



**XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA
EDUCAÇÃO DO CEARÁ**
Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

O ESTUDO DAS CÔNICAS ATRAVÉS DO GEOGEBRA NA METODOLOGIA SEQUÊNCIA FEDATHI

José Airton de Oliveira Faustino²⁹⁷
Daniel Brandão Menezes²⁹⁸
Milinia Stephanie Nogueira Barbosa Felício²⁹⁹
Carlos Henrique Delmiro de Araújo³⁰⁰
Hermínio Borges Neto³⁰¹

INTRODUÇÃO

O ensino das cônicas no ensino básico, em geral, apresenta-se como um desafio para os profissionais que lecionam nessa área, pois problemas como a falta de base na área de álgebra, mais especificamente na parte inerente à geometria analítica e a ausência de conceitos geométricos essenciais para o desenvolvimento da compreensão de tal temática, gera nos educandos uma falta de vontade de se debruçar sobre esse assunto, fazendo-os perder a oportunidade de conhecer as diversas potencialidades das aplicações das cônicas nas mais diversas áreas, tais como: astronomia, saúde, engenharia de telecomunicações, engenharia automobilística entre outras.

Essa falta de ânimo dos aprendentes para com esse tema, muitas vezes, dá-se, também, devido a falta de preparo do professor que, em alguns casos, com aulas excessivamente expositivas e focadas no algebrismo, não possibilita ao discente o prazer da descoberta, deixando de trabalhar as diversas aplicações desse objeto de estudo, desprezando recursos pedagógicos interessantes, como os softwares de geometria dinâmica, em especial, o Geogebra, que, através de suas ferramentas, possibilita aos educandos a apreensão das propriedades das cônicas, através da simulação e experimentação (PINHEIRO e PINHEIRO 2017), que justificam as suas aplicações.

Essa postura apresentada pelo docente vai de encontro às novas exigências da relação de ensino e aprendizagem que ensejam que o professor aproveite ao máximo as novas tecnologias, as quais devem ser inseridas e utilizadas, sempre que possível, em suas sessões didáticas, já que é uma tendência requerida pela sociedade do século XXI, em que é possível perceber crianças e adolescentes utilizando equipamentos tecnológicos cada vez mais precocemente. Além desses fatores,

²⁹⁷Universidade Federal do Ceará. E-mail:airton@multimeios.ufc.br

²⁹⁸ Universidade Federal do Ceará. E-mail:danielbrandao@multimeios.ufc.br

²⁹⁹Laboratório Multimeios. E-mail:milinia@multimeios.ufc.br

³⁰⁰Universidade Federal do Ceará. E-mail:delmiro@multimeios.ufc.br

³⁰¹Universidade Federal do Ceará. E-mail:herminio@multimeios.ufc.br



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

o uso do software Geogebra se justifica pelo fato de o ambiente computacional permitir ao discente uma interação com o seu objeto de estudo, a qual permite que o aluno associe o assunto que está estudando com a sua realidade social, que é uma das justificativas da aquisição do conhecimento.

Levando em consideração que historicamente, no Brasil o ensino de Matemática é determinado mais pelos livros didáticos do que por um currículo oficial, constata-se em (BORDALLO, 2011), que apesar de haver tentativas de tornar esse currículo unificado, como é o caso dos DCNs (Diretrizes Curriculares Nacionais) e mais, atualmente, da Base Nacional Comum Curricular Dado esse ponto de vista, as cônicas sofrem um esquecimento e acabam sendo tratadas por uma abordagem, muitas vezes, sem atrativos para os discentes, justamente, pelo fato de os conteúdos serem determinados pelos livros didáticos, que, muitas vezes, tratam esse conteúdo de forma algébrica sem mostrar as diversas propriedades das cônicas que lhes permitem as mais variadas aplicações nos muitos campos de conhecimento.

Segundo Bordallo (2011), os livros seguem os conteúdos que são cobrados nos vestibulares, e essa postura é percebida não só no ensino de Matemática, mas das disciplinas como um todo. Essa postura pedagógica vai de encontro com a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) que afirma em seu artigo 1º: “a educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais.” (CARNEIRO, 2015, p.47).

