

DEMONSTRAÇÕES E RESULTADOS MATEMÁTICOS EM GEOMETRIA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

*Gabrielle Andrade Pereira*¹
*Francisco Edisom Eugenio de Sousa*²
*Ulisses Lima Parente*³

Resumo

Este resumo é um recorte da monografia apresentada para a obtenção do título de graduada em licenciatura plena em Matemática, que decorreu de uma análise das coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018, a fim de analisar como são apresentadas as demonstrações e os resultados matemáticos em conteúdos de Geometria do Ensino Médio. Mas aqui, nossa intenção é mostrar a problematização em torno desta pesquisa, justificando sua importância e realização, focando em nossos objetivos específicos que dizem respeito ao nosso quadro teórico: verificar as indicações do PNLD (BRASIL, 2018) em relação às demonstrações de resultados matemáticos nos conteúdos de Geometria dos livros didáticos do Ensino Médio; saber o que educadores matemáticos dizem a respeito dessas demonstrações e estudar algumas demonstrações que podem ser feitas na Educação Básica, de forma simples, mas sem perder sua essência matemática. Realizados nossos objetivos, vimos que tanto o PNLD/2018 quanto os pesquisadores defendem e afirmam que o processo de demonstração deve estar presente nos livros didáticos do Ensino Médio, pois eles contribuem para que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ocorra de forma significativa, incentivando o raciocínio lógico-dedutivo dos estudantes. Concluímos, portanto, que quando todos os envolvidos na escrita, escolha e utilização dos livros didáticos tiverem essa importância em mente, nossos alunos terão uma formação matemática satisfatória.

Palavras-chave: Demonstração; geometria; livro didático.

INTRODUÇÃO

Os processos de argumentação e demonstração matemática são de fundamental importância na educação, pois são partes essenciais no campo dos conteúdos matemáticos, contribuindo tanto para a vida acadêmica dos estudantes (quando eles entendem, através de explicações lógicas, o porquê de determinadas afirmações na matemática), quanto para suas relações pessoais, pois temos que os questionamentos e as argumentações incentivadas em sala de aula os levam a questionar

¹ Universidade Estadual do Ceará, ga-and-rade2013.p@outlook.com.

² Universidade Estadual do Ceará, francisco.eugenio@uece.br.

³ Universidade Estadual do Ceará, ulisseslimaparente@gmail.com.

e a argumentar, também, os “problemas” gerados em sociedade. Ou seja, contribuem para que os estudantes se tornem cidadãos pensantes.

O interesse por essa pesquisa⁴ surgiu após ouvir várias críticas dentro do ambiente escolar, enquanto atuava como bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), como professora do Ensino Fundamental e Médio e, também, ao participar de algumas palestras na Universidade, relacionadas ao ensino da Matemática escolar. Essas críticas nos levaram a fazer diversos questionamentos que têm total relevância para a prática docente em Educação Matemática e para as pesquisas feitas nessa área, pois após serem respondidas, poderemos entender melhor alguns problemas relacionados à construção do saber matemático e, quem sabe, conseguiremos direcionar suas resoluções.

Para a realização desta pesquisa construímos os seguintes objetivos: verificar quais são as indicações do PNLD em relação às demonstrações de resultados matemáticos nos conteúdos de Geometria dos livros didáticos do Ensino Médio; saber o que os pesquisadores dizem a respeito dessas demonstrações e estudar algumas demonstrações matemáticas voltadas à Matemática escolar, feitas por educadores matemáticos, em conteúdos de Geometria do Ensino Médio.

METODOLOGIA

Esta é uma pesquisa bibliográfica⁴ na qual estudamos a abordagem teórica baseada nas orientações estabelecidas pelo PNLD (BRASIL, 2018) sobre demonstrações matemáticas em livros didáticos e em pesquisas feitas por educadores matemáticos e matemáticos (GRAVINA, 2001; LIMA, 1999, entre outros) sobre provas e demonstrações, sobre geometria e outros estudos na área. Apresentamos, também, alguns exemplos de demonstrações acessíveis à Matemática escolar, baseada no livro de Fundamentos de Matemática Elementar, volume nove, de Dolce e Pompeo (2005).

