Uma proposta lógico-dedutiva-construtiva para o ensino de Matemática

HERMÍNIO BORGES NETO

Fortaleza, abril/2016

Uma teoria lógico-dedutiva-construtiva para o ensino de Matemática

1. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA E SUA RELEVÂNCIA NA SOCIEDADE CONTEMPORÂNEA

O que é matemática e qual o papel que ela representa, ou vai representar na atualidade?

A palavra matemática vem do vocábulo grego mathema, que significa instrução, conhecimento. Será que um matemático é um ser instruído?

Hoje, praticamente, tudo o que se faz na vida é matemática ou se usa um conceito matemático. E isso está tão subliminarmente enraizado que a gente não percebe. Mas prestando um pouco mais de atenção, logo identificamos que ela está presente no ato de contar, medir, comparar, estimar, comprar, pechinchar, o que e como pagar, trabalhar, andar, acordar, enfim em todas as nossas atividades. E como toda boa tecnologia, é transparente.

A Matemática, com a sua capacidade de lidar com medidas, modelos, abstrações, generalizações, estruturas lógicas e suas implicações, tornou-se, como Descartes teria desejado, o elemento unificador de um universo racionalizado (Davis & Hersh, [03], Cap. I).

Contemporaneamente (ou modernamente), o seu papel mudou a partir de 1978, com a aceitação da prova do Teorema das Quatro Cores por técnicas computacionais por Appel e Haken.

A Matemática se encontra, hoje, face ao conhecimento humano em um dilema. Se por um lado, é cada vez maior o sentimento que é uma ciência forte, poderosa, presente cada vez maior em qualquer área do conhecimento humano, por outro lado, não é fácil encontrar uma pessoa, a não ser aquelas com formação em ciências exatas, que saiba entendê-la, compreendê-la, aceita-la sem restrições, e não ser do tipo 'detesto-a', 'não sei nada'.

A imagem de uma pessoa que saiba maneja-la é sempre aquela de uma virtuose em cálculos; e com o aparecimento de computadores pessoais, principalmente após os anos 1975, como aquela capaz de programa-los e entendê-los.

Esse sentimento de desconhecimento da Matemática ainda é mais eloquente se notarmos que a quantidade de matemática necessária para a maioria dos cidadãos não passa do segundo ano de uma Universidade, e além disso, nada do que é ensinado até aí, é de descoberta posterior a 1900. Em outras palavras, o desconhecimento sobre o que é matemática, do que faz um matemático profissional, é total. E não estou discutindo aqui a matemática usada por um matemático, mas a necessária para as profissões, de um modo geral.

O que está alimentando esta cultura antimatemática não são as dificuldades de sua compressão, de seu entendimento - o que parece ser voz corrente (ver Dieudonné, [05] pág. 13), mas o processo de transmissão deste conhecimento. Ou seja, suas dificuldades envolvem as metodologias e as didáticas utilizadas para ensinar matemática, ou de um modo mais abrangente, a própria educação matemática.

Além do mais, com a aceitação da solução do problema das quatro cores por técnicas computacionais, novas ferramentas de demonstração de teoremas (ou pelos menos, indícios), foram se desenvolvendo, ainda que não plenamente aceitos ou absorvidos por matemáticos formados antes do aparecimento e proliferação dos computadores.

Mas qual será, então a função da matemática?

Hoje, com essas técnicas modernas de validação aceitas e com uma comunidade cada vez mais rápida no desenvolvimento do conhecimento e das informações, o trabalho de um indivíduo se valorizará quanto mais ele for capaz de interpretar, ou analisar, dados - e não os obter, o que era mais importante há alguns anos. E a matemática, pela sua enorme capacidade de formular problemas em situações gerais - os seus modelos teóricos satisfatórios -, e não se limitando a estudo de casos particulares, se presta adequadamente para isso.

Isso requer capacidade de abstração, de raciocínio lógico-dedutivo, de uma inteligência mais flexível. E dentre as ciências, a matemática é a que se mais ajusta para isso, como bem preconiza Granger [17], cap. 1, quando discute “Os problemas de uma idade da ciência”. Além do mais, as próprias ferramentas (ou técnicas) desenvolvidas quando se estuda/ apreende matemática já são fatores que ajudarão a construção desses modelos.

Um cidadão com essa formação, terá maior chance de ser bem-sucedido em sua profissão.

E, a matemática, nesse nível, terá essa função.

A minha preocupação maior não é apenas com a formação do "matemático profissional", mas na qualidade de ainda professor de matemática, com a sua aprendizagem, com a sua epistemologia, com a sua desmistificação como ciência mateológica.

Simone Weil, irmã do grande matemático André Weil, antes do aparecimento dos computadores, escreveu que 'dinheiro, mecanização e álgebra, são os três monstros da civilização contemporânea' (ver Davis & Hersh [03], pág. XV).

Esta é uma constatação - mais uma! - de uma crença geral com respeito a matemática.

Até meados do século passado, a gênese de novas matemáticas estava quase sempre ligada a necessidade de outras áreas do conhecimento humano, notadamente da física. Os modelos matemáticos e de matemática surgiam a partir de observações, de experimentos, de um mundo real empírico.

Nessa época, três fatos vieram mudar radicalmente esta postura, e criar condições para o *boom* da matemática contemporânea:

- a predominância da escola de Hilbert nas controvérsias e discussões sobre os fundamentos da própria matemática. São três as grandes correntes: a escola 'logicista', encabeçada por Russel e Whithead, a 'formalista', liderada por Hilbert e a 'intuicionista' (ou construtivista), defendida por Brouwer;
- a criação da Teoria dos Conjuntos por Cantor;
- a elaboração da Teoria da Medida por Lebesgue.

As junções desses três fatores permitiram que a matemática se desenvolvesse como ciência autônoma, sem ficar a reboque de outra.

