UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
PRÓ- REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (ENCIMA)

ANTONIO MARCOS DE SOUZA

A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

FORTALEZA

2015

ANTONIO MARCOS DE SOUZA

A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Dissertação de mestrado apresentada a banca examinadora do Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal do Ceará, como um dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.
Eixo Temático: Matemática
Linha de Pesquisa: Métodos Pedagógicos no Ensino de Ciências e Matemática.
Orientador: Prof. Dr. José Rogério Santana
Coorientadora: Prof(a) Dr(a). Maria José Costa dos Santos

FORTALEZA

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

S713s Souza, Antonio Marcos de
A sequencia Fedathi para uma aprendizagem significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra / Antonio Marcos de Souza. – 2015.
156 f. : il., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2015.
Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.
Orientação: Prof. Dr. José Rogério Santana.
Coorientação: Maria José Costa dos Santos.

1. Aprendizagem significativa. 2. Fedathi, sequencia. 3. Software Geogebra. 4. Função afim. I. Título.

CDD 372.7

ANTONIO MARCOS DE SOUZA

A SEQUENCIA FEDATHI PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA FUNÇÃO AFIM: UMA PROPOSTA DIDÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Rogério Santana

Aprovada em: 27/04/2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Rogério Santana (Orientador)
Universidade Federal do Ceará – UFC

Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos (Co-orientador)
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Dr. Júlio Wilson Ribeiro
Universidade Federal do Ceará – UFC

Profa. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima
Universidade Estadual do Ceará – UFC

“Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.”

Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Ao ser supremo do Universo. De existência incontestável. De atributos incomparáveis. Responsável pela prioridade de todos os méritos de nossa conquista.

A minha família, Rosângela Martins de Souza (esposa), Karoliny Vitória Martins de Souza e Ana Sofia Martins de Souza (filhas). Por completarem a minha vida e serem a maior fonte de inspiração para conquista de novos objetivos.

Ao prof. Dr. José Rogério Santana, meu orientador. Foi uma honra ter como orientador alguém do mais elevado nível intelectual e acadêmico, que se torna para mim uma referência.

À prof.(a). Dr.(a). Maria José Costa dos Santos, minha Coorientadora. Sem dúvida a contribuição mais relevante para construção deste trabalho. Pela disponibilidade, pela parceria, pela ampliação da visão pedagógica, pelo despertamento para o mundo da pesquisa, etc.

A todos os docentes do ENCIMA, especialmente aos professores doutores Júlio Wilson Ribeiro, Isaias Batista de Lima e Francisco Régis Vieira Alves. Que deram contribuições relevantes para o desenvolvimento desta proposta de dissertação.

Ao meu parceiro de jornada, Joilson Pedrosa de Sousa, com quem compartilhei cada momento desta caminhada. Aprendemos juntos e construímos uma sólida amizade.

Aos professores Salustriano Helder dos Santos Cavalcante, José Carlos de Sales Farias, José Lairton Lopes, Roberto Saraiva Araújo e Maria Cristiana Araújo. Colegas de trabalho, cujas interações cotidianas sobre o trabalho proporcionaram contribuições relevantes.

À coordenação do ENCIMA, pela organização e concretização de um programa de pós-graduação que tão bem atende as necessidades do docente da educação básica e superior, no que diz respeito a: ampliação da visão educacional, aprimoramento da prática pedagógica a partir de suporte teórico e metodológico, aprimoramento do conhecimento específico (conteúdo), preparação para continuidade da carreira acadêmica, entre outros.

RESUMO

No cenário da escola pública brasileira, a cada nova geração de educandos que surge o ensino da Matemática torna-se cada vez mais desafiador. Como consequência, os indicadores das avaliações em larga escala revelam resultados insatisfatórios com relação à aprendizagem. Diante disso, o presente trabalho apresenta uma proposta de ensino da Função Afim, estruturada a partir dos pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa e da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi, utilizando como recurso tecnológico auxiliar o *software* Geogebra. A pesquisa foi direcionada aos alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do Estado do Ceará. O objetivo foi oferecer condições para que os alunos, a partir de atividades pré-elaboradas construíssem o conceito de Função Afim, partindo de um problema e, em seguida diferenciassem este conceito fazendo simulações no ambiente do Geogebra, assumindo uma postura protagonista neste processo. Como procedimento metodológico de investigação foram utilizadas sessões didáticas, que são aulas estruturadas a partir de uma análise ambiental e teórica, seguindo as etapas da Sequência Fedathi (tomada de posição, maturação, solução e prova), em que também foram considerados os princípios programáticos do conteúdo (Diferenciação Progressiva, Reconciliação Integrativa, Organização Sequencial e Consolidação) e os Mapas Conceituais. Durante o processo de construção e diferenciação de conceitos pelos alunos, o professor pesquisador assumiu a chamada "postura mão no bolso", evitando dá respostas prontas às perguntas dos alunos. Os resultados da análise qualitativa das sessões didáticas e quantitativa do pré-teste, pós-teste e questionários evidenciaram que: os alunos vivenciarem o processo de construção do conceito assumindo uma postura autônoma em relação ao seu processo de aprendizagem; o conteúdo aprendido foi representado de forma substantiva; o Geogebra e os Mapas Conceituais facilitaram a Diferenciação Progressiva do conceito de função afim, bem como a Reconciliação Integrativa das especificações deste conceito; os alunos não conheciam o Geogebra, nem qualquer outro *software* para o estudo das funções antes da proposta; a grande maioria dos discentes assimilaram satisfatoriamente os conceitos explorados. Conclui-se, então, que os novos desafios da aprendizagem impõem aos educadores do século XXI um constante enriquecimento de sua prática pedagógica a partir de teorias, metodologias e uso pedagógico de recursos tecnológicos de forma integrada ao currículo.

Palavras chave: Aprendizagem Significativa. Sequência Fedathi. *Software* Geogebra. Função Afim.

ABSTRACT

In the scenario of the Brazilian Public School, every generation of education workers that join in the teaching of Mathematics becomes even more challenging. Consequently, large-scale assessment indicators unveil undesired results relating to learning processes. Considering that, the present work shows a proposal of teaching Affine Function, structured from the assumption of Meaningful Learning Theory and from the methodological proposal of teaching Fedathi Sequence, using as an auxiliary technological resource the software Geogebra. The research was directed to students of the first grade of high school of a State Public School in Ceará, Brazil. The goal was offer conditions for students, beginning with pre-arranged activities, to build the concept of Affine Function, starting from a problem and, after that, have a clue of this concept by doing simulations in the Geogebra environment, taking the first role in this process. As a methodological procedure of investigation, didactic sessions were achieved, which are classes structured from an environmental and theoretical analysis, following the step of Fedathi Sequence (positioning, maturation, solution and test) that also were considered the programmatic principles of the content (Progressive Differentiation, Integrative Reconciliation, Organizational Sequence and Consolidation) and the Conceptual Maps. During the process of construction and differentiation of concepts by students, the researcher teacher took the so called "hands-in-the-pocket attitude", avoiding give prepared answers to students' questions. The results of qualitative analyses of the didactic sessions and quantitative of pre-test, after-test and questionnaires reveal that: students experienced the process of construction of the concept, taking independent attitude in relation to his/her learning process.; The learned content was represented in a substantive way; The software Geogebra and the conceptual maps facilitated the Progressive Differentiation of the concept of Affine Function, as well as the Integrative Reconciliation of specifications of this concept. Students did not know the software Geogebra, and do not even know another software to study functions before this proposal; the majority of the students successfully learned the exploited concepts. Concluding, the new challenges of learning moves the 21st century teachers to a continuous enrichment of the pedagogic practices from the theories, methodologies and the pedagogic usage of technological resources integrates to the scholar curriculum.

Key-Words: Meaningful learning. Fedathi Sequence. Software Geogebra. Affine Function.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
SPAECE	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Estado do Ceará
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
OCNEM	Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
SF	Sequência Fedathi
AP	Aprendizagem Significativa
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
SD	Sequência Didática

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

APÊNDICES

APÊNDICE A - Questionário

APÊNDICE B - Diagnóstico (pré-teste)

APÊNDICE C - Sessão didática 1: Construção do conceito de Função Afim a partir da resolução de um problema.

APÊNDICE D - Sessão didática 2: Representação algébrica e gráfica da Função Afim com o auxílio do software Geogebra.

APÊNDICE E - Sessão didática 3: Estudo do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente ***a*** com o auxílio do software Geogebra.

APÊNDICE F – Sessão didática 4: Estudo do comportamento da Função Afim a partir da variação dos coeficientes ***a*** e ***b*** com o auxílio do software Geogebra.

APÊNDICE G – Pós-teste

ANEXOS

ANEXO A – Modelo de sessão didática

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Frases como a de Galileu “a Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo” (GALILEU GALILEI *apud* FERNANDES, 2013, p.13), e Pitágoras “ os números governam o mundo” (PITÁGORAS *apud* TAHAN, 1999, p.206) ajudam a definir o significado que a Matemática tem para a humanidade. Ela está presente em tudo na natureza e sempre exerceu fascínio tanto na comunidade científica como no senso comum. Não é razoável contestar a sua importância para a evolução da humanidade, uma vez que a mesma tem uma íntima relação com as ciências, a tecnologia e o contexto social.