Convergindo para esse princípio da LDB que mostra que a educação que perpassa as diversas vivências do educando, busca-se pesquisar o planejamento e elaboração de sessões didáticas que introduzam um ensino de Matemática que encaixe o conteúdo dentro de um contexto significativo. Essa conjuntura significativa possibilita ao estudante o prazer da pesquisa e consequentemente a construção do seu aprendizado, fazendo-o adquirir uma visão holística a respeito do conteúdo das cônicas, deixando de vê-las como um amontoado de equações sem o menor valor social e aparentemente um saber à parte de sua realidade.

Para isso, devem-se seguir as orientações de uma metodologia que enfatiza a postura do professor, afinal o docente é o mediador entre o discente e o conhecimento, pois sem a mudança de postura do docente não tem como haver um ensino que desperte o interesse do aluno bem como sessões didáticas que proporcionem a experiência da pesquisa matemática por parte dos educandos.

Com isso tem-se como objetivo deste trabalho : Investigar sessões didáticas que utilizem o Geogebra como ferramenta que possibilite a experimentação e verificação dos conceitos inerentes às



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

cônicas por parte dos aprendentes focando na postura do professor em sala de aula, tendo em vista que ele tem o dever de mediar a relação de ensino e aprendizagem e como alternativa de melhorar essa mediação e mudar a postura do professor é evidenciada a metodologia Sequência Fedathi.

Para isso será feito uma revisão bibliográfica sobre as cônicas, o software Geogebra e a metodologia Sequência Fedathi e por fim serão elaboradas sessões didáticas sobre o conteúdo das cônicas, onde a metodologia de ensino será a Sequência Fedathi e o Geogebra será o aparato tecnológico utilizado para instigar o aluno a descobrir as propriedades desses entes geométricos por meio de sua construção e trabalhar a equação algébrica que representa cada uma das cônicas mais estudadas no Ensino médio que são: Parábola, Elipse e Hipérbole.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O estudo das cônicas surgiu na Matemática como uma alternativa de solução para os três grandes problemas da antiguidade que são: duplicação do cubo, trissecção do ângulo e quadratura do círculo. (EVES, 2004). Esses problemas deveriam ser resolvidos com régua e compasso, no entanto, em suas demonstrações foi provado que não podem ser resolvidos utilizando-se esses instrumentos. As secções cônicas são assim chamadas, pois uma das formas de elas serem obtidas é através da secção de um cone por um plano, para isso basta mudar o ângulo de inclinação do plano que vai secionar o cone. A cada mudança de ângulo uma nova cônica é obtida.

Para resolver esses três problemas, o primeiro a utilizar as cônicas foi Menecmo. Após Menecmo outras pessoas se debruçaram sobre o estudo desse assunto, porém quem mais se dedicou ao estudo das cônicas foi Apolônio de Perga (262-190 a.C) , tendo ele escrito a unificação das cônicas, em que reuniu por volta de 400 teoremas em seus oito livros havendo superado seus antecessores e desenvolvendo uma teoria que obtinha as cônicas a partir de qualquer cone, além de ter nomeado as cônicas não degeneradas mais conhecidas, além da circunferência, que são a parábola, elipse e hipérbole cujos nomes foram tomados a partir da teoria pitagórica da aplicação de áreas.(EVES,2004).

Após essa utilização para a resolução dos três problemas clássicos da antiguidade, as cônicas receberam várias aplicações em diversos contextos sociais, a saber: na astronomia, tem-se a primeira lei de Kepler, que afirma que os planetas possuem órbitas elípticas, onde o sol ocupa um dos focos, além disso, os telescópios refletores propostos pelo francês Cassegrain; na odontologia tem-se a utilização da elipse nos dispositivos de iluminação dos dentistas; na mecânica celeste, a trajetória de



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

um cometa pode descrever uma órbita elíptica, parabólica ou hiperbólica; na construção civil, pode-se ver a uma aplicação das cônicas em Brasília e no planetário de St. Louis nos Estados Unidos, dentre outras aplicações (Souza, 2014).

