

ATLANTE

*Cuadernos de Educación
y Desarrollo
(2º Época)*



Junio 2020 - ISSN: 1989-4155

SEQUÊNCIA FEDATHI E RAZÃO ÁUREA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA

Nilo Pinheiro Landim

Mestre em Matemática – UFERSA

nilonpl@hotmail.com

Carlos Henrique Delmiro de Araújo

Especialista em Ensino de Matemática – UCAM

delmiro@multimeios.ufc.br

Daniel Brandão Menezes

Doutor em Educação – UFC

danielbrandao@multimeios.ufc.br

Antonio Ronaldo Gomes Garcia

Doutor em Matemática – USP

ronaldogarcia@ufersa.edu.br

Hermínio Borges Neto

Doutor em Matemática – IMPA

herminio@multimeios.ufc.br

Para citar este artículo puede utilizar el siguiente formato:

Nilo Pinheiro Landim, Carlos Henrique Delmiro de Araújo, Daniel Brandão Menezes, Antonio Ronaldo Gomes Garcia y Hermínio Borges Neto (2020): "Sequência Fedathi e razão áurea: uma proposta didática", Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo (junio 2020). En línea:

<https://www.eumed.net/rev/atlante/2020/06/sequencia-fedathi.html>

<http://hdl.handle.net/20.500.11763/atlante2006sequencia-fedathi>

RESUMO

A razão áurea é um conteúdo matemático visto como fascinante, pois possui várias aplicações na história de civilizações, como também em contextos atuais. O presente artigo proporciona uma abordagem da razão áurea atrelada a uma metodologia de ensino que se caracteriza pelo

foco no professor. A partir de 2020, tem-se no Brasil a proposta de um denominador comum para o currículo na Educação Básica, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Diante das habilidades, na BNCC, que o aluno deve ter ao fim de cada ano escolar, como inserir a razão áurea nesse ensino e como ensiná-la? Com isso, tem-se o objetivo de apresentar um plano para uma sessão didática com o embasamento metodológico da Sequência Fedathi, sendo essa a metodologia de ensino empregada no trabalho. Para tanto, como fundamentação metodológica, houve a aplicação da Sequência Fedathi como metodologia de pesquisa. Por fim, nota-se a possibilidade de inserir a razão áurea na sala de aula da Educação Básica, o foco apresentado nos anos finais do Ensino Fundamental, e também dar sugestões de como fazer para que o professor possa vir a aderir.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Número de Ouro; Situação Generalizável; Metodologia de Ensino.

SECUENCIA FEDATHI Y RAZÓN AUREA: UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA

RESUMEN

La razón aurea es un contenido matemático visto como fascinante ya que tiene varias aplicaciones en la historia de las civilizaciones. Como también en contextos actuales. El presente artículo proporciona un punto de vista de la razón aurea juntamente a una metodología de enseñanza que se caracteriza por el enfoque en los maestros. Desde 2020, existe en Brasil una propuesta de un denominador común para el programa de la Educación Básica como una Base Nacional Común Curricular (BNCC). Basado en las habilidades, la BNCC, en la cual el alumno debe tener al final de cada año escolar. ¿Cómo añadir la razón áurea en esta enseñanza y cómo enseñarla? Tenemos el objetivo de presentar un plan para un taller didático con bases metodológica de la Sequência Fedathi, siendo esa la metodología de enseñanza aplicada en el trabajo. Por lo tanto, como base metodológica, hubo la aplicación de la Secuencia Fedathi como metodología de investigación. Por fin, se nota la posibilidad de añadir la razón áurea en las clases de Educación Básica, con el enfoque presentado en la Educación Secundaria y también dar sugerencias de como hacer para que los maestros puedan adherirse a ella.

Palabras claves: Enseñanza de Matemáticas; Número de Oro; Situación generalizable; Metodología de enseñanza.

FEDATHI SEQUENCE AND GOLDEN RATIO: A TEACHING PROPOSAL

ABSTRACT.

The golden ratio is an interesting mathematical content, as it has several applications in the history of civilizations, as well as in current contexts. This article provides an approach to the golden ratio linked to a teaching methodology in which it is characterized by the focus on the teacher. From 2020, there is a proposal in Brazil for a common denominator for the curriculum

in Basic Education, entitled Common National Curriculum Base. Given the skills expected for the student to have at the end of each school year, the question is: how to insert the golden reason in this teaching and how to teach it? The objective of this work is to present a lesson plan built on the methodological basis of the Fedathi Sequence, which is the teaching methodology employed at work. For that, as a methodological basis, there was the application of the Fedathi Sequence as a research methodology. Finally, we note the possibility of inserting the golden ratio in the Basic Education classroom, the focus presented in Elementary Education, as well as suggestions on how to do it in the classroom that the teacher may join.

Keywords: Mathematics Teaching; Gold Number; Generalizable Situation; Teaching Methodology.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática possui diversos ramos que a subdividem, como a Aplicada, a Álgebra, a Análise, a Geometria, a Probabilidade dentre outros. Em relação à Matemática Aplicada, pode-se observar o uso do conhecimento matemático em diversas áreas em prol da sociedade. Tem-se, também, o uso da Matemática em Artes. O artista brasileiro Antônio Peticov apoia-se na Matemática em suas criações, e um dos exemplos é a concha do caramujo Nautilus, em que pode ser observada a razão áurea, seguindo o retângulo de ouro. As obras de Maurits Cornelis Escher caracterizavam-se pela utilização da Geometria de Transformação. Ainda a respeito novamente do uso da razão áurea, tem-se o famoso retrato Mona Lisa, de Leonardo da Vinci, em que é empregada a razão áurea em diferentes partes do corpo, como também nas dimensões da tela.

Tratando-se de currículo de Matemática no Brasil, tem-se a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que indica os conteúdos trabalhados em cada ano de ensino. Pode-se observar que nos moldes da BNCC, a razão áurea não é um assunto tratado com vigor, mas que pode ser inserido ao logo da Educação Básica. O adentrar da razão áurea pode acontecer nos anos iniciais do ensino fundamental pelas matrizes de referências EF02MA11 e a EF03MA10, que relatam, respectivamente, “Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.” (BRASIL, 2018, p. 282) e “Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.” (BRASIL, 2018, p. 287). Além disso, nos anos finais do ensino fundamental, as matrizes EF07MA14¹ e EF07MA15² retratam o uso de sequências recursivas, ou não, e também o caráter algébrico para representar regularidades de tais sequências.

¹ Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura (BRASIL, 2018, p. 307).

² Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas (BRASIL, 2018, p. 307).

Diante desses levantamentos, de que forma realizar a imersão da razão áurea como conteúdo na Educação Básica? Além disso, é possível atrelar o seu ensino com a metodologia Sequência Fedathi (SF)? Assim, como objetivo de pesquisa, busca-se propor uma sessão didática sobre o retângulo áureo baseada na proposta metodológica Sequência Fedathi.