A partir desses estudos fizemos nossas considerações sobre os questionamentos levantados no decorrer da pesquisa: Quais as indicações do PNLD (BRASIL, 2018) em relação às demonstrações de resultados matemáticos nos conteúdos de Geometria dos livros didáticos do Ensino Médio? O que educadores matemáticos

⁴ Este resumo é um recorte do trabalho de monografia apresentado para a conclusão do curso de graduação em Matemática, intitulado: “Argumentação, demonstração e resultados matemáticos em Geometria: uma análise de livros didáticos do Ensino Médio” (PEREIRA, 2018).

dizem a respeito dessas demonstrações? Como as demonstrações podem ser feitas na Educação Básica, de forma simples, mas sem perder sua essência matemática?

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O PNLD (BRASIL, 2018, p. 14) apresenta alguns critérios específicos de cada área escolar, com o objetivo de assegurar a qualidade das obras selecionadas para serem sugeridas às escolas de Educação Básica. Destacamos a seguir os principais critérios que analisamos em nossa pesquisa:

[...] apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros; [...] propiciar o desenvolvimento, pelo estudante, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras. [...]

Lima (1999) afirma que para que o ensino da Matemática seja significativo, precisamos levar em consideração três pontos fundamentais nesse percurso: **conceituação**, quando serão introduzidas as formas corretas de enunciar conceitos matemáticos, a prática do raciocínio dedutivo e a conscientização de que conclusões sempre são resultantes de hipóteses que se admitem; **manipulações**, quando os estudantes entram em contato com a utilização de equações, fórmulas, entre outros; e **aplicações** quando os problemas matemáticos são relacionados com o cotidiano dos estudantes.

Uma importante questão é ter um equilíbrio entre esses três componentes – conceituação, manipulação e aplicações – pois cada um tem um papel fundamental para a construção do conhecimento matemático escolar e precisam atuar juntos, como foi comentado anteriormente. Esse é um grande desafio que os professores enfrentam frequentemente em suas salas de aulas, pois devem levar em consideração o nível de maturidade dos estudantes.

É importante para a formação geral no Ensino Médio, que os estudantes tenham oportunidade de um contato, não exaustivo, mas significativo, com o método axiomático das validações matemáticas. Essa seria uma boa maneira de favorecer, em sala de aula, o desenvolvimento do que é usualmente chamada de “argumentação lógica” (BRASIL, 2018, p. 37).

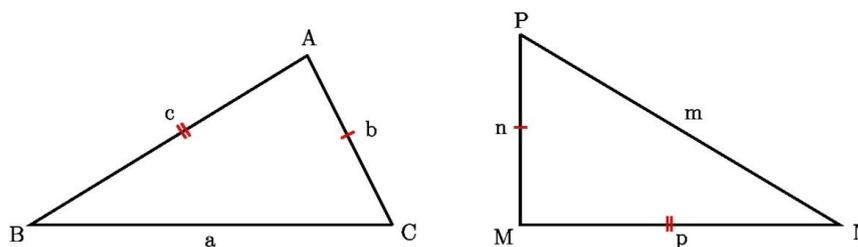
Referenciando a prática de provas em sala de aula, Balacheff (1987), citado por Martins (2012), afirma que ela precisa encontrar seu lugar desde as práticas matemáticas das primeiras classes, aceitando que sejam reconhecidas como provas outras coisas que não são demonstrações no sentido estrito, ou seja, que seja levada em consideração a natureza da racionalidade dos alunos e as condições de sua evolução, mas também encarregar-se da análise didática dos critérios aceitos de prova, que podem evoluir no decorrer da escolaridade.

Balacheff (1988 *apud* GRAVINA, 2001) define dois tipos de provas que podem ser produzidas pelos alunos: *provas pragmáticas* e *provas intelectuais*. Sendo as *pragmáticas* apoiadas em conhecimentos práticos, e, até mesmo, utilizando desenhos e observação de figuras. As *intelectuais* baseiam-se em propriedades, bem como, relações entre essas propriedades, caracterizando-se pela linguagem matemática. E conclui que o nível de experiência mental marca a transição entre a *prova pragmática* e a *prova intelectual*.