Os modelos de matemática puderam, então, ser construídos segundo a linha do positivismo lógico de Carnap, ou seja:

> ' dado um conjunto de fórmulas F em uma linguagem formal L, um modelo para esse conjunto de fórmulas seria uma determinação particular (ou distanciamentos) de um conjunto de objetos e sua atribuição de significados às variáveis e suas relações que aparecem nas fórmulas de F, de modo que todas elas se tornem proposições verdadeiras' (ver Machado, [09], pág. 72).

Ou seja, de maneira bem simplista, estávamos retornando à Platão: as Formas Matemáticas existem, e cabe ao Homem encontrá-las; a verdadeira matemática transcende ao empírico; ou o teorema foi demonstrado, não cabendo a mim aplicá-lo.

A Álgebra, por exemplo, dentro dessa linha de pensamento, por seu caráter particular de buscar características intrínsecas aos objetos, de buscar propriedades estruturais, de procurar 'aritmetizar' os objetos, foi uma das áreas onde a escola formalista mais se exacerbou, mais se acentuou.

Existe coisa mais abstrata, mais formal, mais 'platônica' do que uma aula tradicional sobre a Teoria dos Grupos? Ou mesmo de Espaço Vetorial? Essas aulas são a síntese da apresentação de uma teoria formal. Ou seja, são apresentados os termos primitivos, as regras para a formação de fórmulas a partir desses termos, os axiomas/postulados, as regras de inferências para as deduções e, finalmente, os teoremas.

A maior concessão que um tal professor se concede é a de fornecer alguns exemplos que validem seu modelo, mas não com a intenção de maior compreensão por parte dos alunos. O seu objetivo é puramente mostrar que o seu universo de discurso não é vazio, ou justificar o seu modelo de matemática.

E a questão do entendimento, da epistemologia, das inter-relações de sua teoria matemática com outras áreas, não é importante? Como é que fica? Isso não é necessário para a formação de um matemático, ou até mesmo para um usuário da matemática?

O que tem a ver Álgebra com Geometria? E com Análise? E com Informática?

O que leva estudantes de computação, por exemplo, na sua formação acadêmica desenvolverem atividades em linguagens formais, em lógica matemática (necessitando, portanto de noções de monoides e grupos), acharem desnecessário - chegam mesmo a refugar a participação - um curso de introdução sobre as estruturas algébricas?

Achamos que a questão, mais uma vez, não está na Matemática, e sim na maneira como se dá a transmissão desse conhecimento, nas sistematizações das escolas e universidades. O exagero - ou o extremismo -, na construção de uma teoria formal, em Álgebra, fez com que ela perdesse o seu atrativo. Fez com que não enxergássemos a beleza que existe em uma teoria de Galois ou em um tratamento algébrico para a Geometria.

Como diz Fraleigh em seu livro A first course in Abstract Algebra, '*Never underestimate a theorem which counts something*'. Eles dizem algo, sempre. Mas isso só poderá ser entendido se tiver significado, se tiver sentido (sentimento?) para o usuário. Não é pela beleza estética, mas pelo entendimento, pela percepção, pela compreensão, pela necessidade de utilizar a ferramenta matemática, pela ligação com a realidade de cada um, que enxergaremos o que os teoremas querem dizer.

O cidadão profissional de hoje é mais valorizado quanto maior for sua capacidade de analisar um problema ou uma situação, equacioná-lo e apresentar-lhe uma solução satisfatória.

E maior será esta sua habilitação quanto mais for capaz de trabalhar com situações particulares. Isto é, quanto mais ele seja capaz de isolar as variáveis fundamentais e construir modelos satisfatórios para o problema.

Isso requer capacidade de abstração, de raciocínio lógico-dedutivo, de uma inteligência mais flexível. Além do mais, as próprias ferramentas (ou técnicas) desenvolvidas quando se estuda/ apreende matemática já são fatores que ajudarão a construção desses modelos.

2. QUAL O PROBLEMA?

O problema surgiu pela angústia que se sentia (e sente-se, ainda) diante da situação atual do Ensino de Matemática e, em consequência disso, da necessidade de se buscar uma proposta de Educação Matemática em que se trabalhasse mais o raciocínio e a compreensão de processos do que o manejo de algoritmos e também de sentimentos de incompetência.

Observa-se que, em regra geral, a matemática é transmitida de forma autoritária, onde predominam regras e algoritmos, impostos (ou "despejados") pelo professor ao estudante que, passivamente, tal qual uma "esponja", é obrigado a absorver e, o que é pior, a repetir esse conhecimento vida afora.

Ignora-se que o estudante passa por etapas distintas de aprendizagem, num crescer contínuo (mas não linear) até chegar à compreensão do conhecimento no estágio social em que se encontra atualmente. O professor prefere (e isso se deve à sua formação) "transmitir" ao aluno o conhecimento já formalizado (elaborado), sistematizado, tal como a ciência o apresenta, desprezando as suas etapas de elaboração.

Acreditamos que o indivíduo reproduz ativamente os estágios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a história consumiu para chegar ao momento atual.

Assim, por exemplo, há necessidade de se construir a ideia de numeral para representar socialmente as quantidades, conservando esse numeral (podendo representar a mesma quantidade de diferentes formas, mas percebendo que a quantidade é a mesma), agrupando objetos de seu convívio (ou não) - pela necessidade de trabalhar com categorias para simplificar a representação da realidade, e, posteriormente (após a compreensão dos símbolos sociais - os signos-), poder operar (fazer diversas operações) com as quantidades, e, finalmente, recriar diferentes formas de quantificação, medição, etc. Da mesma forma, as noções iniciais de grupos ou anéis podem ser "atiçadas" em um curso introdutório de teoria dos números, ou mesmo, teoria dos conjuntos.

Percebe-se, então, que esses são os passos que o conhecimento matemático percorreu ao longo de nossa história. Por isso, é importante que o professor de matemática conheça esses passos, conheça as necessidades mentais e sociais que levaram o homem a produzir esses conhecimentos e utilizá-los em sala de aula, para que seus estudantes possam reconstruir (à sua maneira, e dessa vez convivendo com uma realidade diferente) seus conhecimentos e utilizá-los (já atualizados) no meio em que vive.