A justificativa de o plano ser direcionado para a Educação Básica é fruto da lacuna de Santos, Borges Neto e Pinheiro (2019) em ter a preocupação de inserir a Sequência Fedathi no meio escolar, no qual a metodologia pode orientar o “como fazer” em sala de aula para então o professor ser mediador do conhecimento.

De forma que contemple a BNCC, pois a proposta de sessão didática é voltada para os anos finais do ensino fundamental, tem-se a sugestão das autoras Ramos e Nascimento (2019) em propor práticas que tanto estimulem o aluno a participar da aula, para então ser o construtor de seu conhecimento, como também valorizem a dinâmica e a dimensão não linear que a sala de aula está inserida. Assim, tem-se como metodologia de ensino para esta proposta didática, a Sequência Fedathi, que tem seu foco na postura do professor. Porém, coloca o aluno em posição ativa, reflexiva e que valoriza a bagagem que ele possui.

A Sequência Fedathi, como metodologia de ensino, pode ser definida como o método científico aplicado ao ensino (BORGES NETO, 2016). Ela é composta por quatro etapas denominadas Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova, e também os fundamentos intitulados de Mão no Bolso, Pergunta, Contraexemplo, Acordo Didático, Situação Adidática, Concepção do Erro e Mediação (BORGES NETO 2018).

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um breve relato sobre o contexto histórico da razão áurea é levantado na subseção seguinte. De maneira ingênua e de apresentação, relata-se um pouco da história da Sequência Fedathi e sua fundamentação teórica, tanto da Matemática quanto da Pedagogia.

2.1 A Razão Áurea

O nome “razão áurea”, “número áureo” ou ainda “seção áurea” foi dado no século XIX, além disso, um livro italiano, do século XVI, batizou essa razão de proporção divina (LIVIO, 2006).

Declinando mais para história, Euclides definiu a razão áurea, sem denominá-la, com caráter apenas geométrico, em seu livro VI, da seguinte forma: “Diz-se que uma linha reta é cortada em extrema e média razão quando, assim como a linha toda está para o maior segmento, o maior segmento está para o menor.” (EUCLIDES, 2009, p. 231). Tal definição Livio (2006, p. 14) apresenta com a terminologia atual,

Em outras palavras, se observarmos a Figura 2, a linha AB certamente é maior que o segmento AC. Ao mesmo tempo, o segmento AC é maior que o CB. Se a razão do comprimento de AC para o comprimento de CB for igual à razão de AB para AC, então a linha foi cortada na razão extrema e média, ou numa Razão Áurea.

E tais conclusões podem ser expressas na seguinte figura geométrica:

Figura 1. Linha AB



Fonte: elaborado pelos autores.

Nota-se a definição de Euclides considerando a proporção dos segmentos, o que, na linguagem da matemática, Livio (2006) traz com maior clareza. Referente à proporção que Euclides nos fornece, em 1509, o matemático italiano Luca Bartolomeo Pacioli (1447-1517) publica seu livro intitulado “A proporção divina”, em que define o que seja esse conceito, que é a razão áurea, e algumas maneiras de encontrá-la.

Além disso, no livro de Pacioli, ele caracteriza a razão áurea como um número irracional, afirmando que “[...] esta proporção não pode ser determinada por número inteligível, nem ser expressa por quantidade racional [...] pelos matemáticos, chamada irracional.” (BERTATO, 2008, p.14). Diante disso, tem-se que a razão áurea é um número irracional. Ademais, Pacioli caracterizava um número irracional sendo algo de difícil compreensão.

Ainda sobre o livro da proporção divina de Pacioli, o autor faz referência à definição que Euclides forneceu em “Os Elementos”. Tal conceituação é dada da seguinte forma: “[...] sempre entre seus três termos encontra-se disposta em proporcionalidade contínua, da seguinte maneira: que o produto do menor extremo pelo conjunto do menor médio é igual ao quadrado do médio.” (BERTATO, 2008, p. 18). Levando a escrita de Pacioli para a Figura 1, tem-se a multiplicação entre os segmentos de reta AB e CB igual ao segmento de reta AC elevado ao quadrado.

A razão áurea também é vista na sequência de Fibonacci, na qual é a sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... A visualização da razão áurea é dada pela divisão de um número pelo seu sucessor, a partir do segundo termo da sequência. Ora, se o segundo termo da sequência é 1 e o primeiro termo na sequência é 1, logo a razão é 1. Quer dizer que a razão áurea é o número 1? Na verdade, essa proporção encontrada na sequência de Fibonacci gera uma aproximação da razão áurea, isto é, quanto maior for o termo escolhido, a divisão com seu antecessor aproximará da razão áurea.

Assim como a constante “pi” e a “constante de Euler”, o “fi” (letra grega) é uma constante notável na matemática, em que ‘fi’ é igual a expressão raiz quadrada de 5 somado com 1, dividida por 2. Essa razão é caracterizada como a razão áurea.

2.2 Metodologia de Ensino Sequência Fedathi

A Sequência Fedathi é uma metodologia de ensino com foco nas ações do professor. Baseada em Imre Lakatos (1922-1974), George Polya (1887-1985), Jan Brouwer (1881-1966), Heying (1898-1980), Vasconcelos (1960-2014), Courant (1888-1972) e Robbins (1915-2001),

Davis (1923-2018) e Hersh (1927-2020). Nota-se que a fundamentação teórica da Sequência Fedathi são de matemáticos. Isto se dá pelo fato de seu idealizador, Hermínio Borges Neto, ser matemático de carreira (bacharelado, mestrado e doutorado em Matemática). Outro fator importante para a predominância de matemáticos como embasamento da metodologia é que a origem aconteceu no Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, na década de 1970 (MENEZES, 2018).

A contribuição de Lakatos para a Sequência Fedathi pode ser vista em Felício (2019, p. 184), em que a autora afirma que “[...] o professor estimula os alunos a procurarem respostas, fazendo com que participem de maneira ativa, interagindo com todos.”. Ora, essa autonomia que o aluno tem na sala de aula imaginária de Lakatos é vista na Sequência Fedathi. De que modo? Pois bem, essa metodologia de ensino prevê a sala de aula em quatro etapas, sendo elas: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova. Concomitantemente, tais fases são propiciadas por meio de fundamentos, que são denominados Pedagogia Mão no Bolso, Contraexemplo, Concepção do Erro e Pergunta (MENEZES, 2018).

Retomando a autonomia, Santana (2019) aborda a Pedagogia Mão no Bolso em que faz com que o aluno resolva o problema e o professor seja mediador, colocando a mão no bolso e não resolvendo a atividade pelo aluno. Com isso, deixa o aluno criar, questionar, conjecturar, ou seja, ele tem a liberdade de colocar seus conhecimentos no jogo do saber para aprender.

