De como os pastores ensinaram a operar ... ou E assim, a história se repete (os algarismos romanos revisitados)

por

Hermínio Borges Neto* e Ana Maria Iório Dias**

1. Introdução

O objetivo deste artigo é apresentar uma utilização dos algarismos romanos bem diferente da maneira tradicional como estes algarismos são apresentados na maioria das escolas de I Grau , mesmo nos dias de hoje, quando boa parte dessas escolas apresenta à sociedade uma proposta pedagógica dita inovadora.

Tentaremos mostrar que os algarismos romanos se prestam muito bem à representação de agrupamentos (que são fundamentais nos sistemas de numeração posicional), e para operar dentro desses agrupamentos. A forma com que os pastores romanos operavam nesse sistema de numeração favorece, intensamente, o desenvolvimento do cálculo mental. Esta etapa é extremamente importante para o raciocínio matemático.

^{*} Doutor em Matemática, Professor do Departamento de Matemática da UFC.

^{**} Mestre em Educação, Professora do Departamento de Teoria e Prática do Ensino da Faculdade de Educação da UFC.

2. Um pouco de história

Os algarismos romanos, como mostra Menninger (Karlson, 1961), são derivados dos caracteres cuneiformes antigos. A notação aditiva que conhecemos hoje só surgiu muitos anos depois, já na Idade Média.

A numeração romana, usada pelos pastores, continha alguns símbolos (e dentre eles, os que conhecemos já tradicionalmente) que representavam agrupamentos com quantidades diversas. Esses agrupamentos, assim, não eram do mesmo tamanho (no sentido de quantitativamente iguais), e portanto, não possuiam a característica principal dos sistemas de numeração atuais, que só permitem organizar grupos até um mesmo tamanho (quantitavamente iguais). Vejamos alguns exemplos:

- os símbolos I, II, III, IIII representavam as unidades 1, 2, 3 e 4 respectivamente;
- o símbolo V repreentava um grupo de cinco unidades;
- os símbolos X, L, C, D e M representavam grupos de 10, 50, 100, 500 e 1.000 unidades respectivamente;
- à medida em que fosse necessário, isto é, quando os símbolos já existentes não expressassem de maneira satisfatória o valor quantificado, novos símbolos seriam criados.

Formas IV (que corresponde a 5–1), XL (que corresponde a 50–10), ou seja, a introdução de um valor posicional aditivo, só surgiram após a Idade Média; infelizmente, ao invés de difundir e socializar conhecimentos, tal medida veio restringir o acesso de grupos sociais diversos (sobretudo dos setores mais populares) à nova forma de operar com as representações criadas (ou modificadas).

Assim, embora reduzindo o número de caracteres na representação escrita, os novos algarismos tornaram mais difícil a realização das operações fundamentais. Tente multiplicar VI por IV, por exemplo, e veja as dificuldades que aparecerão ao tentar explicar a função do I de IV.

Por isso, como nas escolas só se trabalha com a escrita romana da Idade Média, esses algarismos só são utilizados para indicar algumas páginas especiais de livros, seus capítulos, para leitura do ano de construção de prédios antigos e, na maioria das vezes, como conhecimentos gerais (dos quais só se exige a memorização pura e simples, para posteriormente, cair no esquecimento).

3. Processo de operar dos pastores romanos

Nós resolvemos associar o ensino de sistema de numeração e das operações fundamentais à utilização dos algarismos romanos dos pastores, valorizando suas idéias ingênuas (como as idéias que os alunos têm) e acima de tudo, respeitando as etapas do processo de compreensão e raciocínio pelas quais passam , até chegar ao conhecimento sistematizado (e desde que lhe seja possibilitado o acesso a esse conhecimento).

Tentaremos mostrar que os algarismos romanos se prestam muito bem à representação de agrupamentos (que são fundamentais nos sistemas de numeração posicional), e para operar dentro desses agrupamentos. A forma que os pastores romanos operavam nesse sistema de numeração favorece, intensamente, o desenvolvimento do cálculo mental.

Para entender o processo com o qual trabalharemos, deve-se tentar não utilizar no seu cálculo os nossos algarismos arábicos tradicionais (nem sequer de memória); deve-se "desligar" deles e fazer de conta que se conhece apenas os números romanos.

Uma das características de um sistema de numeração que se preze, é a formação de grupos ordenados: reune-se uma determinada quantidade de objetos e formam-se grupos com até a quantidade estipulada a priori. Esses grupos sofrerão novos agrupamentos à medida que a sua quantidade ultrapassar o previamente determinado, ou seja, passam para uma ordem superior.

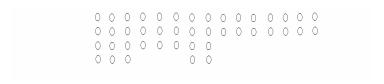
Entretanto, mesmo sabendo que os algarismos romanos não possuem esta regularidade, eles se prestam muito bem ao treinamento de formação de grupamentos, se aproximando bastante do raciocínio infantil.

Assim, uma quantidade de objetos vai sendo agrupada, e reagrupada em diversas ordens, até ser simplificada em sua forma final, tornando mais fácil a sua manipulação e operação.

