O ENSINO DE MATEMÁTICA: ANALISANDO O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO DO MEDIADOR

Hermínio Borges[1]

Márcia Campos[2]

RESUMO

Neste artigo analisamos a questão do raciocínio matemático de professores de matemática do ensino médio. Tomando como base um problema proposto por Louis Johannot (1947) e, após análise das soluções dos professores, alertamos para uma possível regressão do nível de raciocínio matemático desses professores. A questão se torna mais relevante se observarmos que no ensino médio, até pela proximidade do vestibular, a importância à instrumentalização é muito mais acentuada que ao desenvolvimento do raciocínio matemático. E essa prática, ao longo de anos, pelo professor, pode afetar o seu próprio nível e desenvolvimento.

Considerações Iniciais

A questão por nós levantada é que, com o desenvolvimento da tecnologia dos computadores e dos seus aplicativos, a ênfase dada à instrumentalização, principalmente no ensino médio, perde a sua razão de ser, já que os cálculos numéricos, os trabalhos mecânicos e repetitivos, podem ser executados pelos computadores. Por exemplo, resolver uma equação de segundo grau, ou uma equação diferencial, pode ser feito sem muito esforço de programação, por aplicativos do tipo DERIVE, MAPLE ou MAHEMATICA, comuns nos departamentos de matemática. A grande questão que surge é a análise e interpretação da resposta dada pelo aplicativo e inicialmente, a modelação dos dados de forma que possa ser implementada no aplicativa. Seguindo essa linha de raciocínio, a ênfase no ensino de matemática deve ser dada, então, ao desenvolvimento do raciocínio matemático e nem tanto à instrumentalização (Borges Neto, 1997).

Com isso, não estamos dizendo que a sistematização e a instrumentalização devam ser evitadas. De forma alguma! Devem continuar a ser exploradas. Só que damos mais importância ao raciocínio matemático.

Assim, a questão proposta na pesquisa é se, ao longo dos anos, o professor, principalmente o do ensino médio, dando ênfase na instrumentalização, não tem o seu próprio raciocínio matemático afetado?

[1] Doutor em Matemática pela UFC, Coordenador do Laboratório de Pesquisa Multimeios da FACED/UFC

[2] Mestre em Educação e doutoranda em Educação pela FACED-UFC

Estas nossas reflexões forma investigadas empiricamente a partir de um curso de formação continuada de matemática que ministramos na Sala Multimeios da Faculdade de Educação da UFC em abril de 1999.

O curso foi ministrado a 29 professores de matemática do ensino médio na rede pública de ensino. Em sua maioria, estes professores possuíam no mínimo dez anos de magistério, eram licenciados em matemática e concentravam-se na faixa etária compreendida entre 40 e 50 anos, 10% do grupo já havia feito algum tipo de curso de especialização.

O curso enfatizava a aplicação do computador como recurso didático na matemática, como os professores poderiam preparar uma seqüência didática e como eles poderiam compreender aspectos psicológicos implicados na aprendizagem, em especial no adolescente. Era um curso de cunho teórico-prático, onde eles tinham oportunidade de exercitar e planejar, manipulando diretamente nos computadores aquilo que havia sido trabalhado teoricamente.

A experiência foi muito interessante e estivemos refletindo tanto sobre aspectos do nosso próprio trabalho como sobre o perfil do grupo com o qual trabalhamos. Nos deteremos a analisar aqui, alguns aspectos do perfil dos professores quanto a resolução de um problema e que relação acreditamos que isso pode ter com a estimulação do raciocínio matemático formal dos estudantes.

Análise do problema proposto aos professores

Quando estávamos trabalhando com os professores sobre o raciocínio matemático do adolescente, propusemos para eles, sem interesse especulativo *a priori*, uma atividade que ressaltava o grupo das duas reversibilidade descrito por Piaget, como uma das características essenciais do nível formal. A intenção inicial era demonstrar através das próprias soluções dos professores, do seu esforço de pensar, a complexidade das operações envolvidas no problemas. A questão proposta foi:

Questão do vinte e três reais:

- Tenho o mesmo tanto de dinheiro que você. Do meu dinheiro eu tirei vinte e três reais e dei para você. Com quanto você ficou a mais do que eu?

Esta questão foi retirada de um estudo de Louis Johannot (1947) que, em sua tese de doutorado, classificou em estágios o desenvolvimento do raciocínio matemático do adolescente. Utilizando o método clínico, investigou em 112 adolescentes suíços de sexo masculino e feminino, com idade compreendida entre 13 e 18 anos, afim de observar o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, que, longe de ser um bloco homogêneo, possui níveis em seu desenvolvimento. Com base nos seus resultados, dentro do período compreendido por Piaget como operatório formal, Johannot classificou o desenvolvimento do raciocínio matemático do adolescente em 4 estágios de desenvolvimento. Para ele, a palavra **estágio** é usada de acordo com o referencial piagetiano e refere-se às configurações estáveis que se dão através do equilíbrio entre os fatores de desenvolvimento: maturação, experiência e meio social. O desenvolvimento destes estágios acontece através de equilibrações sucessivas entre os mecanismos adaptativos do indivíduo ao meio, assimilação e acomodação. Isto significa que as aquisições anteriores são sempre um patamar necessário para as aquisições subsequentes (Johannot, 1947).