Nem sempre foi assim, o estudo das cônicas foi sendo feito através de abordagens diferentes, até o século XVII, os estudos foram sendo abordados de forma sintética. Com a criação da geometria analítica, os estudos passaram a ser tratados de forma sintética e analítica. Já nas pesquisas de La Hire os estudos foram levantados pelas propriedades focais. Mesmo que o trabalho de La Hire não tenha se concentrado apenas nessa parte, é ela que perdura até os dias de hoje. Com essas mudanças de abordagem houve muita perda das propriedades e significados das cônicas, principalmente no que diz respeito ao abandono da abordagem sintética, que deu suporte ao início do interesse por esse assunto que surgiu com o problema da duplicação do cubo (Bordallo, 2011).

No Brasil, essa abordagem sintética desapareceu por completo com o advento da Matemática Moderna, que era a favor da algebrização da geometria. Com o fim da abordagem sintética, muito se perdeu no estudo das cônicas, tornando esse conteúdo um amontoado de equações sem aplicações e sem sentido, convertendo esse assunto em um material sacal e sem interesse para o discente.

Para Libâneo (2015), a escola tem como um de seus objetivos ajudar o aluno a se tornar um indivíduo autônomo, capaz de construir e reconstruir os seus conceitos, tomando uma atitude ativa perante a relação de ensino-aprendizagem. Para isso, Libâneo (2015) enseja que a escola deve inserir o educando em uma formação que passe pelo âmbito cultural e pelo âmbito científico propiciando ao discente o contato com a cultura, com a linguagem e com a tecnologia que é algo inerente à sociedade contemporânea.

Partindo desse pressuposto, este trabalho pretende colocar o aluno em contato com os problemas que estimularam o estudo das cônicas, por meio do resgate da abordagem sintética e analítica com o suporte de uma nova tecnologia, o software Geogebra, focando essa abordagem no comportamento do docente já que este é o mediador entre o aluno e o conhecimento, Todo esse comportamento deve ser norteado por uma metodologia, que nesse caso se julga como a melhor opção a Sequência Fedathi.

O Geogebra é um software de aprendizagem matemática criado pelo professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg, para educação matemática nas escolas.



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

O Geogebra associa às construções geométricas uma equação algébrica o que possibilita um estudo detalhado da Geometria Analítica. Além do mais, esse software vincula às equações algébricas as suas respectivas construções geométricas, fazendo com que uma alteração na equação gere uma alteração no ente geométrico associado e vice-versa, tornando-o um excelente meio de se estudar as cônicas, tendo em vista que uma das formas de se estudar as cônicas é através de suas equações.

Com o passar do tempo, muitos professores passam a achar os conteúdos matemáticos que ensinam algo natural e simples que não requerem uma abordagem mais prática, pois seu objeto de estudo é tão natural como o ato de se alimentar (DAVIS e HERSH, 1986). Com essa postura, o docente passa a fazer de sua prática algo automático, que não necessita de uma reflexão e de uma renovação, no entanto, como se sabe, tais atitudes farão com que suas aulas sejam menos atraentes e significativas para seus alunos.

Como todo comportamento exige um embasamento filosófico, mesmo que inconscientemente, o do educador matemático não poderia ser diferente, portanto esse pensamento de achar os conceitos matemáticos algo natural e até mais compreensível que os objetivos do cotidiano vêm de um dos dogmas padrão dos fundamentos da matemática que é o Platonismo (DAVIS e HERSH, 1986). Em contrapartida, a esse dogma, tem-se uma metodologia que se volta ao ensino de matemática baseado no Intuicionismo de Brouwer e no descobrimento matemático de Lakatos (BORGES NETO e SANTANA, 2001).

A Sequência Fedathi é uma metodologia do ensino de matemática, que pode ser aplicada a diversas áreas. Ela surgiu a partir da preocupação do Prof. Dr. Herminio Borges Neto em melhorar o ensino dessa disciplina no início de sua carreira acadêmica e foi formalizada nos anos de 1990 como uma pesquisa de pós-doutorado (SOUSA et al, 2013).