No entanto, a transposição didática dos conceitos matemáticos, especificamente no cenário em questão (sala de aula de uma escola pública), não tem sido uma tarefa fácil de concretizar. A cada nova geração de educandos que surge, os educadores são desafiados a reinventar sua prática pedagógica e fazer uso de todos os recursos disponíveis em favor da aprendizagem. Talvez por essa pré-disposição não ser uma regra, no cenário em discursão (escola pública), a consequência seja que os indicadores relacionados ao rendimento escolar nesta disciplina são abaixo do esperado. Um exemplo disso são os dados do SPAECE (Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará), que em sua escala de proficiência média em Matemática considera 350 como limite inferior do nível adequado em que o estudante deve estar ao concluir o Ensino médio.

Quadro 1: Escala de proficiência do SPAECE.

CATEGORIA DE DESEMPENHO	NÍVEL DE PROFICIÊNCIA
MUITO CRÍTICO	Até 250
CRÍTICO	250 a 300
INTERMEDIÁRIO	300 a 350
ADEQUADO	Acima de 350

Fonte: www.spaece.caed.ufjf.net.

Vale ressaltar que o nível adequado refere-se aos conhecimentos mínimos que um estudante precisa possuir ao concluir o Ensino Médio. As provas do SPAECE não exigem habilidades mais apuradas em Língua Portuguesa e Matemática. Elas são compostas de questões com certo grau de simplicidade. Numa escala em que o nível adequado registra uma proficiência a partir de 350, vejamos os resultados no Estado do Ceará entre 2010 e 2013.

Quadro 2: Resultados do SPAECE.

RESULTADOS REFERENTE A 1ª SÉRIE DO EM (2010 a 2012)	
EDIÇÃO	PROFICIÊNCIA EM MATEMÁTICA
2010	244,5
2011	249,7
2012	251,4
2013	249,9

Fonte: www.spaece.caed.ufjf.net/resultados.

Esses resultados mostram que a aprendizagem em Matemática no Estado do Ceará apresenta um discreto crescimento entre 2010 e 2012, o que representou a saída do nível muito crítico para o crítico. Porém, a queda em 2013 significou o retorno para o nível muito crítico.

Elevando essa análise a nível nacional, os estudantes brasileiros também apresentam baixo desempenho em Matemática se comparado a outros países avaliados pelo PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes). Apesar do crescimento entre 2003 - 2012, o Brasil ainda ocupa a 58ª colocação com pontuação equivalente a 391, ficando a frente apenas de 7 países (Argentina, Tunísia, Jordânia, Colômbia, Catar, Indonésia e Peru) dos 65 participantes.

Quadro 3: Comparação dos resultados do Brasil no PISA de 2000 a 2012.

	Pisa 2000	Pisa 2003	Pisa 2006	Pisa 2009	Pisa 2012
Número de alunos participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	18.589
Leitura	396	403	393	412	410
Matemática	334	356	370	386	391
Ciências	375	390	390	405	405

Fonte: http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados.

Outro aspecto que merece ênfase em relação aos dados é que o desempenho em Matemática, apesar do crescimento, é inferior ao desempenho em leitura e ciências, 410 e 405, respectivamente.

Em 2014, a OCDE divulgou o até então mais recente resultado do PISA, que testou a habilidade de estudantes de 15 anos em resolver problemas de raciocínio lógico relacionados a situações práticas do cotidiano. Nesta avaliação, o Brasil ocupa o 38° lugar entre os 44 países participantes (portal EBC, agência Brasil, 2014).

Esses dados confirmam que o cenário dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica é bastante desafiador. Um dos possíveis fatores que justificam esta afirmação seria o fato de que esta nova geração de educandos usufrui de um acesso cada vez mais intenso aos recursos tecnológicos, principalmente fora da escola, impondo a esta a necessidade de utilizar estes recursos pedagogicamente em favor da aprendizagem, sob pena de se tornar obsoleta e pouco atraente a estes alunos.

Conforme afirma Sant'Anna,

> Atualmente, as crianças vêem televisão, usam computadores, jogos eletrônicos, assistem a filmes no cinema ou em casa, observam cartazes de propaganda, lêem jornais, livros, histórias em quadrinhos, revistas, jogam bola, nadam em piscinas públicas, são enfim bombardeadas por informações não selecionadas. Tudo e todos colaboram com o conhecimento, com o comportamento, com os valores que a sociedade está a atingir. Mas a escola continua na "idade da pedra", ignorando tudo, sem ver, sem ouvir, sem sentir. A escola dorme em berço esplêndido; dizem: não há verba para a educação, o professor é mal pago, o aluno tem fome, não aprende, o aluno não quer nada com nada e, assim, com mil desculpas, mil pretextos, provocam-se a evasão, a repetência, a seleção, a exclusão (2004, p. 17).

Não é difícil concluir que, a evolução tecnológica porque passou a humanidade, proporciona aos indivíduos um leque de oportunidades de aprendizagens cotidianas, que embora não sistematizadas, tornam-se mais atraentes e influenciadoras que a aprendizagem sistematizada oferecida pela escola, por esta se encontrar, muitas vezes, desprovida ou insuficiente de recursos estimuladores. "O grande desafio é encontrar opções que venham a contribuir na superação das dificuldades encontradas por professores e alunos no ensino e na aprendizagem da Matemática" (SOUZA MJA, 2001, p.24).

Outro fator que merece relevância nesta análise é a hipótese de que as propostas pedagógicas possivelmente ignorem o processo cognitivo envolvido na aprendizagem. Isto seria uma justificativa para o fato de não se compreender porque os estudantes cada vez mais reagem tão negativamente ao modelo de escolaridade vertical (puramente expositivo).

Neste sentido, o fator assume um caráter teórico-metodológico. A postura metodológica dos professores (instrutor *versus* mediador nos processos de ensino e aprendizagem) pode ser uma variável determinante no sucesso ou fracasso escolar. Considerando que metodologia envolve também conhecimento teórico sobre educação, imagina-se que o desconhecimento das teorias da educação (principalmente as cognitivas) por parte dos educadores, comprometa o aprimoramento de sua prática pedagógica. Em consonância com esta posição,

> Em pleno século XXI, a Matemática apresenta muitos obstáculos, tanto de caráter didático quanto de caráter epistemológico. De teor didático, porque nem sempre o professor se apropria de métodos e técnicas mais adequados para estimular a aprendizagem. De feição epistemológica pela necessária intervenção do estímulo a geração de ideias matemáticas e dos conhecimentos a serem aprendidos. Dessa forma, esses obstáculos refletem diretamente na aprendizagem e no ensino dos conceitos matemáticos, cuja concepção tem sua confirmação na práxis das salas de

> aula e que precisam ser mais bem compreendidos para serem mais bem trabalhados (SANTOS, 2007, p.13).

No que diz respeito aos recursos tecnológicos especificamente, o uso do computador como ferramenta pedagógica de apoio ao ensino e a aprendizagem merece um destaque especial pela amplitude de possibilidades didáticas que o mesmo proporciona. No entanto, Santana (2006, p. 81) chama atenção para o tipo de abordagem que se adota junto aos estudantes, pois, segundo ele, na maioria das vezes visa o desenvolvimento de habilidades na resolução de exercícios e problemas semelhantes aos que ocorrem em sala de aula. Mesmo não negando a importância da resolução de exercícios e problemas no contexto matemático, o autor afirma que, na prática, essa abordagem está resumindo o uso do computador ao que ele chama de "passagem do velho PC (papel e caneta) ao novo PC (personal computer)", que não proporcionaria necessariamente uma Aprendizagem Significativa. Deste modo, propõe o processo inverso, ou seja, a passagem do novo PC ao velho PC.

> Na passagem do novo PC ao velho PC, a exploração das possibilidades de simulação e manipulação das ferramentas computacionais, para o estabelecimento de novos problemas que exigirão os procedimentos de validação matemática, seja por verificação ou demonstração. [...] Neste aspecto, um dos objetivos do uso do computador no ensino da matemática, consiste em proporcionar ao estudante uma experiência matemática prática e significativa que lhe permita compreender o processo de produção do saber matemático [...](SANTANA, 2006, p. 82).

Neste contexto, o uso do software educativo se encaixa como uma interessante possibilidade de utilização eficaz do computador em sala de aula. Uma vez que, é crescente o número de *softwares* desenvolvidos a cada dia com finalidade educativa. Especificamente na Matemática, existe um acervo considerável de softwares livres e gratuitos, com riqueza de qualidade em suas ferramentas, que permitem explorar de forma criativa os conceitos matemáticos em sala de aula. Um exemplo é o *software* Geogebra, que foi usado nesta pesquisa.