Dessa forma, procuramos trabalhar com os estágios mentais de desenvolvimento propostos por Piaget e atualizados (ou enriquecidos) por Vygotsky, Wallon, Ferreiro, Garcia, Van Hielle e outros, e com o desenvolvimento (gênese e evolução) do conhecimento matemático.

Consideramos que, inicialmente, o estudante necessita compreender que para se relacionar com o mundo, precisa classificar os objetos, formar grupos ou classes de equivalências de conjuntos a partir de critérios pré-estabelecidos para simplificar suas representações mentais e sociais. Em seguida, tentará modelar com ferramentas adequadas (e aqui compreender bem o papel da Matemática) estes objetos:

- Estabelecendo relações, de início abrangentes para, gradativamente, confrontar semelhanças e sofisticar a sua representação para a noção exata do objeto observado;
- Trabalhando outras formas de relações, a partir da ampliação e adequação das suas necessidades, experienciando situações que desenvolvam esse raciocínio e que provoquem o desenvolvimento de modelos cada vez mais sofisticados e exatos (próximos da realidade observada);
- Ampliando o conhecimento, à medida em que se ampliam as possibilidades de alunos e professores atuarem no meio social, vivenciando situações desafiadoras, elaborando e reelaborando hipóteses de acordo com a evolução dos estágios de desenvolvimento cognitivo.

Nessa proposta, o professor tem o papel fundamental no desenvolvimento da aprendizagem do aluno, na medida em que souber planejar, refletir, decidir e escolher situações desafiadoras para o seu grupo de estudantes e a cada um em particular. Ao mesmo tempo em que aprende com cada estudante, deve prever (ou imaginar) soluções (ou estratégias) que eles poderão desenvolver, procurando criar outras possibilidades de conflito e de solução.

Assim, professores e alunos vão (se) construindo (elaborando), com seus próprios mecanismos de pensamento, os conhecimentos institucionalizados culturalmente.

A nossa proposta tem por objetivo inicial questionar a maneira pela qual os professores "ensinam" matemática: em geral, há apenas o "fazer contas", "recitar receitas", isto é, a aprendizagem se dá através de automatismo (que, com o desuso, são esquecidos); ignora-se que todo o esforço deve ocorrer no sentido da compreensão dos mecanismos mentais necessários às operações.

Há, em nossas escolas, uma concepção de que a Matemática seja só constituída por um conjunto de técnicas... A consequência disso é que o ensino de matemática se volta apenas para a transmissão dessas técnicas, repassadas ao estudante de forma mecânica, precoce e sem criticidade. Além disso, perpassa nos meios matemáticos uma rigidez de raciocínio: aceita-se apenas um tipo de resolução como sendo o correto e ao qual o aluno deve se submeter sem modificá-lo.

Ora, o hábito não faz a inteligência (que não é prática, muito ao contrário; faz rodeios para chegar aos mesmos objetivos). Assim, o professor não deveria se preocupar em saber se o estudante é capaz de encontrar, automaticamente, o resultado de uma dada questão, mas se ele é capaz de conseguir esse resultado por processos diferentes: o automatismo acontecerá após o encontro da forma mais simplificante (e eficiente?).

Por isto, esta proposta objetiva procurar desenvolver uma Educação Matemática que alia conteúdo e metodologia em "dosagens" adequadas e necessárias, envolvendo a reconstrução pessoal de conhecimentos sociais.

Propomos, então, analisar os conteúdos matemáticos (seus fundamentos teóricos e práticos), aliados a teoria psicogenética de desenvolvimento cognitivo sócio-interacionista (para compreender as lógicas dos estudantes, a história da matemática em seu processo criativo (e não o simples relato de fatos históricos) e a metodologia e didática que o professor poderá utilizar.

3. COMO RESOLVÊ-LO?

A nossa proposta de Educação Matemática (no sentido de raciocinar/pensar matemática) se fundamenta em três pilares: a) o como ensinar ou transmitir o conhecimento; b) o que ensinar e c) o quando ensinar. São bases que, embora possam, não devem ser trabalhadas isoladamente, pois se completam.

Embora essas bases sejam óbvias, na prática não é assim que acontece com a transmissão do saber matemático.

Normalmente, a matemática é apresentada como uma ciência pronta, acabada - e por isso nada há a acrescentar, configurando-se como se fosse uma enorme caixa de ferramentas e de recursos esperando que nós a usemos (a matemática é uma das ciências com mais vitalidade; independentemente de sua aplicabilidade cada vez maior, são apresentados cerca de 200.000 novos teoremas por ano, segundo cálculo do matemático Stanislaw Ulam (em Adventures of a Mathematician, Scribners, 1976. Ver Davis & Hersch, [02], pág. 46).

A função do detentor dessa caixa de ferramentas é apresentá-la apenas descrevendo as suas funções, dizendo, ou tentando explicar como é o seu funcionamento, destacando apenas sua estética ou beleza plástica, ciente que isto é o suficiente para que a captemos. Basta darmos uma olhada nos livros "didáticos" - notadamente os mais modernos - ou os cadernos de anotações dos estudantes para comprovarmos isso.

Na ótica de uma ciência pronta e acabada, então o que fazer para facilitar a "compreensão" de matemática? Apresentar os seus modelos teóricos, enfatizando as nomenclaturas, as regras de funcionamento, os algoritmos já prontos e otimizados, sem necessidade de compreender as razões histórico-sociais, e nem mesmo as suas necessidades (para que compreender o algoritmo social de divisão em plena época das calculadoras de bolso?). Mas e se os modelos são complicados para se entender, o que fazer?

Ora, diriam, é tudo uma questão de metodologia! Então vamos desenvolver técnicas metodológicas -vídeos, técnicas mnemónicas, uso de computador- para tornar essa absorção de técnicas mais alegre, mais agradável.

Esse, acreditamos, não é o caminho correto a seguir.

Para nós, a dificuldade de se aprender matemática passa, inicialmente, pelo conteúdo e necessariamente, por uma formação mais adequada do professor - do que por questões pedagógicas ou metodológicas.