De maneira semelhante, podemos trabalhar todo esse conteúdo utilizando como auxílio de representação gráfica de agrupamentos, os números romanos assim especificados:

- para cada unidade : I
- para cada grupo de cinco unidades : V
- para cada grupo de dez unidades: X
- para cada grupo de cinqüenta unidades: L
- para cada grupo de cem unidades: C
- para cada grupo de quinhentas unidades: D
- para cada grupo de mil unidades: M
- e assim por diante.

Como exemplo, podemos trabalhar a quantidade abaixo:



Inicialmente, faremos grupos de V e de I



E a quantidade ficaria assim representada:

Como cada dois grupos de V valem um grupo de X, teremos após um reagrupamento:

XXXXIII

Esta seria a forma mais simplificada que poderíamos representar da quantidade fornecida.

Um passo importante seria dado para representar os grupamentos oriundos das operações fundamentais.

Vejamos, pois a adição:

Como juntar XVII com XVIIII ?

Este resultado poderia ser reagrupado, e ficaria assim:

Agora, como cada dois V valem um X, a forma final seria

Da mesma forma, pode-se trabalhar a subtração: (vejamos a prova real do exemplo anterior)

XXX V I menos X V IIII

XXX V I --> retira-se a quantidade a ser subtraída;

Como não dá para subtrair os quatro I's da quantidade representada e como há V's na ordem superior, pode-se transformar um V em cinco l's, e o resultado ficaria assim:

XXX ||||||--> (vamos retirar quatro l's) XXX - II

(não dá para subtrair o V da quantidade representada, mas como há X's na ordem superior, pode-se transformar

um X em dois V's)

XX VV II (retiremos as quantidades e obtemos)

XX V II (finalmente, retiremos o X)

X V II

Assim, o resultado final será X V II, o que confirma que a operação de adição anterior estava correta.

Há indícios históricos de que os romanos provavelmente reduziam as multiplicações a adições sucessivas de parcelas iguais. É dessa forma que trabalharemos:

Por exemplo VI vezes V seria, então, a soma

VI

VI

V١

VI

VΙ

VVVVV IIII que quando reagrupado, teremos:

XXVV

E o resultado final será XXX.

(observe que a segunda ordem está vazia. Isto significa que todos os V's foram reagrupados, trocados por X, não sobrando nenhum).

A partir daí, pode-se criar um algoritmo de multiplicação assemelhado ao tradicional dos sistemas clássicos de numeração posicional, o que facilitará o seu entendimento no momento em que se estiver trabalhando as operações fundamentais.

Vejamos, ainda no exemplo anterior, a multiplicação de VI por V.

۷I

V

VVVVV IIII

Após um agrupamento, obtemos o resultado esperado. Este processo pode ser generalizado para qualquer ordem de grandeza dos números.

Em relação à divisão, o mais simples, de início seria associá-la a subtrações sucessivas de parcelas iguais, o que corresponde a responder a questão: ao dividir uma determinada quantidade com tantas pessoas, quanto cabe a cada uma?

Por exemplo, a divisão de XVI por III:

XVI--> para subtrairmos III há necessidade de se decompor o numeral, e levando em conta que um V corresponde a cinco l's, ficaria assim:

X IIIII I

I subtração: X IIIIII - III dará X III.

Il subtração: X III - III dará X.

Aqui há necessidade de nova transformação, ou seja da um X por dois V's.

Assim, X = VV = V IIIII

III subtração: X - III = V IIIII - III = V II

IV subtração: V II - III = IIIII II - III = IIII

Ainda é possível mais uma subtração,

V subtração: IIII - III = I

Deste modo, XVI dividido por III deu como resultado V subtrações e I de resto; logo, reagrupando, obtemos que XVI dividido por III dá V, sobrando de resto I.

Esta maneira de efetuar a divisão é a mais ingênua e simples que podemos fazer. Se começarmos com as transformações das ordens superiores para as inferiores, diminuiremos o número de etapas de transformações, agilizaremos o processo e induziremos ao algoritmo tradicional da divisão. Como a nossa preocupação maior, por enquanto, é com o processo de cálculo mental, escolhemos o menos sofisticado para exemplificar. Cabe ao interessado sofisticar de acordo com sua conveniência.

Outra forma de se interpretar a divisão seria comparando uma quantidade com outra: no caso, quantas vezes o III caberia no XVI ? Ou ainda, quantas vezes o XVI é maior do que o III? O resultado seria V vezes e restaria (ou sobraria) I unidade.

Está, assim, criada (ou recriada) a utilização da mais simples máquina de calcular: o ÁBACO, uma ferramenta indispensável para se trabalhar as operações fundamentais. Era dessa forma que os contadores romanos trabalhavam, mas isso já é outra história...

4. Bibliografia

AABOE, Asger. Episódios da História Antiga da Matemática, Coleção Fundamentos da Matemática Elementar, S B M (1984), RJ.

IFRAH, Georges. <u>Os números: História de uma grande invenção</u>, Ed. Globo (1989), RJ.

KARLSON, Paul. A magia dos números, Ed. Globo (1961), RJ.

STRULK, Dirk J. <u>História concisa das matemáticas</u>, Gradiva Publicações (1992), Lisboa.