O presente trabalho apresenta uma proposta de Sequência Didática[1] para a construção do conceito de Função Afim, fundamentada nos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa (proposta por Ausubel), dos princípios da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi (proposta por Borges Neto *et al*) e com o auxílio do *software* Geogebra (desenvolvido por Markus Hohenwarter). Ou seja, o conceito geral e inclusivo Função Afim é construído a partir de uma situação problema e diferenciado em suas especificações através de simulações no Geogebra e de Mapas Conceituais. Durante este

[1] Sequência Didática refere-se a uma sequencia de aulas geralmente planejadas para pesquisas relacionadas a didática, podendo ser também uma produção para o próprio ensino (BORGES NETO et al, 2013,p.50).

processo de construção o professor assume a chamada postura ‘mão no bolso’ (proposta por Borges Neto *et al*).

O estudo consistiu em analisar o impacto causado por esta sequência didática elaborada a partir dos conhecimentos sobre uma teoria de aprendizagem (Aprendizagem Significativa), associados a uma proposta metodológica de ensino (Sequência Fedathi) e com o auxílio de um recurso tecnológico (*software* Geogebra), no rendimento de 36 estudantes do 1º ano de uma Escola de Ensino Médio, da rede Estadual do Estado do Ceará, referente ao conteúdo Função Afim.

Especificamente, esta pesquisa também analisou a viabilidade desta proposta referente a: Construir o conceito de Função Afim a partir de uma situação problema; Fazer a diferenciação progressiva do conceito geral e inclusivo da Função Afim em algumas de suas especificações (crescente, decrescente e constante; constante e polinomial do 1° grau; linear; identidade) através de simulações no Geogebra e de Mapas Conceituais; relacionar vantagens e dificuldades para a concretização deste processo de construção a partir dos princípios da Sequência Fedathi; Desenvolver nos discentes uma postura autônoma em relação ao processo de aprendizagem; Identificar, na visão dos discentes, a viabilidade da proposta quanto a Aprendizagem Significativa, a Sequência Fedathi, o software Geogebra e o objeto de estudo (Função Afim).

A questão principal da pesquisa consiste em: os pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa (não-arbitrariedade, substantividade, princípios programáticos do conteúdo e Mapas Conceituais), associados aos princípios da Sequência Fedathi (postura ‘mão no bolso’, sessões didáticas, acordo didático) e as ferramentas do *software* Geogebra, favorecem a construção dos conceitos referentes a Função Afim de forma a concretizar uma Aprendizagem Significativa?

A hipótese é que a resposta seja afirmativa, pois apresentando ao educando o conteúdo de forma não-arbitrária (considerando os conhecimentos prévios), fazendo a abordagem respeitando a forma como a estrutura cognitiva está organizada para aprender (diferenciação progressiva), com o professor assumindo uma postura mediadora (que proporcione ao aluno experimentar, pensar, refletir, solucionar e provar, antes de receber as respostas prontas), com o auxílio de um aplicativo (Geogebra) que dispõe de ferramentas úteis para execução e compreensão das tarefas propostas, imagina-se que o êxito na pretensão de concretizar uma Aprendizagem Significativa da Função Afim seja um fato provável.

Considerando a classificação proposta por Gil (2002, p.43), os primeiros passos da pesquisa a delineiam como uma pesquisa bibliográfica, pois se fez uso de referências sobre estudos já realizados, tanto para a fundamentação teórica quanto para fortalecer o desenvolvimento argumentativo da temática. Neste momento ela também adquire um caráter documental, pois também será feito o uso de documentos originais como PCNEM (1999), OCNEM (2006), bem como dados estatísticos relacionados aos sistemas de avaliação em larga escala como SPAECE (2010 a 2013), PISA (2000 a 2012). Quanto aos instrumentos de pesquisa, serão utilizados o questionário estruturado (aplicado no final da pesquisa) e a observação (durante a pesquisa). Os dados serão analisados qualitativa e quantitativamente. O método de abordagem utilizado será o dedutivo, uma vez que será feita uma associação entre uma teoria de aprendizagem, uma metodologia de ensino e um recurso tecnológico, para verificar a possibilidade de eficiência deste conjunto. O cenário da pesquisa será uma escola pública da rede estadual, situada na cidade de Capistrano a 100 km de Fortaleza-CE. Os sujeitos serão 36 alunos de uma das turmas de 1º ano da referida escola.

A sequência didática foi dividida em quatro sessões didáticas que foram aplicadas por um período de aproximadamente um mês.

A presente dissertação será estruturada em seis capítulos, a saber: **Introdução**, onde constam problematização, justificativa, envolvimento com o tema, pergunta principal, hipóteses, objetivo geral e objetivos específicos, metodologia (sujeitos, *locus*, tipo de pesquisa) e estrutura da dissertação (apresentação dos capítulos); **Revisão bibliográfica e fundamentação teórica**, onde será feito um breve histórico do uso das tecnologias na educação, um relato sobre o *software* Geogebra e sua utilização no ensino da Matemática, a apresentação da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e os Mapas Conceituais de Novak, e a definição da Sequência Fedathi como proposta metodológica de ensino; **Unidade Didática**, onde serão apresentados: um breve relato das concepções conceituais da Função Afim a partir do livro didático, aplicação contextual e interdisciplinar destacando sua conexão com outros conteúdos de Matemática, bem como sua aplicação na disciplina de Física; um destaque para o estudo de função à luz dos PCNEM e das OCNEM; **Desenvolvimento da pesquisa *in locus***, onde será feita a justificativa e a discussão das sessões didáticas como possibilidades metodológicas; **Resultado das análises das sessões didáticas**, onde será analisado o método da pesquisa, a validação das categorias de análise e o processamento dos dados qualitativa e quantitativamente; **Considerações finais**, onde serão apresentados de forma sintética os resultados da pesquisa e as perspectivas futuras sobre a temática.

A intenção desta proposta é aprimorar a reflexão, por parte do educador, sobre a necessidade do constante aperfeiçoamento da prática pedagógica, visando estimular a mostrarem a sua própria criatividade que os conduzirá a soluções fascinantes e compensadoras para os desafios da aprendizagem.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste Capítulo será feito um breve histórico do uso das tecnologias na educação, definindo o termo “informática educativa”, mencionando a necessidade de a escola fazer uso dos recursos tecnológicos de forma integrada ao currículo. Será apresentado o software Geogebra e sua utilização no ensino da Matemática a luz de algumas pesquisas. Serão também apresentados os pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa e da Sequência Fedathi.

2.1 Uso das tecnologias na educação: um breve histórico

A discursão sobre uso de tecnologias em educação remete ao termo “informática educativa” que conforme Santana, (2006, p.65) corresponde ao uso dos recursos computacionais como ferramenta de ensino-aprendizagem por parte dos professores e seus alunos.

Considerando o histórico da informática educativa, desde que foi possível, tentou-se incluir as tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem. Em 1924, Sidney Pressey desenvolve uma máquina para correção de testes. Em 1950 Frederic Skinner desenvolve uma máquina para ensinar baseada na instrução programada que, embora fundamentada em uma teoria instrucionista, baseada em estímulo e resposta, revela uma ideia sobre o efeito motivacional que um recurso tecnológico exerce sobre a aprendizagem.

Os primeiros computadores, como calculadoras programáveis capazes de armazenar os programas, surgiram na Inglaterra e nos Estados Unidos em 1945, reservados exclusivamente aos militares para cálculos científicos. Seu uso civil teria sua disseminação somente durante os anos 60 (LÉVY, 1997 p.31).

Entre as décadas de 50 e 60, com o advento do computador, surge a figura de Seymour Papert, pioneiro na defesa do uso do computador no contexto educacional. Em um encontro entre Papert e Paulo Freire, cujo tema era “o futuro da escola” acontecido na USP, no início da década de 90, Papert enfatiza o que ele chama de “três estágios” do aprendizado.

O “primeiro estágio” tem início com o nascimento, ou seja, o processo de aprendizagem começa através do ato de explorar, tocar, pegar, colocar coisas na boca. Neste estágio a criança determina o processo. O “segundo estágio” seria a escola, quando o aluno deixa de aprender e aceita ser ensinado, o que para Papert pode significar um trauma para a criança, chegando esta a ser sufocada e até destruída. Porém ele destaca importância de como o “terceiro estágio” volta ao primeiro. Ou seja, aqueles que sobrevivem ao segundo estágio, como, por exemplo, artistas, empresários e jornalistas, tornam-se pessoas criativas. Isto porque elas passam a vivenciar um processo experimental, semelhante ao da criança no primeiro estágio, onde elas podem se autodirigir (MAIA, 2010, p.1).

Como se vê, Papert definiu o segundo estágio, ou seja, a escola, como o mais difícil de ser superado no processo de aprendizagem do indivíduo. Exatamente porque o educando se sente melhor construindo, participando do processo, do que simplesmente sendo ensinado. A partir de então surge o desafio de inserir este recurso educacional valioso (computador) no processo educacional.