Nos cursos de Pedagogia, a ênfase maior é dada à didática, à formação pedagógica. Quais cursos de Pedagogia dedicam mais de uma disciplina à Matemática? E desse, quais formam o estudante com mais conhecimento do que o necessário para o ensino fundamental, base de sua atuação?

Já nas licenciaturas ou graduações em Matemática, a ênfase é dada ao conteúdo, mas dissociado do que o estudante irá necessitar quando se graduar e a forma como transmitirá esse conteúdo.

O caminho a seguir -o como ensinar- deve ser o de explorar a matemática de forma eficaz, compreendendo-a. Teremos que entender o que existe à nossa disposição -o conhecimento matemático- e sobre o ambiente -o desenvolvimento cognitivo- no qual estamos trabalhando antes que possamos tirar proveito do que ele nos oferece (aqui se interlaçam os nossos pilares fundamentais).

É claro que gastaremos algum tempo para explicar os conceitos/idéias envolvidos. Mas isto é fundamental! É assim que devemos formar a nossa base de conhecimento, montando as idéias, como um quebra-cabeças, peça por peça, aumentando constantemente o nosso *background*. Desse modo, teremos condições de cuidar das complexidades que poderiam surgir de um modo sistemático, geral e construtivo.

O ensino de matemática deve ser realizado a partir de situações genéricas -ou generalidades- e não através de casos particulares.

Entendemos aqui por situações genéricas situações/ocorrências onde as idéias de um determinado conceito sejam retratadas em sua essência. Por exemplo, se se deseja explorar a noção de comutatividade na adição de números inteiros, o fato de verificarmos que $3 + 2 = 2 + 3$ não explica o fenômeno. É apenas uma situação onde há a ocorrência. E nos demais casos? E também não adianta justificar que isto "acostumará" a criança com a ideia da comutatividade porque induzirá na criança o (falso) argumento que as comprovações de fatos matemáticos são feitas mediantes exemplos (e não após argumentações lógico-dedutivas). Quem vai explicar isto direitinho é o desenvolvimento da noção de conservação e de reversibilidade pela criança, muito bem construído por Piaget (aliás, Piaget pode ser escrito π^g).

Da mesma forma, em um curso de teoria dos números, o estudo do conjunto dos números inteiros deve ocorrer no sentido de explorar a sua estrutura de anel comutativo, de forma a que o aluno possa manipular estas estruturas a nível experimental. Ou ainda, ao estudar vetores, ou os espaços vetoriais, deve o professor explorar ao máximo o conhecimento prévio e social do aluno - por exemplo, o seu conhecimento sobre mecânica ou sobre matrizes - para, a partir desse ponto, retirar o que é essencial, fundamental para desenvolver o modelo matemático teórico.

De modo análogo, vê-se facilmente que para encontrar soluções de sistemas de equações é bem mais simples utilizar o método de Gauss, que é generalizável, que os métodos atualmente ensinados (adição, substituições ou comparação) e constantes em todos os livros didáticos e programas escolares, mas que não se aplicam, em situações com número de variáveis ou equações não são superiores a dois.

Sem nenhuma perda de generalidade, Cleiton Batista Vasconcelos em sua dissertação de Mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Ceará, intitulada "Uma abordagem natural para anéis de Dedekind", defendida em 1983, mostra como estes tipos de anéis podem ser estudados por um iniciante de graduação em Matemática.

Para não perdermos este caráter de generalidade no entendimento de um conceito matemático, devemos reconstituir e utilizar, ao máximo, as idéias básicas, essenciais e fundamentais -e esses pontos são a pedra de toque- que envolvem um determinado assunto até um limite em que eles sejam compreendidos (significados) pelo estudante -aqui precisamos de uma teoria de desenvolvimento para que possamos decidir sobre essa compreensão. A partir daí, utilizar o lado investigativo, analisando as formas de desenvolvimento dos algoritmos mentais do indivíduo, para se chegar à beleza estética de um produto final de conhecimento.

Mais uma vez, o lado investigativo, crítico, choca-se com o metodológico/didático: Por que, na divisão se estuda em primeiro lugar o caso sem resto ou com resto zero e só bem depois o geral? Isso vai limitar bastante o caráter investigativo, em busca de desenvolver o seu cálculo mental, já que a probabilidade de casos de divisão com resto não zero serem bem menores.

Em suma, ensinar um conteúdo matemático deve exigir uma atitude, comportamento ou postura para a transmissão de idéias, eliminando inicialmente as “gorduras”, isto é, tudo aquilo que não for necessário e fundamental ao desenvolvimento dessas idéias, procurando chegar a um ponto de conhecimento ao alcance do estudante. Não é o estudo de situações particulares que facilitarão o aprendizado. Não é certo, por exemplo, ao trabalharmos o algoritmo social da adição, primeiro estudar o caso “sem reserva” e depois o “com reserva” que irá facilitar o aprendizado; não é aprendermos primeiro o que é um grupo abeliano e só depois o que é um anel, e depois um corpo, que se dará o aprendizado. De forma alguma! O que vai facilitar é o entendimento, o significado do que seja adição (ou corpo, ou anel) e, principalmente, a compreensão adequada do sistema de numeração em que se trabalha (ou as estruturas do determinado conjunto).

Até porque, é desta forma que trabalha um matemático.

Explorar o que a Matemática tem de mais belo: o seu caráter investigativo, fazendo com que as suas idéias sejam exploradas e desenvolvidas pelo estudante a partir do que ele já saiba, é como se deve proceder. É necessário também que esses conhecimentos sejam cumulativos, pois um conhecimento novo nada mais é do que um refinamento, uma sofisticação, uma maneira de ver o problema em uma outra linguagem de conhecimentos que já foram adquiridos. E não uma exploração através de modelos estanques (afinal, o ensino de frações não é um complemento do de números inteiros? Teoria dos corpos não é um olhar distinto em certos grupos?).

A função do professor seria simular situações onde estas idéias pudessem ser desenvolvidas corretamente, onde a resposta a um problema seja analisada a partir de sua solução (ou do processo de solução) dada pelo estudante e não só pelo seu resultado. Aprende-se mais pela solução de um problema do que pelas respostas. Mais nos erros que nos acertos. No primeiro caso, se constrói conhecimento, no segundo, se repassa.