Para proceder à classificação de tais estágios, Johannot utilizou-se do seguinte paradigma: ao resolver uma tarefa intelectual que demanda dificuldade, há uma tendência natural do raciocínio para regredir a um nível anterior. Estes estágios serão descritos abaixo. Eles foram classificados por Johannot de acordo com a habilidade da criança para resolver o problema, usando objetos no plano concreto (manipulando objetos), no plano gráfico (através de desenhos ou pequenos gráficos), no plano aritmético (através de operações com números) ou no plano algébrico (através de equações). Ressalte-se que os estudantes investigados por Johannot já tinham tomado conhecimento de equações e sistemas algébricos formais, inseridos no currículo escolar. A questão apresentada se caracteriza por ser do tipo questão semi-aberta, com parte dos dados fornecidos e necessidade de se trabalhar com variáveis de valores desconhecidos. É uma questão que pode ser resolvida utilizando as propriedades estruturais do anel do inteiros e a lógica para ser resolvida é a lógica de primeira ordem.

Estágio I: solução no plano concreto - quando, ao tentar resolver a questão, necessita retornar ao concreto, manipulando um número pequeno de objetos. Quando eles retornam para problema instanciado dos vinte e três reais (vinte e três francos suíços no problema original), conseguem resolvê-lo porque compreendiam o raciocínio.

Estágio II: solução no plano da representação gráfica – quando, ao tentar resolver a questão, consegue-se entender a resolução do problema no plano gráfico através de desenhos, não necessariamente para depois resolvê-lo. A representação gráfica é um nível intermediário entre o concreto e o simbólico.

Estágio III: solução no plano formal aritmético - há uma tentativa de resolução que o autor classifica como em dois subestágios: a) o jovem procura resolver, dando uma ênfase numérica, quantitativa, que possibilita a generalização para a solução do problema; b) a solução é repentinamente generalizada, tendo como suporte a compreensão das transformações iniciais e finais: eu recebi, você perdeu. Esse tipo de estratégia foi muito bem estudada por Vergnaud (1983)

Estágio IV: solução plano formal algébrico - neses estágio, o estudante modeliza os dados, representado o pensamento em uma equação matemática, atribuindo simbolismo algébrico às partes componentes do problema e efetuando as operações necessárias. O simbolismo algébrico, após compreendido e realmente aprendido, facilita o raciocínio, tornando-o mais simples e rápido, menos propício a erros e favorecendo a generalização.

A resolução deste problema implica as seguintes operações:

- uma relação inicial de simetria entre dois valores Q1 e Q2;
- saber que um valor diminuiu de 23 reais;
- que o outro valor aumentou de 23 reais;
- o estabelecimento da relação a mais entre os números resultantes destas duas operações.

O pensamento do adolescente diferencia-se do pensamento da criança operatória concreta por organizar-se em estrutura de rede. A estrutura de rede permite antecipar as várias combinações possíveis para explicar fenômenos ou resolver determinados problemas. Possibilita, do ponto de vista cognitivo, ter uma visão de totalidade e não apenas das partes, libertando do egocentrismo, ou seja, da visão centrada e fragmentada. Outra característica importante do operatório formal são os grupos das transformações simultâneas, que, segundo Piaget (1990), caracterizam-se pela estrutura de grupo quaternios, denominada INRC. Já a estrutura de rede permite a visualização do sistema e o grupo INRC a interrelação entre as várias operações que o compõem.

As quatro transformações contidas no grupo INRC, segundo definição de Piaget (1990), são denominadas: Identidade (não altera em nada a proposição sobre a qual incide); Negação (modifica tudo na proposição sobre a qual incide); Reciprocidade (permuta as proposições das operações de identidade); Correlatividade (modifica tudo na proposição de reciprocidade, sua negação). Observamos aí um grupo de duas reversibilidades.

Na Questão dos Vinte e Três Reais, acontecem estas quatro transformações simultâneas:

I - está presente na equivalência de que quantidades Q1=Q2

N- a relação acima é anulada pela operação Q1-23= x e Q2+23=y

R- a recíproca de I é Q2=Q1

C- que anula a operação anterior: Q2-23=x e Q1+23=y

A "relação a mais", a partir dos resultados das operações simultâneas de soma e subtração, pressupõe uma correspondência termo a termo. Entre x e y uma nova relação se estabelece, a de proporção, pois, a medida que Q1 perde uma quantidade z para Q2, Q2 fica com 2z a mais que Q1. Esta relação está diretamente relacionada às estruturas de rede e IRNC.