Observa-se que o contato não só com o computador, mas também com recursos tecnológicos em geral redefiniu as fronteiras que separam os estágios do desenvolvimento cognitivo apresentados por Piaget. Por exemplo, Piaget definiu o limite superior para o estágio sensório motor, aquele em que a criança ainda não faz operações, até os dois anos de idade (Piaget apud Munari, 2010, p. 134). Hoje é perfeitamente possível e bastante comum a criança nesta faixa etária realizar operações com o uso do computador, ou outro recurso tecnológico. O que dizer da criança que ainda não descobriu a leitura e navega com facilidade pelo *menu* de um celular?

Durante uma entrevista nos anos 50, Albert Einstein declarou que três grandes bombas haviam explodido durante o século XX: a bomba demográfica, a bomba atômica e a bomba das telecomunicações (LEVY, 1997 p.13). O grande cientista não estava errado. Na verdade, a bomba das telecomunicações tem sido a que mais revoluciona a sociedade, não somente no aspecto comunicacional, mas principalmente na maneira como se lida com o saber. Como afirma Pierre Lévy, “qualquer reflexão sobre o futuro dos sistemas de educação e de formação na cibercultura deve ser fundada em uma análise prévia da mutação contemporânea da relação com o saber” (1997, p.159).

Estamos imersos em um universo onde as possibilidades de acesso ao conhecimento vão muito além do que um modelo sistematizado como a escola pode oferecer e sempre ofereceu. O valor da escola não pode mais se restringir ao fornecimento da informação, pois esta está disponível a qualquer usuário da internet. No entanto, a escola continua e continuará sendo um espaço relevante para socialização sistematizada do saber, desde que se insira neste contexto acompanhando a evolução, pois “com esse novo suporte de informação e de comunicação emergem gêneros de conhecimento inusitados, critérios de avaliação inéditos para orientar o saber, novos atores na produção e tratamento dos conhecimentos. Qualquer política de educação terá que levar isso em conta" (LÉVY, 1997 p.170).

Neste novo cenário social e educacional "os professores aprendem ao mesmo tempo que os estudantes e atualizam continuamente tanto seus saberes 'disciplinares' como suas competências pedagógicas. (A formação contínua dos professores é uma das aplicações mais evidentes dos métodos de aprendizagem aberta e a distância)" (LÉVY, 1997 p.173).

Portanto há uma necessidade urgente de se promover uma integração entre tecnologias e currículo. Pois como afirma Coutinho (2007, p.1) "a tecnologia só faz sentido se usada com intencionalidade, ou seja, se correctamente integrada na concepção e desenvolvimento de todo um projecto curricular". Há, portanto, uma urgência de que estes dois domínios científicos se deem as mãos e definam linhas de atuação concertadas e coincidentes.

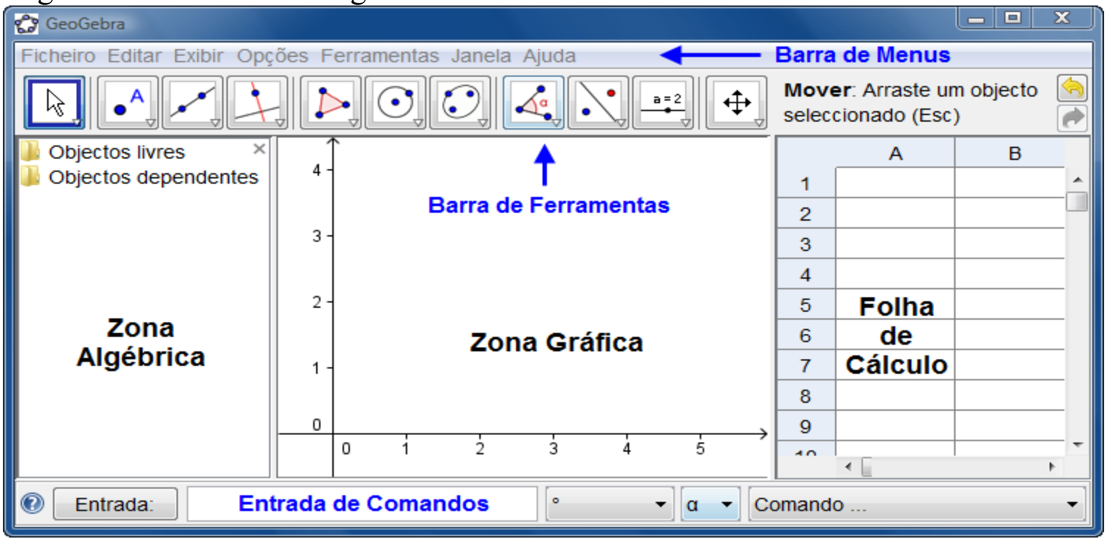
O que não pode é a escola ignorar esta evolução tecnológica e ficar à margem desta revolução, sob pena de perder espaço de influência na formação intelectual e ideológica do cidadão. Não se pode conceber uma sociedade formada por autodidatas, usuários de recursos educacionais abertos, porém sem nem um poder de sistematização ou regulamentação. É preciso descobrir modos de usar estes recursos a favor da aprendizagem oferecida pela escola, e não permitir que esta seja substituída por outros espaços de aprendizagem.

2.2 O *software* Geogebra como suporte pedagógico nas aulas de Matemática do Ensino Médio.

O software Geogebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter como parte de sua dissertação de mestrado em educação, matemática e ciência da computação, nos anos de 2001 e 2002, pela Universidade da Salzburg, Áustria. É um software de matemática dinâmica que junta geometria, álgebra e cálculo, desenvolvido para aprender e ensinar matemática nas escolas (RIBEIRO, 2009, p.6).

O Geogebra é um aplicativo JAVA que pode ser baixado gratuitamente ou ser utilizado diretamente através da internet pelo ícone *WebStart* na página *http:/www.geogebra.org*, independente do sistema operacional e da necessidade de licenças comerciais. Tanto o criador do software quanto os demais adeptos que vem testando e buscando melhorias no desenvolvimento consideram de grande importância a gratuidade do acesso a essa ferramenta, pois acreditam que a educação de qualidade deveria ser de acesso a todos os cidadãos de todos as nações."(GÖTZINGER e PALOMINO, 2011, p.6).

Figura 1: Interface do Geogebra



Fonte: Pesquisa direta

O Geogebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a *Zona Gráfica*, a *Zona Algébrica*, ou numérica, e a *Folha de Cálculo*. Elas permitem visualizar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (e.g., pontos, gráficos de funções), algebricamente (e.g., coordenadas de pontos, equações) e nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados (RIBEIRO, 2009, p.6).

De acordo com informações do site oficial do Geogebra <www.geogebra.org>, estudantes, professores e alunos adoram este software.

Os alunos adoram porque:

- *Ele torna a matemática tangível*, ou seja, o Geogebra cria uma conexão entre geometria e álgebra de um modo inovador e visual – os estudantes podem finalmente ver, tocar e experimentar a Matemática.
- *Ele torna a Matemática dinâmica, interativa e divertida*, ou seja, o Geogebra oferece uma maneira nova e excitante de aprender Matemática que vai além do quadro e giz.
- *Ele torna a Matemática acessível e disponível*, ou seja, o Geogebra permite que os estudantes se conectem com a Matemática em qualquer hora e em qualquer lugar – na escola, em casa onde quer que esteja.

- *Ele torna a Matemática mais fácil de se aprender,* ou seja, o Geogebra cria as interações das quais os alunos precisam para 'absorver' os conceitos matemáticos.

Os professores adoram porque:

- *Ele permite que os professores continuem a ensinar,* ou seja, o Geogebra não substitui os professores. Ele os ajuda a fazer o que fazem de melhor – ensinar.
- *Ele potencializa o trabalho do professor,* ou seja, o Geogebra dá aos professores a liberdade e autonomia para criarem aulas que eles sabem que os alunos acharão interessantes.
- *Ele permite que os professores se conectem um com os outros,* ou seja, os professores que usam o Geogebra fazem parte de uma comunidade global.

As escolas adoram porque:

- Estudantes que usam o Geogebra equivale a estudantes mais motivados que equivale a melhores resultados.

Vários estudos apontam para eficiência do uso pedagógico do Geogebra como ferramenta de apoio no estudo de vários conteúdos de Matemática. Alguns em estudo de conteúdo específico. Por exemplo, Scano (2009) em seu estudo sobre Função Afim com uso do Geogebra afirma:

> Ressaltamos que o uso do Geogebra apresentou grandes contribuições, como recurso dinâmico e auxiliou no processo de compreensão da análise do comportamento de gráficos da função afim no que se refere as alterações que estes sofrem quando submetidos as mudanças de valores de seus coeficientes (SCANO, 2009, p.133).

Nesta mesma linha, Farias (2013) ressaltou a eficiência do software em seu estudo sobre crescimento e decrescimento das funções.