Embasada na descoberta de Lakatos e no intuicionismo de Brouwer, a Sequência Fedathi procura levar o professor a estar sempre repensando sua prática e a planejar sessões didáticas que procurem desnaturalizar esses conceitos e levar o discente a perceber que os conteúdos matemáticos surgem a partir de uma necessidade do meio que o cerca, mesmo que, às vezes, essa necessidade surja dentro do próprio campo da Matemática. Portanto, proporcionar que o discente possa chegar a compreender que a Matemática não é algo à parte do seu mundo e para poucos “iluminados”.

A Sequência Fedathi foca suas ações na postura do professor, pois acredita que este é o mediador do conhecimento, porém sua ação deve ser mais como a de um preceptor, já que a ideia de



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

preceptorado está ligada à análise do ambiente onde ocorrerá a aula além da interação entre o docente e o discente (BORGES NETO e SANTANA, 2001).

Essa metodologia é centrada na postura do professor, mas com objetivo de levar o aluno a vivenciar o prazer da descoberta que é sentido pelo matemático profissional. Essa experiência é uma alternativa para a significação do conteúdo, tendo em vista que a pesquisa em Matemática, como em toda Ciência, surge de uma necessidade. E com o objetivo de tornar essa experiência possível a Sequência Fedathi é dividida em quatro fases que segundo Sousa et al. (2013) que são as seguintes:

Tomada de posição

Nessa fase o professor deve escolher um meio de apresentar ao aluno o conteúdo a ser apreendido que parta do geral para o particular, mesmo que o próprio aluno depois faça esse recorte do problema nesse momento também o professor deve contextualizar o conteúdo, apresentando aos alunos os campos matemáticos que serão “descobertos” pelo discente. A partir desse momento, o professor deve tomar uma posição que possibilite a interação multilateral, em que ele vai se juntar ao grupo para refletir e problematizar a situação proposta. No caso das cônicas, o professor deve enquadrar esse conteúdo historicamente, apresentando-a primeiramente de maneira sintética, que foi a forma como elas foram criadas.

Outro ponto a se destacar é a ligação da tomada de posição com o Plateau. Na Sequência Fedathi, o Plateau é o conjunto de conhecimentos prévios que o discente deve possuir para aprender o novo conteúdo, por esse motivo o problema levado até a turma, pelo professor, não deve ser nem muito fácil e nem muito difícil, pois caso um dos extremos ocorra a participação do aluno durante a execução da sessão didática será comprometida e o objetivo de levar o aluno a construir o seu conhecimento não será alcançado.

Maturação

Esse é o momento em que devem começar as conjecturas, após a interpretação do problema, os alunos irão pensar as formas de abordar o problema. Na fase da maturação, o docente deve inserir a utilização do Geogebra de forma natural por meio da pergunta, considerando-se que esse programa computacional ajudará o educando a relacionar hipóteses com os dados coletados na



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

situação proposta, verificando se suas hipóteses são verossímeis ou não, possibilitando a resolução ou não da situação.

Na maturação, também, o professor tem que continuar a sua mediação, no entanto, agora, a sua postura deve ser a da pedagogia da mão no bolso, a qual possibilita que o professor proporcione ao aluno a experiência de passar pelos mesmos passos pelos quais passa um matemático profissional, que é a experimentação e a análise de possíveis erros, buscando conhecimentos que lhe possibilite chegar à solução do que lhe foi proposto resolver (BORGES NETO et al., 2017).

A ideia de mão no bolso passa a impressão de uma postura displicente e de que o professor está alheio ao que se passa em sala de aula, porém é justamente o contrário, nesse momento o professor está passando em sala, sondando as dificuldades dos alunos e lhes fazendo perguntas que levem a reflexão do problema, sem, no entanto, dar-lhes a resposta.

Solução

Nessa fase os alunos irão apresentar as suas conclusões sobre o problema de preferência usando o Geogebra. Neste momento, o docente irá analisar as possíveis soluções juntamente com os alunos, novamente, usando a pergunta como fator catalisador.