E o que e quando ensinar?

O que e quando ensinar deve partir de uma teoria de desenvolvimento cognitivo, de inteligência, pela qual possamos dosar de maneira conveniente a sofisticação da linguagem, o rigor das explicações, e nos certificar que o que ensinamos é passível (e possível) de compreensão. Afinal, não se deve exigir conteúdos matemáticos que necessitem de um desenvolvimento de uma lógica de 1ª ordem (ou de quantificadores), como equações de 1º grau, a pessoas que estão raciocinando em uma lógica de proposições. Isto não quer dizer que problemas que possam ser resolvidos através de equações de 1º grau não possam ser trabalhados!

Claro que podem, mas cabe ao professor saber como dosar essas noções, destacando, lançando idéias que estão em condições de serem absorvidas/entendidas/alcançadas pelo estudante. No caso das equações de 1º grau, como a lógica das proposições é a dos predicados instanciados, deve o professor apresentá-lo em uma forma que a aritmética do indivíduo seja capaz de equacioná-lo e resolvê-lo.

A nosso ver, a teoria do desenvolvimento cognitivo sócio-interacionista de Jean Piaget é adequada para trabalharmos a Matemática, possibilitando-nos escolher os tópicos corretos a serem explorados, bem como (importante!) o seu grau de complexidade.

O entendimento do ambiente -desenvolvimento cognitivo- no qual trabalharemos a nossa caixa de ferramentas -a matemática- é assim de fundamental importância.

4. SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA PROPOSIÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

A problemática levantada anteriormente foi testada e experimentada na prática pela Sequência Fedathi.

No curso de Pedagogia da UFC, a disciplina *Ensino de Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental* é utilizada como referência básica. Nas unidades onde se trabalha conceitos de Matemática (conceito de número, sistema de numeração, operações fundamentais com números, geometria e sistema de medida) faz-se a articulação entre o conteúdo e prática utilizando o processo da Sequência Fedathi ([21] Pinheiro de Lima, Ivoneide, 2006).

A Sequência Fedathi é uma proposta de ensino, talvez uma metodologia, com fundamentação teórico-metodológica baseada na proposta lógico-dedutiva-construtiva, acrescida de uma postura, enfoque, de um comportamento, de uma atitude por parte do professor, perante seus estudantes, que respeite e tente reproduzir o método de trabalho de um matemático (conhecido como *'la méthode'*).

Entendemos por forma de trabalho de um matemático a maneira de abordar uma situação de trabalho ou uma atividade desenvolvida por esse profissional, quando as situações colocadas como ponto de partida devem ser situações genéricas (generalidades).

A Sequência Fedathi articula três concepções epistemológicas do conhecimento matemático: a proposta de resolução de problemas, explorado por Polya, nos anos 70, a lógica do descobrimento matemático, de Lakatos (1978), e o intucionismo de Brouwer. Ela foi concebida inicialmente para o ensino da Matemática, mas tem sido, cada vez mais, utilizada em outras disciplinas. Enquanto os estudos de Polya (1978) estão voltados à ação do estudante, a Sequência Fedathi dedica-se à ação docente, que deve se pautar na mediação entre estudante e conhecimento ([02] Borges Neto e Capelo Borges, 2007).

Essas atividades podem ser esquematizadas em quatro fases/ etapas, a partir de uma determinada situação colocada aos estudantes (conforme [03] Borges Neto e Santana, 2003):

- o nível 1, o da ***tomada de posição*** para um problema, ou seja, os momentos em que a situação lhe é apresentada. Nesta fase, professor, utilizando a transposição didática, apresenta um problema, um desafio ao estudante, de modo que esse utilize os seus saberes para resolver uma situação significativa, culturalmente e cientificamente;

- o nível 2, o da ***maturação*** dessa situação (o débrouiller), o estudante desenvolve, sempre que possível com a colaboração dos colegas, estratégias, que permitam construir uma *solução* do problema. O professor deve acompanhar o envolvimento dos estudantes, respondendo dúvidas, se necessário for, com indagações, com contraexemplos, de modo que os estudantes continuem a sua caminhada epistemológica em busca de uma *solução;*
- nível 3, o da ***solução***, com a devida interpretação, o estudante apresenta, com argumentos, a sua resposta para ser analisada e debatida pelos demais colegas e pelo professor, que formula exemplos, dá contraexemplos, verificando, desta forma, se ela é satisfatória ou se tem erros, limitações, devendo, se necessário, o estudante retornar à fase anterior ou ir para a prova;
- nível 4, o da ***prova*** que é uma espécie de síntese ou modelagem matemática do problema, as ideias formuladas são revisadas, chegando-se à solução mais sistematizada, que será formalizada, permitindo a generalização. Essa capacidade de síntese ao problema, ou modelagem, permitirá que a solução encontrada seja aplicada a outras situações, em contextualizações diferentes da inicial.

É claro que esses níveis podem ser ampliados (por exemplo, poder-se-ia criar um nível de contextualização entre o nível 1 e 2), ou ainda, em certas ocasiões, um ser absorvido pelo outro.

Como por exemplo, em uma sequência de atividades repetitivas, onde se almeje desenvolver habilidades mecanizáveis, a maturação e a solução são absorvidas pela prova.

No entanto, todos estes níveis têm a sua função, e devem ser explorados como um todo, não de forma individual ou compartilhada, ao se trabalhar um determinado campo conceitual.

No ensino contemporâneo de matemática a ênfase é dada às fases tomadas *de posição* e, notadamente, a *prova*. As duas fases intermediárias da Sequência Fedathi maturação/debruçamento e solução) são quase sempre ignoradas, uma vez que o foco é o ensino e não a aprendizagem. Essa opção metodológica explica, em grande parte, os problemas de aprendizagem, uma vez que o ensino está preocupado somente com o repassar de fórmulas, a memorização de regras, receitas e *bizus*, ao invés de permitir que o estudante compreenda e signifique os conteúdos, fortalecendo a sua autonomia, indispensável para a sua vida social ([02] Borges Neto e Capelo Borges, 2007).