> [...] utilizando também um *software* específico, o Geogebra e trabalhando dentro do conteúdo de funções apenas com as funções afins nos aspectos de reconhecimento de características de crescimento e decrescimento dessas funções. Por isso acreditamos que um trabalho de sala de aula apoiado nessas novas tecnologias, com o emprego de *softwares* matemáticos e desenvolvido de maneira continuada, pode contribuir para a melhoria da qualidade do ensino nessa disciplina (FARIAS, 2013 p.100).

Em pesquisa realizada com o uso do s*oftware* Geogebra no estudo das funções quadráticas, Souza concluiu que "o uso do Geogebra como ferramenta auxiliar na prática pedagógica possibilitou aos alunos uma boa compreensão do conceito de funções quadráticas e, consequentemente, uma melhor aprendizagem dos conceitos matemáticos estudados" (SOUZA FAL, 2012 p.91).

Na presente pesquisa, o Geogebra foi usado pedagogicamente como recurso auxiliar para concretização de uma proposta didática de construção dos conceitos referentes a Função Afim a partir dos pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa e da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi.

2.3 Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e os Mapas Conceituais de Novak: propostas para uma aprendizagem não-arbitrária.

Desenvolvida por David Paul Ausubel, a Aprendizagem Significativa "é o processo através do qual uma nova informação (ou novo conhecimento) se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não-literal) à estrutura cognitiva do aprendiz" (MOREIRA, 1999, p. 77). É uma teoria polivalente da forma como os seres humanos aprendem e retêm grandes conjuntos de matérias organizadas na sala de aula e em ambientes de aprendizagem semelhante (AUSUBEL, 2003, p. 21).

A não-arbitrariedade diz respeito a maneira como o novo conhecimento é proposto ao aprendiz. Deve-se considerar o conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva do aprendiz, aos quais Ausubel chama de subsunçores. Esse conhecimento prévio, que pode ser ideias, conceitos, proposições (MOREIRA, 1999, p.77), é relevante, claro e consolidado, e serve de âncora para que o novo conhecimento (ideias, conceitos, proposições) seja aprendido significativamente e torne-se igualmente relevante para o aprendiz. Quando o novo conhecimento é proposto desconsiderando a existência do conhecimento prévio, essa relação é dita arbitrária.

A "substantividade significa que o que é incorporado à estrutura cognitiva é a substância do novo conhecimento, das novas ideias, não as palavras precisas usadas para expressá-las."(MOREIRA, 1999, p.77). Ou seja, o novo conceito aprendido significativamente pode ser apresentado de diversas maneiras. Essa definição contradiz a concepção de só se considerar a informação ou resposta apresentada com as mesmas palavras memorizadas do conceito padronizado (ao pé da letra).

Quando a relação entre o novo conhecimento e a estrutura cognitiva do aprendiz acontece de maneira arbitrária e literal, a aprendizagem é dita mecânica, ou seja, o novo conhecimento não foi aprendido de forma significativa. Em outras palavras, a aprendizagem mecânica, de acordo com o dizer de Moreira (2012), significa

> O modelo clássico em que o professor expõe (no quadro-de-giz ou com *slides PowerPoint*), o aluno copia (ou recebe eletronicamente os *slides*), memoriza na

> véspera das provas, nelas reproduz conhecimentos memorizados sem significado, ou os aplica mecanicamente a situações conhecidas, e os esquece rapidamente, continua predominando na escola, aceito sem questionamento por professores, pais e alunos, fomentado pelos exames de ingresso às universidades e exaltado pelos cursinhos preparatórios. Uma enorme perda de tempo. Os alunos passam anos de sua vida estudando, segundo esse modelo, informações que serão esquecidas rapidamente (MOREIRA, 2012, p.25).

Uma característica importante da Aprendizagem Significativa que a faz distinta da aprendizagem mecânica é quanto ao esquecimento e a possibilidade de reaprendizagem. O esquecimento é um efeito natural tanto da Aprendizagem Mecânica quanto da Significativa. No entanto, na aprendizagem mecânica o esquecimento é rápido e praticamente total e a possibilidade de reaprendizagem é quase inexistente, enquanto que na Aprendizagem Significativa o esquecimento é residual, ou seja, resta um pouco dele no subsunçor, bem como a possibilidade de reaprendizagem é bastante real. (MOREIRA, 2012, p.17). Segue abaixo um quadro que resume as características destas duas aprendizagens.

Quadro 4: Aprendizagem Mecânica *versus* Aprendizagem Significativa

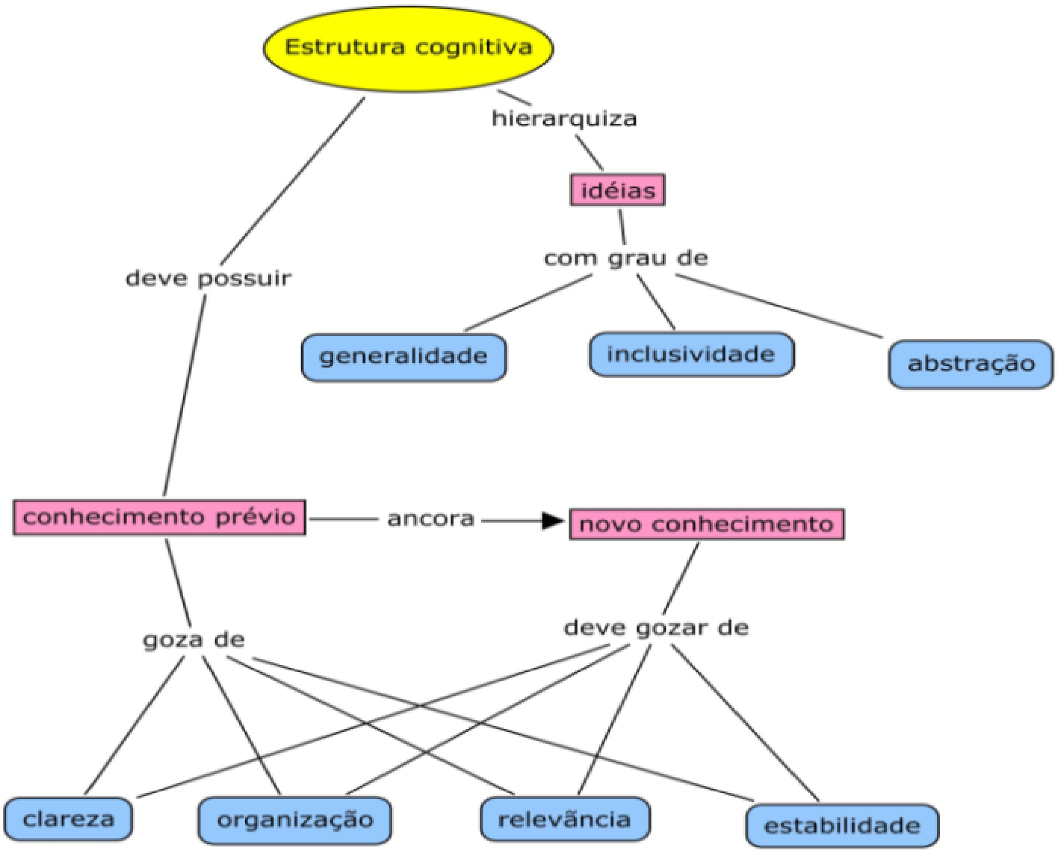
APRENDIZAGEM MECÂNICA	**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**
Esquecimento praticamente total	Esquecimento residual
Praticamente impossível a reaprendizagem	Possibilidade de reaprendizagem
Capacidade de lidar apenas com situações conhecidas e rotineiras	Capacidade de lidar com situações novas

Fonte: Pesquisa direta

Apesar das diferenças características entre essas duas aprendizagens, Moreira (2012) faz questão de destacar que elas não constituem uma dicotomia. Na verdade existe um “contínuo” entre elas, ao que ele chama de “zona cinza,” região intermediária desse contínuo onde o ensino potencialmente significativo facilitaria a caminhada do aluno (MOREIRA, 2012, p.12).

Na estrutura cognitiva do aprendiz o conhecimento é hierarquicamente organizado obedecendo a um grau decrescente de generalização, abstração e inclusividade. Esta estrutura permite que o novo conhecimento interaja com o conhecimento prévio através de uma relação de subordinação, que remete a três formas de Aprendizagem Significativa: Subordinada, Subordinante e Combinatória. Estes conceitos não serão aqui definidos por não serem enfatizados nesta proposta.

Figura 2: Mapa Conceitual estrutura cognitiva.



Fonte: Pesquisa direta.

2.3.1 Tipos de Aprendizagem Significativa

Representacional: Quando um símbolo arbitrário representa um objeto ou evento de forma unívoca (MOREIRA 2012, p.16), ou seja, que admite apenas uma interpretação. Ex.: Uma criança associa a palavra gato (símbolo linguístico), ao animal (gato) de estimação que ela possui na sua casa. Mas não percebe ainda que outros animais com as mesmas características também se chamam gato.