A obra “A Arte de Resolver Problemas”, de Polya, pode ser vista na Sequência Fedathi no tocante da condição de gerar a autonomia do aluno, ele afirma “O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível.” (POLYA, 2006, p. 1). Outro ponto a destacar é a Tomada de Posição que deve conter em sua apresentação um problema generalizável (MENEZES, 2018). Diante disso, a forma com que é resolvido o problema, a ideia central, pode ser atribuída para qualquer outra situação, corroborando com Polya (2006, p. 2), que afirma: “A sua utilização não está restrita a nenhum assunto em particular.”. Nota-se a intenção de trabalhar casos gerais (ou generalizáveis), em vez de casos particulares.

A fundamentação composta por Brouwer (1981) e Heyting (1971) se dá pelo intuicionismo. Essa corrente filosófica da Matemática baseia-se no fato de que as construções dos axiomas, definições, teoremas e quaisquer objetos matemáticos são frutos da mente humana. Dessa forma, a construção do objeto matemático foi através do raciocínio, da experimentação, como pode ser visto em Faustino *et al.* (2019) e Araújo, Menezes e Borges Neto (2020).

Nesses dois exemplos de aplicação da Sequência Fedathi, os sujeitos das pesquisas se depararam com uma situação generalizável e contextualizada (Tomada de Posição) e construíram o objeto matemático durante a sessão didática, corroborando com o intuicionismo.

Tratando-se de Vasconcelos (1983), Menezes (2018) salienta que

Este trabalho ensejou um dos primeiros fundamentos aprofundados: um problema passado pelo professor deve ter a característica de ser generalizável com o intuito de refinar,

porém deve-se partir do geral para o particular. A dissertação foi elaborada com o intuito de poder ser uma fonte acessível de estudos para alunos do início da graduação em Matemática.

Novamente, é possível observar a preocupação da Tomada de Posição ser generalizável. Isso se dá pelo fato de que, na etapa Prova, o professor deverá formalizar o saber em questão. Essa formalização, vide a Matemática, pode ser um algoritmo, uma fórmula, um teorema, e todo o processo indutivo para a percepção do padrão ocorrido na atividade é formalizado na Prova.

Na obra de Courant e Robbins (2000), os autores relatam que os elementos básicos da Matemática são a lógica e a intuição (nota-se a influência que possui em Fedathi, visto que é uma proposta metodológica lógica e o intuicionismo já abordado por Brouwer e Heyting), a análise e construção (indo de encontro com Borges Neto (2016) da Sequência Fedathi ser construtivista) e a generalidade (sendo assim, Fedathi uma proposta dedutiva) e individualidade.

Em Fedathi, o objetivo da sessão didática é a formalização do conteúdo e, para tanto, Courant e Robbins (2000, p. 23) frisam que “Se a forma dedutiva cristalizada é a meta, a intuição e a construção são pelo menos as forças poderosas”. De fato, a Tomada de Posição ser generalizável é uma abordagem intuicionista, partindo de problemas contextualizados, o professor realiza a mediação para que o aluno busque reconhecer um padrão nas atividades, que é construído durante todo o percurso das etapas, para se ter a formalização na Prova.

O formalismo e o intuicionismo é abordado durante o livro “A Experiência Matemática”, de Davis e Hersh, como afirma Faustino (2019). O intuicionismo é visto na Sequência Fedathi na forma em que o professor propicia um ambiente em que o aluno pode construir matemática, seja suas definições, exemplos, contraexemplos, teoremas e suas demonstrações. Isso contrapõe a maneira usual ensinada em cursos de Matemática no nível superior em que segue a linha definição-teorema-prova-exemplo (FONTENELE, 2018). Isto é, em Fedathi, o aluno parte de uma situação generalizável (Tomada de Posição) dada pelo professor e, a partir disso, busca-se padrões para conjecturar a definição ou o teorema e, assim, conceder exemplos e contraexemplos.

E como entra o formalismo? Após essa construção matemática por parte do aluno, o professor deve sintetizar o raciocínio e a solução do aluno, e assim conferir uma formalização do conteúdo que foi trabalhado na Tomada de Posição. Desse modo, tem-se as fundamentações matemáticas acerca da Sequência Fedathi.

Porém, na década de 1990 o professor doutor Hermínio Borges Neto iniciou seus trabalhos na Faculdade de Educação (FACED/UFC) com o intuito de trabalhar o ensino de Matemática. Diante disso, ele realizou seu pós-doutorado, em 1997, na Université Paris Diderot, França, na qual formalizou a metodologia de ensino Sequência Fedathi (MENEZES, 2018).

Com esse contato com as teorias da Educação, na FACED, a Sequência Fedathi agregou outros teóricos: Piaget, Freire e Schön. Por outro lado, em seu pós-doc na França,

houve o convívio com pesquisadores franceses da Didática da Matemática, que também influenciaram na Sequência Fedathi, e tais pesquisadores são: Artigue e Brousseau.

As ideias de Piaget em Fedathi são evidenciadas em Fontenele (2013; 2019). Diante disso, a autora relata que

[...] a fala de Piaget se assemelha ao que se espera do ensino na Sequência Fedathi, que orienta o professor na proposição de situações que permeiam a ação investigativa do aluno, de modo que este possa agir sobre o conteúdo, realizar inferências, testar hipóteses, errar, acertar, (re)descobrir e vislumbrar relações e significados, evitando a mera memorização. A Sequência Fedathi, portanto, traz em seus pressupostos metodológicos características do construtivismo piagetiano. (FONTENELE, 2019, p. 93).

Sendo assim, Piaget influencia Fedathi no tocante de oportunizar a autonomia do aluno, visto também em Freire (1997), e o construtivismo, sendo que Borges Neto (2016) salienta que a Sequência Fedathi é uma proposta metodológica lógico-construtiva-dedutiva.

A influência de Freire (1997) na Sequência Fedathi é mencionada em Rodrigues e Soares (2019). As autoras acentuam categorias de interlocuções entre as duas formas de ensinar. A primeira que elas relatam é sobre o ensino não ser dissociado da aprendizagem. A forma como o professor media o conhecimento para o aluno é uma forma de induzir nele a reflexão, o que pode ocasionar na aprendizagem.

Outro ponto que as autoras mencionadas acima relatam é a reflexão que o professor deve ter em sua fala, em sua mediação. Freire (1997) aconselha o professor a realizar esse pensar no fazer, em que o professor tanto planeja a sessão didática como também reflete sobre o ocorrido em sala de aula, em busca da evolução no diálogo com o aluno. Essa reflexão leva em consideração o planejamento e a disponibilidade que o professor fornece ao aluno para o diálogo.

A importância de utilizar os conhecimentos prévios do aluno para o aprender de uma habilidade é vista em Freire (1997), e a Sequência Fedathi também levanta essa ressalva, visto que tal ação na metodologia é chamado de *plateau*.