Isso ainda se justifica pela valorização do trabalho, atualmente, que se dá na exibição da beleza estética da apresentação de um raciocínio, pela sua facilidade na apresentação (sem muita preocupação pelo entendimento das idéias que perpassam) e argumentação/defesa da solução, em uma forma mais lógica-dedutiva.

Aqui, a questão da representação através da linguagem própria da matemática é muito valorizada. Estimula-se, de uma forma autoritária, e não consensual ou construída, a utilização da linguagem matemática, com sua sintaxe e predicados, em detrimento de uma representação mais individualizada, ou mesmo da língua materna.

Infelizmente, não é desta forma que um matemático trabalha. Ele enfatiza as etapas os *insights*, intuições, os erros (aqui no sentido de tentativa frustrada de dar solução a uma situação nova), que, no dia a dia, são mais que os acertos -enfim, a construção de um próprio conhecimento- estão mais ligados aos níveis 2 e 3, ao *débrouiller*. Então, nessa ótica, esses níveis deveriam ser mais explorados. O quarto ficaria para o final, após um amplo domínio dos três anteriores, onde aí sim, poder-se-á valorizar a beleza estética da apresentação de uma argumentação lógico-dedutiva (poderemos, então, e só então, reduzir a Matemática a uma questão puramente lógica, como almejava Russel e Whithead)

5. A TEORIA NA PRÁTICA: ALGUNS RESULTADOS DA APLICAÇÃO

Segue abaixo uma relação de artigos, teses e dissertações produzidos e aplicados usando a Sequência Fedathi.

Foram realizados em atividades de pesquisa acadêmica, de ensino ou de extensão, sob minha orientação ou de meus ex-orientandos.

Como era esperado, no início, foram trabalhos voltados ao ensino de Matemática. No entanto, com o passar do tempo, suas aplicações foram se diversificando e já podemos encontrar sua utilização em áreas das mais distintas como educação a distância, desenvolvimento de jogos virtuais/*games*, ensino de física, ensino assistido por computador, inclusão digital e produção de vídeos, EJA.

Trabalho de Conclusão de Curso -TCC que utilizaram a Sequência Fedathi como fundamentação teórica				
	Ano	Título	Autor	
1.	2010	Centros Rurais de Inclusão Sócio-digital: uma (re)sistematização	Artemise LimaTeixeira	Faced
2.	2010	TeleMeios: ferramentas interativas para o ensino a distância	Javilane Almada dos Santos	Faced
3.	2013	O processo de avaliação na disciplina Educação a Distância do curso de Pedagogia d UFC	Zayra Barbosa Costa	Faced

Dissertações de MESTRADO concluídas que utilizaram a Sequência Fedathi como fundamentação teórica				
	Data de publicação	**Título**	**Autor**	**Palavras-chave**
1.	1983	Uma abordagem natural para anéis de Dedekind	VASCONCELOS, Cleiton Batista	Anéis Dedekind, Álgebra Comutativa
2.	1984	Aprendizagem receptiva-significativa: uma aplicação no ensino de Matemática	BARBOSA Junior, Raimundo	Ausubel, aprendizagem receptiva
3.	1994	Raciocínio lógico formal e aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral: o caso da UFC	BARBOSA, Gerardo Oliveira	Raciocínio lógico formal. Ensino de Matemática
4.	2001	Informática educativa na Educação Matemática	SOUZA, Maria José Araújo	Sequência Fedathi, Informática Educativa, Cabri-Géomètre
5.	2002	Do novo PC ao velho PC - a prova no ensino de matemática a partir do uso de recursos computacionais	SANTANA, José Rogério	Cabri-Géomètre, Prova, Demonstração
6.	2004	Bate-papo na internet: algumas perspectivas educativas	PEREIRA, Viviane de Oliveira	Sequência Fedathi, Bate-papo, Mediação
7.	2004	O computador como ferramenta para mediação de atividades a distância de reforço escolar em matemática	JUCÁ, Adelmir de Menezes	Sequência Fedathi, Reforço escolar, TeleMeios
8.	2005	Formação Contínua e Mediação Pedagógica no Ensino de Matemática	SOUSA, Francisco Edisom Eugênio de	Sequência Fedathi, Formação de professores, Ensino de Matemática

9.	2006	Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas	ROCHA, Elizabeth Matos	Grandeza comprimento, sessões didáticas, instrumento de medição.
10.	2007	Reaprender Frações Por Meio de Oficinas Pedagógicas: Desafio Para a Formação Inicial	SANTOS , Maria José Costa dos	Formação inicial; frações; Oficinas pedagógicas; Sequência Fedathi
11.	2007	Formação de professores para o uso de tecnologias digitais: o modelo do CRP	CAROLINO, Soraia Gadelha	Educação; Formação de professores; Tecnologia
12.	2008	Cultura digital e educação: o caso de educadoras do campo no Centro Rural de Inclusão Digital (CRID) Santana	SANTANA, Ana Carmen de Souza	Cultura digital e educação; educação do campo; Centros Rurais de Inclusão Digital (CRID)
13.	2008	A construção das identidades dos alunos na educação virtual: uma experiência de EAD no Llaboratório de pesquisa Multimeios na Universidade Federal do Ceará	YOUNG, Regina Santos	Educação virtual, Tecnologias digitais, Identidade Internet na educação, Identidade social
14.	2010	A construção da identidade sócio-profissional do tutor na educação a distância virtual	BATISTA, Janete Barbosa	Educação a distância, Tutor, Ambientes virtuais de ensino e aprendizagem
15.	2010	SEM²: uma proposta metodológica para o uso dos softwares na educação.	DANTAS, Dina Maria Pinheiro	Tecnologia digital. Softwares educativos. Sessões didáticas.
16.	2011	A Sequência Fedathi e o ambiente virtual de ensino TeleMeios na determinação da equação de uma reta	ANDRADE, Viviane Silva de	Mediação Pedagógica; Ensino de Matemática; TeleMeios
17.	2013	A Sequência Fedathi no ensino da álgebra linear: o caso da noção de base de um espaço vetorial	FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes	Sequência Fedathi. Álgebra Linear. Alavanca Meta. Conceito de Base

