 partes iguais. Sabendo que uma dessas partes será dividida em 12 pedaços iguais, que fração cada um desses pedaços representa em relação ao total da placa de isopor?

ANEXOS A - SPAECE 2016

SPAECE 2016: http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2017/07/CE-SPAECE-2016-RG-WEB.pdf