Essa reflexão sobre o ensino abordada em Rodrigues e Soares (2019) sob influência de Freire (1997) é vista também em Schön (2000). Em sua obra, Schön (2000) sugere um profissional reflexivo que se conhece na ação. Outro ponto a destacar é que o autor comenta sobre as situações surpresas que possam vir a aparecer no exercício do trabalho, o que é interpretado pela Sequência Fedathi como situação adidática (BORGES NETO, 2018). Tal conceito caracteriza-se por ser alguma conjuntura que o professor não tenha previsto em seu planejamento. Pode ser uma dúvida do aluno ou uma outra forma de solucionar o problema proposto.

O planejamento da Sequência Fedathi, sugerido em Borges Neto (2018), sofreu influência da “Engenharia Didática”, de Artigue, baseado nas etapas *análise prévia* e *análise a priori*. As *análises prévias* “[...] efectua-se apoiando-se num quadro teórico didáctico geral e em conhecimentos didácticos já adquiridos no domínio estudado [...]” (ARTIGUE, 2000, p. 198).

Percebe-se que essa abordagem da Engenharia Didática em planejar a sessão didática influenciou a maneira *fedathiana* na elaboração desse plano. Se observar o papel do *plateau* na Sequência Fedathi, é visto que é uma busca em alinhar os pré-requisitos que a atividade da Tomada de Posição exigirá do aluno com os conhecimentos prévios dele (ARAÚJO; MENEZES; BORGES NETO, 2020). Ou seja, o quadro teórico didático geral de Artigue (2000) pode ser enquadrado como os pré-requisito, e os conhecimentos didáticos já adquiridos sendo análogos aos saberes prévios do aluno.

Na *análise a priori*, tem-se a preocupação em como realizar a gestão e organização da sessão didática (ARTIGUE, 2000). Os tipos de ferramentas também fazem parte dessa etapa da Engenharia Didática, por exemplo, se o professor e alunos utilizarão pincel, lousa, computador, projetor, entre outros. Os possíveis entraves que os alunos possam vir a ter durante a sessão didática deve ser prevista pelo professor durante essa fase do planejamento. Tais levantamentos sobre a *análise a priori* da Engenharia Didática também influenciaram na escolha e justificativa de recursos a serem utilizados em sala de aula (BORGES NETO, 2018).

Tratando-se de Brousseau, Bezerra (2019) notabiliza o contrato didático abordado por Brousseau (1990), porém, a Sequência Fedathi não vê apenas como um contrato entre professor e seus alunos, mas como um acordo, em que as regras são criadas em conjunto.

A fundamentação da Sequência Fedathi apresentada é breve, visto que existem maiores contribuições desses autores e de suas obras para a metodologia de ensino em questão.

As etapas em consonância com os fundamentos da Sequência Fedathi são abordados em como utilizá-los e seus respectivos conceitos na proposta de sessão didática apresentada mais adiante.

3 MÉTODOS

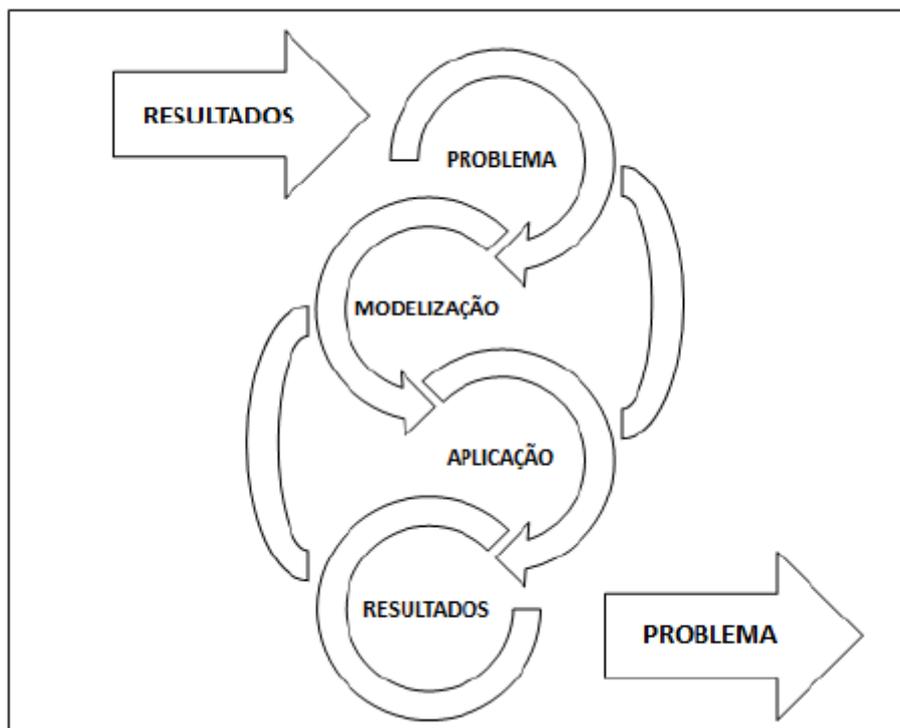
O principal objetivo deste trabalho é propor uma sessão didática que contemple a razão áurea na Educação Básica, à luz da metodologia de ensino Sequência Fedathi. Nesse sentido, a pesquisa possui natureza qualitativa, pois o trabalho não necessita de ferramentas quantitativas (LEITE, 2008).

Como o interesse é de apresentar uma proposta de ensino, o método de pesquisa delimita-se em pesquisa teórica, no qual corrobora com Leite (2008), pois “Os tipos de pesquisas qualitativas mais comuns são decorrentes de pesquisas teóricas [...]” (p. 100). Ademais, para fundamentar o método de pesquisa, utilizou-se a metodologia de pesquisa Sequência Fedathi, que é descrita a seguir.

3.1 Metodologia De Pesquisa Sequência Fedathi

Esta metodologia de pesquisa é uma alternativa que o Laboratório de Pesquisa Multimeios (MM) adotou para formalizar procedimentos metodológicos nas pesquisas de seus integrantes. Essa alternativa é apresentada e utilizada em Menezes (2018), como também é aplicada em Felício, Menezes e Borges Neto (2020). A estrutura da metodologia é vista na figura 1.

Figura 2 – Etapas da Metodologia de Pesquisa Sequência Fedathi



Fonte: Menezes (2018, p. 28).

A priori, o leitor pode estranhar o início da metodologia ser “resultados”. Porém, um problema de pesquisa não é originado “do nada” e, assim, partindo de resultados de pesquisas anteriores, observa-se as lacunas encontradas para então lançar um problema. Neste trabalho, como dito anteriormente, a lacuna é centrada em Santos, Borges Neto e Pinheiro (2019), que alegam a falta de aplicação da Sequência Fedathi na Educação Básica. Então, sugere-se uma proposta de ensino que esteja à luz da Sequência Fedathi e que também está diretamente ligada à História da Matemática, tendo em vista que aborda um tema que foi tratado por Euclides (2009), apesar de não mencionar em momento algum em sua obra o que é a razão áurea.