É importante, também, conhecer o meio termo. Por exemplo, não é interessante trabalhar com demonstrações óbvias, mas também não será satisfatório apresentar resultados que exijam conhecimentos muito teóricos e de difícil compreensão. Ainda assim, existem fatos matemáticos sofisticados que apresentam inúmeras demonstrações simplificadas, acessíveis à Matemática escolar. Um exemplo disso são algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras.

Dolce e Pompeo (2005), por exemplo, apresentam a seguinte demonstração que pode ser feita na Educação Básica para o *recíproco do Teorema de Pitágoras*: “Se num triângulo o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois, então o triângulo é retângulo.” Ou seja, se ABC é um triângulo tal que $a^2 = b^2 + c^2$, então ABC é retângulo em \hat{A} .

Figura 1 – Referente ao recíproco do teorema de Pitágoras



Fonte: Própria autora.

Com efeito, construindo o triângulo MNP, retângulo em \widehat{M} e cujos catetos MN e MP sejam congruentes a AB e AC, respectivamente, temos que: ΔMNP retângulo em $\widehat{M} \Rightarrow m^2 = n^2 + p^2$; mas, como $n = b$ e $p = c$, temos que $m^2 = b^2 + c^2$. Daí, $m^2 = a^2$, ou seja, $m = a$. Então, pelo caso de congruência LLL (lado-lado-lado), $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$ e, como ΔMNP é retângulo em \widehat{M} , o ΔABC é retângulo em \widehat{A} . (DOLCE; POMPEO, 2005, p. 224-225).

Compactuamos com Lima (1999) quando ele afirma que as demonstrações devem ser sutis e utilizadas como uma forma de convencer seus alunos através da razão, utilizando argumentos que tenham fundamentos matemáticos e não abusando da autoridade de ser professor. E, é nesse ponto que entra a prática do professor em sala de aula, assim como entram as responsabilidades que dizem respeito aos autores dos livros didáticos.

Menezes (2001) define *Transposição Didática* como instrumento através do qual se transforma o conhecimento científico em conhecimento escolar, para que possa ser ensinado pelos professores e aprendido pelos alunos. Ou seja, os professores e os autores dos livros devem ter o nível de profissionalismo adequado para saber selecionar e analisar a relevância dos conteúdos e repassá-los para seus alunos da maneira mais adequada, de acordo com a realidade escolar.

CONCLUSÕES

Feita nossa revisão bibliográfica em torno da pesquisa, vimos no desenvolvimento do nosso quadro teórico que tanto pesquisadores, como o PNLD/2018, defendem que os processos de argumentação e demonstrações devem estar presentes nos livros didáticos do Ensino Médio, pois contribuem de maneira significativa para o aprendizado da Matemática escolar.

Uma etapa importante nesse processo é mostrar para professores e estudantes o quanto pode ser significativo o aprendizado da Matemática básica se passarmos a investir mais em seus conhecimentos lógico-dedutivos, procurando desenvolver, cada vez mais, o raciocínio matemático dos alunos, de maneira adequada para cada ano escolar.

É fato que o livro didático é elemento fundamental em sala de aula, portanto, desejamos que este apresente todos os requisitos importantes durante o

processo formativo dos estudantes. Salientamos que os responsáveis pelos livros didáticos que chegam as nossas salas de aula (de sua escrita à sua escolha) devem ter plena consciência de quais pontos são fundamentais para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra da melhor forma possível, pois, só assim, nossos estudantes terão uma formação matemática satisfatória.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2018: matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar: geometria plana**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2005.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 207f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

LIMA, E. L. Conceituação, Manipulação e Aplicações: os três componentes no ensino da Matemática. **Revista do professor de Matemática**, 41, 1999.

MARTINS, R. B. **Argumentação, prova e demonstração em geometria: Análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental**. Rio de Janeiro, 2012.

MENEZES, E. T. de; SANTOS, T. H. dos. **Verbetes transposição didática**. *Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil*. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <<http://www.educabrazil.com.br/transposicao-didatica/>>. Acesso em: 04 de jun. 2018.

PEREIRA, G. A. **Argumentação, demonstração e resultados matemáticos em Geometria: uma análise de livros didáticos do Ensino Médio**. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Estadual do Ceará, Faculdade de Educação, Ciências e Letras do Sertão Central, Graduação em Matemática, Quixadá, 2018.