18.	2013	Comunidades virtuais de interação, disseminação e aprendizagem cooperativa (comvid@): um estudo de caso na Justiça Federal do Ceará	LIMA, Gisele Peixoto Bezerra	Comunidades de prática. Processos virtuais de aprendizagem. Cooperação. Gestão do conhecimento.
19.	2014	Construções algorítmicas e demonstrações axiomáticas (PROFMAT)	MORAIS LIMA, Luíza Maria	Ensino de Matemática. Construções algorítmicas e axiomáticas
20.	2015	inclusão digital: uma sistematização sobre a proposta metodológica do laboratório de pesquisa multimeios (idm²) da FACED/UFC	BEZERRA, Angela Maria de Souza	Inclusão Digital. CRID
21.	2015	Princípio da Indução Matemática em conteúdo do ensino médio (PROFMAT)	DUARTE, Edilson AbreU	Ensino de Matemática. Proposta Lógico-Dedutiva-Construtiva
22.	2015	Uma discussão intuitiva sobre o princípio multiplicativo da análise combinatória (PROFMAT)	Magalhães Junior, José Maria	Ensino de Matemática. Proposta Lógico-Dedutiva-Construtiva

Teses de DOUTORADO concluídas que utilizaram a Sequência Fedathi como fundamentação teórica				
23.	2002	Análise do nível de raciocínio matemático e da conceitualização de conteúdos aritméticos e algébricos no ensino fundamental - considerações acerca de alunos do sistema Telensino cearense	BARRETO, Marcília Chagas	Generalidades, Raciocínio Matemático, Sequência Fedathi, Ensino a Distância
24.	2005	O conceito de grupo: sua formação por alunos de matemática	ALBUQUERQUE, Izabel Maria Costa de	Estrutura algébrica de grupo; Formação de conceitos; Ensino de Matemática.
25.	2006	Ação educativa e tecnologias digitais: Análise sobre os saberes colaborativos.	LIMA, Tereza Cristina Batista de	Colaboração - Web 2.0 – mediações pedagógicas – saberes colaborativos- tecnologias digitais
26.	2006	Educação matemática: favorecendo investigações matemáticas através do computador.	SANTANA, José Rogério	Situação surpresa, investigações matemáticas, Sequência Fedathi, engenharia didática, reflexão, metareflexão.
27.	2007	A matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração dos conceitos	LIMA, Ivoneide Pinheiro de	Matemática - Estudo e ensino - Professores de matemática - Formação - Ensino auxiliado por computador
28.	2007	As representações de alimentação no ensino fundamental	BARBOSA, Gardenia Maria de Oliveira	Alimentação, Educação Alimentar, Ensino Fundamental, Representações Sociais.
29.	2008	O papel dos artefatos na construção de significados matemáticos por estudantes do ensino fundamental II	CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de	Artefatos. Relações entre variáveis. Pensamento matemático.

30.	2008	Tecnologias digitais e ensino de matemática: compreender para realizar.	ROCHA, Elizabeth Matos	Ensino, Tecnologias Digitais, Matemática.
31.	2009	Um modelo de ensino dos conceitos de cálculo para os cursos de engenharia fundamentado em uma epistemologia histórica e baseado na metodologia da engenharia didática: validação por meio do conceito de integral	BARROSO, Natália Maria Cordeiro	Matemática no Ensino Superior, Engenharia Didática, Didática da Matemática, Teoria da Dialética Ferramenta-Objeto e Jogo de Quadros, Sequência Fedathi.
32.	2010	Aplicações da Sequência Fedathi no Ensino e Aprendizagem da Geometria Mediada Por Tecnologias Digitais	SOUZA, Maria José Araújo	Didática; Sequência Fedathi; Tecnologias Digitais.
33.	2011	Aplicações da Sequência Fedathi na promoção do raciocínio intuitivo no cálculo a várias variáveis	ALVES, Francisco Regis Vieira	Sequência Fedathi; Intuição; Cálculo a Várias Variáveis; Representações semióticas.
34.	2011	Construções geométricas no ambiente virtual de ensino TeleMeios com mediação na Sequencia Fedathi.	JUCÁ, Adelmir de Menezes	Sequência Fedathi, TeleMeios, Ambientes Virtuais de Ensino, Ensino de Matemática, Construções Geométricas.
35.	2012	Uma proposta pedagógica para uso do bate-papo virtual no ensino.	LEAL, Viviane Pereira Lima verde.	Educação a distância, bate-papo, Sequência Fedathi
36.	2014	Inserção das Interfaces Digitais Interativas (IDI) no ensino presencial superior: práticas educativas e formação docente no curso de pedagogia da UERN	YOUNG, Regina Santos	Ensino Superior. Interfaces Digitais Interativas. Formação docente. Conhecimento digital.

37.	2014	Sobre tecnologias, educação, formação e etnografia: a experiência do Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação (UFC)	TORRES, Antônia Lis de Maria Martins	Educação. Tecnologias Digitais. Usos. Etnografia de Laboratório.
38.	2015	Formação do professor reflexivo com a metodologia Sequência Fedathi para o uso das tecnologias digitais	SILVA, Marta Alves da	Formação de professor. Sequência Fedathi. Tecnologias Digitais
39.	2015	A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da Sequência Fedathi	SOUSA, Francisco Edisom Eugênio	Pergunta. Sequência Fedathi. Mediação Didática. Ensino de Matemática. Formação Continuada.
40.	2015	MASF: Modelo de Referência para Aplicação da Sequência Fedathi na formação profissional e na produção de conteúdo	CARDOSO, Rafaela Ponte Lisboa	Sequência Fedathi. Modelo. Metodologia Pedagógica. Educação.