Vide a figura 1, a primeira etapa da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi é denominada de Problema. Em Menezes (2018, p. 26), essa etapa

[...] corresponde à apresentação do problema e é dividida em vários casos: relevância do tema, propósito e função da pesquisa, ou seja, justificativa, onde irá aplicar, importância, originalidade do trabalho e, em seguida, as questões a serem analisadas com os objetivos específicos que serão as etapas a serem desenvolvidas para consubstanciar o objetivo geral.

Para tanto, como já mencionado, a justificativa deste trabalho é pautada na lacuna observada por Santos, Borges Neto e Pinheiro (2019) e tem-se como campo possível de aplicação a Educação Básica. Por outro lado, Ramos (2016) apresenta uma proposta de ensino (inserida em sala de aula) com o tema da razão áurea, porém, não à luz da Sequência

Fedathi, e, com isso, observa-se a importância de inserir essa metodologia de ensino na Educação Básica e propor uma alternativa que contemple a razão áurea. Sendo assim, é atribuído um caráter original ao trabalho, visto que o Repositório Institucional da Universidade Federal do Ceará não possui registro do entrelaçamento de dados entre Sequência Fedathi e razão áurea. Para finalizar esta etapa metodológica, os objetivos específicos são os estudos (estado da arte) da razão áurea e Sequência Fedathi.

Tabela 1 – Textos sobre razão áurea

Autor	Título
Livio (2006)	Razão Áurea: a história de Φ , um número surpreendente
Bertato (2008)	A “De Divina Proportione” de Luca Pacioli: Tradução anotada e comentada

Fonte: elaborado pelos autores.

A tabela 1 apresenta os textos, como já mencionado na fundamentação teórica, que retratam a razão áurea, tanto os fatos históricos como as aplicabilidades em outras áreas.

Tabela 2 – Textos sobre Sequência Fedathi

Autor	Título
Borges Neto (2016)	Uma proposta lógico-constructiva-dedutiva para o ensino de Matemática
Borges Neto (2018)	Sequência Fedathi: fundamentos
Menezes (2018)	O Ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Perspectiva da Sequência Fedathi: Caracterização do Comportamento de um Bom Professor
Santos, Borges Neto, Pinheiro (2019)	A origem e os fundamentos da Sequência Fedathi
Felício, Menezes, Borges Neto (2020)	Formação Fedathi Generalizável

Fonte: elaborado pelos autores.

Na tabela 2, apresenta-se os textos que serviram de base teórica para os estudos sobre a Sequência Fedathi. Percebe-se que em Borges Neto (2016), apresenta-se a Sequência Fedathi como uma alternativa de ensino para a Matemática. Em Borges Neto (2018), o autor elucida as etapas da metodologia de ensino e seus fundamentos, isto é, sugestões para o agir do professor em sala de aula. Uma aplicação da Sequência Fedathi no Ensino Superior sobre taxas relacionadas (Cálculo Diferencial e Integral) é relatada por Menezes (2018). Com a preocupação em compartilhar como essa metodologia surgiu e reforçar sobre as posturas docentes que a Sequência Fedathi sugere, tem-se o trabalho de Santos, Borges Neto e

Pinheiro (2019). Para finalizar este percurso de estudo diante da metodologia, os autores Felício, Menezes e Borges Netos (2020) apresentam uma nova abordagem à Sequência Fedathi, uma proposta de formação de professores.

Prosseguindo as etapas da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi, na figura 2, menciona-se a segunda etapa sendo denominada de Modelização. Menezes (2018, p.27) salienta “[...] como existe uma situação que deve ser resolvida, então deverá ser elaborado um modelo de resolução do problema, elaborando, assim, o objeto de pesquisa [...]”, e dessa forma, o objetivo da pesquisa é apresentar uma proposta de ensino à luz da Sequência Fedathi que contemple a razão áurea e a BNCC.

A Validação, a terceira etapa, é o momento “[...] em que há o uso dos instrumentos metodológicos, tais como entrevistas, filmagens, observação, aplicação de sessões didáticas etc.” (MENEZES, 2018, p. 27). Para tanto, utiliza-se o estado da arte para a elaboração da sessão didática (a qual é apresentada na seção seguinte) e também em como analisar qualitativamente uma possível aplicação.

Por fim das etapas da metodologia de pesquisa, “Na etapa posterior, definida como resultados, serão realizadas as análises das aplicações do momento da validação.” (MENEZES, 2018, p. 27). Desse modo, analisa-se a proposta no prisma de ter contemplado as etapas da Sequência Fedathi no tratar ensino e a preocupação com a ação *plateau*.

3.2 Avaliação do professor

Como tratado na etapa Validação da metodologia de pesquisa Sequência Fedathi, deve-se levar em consideração como será avaliada a sessão didática. Apresenta-se uma maneira de realizar tal avaliação de natureza qualitativa. Baseado em Fontenele (2013), o quadro seguinte define categorias a serem avaliadas.

Quadro 1 – Análise do Professor à luz da Sequência Fedathi

- a) cuidado em proporcionar situações que motivassem o “pensar” constante sobre o conteúdo abordado;
- b) paciência e bom senso para esperar/respeitar o “tempo de maturação do aluno”;
- c) gerenciamento de quando prosseguir e quando reorganizar as estratégias de ensino conforme a necessidade;
- d) estímulo ao aprendizado por descobertas;
- e) mobilização de reflexões sobre os assuntos abordados;
- f) não fornecimento do “passo a passo” para resolução das atividades propostas;
- g) valorização das soluções apresentadas pelos alunos – aproveitamento das soluções certas/erradas/incompletas para prosseguir fazendo-os pensar;
- h) ênfase na participação e reflexão do aluno;
- i) foco no ensino para a construção do conhecimento.

Fonte: Fontenele (2013, p. 69-70)

Dessa forma, a sessão didática deve ser avaliada com esses elementos tendo em vista o professor. Para realizar a avaliação perante a aprendizagem, isto é, no tocante dos alunos, aconselha-se um pré-teste que elenque elementos aqui abordados no *plateau* e situações generalizáveis que abordem o conteúdo implicitamente trabalhado na sessão didática.

Após a sessão didática, o professor realiza um pós-teste com as mesmas características do pré-teste, porém, com questões diferentes. Dessa forma, é possível realizar uma abordagem qualitativa do ensino, tendo em vista o modo avaliativo proposto pelo quadro 1 e a maneira quantitativa, realizando um levantamento de como os alunos compreendiam os problemas antes da sessão didática e após a sessão didática, e então visualizar se houve progresso ou não.