Conceitual: O sujeito percebe a regularidade do objeto ou evento representado por determinado símbolo (MOREIRA 2012, p.16). Ex.: A criança percebe que a palavra gato (símbolo linguístico) se associa não somente ao animal (gato) de estimação da sua casa, mas a todo um conjunto de animais (gatos) com características semelhantes.

Proposicional: Dá significado a novas ideias expressas na forma de proposição. (MOREIRA 2012, p.16). Ex.: A proposição “o homem é um ser social” não necessariamente se reduz a combinação dos conceitos de homem e sociedade.

Segundo Moreira (1999, p.78), na perspectiva ausubeliana o conhecimento prévio (subsunçor) consiste na variável crucial para Aprendizagem Significativa. Deste modo não faria sentido propor um novo conhecimento, antes de diagnosticar e/ou identificar o conhecimento prévio, com o qual o novo conhecimento irá interagir para possibilitar uma Aprendizagem Significativa.

Através de sucessivas interações um dado subsunçor vai, progressivamente, adquirindo novos significados, vai ficando mais rico, refinado, diferenciado, e capaz de servir de ancoradouro para novas aprendizagens significativas. (MOREIRA, 2012, p.6)

2.3.2.Princípios programáticos do conteúdo: facilitadores da Aprendizagem Significativa

Diferenciação progressiva: os conceitos e ideias mais gerais e inclusivos são apresentados no início e vão se diferenciando progressivamente adquirindo um grau de especificidade maior. (MOREIRA, 1999, p.116). Segundo Ausubel,

> (1) é menos difícil para os seres humanos apreenderem os aspectos diferenciados de um todo, anteriormente apreendido e mais inclusivo, do que formular o todo inclusivo a partir das partes diferenciadas anteriormente aprendidas; e (2) a organização que o indivíduo faz do conteúdo de uma determinada disciplina no próprio intelecto consiste numa estrutura hierárquica, onde as ideias mais inclusivas ocupam uma posição no vértice da estrutura e subsumem, progressivamente, as proposições, conceitos e dados factuais menos inclusivos e mais diferenciados (2003, p.166).

Ex1: No início do período apresenta-se o conceito geral e inclusivo Função, depois este conceito vai se "diferenciando" em suas especificações como: Afim, Quadrática, Trigonométrica, Logarítmica e Exponencial.

Ex2: A Função Afim também é um conceito geral e inclusivo que pode ser definido no início da unidade ou capítulo de estudo e, ao longo do período vai se "diferenciando" em suas especificações como: crescente, decrescente e constante; polinomial do 1º grau e constante. Os Mapas Conceituais nas figuras 12 e 13 mostram como essa "diferenciação" pode ocorrer.

Reconciliação integrativa: relacionar ideias e conceitos apontando similaridades e diferenças. (MOREIRA, 1999, p.117)

Ex.: Relacionar os conceitos de função crescente, decrescente e constante, a partir da variação do coeficiente ***a***.

Organização sequencial: definir a ordem sequencial dos tópicos de estudo da maneira mais coerente possível, levado em conta os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. (MOREIRA, 1999, p.117).

Consolidação: assegurar o domínio do conhecimento prévio antes da introdução do novo conhecimento. Para Ausubel (2003, p. 172), nunca se deve introduzir novo material na sequência até se dominarem bem todos os passos anteriores.

Existem duas condições básicas para concretização da Aprendizagem Significativa, de acordo com Moreira:

a) Definição do material instrucional (para o novo conhecimento) potencialmente significativo. Ou seja, que esteja ancorado em algum subsunçor da estrutura cognitiva do aprendiz.
b) Predisposição para aprender por parte do aprendiz. Que segundo Moreira (2012, p.8) não significa exatamente motivação. Na verdade quanto mais o indivíduo domina significativamente um campo de conhecimentos mais se predispõe a novas aprendizagens nesse campo ou campos afins. O mesmo não ocorre na aprendizagem mecânica, que provoca um processo inverso ao da predisposição.

Além do conhecimento prévio e dos princípios programáticos do conteúdo, Moreira menciona ainda como facilitadores da Aprendizagem Significativa algumas estratégias didáticas:

Organizadores Prévios: recurso instrucional com nível mais elevado de abstração, generalidade e inclusividade, usado na ocasião da inexistência do conhecimento prévio.

Mapas Conceituais: de um modo geral, Mapas Conceituais, ou mapas de conceitos, são apenas diagramas indicando relações entre conceitos, ou entre palavras que usamos para representar conceitos (MOREIRA, 1997, p.1). Sua finalidade educacional acontece quando,

> Na medida em que os alunos utilizarem mapas conceituais para integrar, reconciliar e diferenciar conceitos, na medida em que usarem essa técnica para analisar artigos, textos capítulos de livros, romances, experimentos de laboratório, e outros materiais educativos do currículo, eles estarão usando o mapeamento conceitual como um recurso de aprendizagem (MOREIRA, 1997, p. 5)

Atividades Colaborativas: de forma presencial ou virtual, potencializam a facilitação da Aprendizagem Significativa através de intercâmbios, onde o professor atua na posição de mediador.

2.3.3. Avaliação da Aprendizagem Significativa

A avaliação na Aprendizagem Significativa segue uma linha construtivista, diferente da avaliação da aprendizagem mecânica, que segue uma linha behaviorista. Ela valoriza a compreensão e a capacidade de utilização do conhecimento adquirido em situações não rotineiras. Ela possui um caráter formativo (fornece subsídios para compreensão do processo de aprendizagem) e recursivo (oferece oportunidade do aprendiz refazer suas tarefas de aprendizagem).

Segundo Ausubel,

> A essência do processo de aprendizagem significativa, tal como já se verificou, consiste no facto de que novas ideias expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interacção activa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflecte a natureza substantiva e denotativa deste produto interactivo (Ausubel, 2003, p. 71).

Em outras palavras, na Aprendizagem Significativa, como o próprio nome indica, deve acontecer a retenção dos significados do conteúdo abordado. Assim o enfoque da avaliação da aprendizagem significativa "é avaliar a compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não-conhecidas, não-rotineiras" (MOREIRA, 2012, p.24).

Deste modo, não seria apropriado utilizar o modelo tradicional (behaviorista) de avaliação, tipo certo ou errado, para verificar a existência da Aprendizagem Significativa. Mesmo que se faça uma abordagem visando uma Aprendizagem Significativa, não se pode através de instrumentos behavioristas, determinar se a aprendizagem foi significativa ou mecânica. Para Ausubel, "a melhor maneira de evitar a simulação da aprendizagem significativa é propor ao aprendiz uma situação nova, não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido" (MOREIRA, 2012, p. 24).

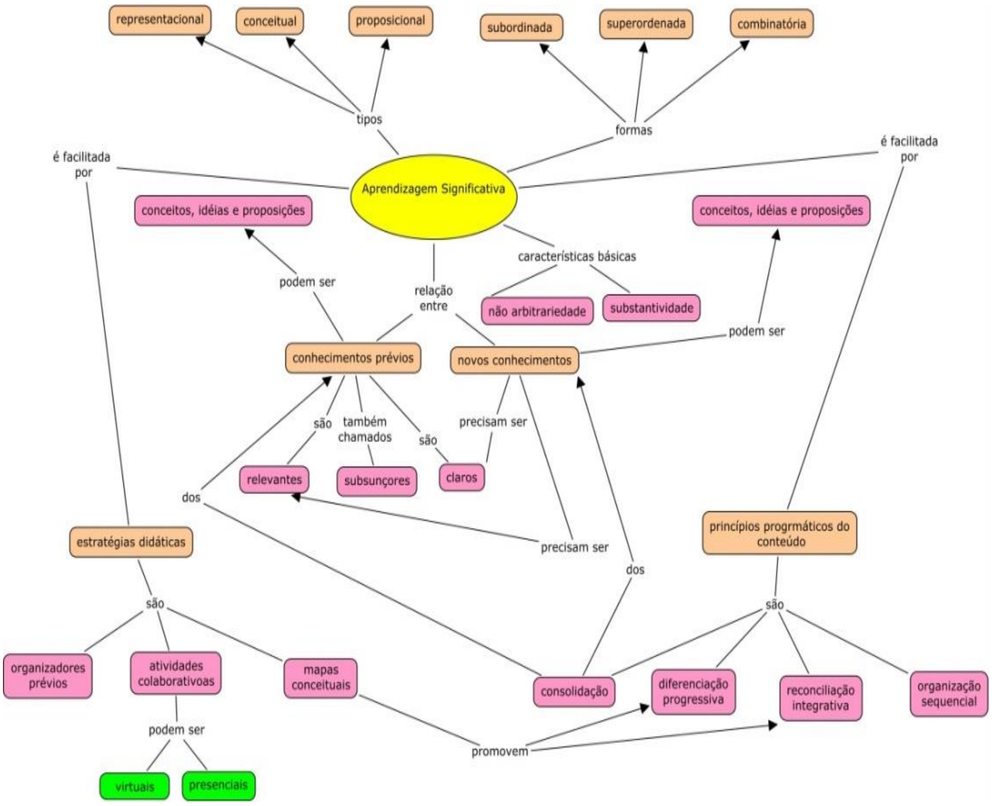
Segundo Moreira (2012, p. 12), a avaliação da Aprendizagem Significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. Ou seja, deve ter seu foco no processo ensino aprendizagem e permitir que o aluno refaça mais de uma vez se for o caso, as tarefas de aprendizagem. Além disso, é recomendável que ele expresse os significados que reteve explicando e justificando suas respostas.