Orientações concluídas por outros orientadores, que utilizaram Sequência Fedathi como referencial teórico:

DOUTORADO			
Ano	Título	Autor	Orientador
2013 FACED	Tecnologias digitais e a prática pedagógica do PROEJA no IFPA – Campus Belém	Bentes, Haroldo Vasconcelos	José Ribamar Furtado de Souza

MESTRADO			
Ano	Título	Autor	Orientador
2015 FACED	A sequência Fedathi na formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de geometria básica e frações equivalentes com o uso do software Geogebra	SANTOS, Romilson Gomes dos	Maria José Costa dos Santos
2015 ENCIMA	A aprendizagem matemática no âmbito do programa jovem de futuro: foco na metodologia entre jovens	SOUSA, Joilson Pedrosa de	Maria José Costa dos Santos
2016 FACED	O pedagogo e o ensino de matemática: uma análise da formação inicial	MATOS, Fernanda Cíntia Costa	Maria José Costa dos Santos
2015 FACED	A Sequência Fedathi na deficiência visual	MAGALHÃES, Elisângela Bezerra	Jorge Carvalho Brandão
2014 FACED	Análise da visão do professor-tutor sobre a adequabilidade do material didático de matemática à luz da sequência FEDATHI: o caso da licenciatura em matemática do IFCE	MOREIRA, Marília Maia	Cassandra Ribeiro Joye
2011 FACED	Interatividade e educação: os usos da metodologia pedagógica - sequência Fedathi na televisão digital interativa	LISBOA, Rafaela Ponte	Alcides Fernando Gussi
2014 FACED	Formação de professores numa perspectiva ausubeliana e da	ROCHA, Mirley Nádila Pimentel	Julio Wilson Ribeiro

	Sequência Fedathi: contribuições da disciplina de estágio para a prática de alunos do curso de pedagogia		
2014 ENCIMA	Elaboração e descrição de situações didáticas com amparo na sequência Fedathi: o caso da integral imprópria	Nasserala, Alessandro Mendonça	Francisco Regis Vieira Alves
2015 ENCIMA	Manifestação geométrica das formas indeterminadas de funções: situações didáticas apoiadas na tecnologia	Macedo, Marcos Antônio de	Francisco Regis Vieira Alves
2015 ENCIMA	Proposta de abordagem para as técnicas de integração usando o software Geogebra	Bezerra, Cristina Alves	Francisco Regis Vieira Alves
2013 ENCIMA	Resolução de equações quadráticas: um resgate histórico dos métodos e uma proposta de aplicação da sequência Fedathi no seu ensino	Castelo, João Alfredo Montenegro	José Fábio Bezerra Montenegro
2015 ENCIMA	A sequência Fedathi e o ensino de sólidos geométricos	LOPES, João Paulo Benevides	Isaias Batista de Lima
2013 ENCIMA	A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental: uma análise conceitual	Santos, Joelma Nogueira dos	José Rogério Santana
2015 ENCIMA	A Sequência Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra	Souza, Antônio Marcos de	José Rogério Santana

BIBLIOGRAFIA:

[01] Borges Neto, H. & Iório Dias, A. M., Desenvolvimento do Raciocínio Lógico Matemático no I Grau e Pré-escola, XI Encontro de Pesquisa Educacional, Recife, 1993.

[02] BORGES NETO, Hermínio; CAPELO BORGES, Suzana Maria. As tecnologias digitais no desenvolvimento do raciocínio lógico. Linhas Críticas (UnB), v. 13, p. 77-88, 2007.

[03] BORGES NETO, Hermínio; SANTANA, José Rogério;. Sequência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica na relação ensino/aprendizagem. In: VASCONCELOS, José Gerardo (Org.). Filosofia, Educação e Realidade. Fortaleza: EDUFC, 2003. p. 272-286.

[04] Borges Neto, Hermínio; OLIVEIRA, Silvia Sales de. Experiência de formação de professores em informática educativa no NTE do município de Fortaleza. Anais do II Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da UNIFOR. Fortaleza: UNIFOR, 2002.

[05] Davis Philip & Hersh, Reuben, A experiência Matemática, Ed. Francisco Alves, 3ª Ed., Rio de Janeiro, 1986.

[06] Davis Philip & Hersh, Reuben, O sonho de Descartes, Ed. Francisco Alves, Rio de Janeiro, 1988.

[07] Davis, David R., The teaching of Mathematics, Addison-Wesley, EUA, 1951.

[08] Dieudonné, Jean, A formação da matemática contemporânea, Publcações Dom Quixote, Lisboa, 1990.

[09] Flavell, John H., A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget, 3ª Ed., Livr. Pioneira de Ciências Sociais, São Paulo, 1988.

[10] Fraleigh, John B, A first Course in Abstract Algebra, Addison-Wesley, Japan,, 1968.

[11] Lakatos, Imre, A lógica do descobrimento matemático: Provas e Refutações, Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1978.

[12] Machado, Nilson, Matemática e Realidade, Ed. Cortez, 2ª Ed. São Paulo, 1989.

[13] Morris Kline, O fracasso da Matemática Moderna, Ed. IBRASA, São Paulo, 1976.

[14] Piaget, Jean & Garcia, Rolando, Psicogênese e História das Ciências, Publicações Dom Quixote, Lisboa, 1987.

[15] Piaget, Jean & Inhelder, Bärbel, A representação do Espaço na Criança, Ed. Artees Médicas, RS, 1993.

[16] Revuz, André, Matemática Moderna, Matemática Viva, Ed. Livros Horizonte, Lisboa, 1980.

[17] Stewart, Ian, Será que Deus joga dados? Zahar Editores, Rio de Janeiro,1990.

[18] Struik, Dirk J., História concisa das matemáticas, 2ª Edição, Ed. Gradiva, Lisboa, 1992.

[19] Van Hiele, Pierre M., Structure and Insight, a theory of Mathematics Education, Academic Press, USA, 1986.

[20] Granger, Gilles-Gaston, A Ciência e as Ciências, Editora UNESP, 1994

[21] Pinheiro de Lima, Ivoneide, A Matemática na formação do pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma TelEduc na elaboração de conceitos, Tese de Doutorado, PPGE, UFC, 2006.