4 PROPOSTA DE SESSÃO DIDÁTICA

A sessão didática fundamentada na Sequência Fedathi inicia-se com a ação denominada *plateau*. Momento em que o professor verifica os pré-requisitos necessários para a construção de um novo conhecimento, concatenando com a Tomada de Posição, levando em conta os conhecimentos prévios que o aluno possui e, além disso, nivelando os discentes para apropriarem-se dos pré-requisitos do novo saber. Assim, tendo os pré-requisitos matemáticos como um conjunto e os conhecimentos prévios do aluno um outro, essa ação busca ocasionar uma maior interseção entre esses hipotéticos conjuntos.

Para esta proposta de sessão didática, os pré-requisitos necessários serão as operações fundamentais soma e multiplicação, os conceitos das figuras geométricas quadrado e retângulo, e o conceito de sequência numérica.

O professor pode realizar o *plateau*, lembrando as operações citadas. Em consideração às figuras geométricas mencionadas, o professor pode utilizar o fundamento Pergunta, reconhecido pela Sequência Fedathi, no intuito de conhecer qual a concepção de quadrado e retângulo que o aluno tem. Da mesma forma, questionar sobre qual o conceito que ele dispõe sobre sequências numéricas.

Mas essa Pergunta para a Sequência Fedathi é apenas um questionamento? De forma despreziosa e inocente? De acordo com Sousa (2015, p. 47), “[...] a pergunta refere-se a uma situação em que o professor interpela, interroga, instiga o aluno a pensar sobre o problema proposto como desafio para sua aprendizagem ou outras situações de estudo.”. E assim, o questionamento do professor deverá ter uma intencionalidade pedagógica, que busque do aluno uma reflexão sobre o que está sendo discutido em sala de aula. Outro ponto a destacar sobre o uso da Pergunta é na utilização do recurso sobre a postura do professor, que a Sequência Fedathi sugere com a Mão no Bolso.

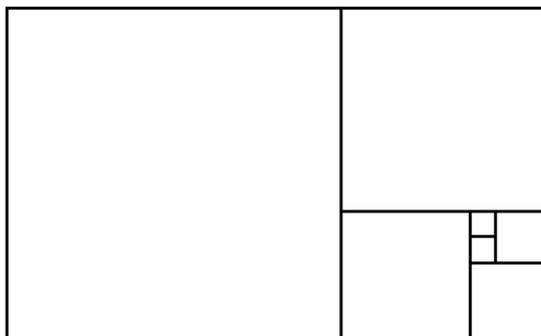
A Pedagogia Mão no Bolso, de acordo com Santana (2019, p. 219), é quando “O educador com a ‘mão no bolso’ pressupõe que o educando e seus agrupamentos estejam com a ‘mão na massa’, sendo, portanto, mais que uma postura, uma pedagogia a ser adotada nos momentos de Aplicação dos ciclos formativos.”. Isto é, o professor não realiza a atividade do

aluno e também não diz o “como fazer”. E de que forma o professor instrui o aluno na atividade? Ora, o docente, amparado pela Sequência Fedathi, utiliza os fundamentos previstos pela metodologia que ocasionam na reflexão perante o erro, a dúvida, a incerteza e até a passividade.

Definido o *plateau* e o como realizá-lo, a sessão didática de acordo com a Sequência Fedathi segue as quatro etapas Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova. A Tomada de Posição caracteriza-se pelo professor apresentar uma situação generalizável ao aluno. Desse modo, problema proposto é o seguinte:

Quadro 2 – Tomada de Posição

A figura abaixo representa a divisão de um retângulo em quadrados, que os gregos denominavam *fairese*. Supondo que os dois quadrados menores têm lado 1, determine os lados de todos os retângulos que aparecem na figura abaixo.



Fonte: elaborado pelos autores.

Mas essa Tomada de Posição é um exercício, atividade, jogo, sem justificativa? Qualquer atividade que seja explorada em sala de aula pode ser caracterizada como Tomada de Posição? Na verdade, para Fontenele (2018, p. 86)

[...] é importante que o professor tenha uma visão geral da sessão didática, compreendendo que o ensino, na perspectiva da Sequência Fedathi, deve partir de uma situação generalizável, que possa se utilizar de procedimentos e operações que permitam fazer uma sistematização dos passos realizados e ideais trabalhadas, que culminarão num modelo geral de resolução [...]

Diante disso, a Tomada de Posição tem de ser generalizável, para que, além de ter a solução sintetizada pelo professor na etapa Prova, também formalize o conteúdo em questão. Essa sistematização e formalização poderão ser realizadas pelo aluno? Isso depende do contexto em que está sendo realizada a sessão didática. Na escola, o aluno pode sistematizar a solução da atividade, mas ele terá experiência matemática para formalizar? E na graduação, ou pós-graduação, o aluno poderá, além de sistematizar, formalizar? Se tomar como exemplo um curso de Matemática, o aluno poderá realizar essas duas ações. Novamente, acarretar essas práticas, que a Sequência Fedathi sugere ser do professor, para o aluno, dependerá da

turma e do contexto, ressaltando que essa metodologia de ensino não é uma “receita de bolo” (MENEZES et al, 2016).

Após a apresentação do problema, considera-se a etapa Maturação, em que o aluno cria hipóteses para buscar a solução do problema. O aluno pode determinar o comprimento 1 cm para o lado do menor quadrado da figura 1 e daí descobrir os lados dos seguintes quadrados.

Caso o aluno não compreenda o problema na primeira exposição, o professor pode perguntar se a figura possui quadrados, quantos e qual o menor entre eles. Após isso, instigar que a medida de lado 1 está relacionada com a figura do problema. Partindo disso, possivelmente o aluno conseguirá refletir sobre o enunciado e buscará uma solução para o problema. Para a participação do aluno ser efetiva, é notório levar em consideração o tempo que ele leva para conjecturar soluções e testá-las. O professor *fedathiano* não deve apressar o aluno para a solução, mas também não deve deixá-lo resolver quando bem entender.