Mais importante que a fase são os princípios que o professor deve incorporar a sua atitude docente durante o momento em que o aluno estiver procurando a solução dos problemas.

Nesse caso essas atitudes incluem a mediação pela pergunta e o contraexemplo, isto é, o professor não deve dar respostas prontas para o aluno, mas responder as perguntas dele com outras perguntas que o façam refletir sobre sua solução ou lhe apresentar exemplos que confirmem ou não a sua solução.

Prova

Nessa fase, o professor irá formalizar o conteúdo, apresentando com detalhes as abordagens sintética, analítica e focal, bem como as propriedades das cônicas e suas aplicações.

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES



XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO CEARÁ

Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

O contributo que o trabalho oferece a Educação Matemática é referente a um norte sobre o planejamento da sessão didática, apropriando-se na prática docente a metodologia de ensino Sequência Fedathi e a complementaridade do software Geogebra na manipulação dos objetos matemáticos mencionados.

Podemos perceber que a concepção sobre a forma de lecionar e planejar uma aula é modificada quando acontece a imersão pedagógica do professor na Sequência Fedathi.

A utilização do Geogebra é caracterizada por auxiliar os alunos na manipulação dinâmica dos objetos matemáticos. Em especial, no uso das cônicas se dá em que o aluno pode realizar a construção do objeto e testar várias formas de movimentação e de medidas do mesmo, sem que tenha perda de propriedades.

Por fim, a imersão pedagógica em sala de aula é uma sugestão de pesquisa futura, em que o professor relata o que houve em sala de aula com o auxílio deste planejamento de sessão didática.

REFERÊNCIAS

BORDALLO, Mirella. **As Cônicas na Matemática Escolar Brasileira: História, Presente e Futuro**. 2011. [internet]. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/39%20Mirella%20Bordallo.pdf>> Acesso em: 17/04/2017.

BORGES NETO, Hermínio; SANTANA, José Rogério. **Fundamentos Epistemológicos da Teoria de Fedathi no Ensino de Matemática**. 2001. [internet]. Disponível em: <<http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/fedathi/fedathi-fundamentos-epistemologico-da-teoria.pdf>> Acesso em: 17/04/2017.

CARNEIRO, Moaci Alves. **LDB fácil: leitura crítico-compreensiva artigo a artigo**. 23. ed. Revista e ampliada. Petrópolis: vozes, 2015.

DAVIS, P. J. ; HERSH, R. Platonismo, Formalismo, Construtivismo. IN: DAVIS, P. J. ; HERSH, R. **A Experiência Matemática**, Rio de Janeiro: F. 1986.

EVES, Howard Whitley. Duplicação, trissecção e quadratura. IN: EVES, Howard Whitley. **Introdução à história da matemática**. Unicamp, 2004.

EVES, Howard Whitley. A matemática agregada depois de Euclides. IN: EVES, Howard Whitley. **Introdução à história da matemática**. Unicamp, 2004.

LIBÂNEO, José Carlos. Uma escola para novos tempos. IN: LIBÂNEO, José Carlos. **Organização e gestão da escola: teoria e prática**. 6. ed. rev. e ampl. São Paulo: Heccus, 2015.



***XVIII CONGRESSO DE HISTÓRIA DA
EDUCAÇÃO DO CEARÁ***
Histórias de Artes, Ofícios e Escolas - Nova Russas - 2019

PINHEIRO, Ana Cláudia M; PINHEIRO, Tânia Saraiva de Melo. A monitoria como processo formativo contínuo: uma proposta metodológica de orientação de estudo. IN: BORGES NETO, Hermínio; MENDONÇA, Adriana F. et al. **Sequência Fedathi além das ciências duras**. Curitiba: CRV, 2017.

SOUZA, Maria José Araújo. Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. IN: SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de et al. **Sequência Fedathi: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática**. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de. A pergunta como estratégia de mediação IN: BORGES NETO, Hermínio; MENDONÇA, Adriana F. et al. **Sequência Fedathi além das ciências duras**. Curitiba: CRV, 2017.