Assim, considerando todas estas condições, criar instrumentos para a avaliação da Aprendizagem Significativa seja talvez o maior desafio desta teoria. A figura 3 mostra um mapa conceitual dessa teoria.

A visão clássica desenvolvida por Ausubel tem sido aperfeiçoada para uma nova perspectiva incorporando aspectos das necessidades educacionais contemporâneas. Essa nova visão denomina essa teoria de Aprendizagem Significativa crítica subversiva. A visão crítica da teoria da Aprendizagem Significativa define 11 princípios facilitadores, dos quais 7 são considerados neste trabalho, a saber (MOREIRA, 2010, p. 7-18):

- Princípio do conhecimento prévio.
- Princípio da interação social e do questionamento – perguntas ao invés de respostas.
- Princípio da não centralidade do livro de texto – distintos materiais.
- Princípio da aprendizagem pelo erro – recursividade.
- Princípio da desaprendizagem.
- Princípio da não utilização do quadro-de-giz.
- Princípio do abandono da narrativa.

Figura 3: Mapa Conceitual Aprendizagem Significativa.



Fonte: Pesquisa direta

2.4 Sequência Fedathi: uma proposta metodológica de ensino

A Sequência Fedathi é uma proposta metodológica desenvolvida com o intuito de melhorar o ensino da Matemática. Ela é fruto do trabalho de professores, pesquisadores e alunos de pós-graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará (FACED). Estas pessoas constituem o chamado Grupo Fedathi, criado no início dos anos 90 para tratar de questões relativas à Didática da Matemática (SATANA, 2006, p.133).

Na SF, o professor assume a chamada “postura mão no bolso”, termo usado para definir a postura que o professor deve assumir durante a aula. Essa postura baseia-se numa ação mediadora durante o processo de construção do conhecimento, onde o professor evita explicar tudo ao aluno, dar respostas prontas, enfim, fazer pelo aluno. Em vez disso utiliza o recurso da pergunta. Ou seja, quando o aluno tem uma dúvida sobre o conteúdo e pergunta ao professor, este responde com outra pergunta. Sendo que a pergunta utilizada pelo professor tem um caráter de estímulo, esclarecimento e orientação. O professor também pode utilizar contra exemplos.

"A SF é composta de quatro etapas sequenciais e interdependentes que são: Tomada de posição, maturação, solução e prova". (SOUZA, 2013 p.18).

Na tomada de posição, o professor propõe um problema ou uma situação desafiadora relacionada ao conteúdo que pretende ensinar. Porém, antes de apresentar o problema, é recomendável que o professor defina quais conhecimentos prévios os alunos devem ter para apreender o novo conhecimento e em seguida realize um diagnóstico junto a estes para averiguar se os estudantes são detentores destes conceitos (SOUZA, 2013 p.20).

> O objetivo da tomada de posição consiste em criar os elementos necessários a imersão cultural do aluno na estrutura de saber que se pretende ensinar, como se o mesmo fosse o pesquisador, neste sentido, cabe ao professor colocar-se em uma postura de colaboração, enquanto um "pesquisador" mais experiente e não como o detentor único do saber que se pretende estudar (SATANA, 2006, p.135).

É nessa etapa que o professor apresenta o acordo didático, que define o que se espera de cada parte envolvida nos processos de ensino e aprendizagem, ou seja, do professor e do aluno. Na Sequência Fedathi geralmente se define que:

- O professor espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.
- O aluno espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar à solução do problema ou situação desafiadora propostos.

Na maturação (2ª etapa) acontece o debruçamento dos alunos em relação ao problema, que juntamente com o professor discutem os possíveis caminhos que podem levar a solução. É altamente recomendável que o professor, a partir deste momento, utilize a chamada "postura mão-no-bolso" (SANTANA, 2006, p.322), evitando fazer pelo aluno ou fornecer as respostas prontas.

O recurso mais "valioso" da Sequência Fedathi pode ser usado neste momento. Trata-se dos questionamentos. Estes podem ser propostos pelos alunos expressando principalmente dúvidas, ou pelo professor através de perguntas esclarecedoras, estimuladoras e orientadoras. A pergunta consiste num recurso extraordinário porque induz os alunos a pensarem, raciocinarem e construírem de forma participativa o conhecimento. “A maturação requer um tempo significativo da aula para o trabalho dos alunos” (SOUZA, 2013, p.28).

Na solução (3ª etapa), os alunos deverão organizar e apresentar modelos que possam conduzi-lo a encontrar o que está sendo solicitado pelo problema (SOUZA, 2013, p.29). Esses modelos podem ser apresentados de diversas maneiras como, por exemplo, através de um desenho, um esquema, um gráfico, verbalmente e é claro (como se almeja) usando a linguagem matemática. Também é uma etapa que requer bastante tempo para que os alunos testem suas hipóteses, reelaborem suas respostas para, através de ensaios e erros, validar os modelos criados e construir de forma autônoma o conhecimento. O professor continua atuando como mediador, porém acompanhando e participando ativamente da construção do conhecimento. É recomendável estimular atividades colaborativas promovendo as interações multilaterais.

A prova (3ª etapa) é a hora da formalização dos conceitos. A partir das soluções apresentadas pelos alunos após um considerável (talvez longo) processo de construção, o professor apresenta o novo conhecimento mostrando os modelos matemáticos cientificamente aceitos. Deve-se ressaltar que os modelos apresentados pelos alunos são válidos, porém em algumas situações (talvez muitas) limitados para generalização das soluções. Os alunos ao mesmo tempo em que valorizados pelas proposições devem ser induzidos a reconhecer a importância da formalização dos conceitos.

De modo geral a Sequência Fedathi sugere que o conteúdo não seja exposto ou apresentado diretamente ao aluno, sem que antes seja dada a este a oportunidade de pensar, raciocinar, refletir e propor soluções. Mesmo que os modelos apresentados pelos alunos estejam, em sua maioria, distantes do conceito formalizado, a experiência de construção revela-se altamente significativa para a aprendizagem. Contrapondo a realidade com a qual nos deparamos atualmente, onde os professores explicam exclusiva e exaustivamente os conteúdos, e os alunos passivamente ‘assistem’ às aulas, porém raramente assimilam e retêm de forma significativa os conceitos abordados.

Outro aspecto que merece análise com relação a esta metodologia, diz respeito à relação conteúdo trabalhado *versus* tempo gasto. É inegável que a abordagem de determinado conteúdo feita através da Sequência Fedathi leva provavelmente bem mais tempo que uma abordagem puramente expositiva. Portanto a quantidade de conteúdo trabalhado por meio da Sequência Fedathi é possivelmente menor que a quantidade de conteúdo trabalhado de forma puramente expositiva e não interativa se considerarmos o mesmo intervalo de tempo. No entanto, vale um questionamento. O que é mais relevante: utilizar um intervalo de tempo para explorar uma quantidade de conteúdo **x** e proporcionar uma Aprendizagem Significativa do mesmo, ou utilizar o mesmo intervalo para explorar uma quantidade de conteúdo **3x** sem que se alcance a Aprendizagem Significativa? A pergunta é polêmica se considerarmos o cenário educacional composto por currículos ‘engessados’ e com ‘grades curriculares’ extensas que têm que ser cumpridas.

3. UNIDADE DIDÁTICA

Neste capítulo será feito um breve relato sobre as concepções e aplicações da Função Afim, considerando as seguintes referências: (LIMA, CARVALHO, WAGNER e MORGADO, 2003); (DANTE 2014); (BARROSO, 2010); (GIOVANNI e BONJORNO, 2005); (IEZZI, MURAKAMI e MACHADO, 2000). Também será feito um destaque da relevância do estudo das funções a luz dos PCNEM (1999), das OCNEM (2006), refletindo sobre a prática docente na formação dos discentes.