A terceira etapa prevista pela SF é a Solução. Esse é o momento em que o aluno difunde uma resolução para o problema proposto na Tomada de Posição. Uma possível solução apresentada é na figura 3

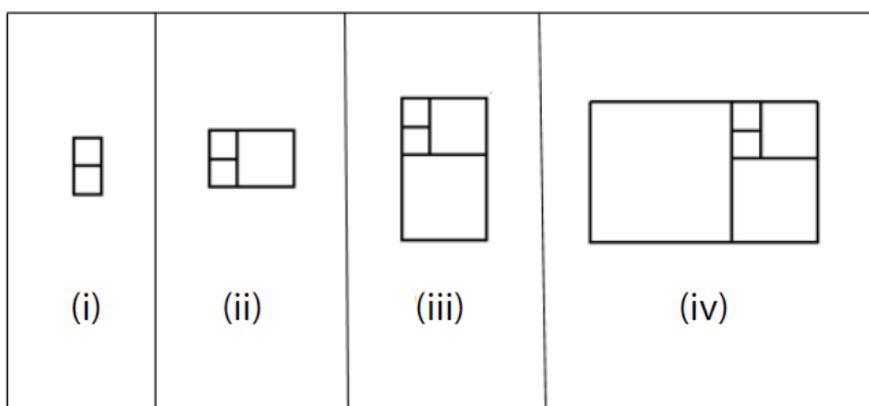


Figura 3. Solução

O retângulo em (i), formado pelos dois quadrados menores, possuem lados 1 e $2 = 1+1$. O retângulo apresentado em (ii) têm lados 2 e $3 = 1 + 2$. Em (iii), tem-se um retângulo que possui lados 3 e $5 = 2 + 3$. O retângulo em (iv) tem lados 5 e $8 = 3 + 5$. Os dois retângulos maiores têm lados iguais a 8 e $13 = 8 + 5$, e 13 e $21 = 13 + 8$. Observa-se que os lados dos retângulos, 1, 2, 3, 5, 8, 13 e 21 são termos da sequência de Fibonacci.

Na última etapa prevista da SF, o docente, utilizando as soluções dos alunos que convergiram para a Sequência de Fibonacci, pode construir o conceito da razão áurea, como também de números irracionais. Tal procedimento é exercido pelo professor ao questionar o aluno sobre a divisão entre o termo $(n + 1)$ e n , em que n é um termo da sequência de Fibonacci. Nota-se que a divisão de 2 por 1, resulta em 2. A divisão de 3 por 2 resulta em 1,5. Consta que a divisão de 5 por 3 é igual a 1,6666... (uma dízima periódica). Realizando a

divisão entre 8 e 5, tem-se 1,6. No entanto, 13 dividido por 8 é igual a 1,625. E a divisão de 21 por 13 resulta, aproximadamente, em 1,615385. Por outro lado, a etapa Prova alinha-se com a BNCC de maneira a formalizar a habilidade EF09MA02³, em que se trabalha os números irracionais.

Caso prossiga a sequência e ao realizar as divisões, a cada termo “[...] que avançamos na sequência de Fibonacci, a razão entre dois números sucessivos de Fibonacci oscila em torno da Razão Áurea (sendo alternadamente maior e menor), mas se aproxima cada vez mais dela.” (LIVIO, 2006, p. 121).

Além disso, quando toma-se a Figura 1, o segmento de reta AB é dividido pelo ponto C pertencente a este segmento de reta em razão áurea, isto é, a razão entre o segmento AB pelo segmento AC é igual a razão entre o segmento AC pelo segmento CB e essa relação é o número ϕ , que é denominado razão áurea (ÁVILA, 2006).

Percebe-se que esta proposta didática teve a preocupação de abordar as etapas da Sequência Fedathi e, junto a elas, é possível visualizar o planejamento do uso dos fundamentos. Outro ponto a destacar é a preocupação do plano em realizar o *plateau*, ação crucial para o “preparar terreno” para a sessão didática. E a avaliação do ensino pode ser realizada a partir desta proposta didática?

De fato, apesar da etapa Maturação realmente ser dependente dos raciocínios do aluno, houve uma atenção em pelo menos prever algum entrave e como contorná-lo, contemplando assim o item a do quadro 1. O tempo didático, algo abordado no item b, é de fato algo realizado no momento da aula, porém, o professor deve disponibilizar esse tempo para o aluno, não o apressando ou mesmo sugerindo passos de como resolver.

Como o item c pode ser interpretado como uma situação adidática, não é possível averiguar o seu uso no planejamento da sessão didática. Por outro lado, nota-se uma preocupação na Sequência Fedathi em estimular a participação do aluno, ponto destacado no item d do quadro 1.

O uso da Pergunta, Contraexemplo e Pedagogia Mão no Bolso são artifícios que instigam o aluno a refletir sobre o conteúdo. Percebe-se a preocupação nessa proposta didática no uso desses três fundamentos e, assim, contemplando o item e. Ainda sobre o uso da Pedagogia Mão no bolso, tem-se o não falar de como fazer e isso corrobora com o item f.

Na etapa Prova, levou em consideração as soluções dos alunos para então sistematizar o conteúdo, abrangendo assim o item g. Como dito nos fundamentos do parágrafo anterior, isso instiga a participação do aluno, favorecendo o item h. Por fim, o item i do quadro 1 leva em consideração o foco na construção do conhecimento, o que é visto na proposta didática. De fato, a razão áurea e a apresentação dos números irracionais são mencionados na Prova e partindo de reflexões dos alunos perante as perguntas do professor.

³ Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica (BRASIL, 2018, p. 317).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como pergunta norteadora se havia possibilidade de implementar o conteúdo de Razão Áurea na Educação Básica e a resposta é sim, já que — de acordo com as habilidades que a BNCC define em cada ano da vida escolar, as quais o aluno deve aprender — pode-se inserir essa temática dentro das habilidades já mencionadas.

Outra questão levantada neste trabalho foi a respeito da utilização da proposta metodológica SF com o ensino da razão áurea, que culminou com o objetivo de planejar uma sessão didática seguindo os pressupostos da SF, na qual resultou como produto este trabalho. Destaca-se, ainda, a imersão da BNCC neste plano de aula, pois é uma base obrigatória para as instituições de ensino a nível fundamental nas escolas brasileiras.

Vale ressaltar a importância de o problema proposto na Tomada de Posição ser generalizável, pois o professor tem a oportunidade de generalizar o conteúdo abordado na sessão didática. Nota-se que a abordagem conclui a sequência de Fibonacci, que pode ser gerada pelo problema dos coelhos, proposta por Fibonacci, em 1202, como também por meio de frações contínuas, o que resulta no tema em questão, a razão áurea.

Com este trabalho, tem-se o intuito de apresentar uma forma de alinhar uma metodologia de ensino, a SF, com as novas diretrizes a serem seguidas no ensino brasileiro, a BNCC, como também um tema de caráter histórico que foi estudado por vários matemáticos renomados na ciência.

Por outro lado, considera-se uma lacuna do trabalho a sua aplicação em sala de aula. Outro ponto a destacar como perspectiva futura é a implementação de softwares de geometria dinâmica para ter-se uma visualização projetada pelo computador sobre o retângulo de ouro, como também a curva que é realizada pelo número de ouro através da sequência de Fibonacci, que é denominada *faïrese*.

6 REFERÊNCIAS

Araújo, C. H. D., Menezes, D. B., & Borges Neto, H. (2020): “Sequência Fedathi e o Papiro de Rhind: o caso do problema 79: o caso do problema 79”. Em: *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - BOCEHM.*, v. 7, n. 19, p. 41-56. <http://dx.doi.org/10.30938/bocehm.v7i19.2757>. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2757>. Consultado em: 09 maio 2020.