As respostas dos professores

Somente dez dos participantes entregaram as soluções resolvidas. Destas, apenas três conseguiram dar a resposta esperada, ou seja, 46 reais. Por isso começamos a pensar como estes professores estariam realizando seu trabalho em sala de aula e que repercussão isso poderia ter quanto ao desenvolvimento do raciocínio matemático dos seus estudantes. Descreveremos a seguir as maneiras que cada um destes que acertaram apresentaram suas soluções:

a) X1 = X2

X + 23 - (X-23) = 46

Segundo os níveis de Joanhot esta é a resolução algébrica.

b) X1 = X2

— X *es x e x* / *pois x-23* X *tra x+* 23 —

Diferença = 46

Obs. X= Y Fez estas equações e riscou.

X-23 = X+ 23

2X =

Johannot diz que a pessoa diante de uma dificuldade regride ao nível anterior, aonde ela tem mais segurança para resolver o problema. O aluno deu solução correta e fez uma representação gráfica, que também não correspondia fielmente ao enunciado da questão. A tentativa de fazer um equação foi falha. Mas conseguiu encontrar a solução correta e entender a simultaneidade das operações envolvidas no problema.

c) O outro representou assim:

Eu = X   Você = X

$\boxed{X- 23}$ *fica* $\boxed{X+23}$ *6 a mais do que eu.*

Ele não representou através de equações, apenas fez mentalmente as equações, embora tenha representado as quantidades de modo algébrico.

As demais pessoas não acertaram a resposta. Sessenta por cento apenas representaram as quantidades algebricamente, como na questão anterior mas disseram que a resposta era R$ 23,00 a mais.

Uma pessoa, contudo, demonstrou a seguinte solução:

X + X = 100%   X + 23

2X - 23 = 100

2X = 100 + 23

2X = 123

$\boxed{X = 61,50}$ do não entendimento das operações envolvidas no problema, identifica-se aí uma dificuldade de formulação de equações algébricas.

Comentários e conclusão

Ao analisar a importância da educação e sua relação com o desenvolvimento mental, Vygotsky chega às seguintes conclusões: o *aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças ingressam na vida intelectual* (Vygotsky, 1984:99). Esse processo, para ele, é fundamentado na imitação e é através dela, o qual é eminentemente social, que o meio circundante recebe significado. Dessa forma, as crianças são capazes de imitar uma infinidade de ações de que não eram capazes de realizar e este ato pode levá-las a avançar no seu desenvolvimento mental. Por isso, acredita que o ensino não deve se deter só no concreto e excluir oportunidades de abstração. A abstração pode estimular uma zona de aprendizagem que por imitação interna pode chegar a impulsionar modificações que passam a ser uma aquisição do desenvolvimento independente da criança. Para ele, uma pessoa só consegue imitar o que está em seu nível de desenvolvimento. É por isso que diz :

> *um ensino baseado somente no concreto - um sistema que elimina do ensino tudo aquilo que está associado ao pensamento abstrato - falha em ajudar as crianças retardadas a superarem suas deficiências inatas, além de reforçar essas deficiências, acostumando as crianças exclusivamente ao pensamento concreto e suprimindo, assim, os rudimentos de qualquer pensamento abstrato que essas crianças ainda possam ter",* Vygotsky (1984:100). Contudo, " *o aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de*

> *desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer* (Vygotsky, 1984: 101).

Para explicar o que é desenvolvimento mental na perspectiva de Vygotsky, temos que recorrer a um importante conceito desenvolvido por ele que é conhecido por zona de desenvolvimento proximal, que nas palavras do autor significa:

> *a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução de problemas de maneira independente, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes* (Vygotsky, 1984:97).

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que estão em maturação, mas ainda não amadureceram e que através do ensino farão avançar o desenvolvimento real.

Voltando para as nossas reflexões, acreditamos que os professores para estimular o raciocínio formal dos estudantes, cumprindo a função de mediador, precisam lidar com este tipo de raciocínio, que cremos ser o essencial no ensino da matemática. Têm que ser pessoas criativas, que lidem bem com enigmas, desafios lógicos.

Como poderão desenvolver nos seus alunos uma reversibilidade de pensamento que eles mesmo não exercitam?

Ou que a sua prática no dia a dia da sala de aula faz com que esse raciocínio matemático formal seja relegado a um segundo plano?

É claro que várias justificativas que expliquem essa prática podem postas. Podemos cita, dentre outras, falta de perspectiva profissional, baixo salário, pressão dos pais e alunos pela premência do vestibular, desmotivação dos alunos. Sabemos e temos consciência disso. O que fazemos aqui é um alerta sobre mais um problema do já complicado ensino de matemática.

Bibliografia

BORGES NETO, Hermínio & BARBOSA JUNIOR, Raimundo. O Ensino de Matemática Assistido por Computador nos Cursos de Pedagogia, XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, Natal, 1997.

LOUIS, Johannot. Le raisonnement mathématique de l'adolescent. Coleção Actualités Pédagogiques et psycologiques. Paris: Delachaux et Niestlé, 1947.

VERGNAUD, Gérard. Multilplicative Structures, *In* R. LESH et M. LANDAU (Eds.) *Acquisition of mathematics concepts and processes*, Academic Press, New York, pp. 127-74, 1983.

VYGOTSKY, L.S. A Formação Social da Mente. São Paulo/SP: Livraria Martins Fontes Editora, 1984.