Artigue, M. (2000): “Engenharia Didáctica”. In: Brun, J. (Org.). *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 2000. p. 193-217.

Ávila, G. (2006): “Análise Matemática para Licenciatura”. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher.

Bertato, F. M. (2008): “A “De Divina Proportione” de Luca Pacioli: tradução anotada e comentada”. Tese de Doutorado - Curso de Programa de Pós-graduação em Filosofia, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/CAMP_050f5eb16b931ed7a866ca0fe7c47d39>. Consultado em: 20 jan. 2020.

Bezerra, A. M. A. (2019): “A Sequência Fedathi na Perspectiva da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau”. In: Borges Neto, H. (Org.) *Sequência Fedathi: interfaces com o pensamento pedagógico*. Curitiba: CRV. p. 203-213.

Borges Neto, H. (2016): “Uma proposta lógico-construtiva-dedutiva para o ensino de Matemática”. Tese (Ascensão a Professor Titular) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

Borges Neto, H. (Org.) (2018): “Sequência Fedathi: fundamentos”. Curitiba: CRV, 136 p.

Brasil. (2018): “Base Nacional Curricular Comum: educação é a base”. Brasília: Fundação Carlos Alberto Vanzolini, 598 p. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Consultado em: 13 nov. 2019.

Brousseau, G. (1990): “Le contrat didactique: le milieu: le milieu”. En: *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, Grenoble, v. 9, n. 3, p. 309-336. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1988/le-contrat-didactique-le-milieu/>. Consultado em: 08 maio 2020.

Brouwer, L. E. J. (1981): “Brouwer's Cambridge lectures on intuitionism”. Cambridge: Cambridge University Press, 120 p. Edited by Dirk van Dalen.

Courant, R., & Robbins, H. (2000): “O que é Matemática?” Rio de Janeiro: Moderna.

Euclides (2009): “Os Elementos”. São Paulo: Editora Unesp. Tradução e Introdução de Irineu Bicudo.

Faustino, J. A. O. (2019): “A Experiência Matemática de Davis & Hersh Contribuindo para a Atitude Docente em Fedathi”. In: Borges Neto, H. (Org.) *Sequência Fedathi: interfaces com o pensamento pedagógico*. Curitiba: CRV, p. 189-202.

Faustino, J. A. O. et al. (2019): “Permutação Simples: reflexões de ensino à luz da sequência fedathi”. En: *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, Cuiabá. **Anais**

[...]. Cuiabá: SBEM. p. 1 - 10. Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/752/803>. Consultado em: 22 mar. 2020.

Felício, M. S. N. B. (2019): "A Sala de Aula Imaginária de Lakatos e a Sequência Fedathi: elementos que permeiam a interface". In: Borges Neto, H. (Org.) *Sequência Fedathi: interfaces com o pensamento pedagógico*. Curitiba: CRV, p. 173-188.

Felício, M. S. N. B., Menezes, D. B., & Borges Neto, H. (2020): "FORMAÇÃO FEDATHI GENERALIZÁVEL" Em: *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - BOCEHM*, v. 7, n. 19, p. 24-40. <http://dx.doi.org/10.30938/bocehm.v7i19.2906>. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2906>. Consultado em: 15 abr. 2020.

Fontenele, F. C. F. (2019): "A Aprendizagem segundo Piaget e o Ensino na Perspectiva da Sequência Fedathi". In: Borges Neto, H. (Org.) *Sequência Fedathi: interfaces com o pensamento pedagógico*. Curitiba: CRV, p. 87-96.

Fontenele, F. C. F. (2013): "A Sequência Fedathi no ensino da álgebra linear: o caso da noção de base de um espaço vetorial". Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/7521>>. Consultado em: 04 fev. 2020.

Fontenele, F. C. F. (2018): "Contribuições da Sequência Fedathi para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado: uma análise da mediação docente em aulas de Álgebra Linear". Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/37490>>. Consultado em: 08 jan. 2020.

Freire, P. (1997): "Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa". 58. ed. São Paulo: Paz e Terra, 144 p.

Heyting, A. (1971): "Intuitionism: an introduction". 3. ed. Amsterdam: North-holland Publishing Company.

Leite, F. T. (2008): "Metodologia Científica: métodos e técnicas de pesquisa: monografias, dissertações, teses e livros". Aparecida: Ideias & Letras.

Lívio, M. (2006): "Razão Áurea: a história de Φ , um número surpreendente". Rio de Janeiro: Record. Tradução de Marco Shinobu Matsumura.

Menezes, D. B. *et al.* (2016): "A APLICAÇÃO DE PROBLEMAS SOBRE TAXAS RELACIONADAS COM A METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI". In: *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 12., São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, p. 1 - 13. Consultado em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5026_3093_ID.pdf. Acesso em: 23 jan. 2020.

Menezes, D. B. (2018): "O Ensino do Cálculo Diferencial e Integral na Perspectiva da Sequência Fedathi: Caracterização do Comportamento de um Bom Professor". Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/37124>>. Consultado em: 08 set. 2019.

Polya, G. (2006) "A Arte de Resolver Problemas". Rio de Janeiro: Interciência. Tradução de: Heitor Lisboa de Araújo.

Ramos, L. O. L., & Nascimento, A. R. (2019): "Competências Gerais da BNCC para os Estudantes Adolescentes dos Anos Finais do Ensino Fundamental: um estudo interpretativo para o desenvolvimento da aprendizagem". *Revista Pedagógica*, Chapecó, v. 21, p.63-84. Disponível em: <<https://bell.unochapeco.edu.br/revistas/index.php/pedagogica/article/view/4766>>. Consultado em: 18 jan. 2020.

Rodrigues, I. M. P., & SOARES, R. L. (2019): "Entre Freire e Fedathi: apontamentos e interlocuções sobre o processo de ensinar". In: Borges Neto, H. (Org.) *Sequência Fedathi: interfaces com o pensamento pedagógico*. Curitiba: CRV, p. 155-172.

Santana, A. C. S. (2019): "Uma proposta de ciclos formativos em educomunicação baseados na práxis fedathiana: o case do CRID". (Tese de Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. Disponível em: <<http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/49097>>. Consultado em: 09 jan. 2020.

Santos, J. N., Borges Neto, H., & Pinheiro, A. C. M. (2019): "A ORIGEM E OS FUNDAMENTOS DA SEQUÊNCIA FEDATHI". *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - BOCEHM*, Fortaleza, v. 6, n. 17, p.06-19. <http://dx.doi.org/10.30938/bocehm.v6i17.1074>. Disponível em: <<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/1074/1463>>. Consultado em: 02 out. 2019.

Schön, D. A. (2000): "Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem". Porto Alegre: Artmed, 256 p.

Vasconcelos, C. B. (1983): "Uma Abordagem Natural para Anéis de Dedekind. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.