3.1 Função Afim: concepções a partir do livro didático.

Para abordagem do conteúdo no presente trabalho, a partir das fontes bibliográficas consultadas, observou-se uma predominância da concepção em que se considera o reconhecimento da necessidade de definir primeiramente o conceito geral e inclusivo função, seguido da diferenciação deste conceito em suas especificações, estando entre estas a Função Afim, objeto de estudo da presente pesquisa. Sendo que, primeiro costuma-se apresentar uma noção intuitiva de função através de exemplos práticos do cotidiano em que seja possível ao educando perceber função como uma relação entre grandezas. Por exemplo, o livro conexões com a Matemática (2010) de Juliane Matsubara Barroso (livro didático adotado na escola onde esta pesquisa foi realizada), propõe a seguinte situação problema:

Todas as manhãs, Luciana compra pães doces na padaria. Como cada pão doce custa R$ 0,60, podemos calcular o valor a ser pago em uma compra relacionando duas grandezas: a quantidade de pães comprada com o preço correspondente a essa quantidade. Assim:

Quantidade de pães	Preço (R$)
1	0,60
2	1,20
3	1,80
5	3,00
10	6,00
N	0,6n

Dizemos que o preço é função da quantidade de pães. A cada número que define a quantidade de pães corresponde um único número o qual define o preço total.

Em seguida, costuma-se propor a definição matemática de função, que geralmente é feita a partir da especificação (ou diferenciação) da relação entre dois conjuntos A e B. Ou seja, a relação entre dois conjuntos A e B seria um conceito geral e inclusivo que, atendendo determinada condição, caracteriza-a como uma função de A em B. Neste caso, a relação entre os dois conjuntos seria um subsunçor para compreensão matemática do conceito de função. No livro Matemática Completa (2005), Giovanni e Bonjorno propõem uma abordagem ainda mais ampla, definindo em sequência produto cartesiano, relação e função.

Produto cartesiano:

Dados dois conjuntos não vazios A e B, denomina-se produto cartesiano (indica-se: A X B) de A por B o conjunto formado pelos pares ordenados nos quais o primeiro elemento pertence a A e o segundo pertence a B.

$A \times B = \{(x,y) \, / \, x \in A \text{ e } y \in B\}$

Relação:

Dados dois conjuntos A e B, dá-se o nome de relação R de A em B a qualquer subconjunto de A x B.

R é relação de A em B$\Leftrightarrow$R está contido em A x B.

Função:

Sejam A e B dois conjuntos não vazios e f uma relação de A em B. Essa relação f é uma função de A em B quando a cada elemento x do conjunto A está associado um e apenas um elemento y do conjunto B.

Neste caso, o novo conceito função se ancora em dois subsunçores: produto cartesiano e relação. Ressalta-se que, de modo geral, a teoria dos conjuntos ancora a conceituação matemática de função. Não por acaso, nos livros didáticos analisados nesta pesquisa, o capítulo anterior à introdução do estudo das funções, é dedicado a tópicos da teoria dos conjuntos.

No entanto, esta abordagem é bastante contestada por Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (2003), por apresentar o inconveniente de ser formal, estática e não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, dependência (uma grandeza em função de outra) ou resultado de um movimento. Os autores questionam: “Quem pensaria numa rotação como um conjunto de pares ordenados?”

De qualquer modo, esta é a abordagem predominante nos livros didáticos do ensino médio. Com o atenuante que a noção intuitiva é apresentada antes.

Após a definição (intuitiva e matemática) de função, são feitas, de forma genérica, algumas explorações envolvendo notação, representação gráfica e domínio.

Em seguida, procedem-se a alguns tipos de "diferenciação" do conceito de função como: par e ímpar; crescente e decrescente; injetora, sobrejetora e bijetora; inversa e composta. Normalmente toda esta abordagem envolve um capítulo.

A partir de então, inicia-se outro processo mais detalhado de diferenciação do conceito geral e inclusivo função. As especificações agora são: Função Afim; Função Quadrática; Função Modular; Função Exponencial; Função Logarítmica; Função Trigonométrica. Cada uma destas especificações (ou diferenciações), normalmente ocupa um capítulo do volume 1 destinado ao primeiro ano do Ensino Médio. Com exceção das funções trigonométricas que geralmente aparecem no volume 2 destinado ao segundo ano do Ensino Médio.

Considerando este nível mais detalhado de "diferenciação", a Função Afim aparece como tópico inicial desta exploração. Pelo fato de este conceito não ser unanimidade entre os autores, serão mostradas a seguir algumas concepções:

Dante (2014, p.74) define Função Afim como:

Uma função $f: R \to R$ chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$.

Esta definição converge com a de Barroso (2010, p. 110) que diz:

Uma função $f: R \to R$ chama-se **função afim** quando existem números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$.

Um reforço importante para esta definição vem de uma produção da Sociedade Brasileira de Matemática, onde Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (2003, p.87) afirmam que:

Uma função $f: R \to R$ chama-se afim quando existem constantes $a \; e \; b \in R$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.

No entanto, Iezze, Murakami e Machado (2000, p. 5), apresentam um conceito para Função Afim com uma relevante divergência em relação aos acima mencionados. Os autores definem Função Afim como:

Uma função polinomial do tipo $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$.

Neste caso, a função constante não seria uma especificação da Função Afim.

Será considerado neste trabalho o conceito prevalecente nas bibliografias analisadas, em que a Função Afim é:

Uma função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$, sendo a e b constantes reais.

A essência deste trabalho, com relação ao objeto, consiste na construção do conceito de Função Afim a partir de uma situação problema, seguida da diferenciação deste conceito em várias de suas especificações como: crescente, decrescente e constante; constante e polinomial do 1º grau; linear; identidade. Esta "diferenciação" é feita a partir de Mapas Conceituais (aqui usados como técnica didática) de simulações no Geogebra, onde são alterados os valores dos coeficientes.

3.2 Aplicações e relevância do estudo da Função Afim

Pode-se afirmar que Função Afim é uma especificação de um campo conceitual mais inclusivo chamado Função. No entanto, existe outro campo conceitual menos inclusivo que Função e mais inclusivo que Função Afim, que é Função Polinomial. A Função Afim é um tipo, importante por sinal, de Função Polinomial.

De modo geral, o estudo das funções polinomiais, é importante, entre outros motivos, por sua ampla aplicação na descrição de situações reais das Ciências Humanas, Biológicas e Exatas (BARROSO, 2010, p.108).

3.2.1 Situações que recaem em uma Função Afim

Especificamente a Função Afim, objeto de estudo da presente pesquisa, tem aplicações tanto em situações reais do cotidiano, como em outros conteúdos de Matemática e das demais ciências.

Os livros didáticos analisados neste trabalho que dão destaque para o conceito de Função Afim, geralmente iniciam a abordagem deste conteúdo a partir de uma situação problema do cotidiano.

Exemplo 1: Um casal resolve realizar uma viagem ao Rio de Janeiro. Por isso, separa os valores referentes ao combustível e ao pedágio, o que representa R$ 75,00. A hospedagem, com diária completa (café da manhã, almoço e jantar), sai por R$ 130,00 o casal. Quanto custará esta viagem? (BARROSO, 2010, p.110)

É bem verdade que se este problema fosse proposto como uma questão de prova, a questão seria anulada, em razão da falta de informação sobre a quantidade de diárias, dado importante para calcular o custo da viagem. No entanto, para a construção do conceito de Função Afim, este é o excelente problema de partida. Inclusive a não especificação do número de diárias, permite ao professor abordar mais de uma situação, o que facilita a generalização do conceito.

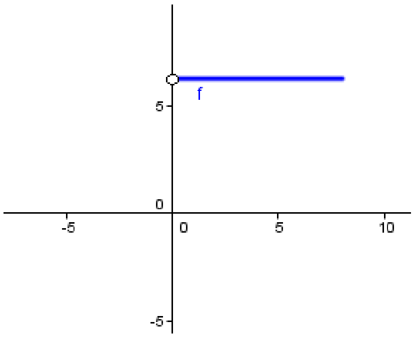
Exemplo 2: Em certa cidade um motorista de táxi comum cobra uma taxa fixa de R$ 4,10 pela 'bandeirada', mais R$ 2,50 por quilômetro rodado. Assim, o preço de uma corrida de x quilômetros é dado, em reais, por: $f(x) = 2{,}50x + 4{,}10$ (DANTE, 2014, p. 74).

Neste caso, o autor não faz nenhuma pergunta sobre o problema. Na verdade, ela foi proposta apenas para servir de um ponto de partida para construção do conceito.

Com relação a aplicação da função afim para exploração de outros conteúdos de Matemática, Barroso (2010, p.112) destaca algumas situações que recaem em uma f
Função Afim.

Situação 1: Sejam r o raio e C o comprimento de uma circunferência, o que acontece com a razão $\frac{C}{r}$ quando variamos o raio?

Como C pode ser expresso por 2πr, esta razão sempre será 2π, o que resulta numa função definida pela lei $f(\text{r}) = 2\pi$ e representada graficamente por:



Neste caso, a função exemplificada é uma Função Afim constante.

Situação 2: Verificou-se que a temperatura máxima atingida em um dia do verão inglês foi de 86°F. Que temperatura era essa na escala Celsius?

Considerando T_C a temperatura na escala Celsius, T_F a temperatura na escala Fahrenheit e construindo a proporção através da relação entre as duas escalas, obtém-se:

$$\frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_F - 32}{212 - 32}$$

Desenvolvendo esta relação, obtém-se:

$$T_C = \frac{5}{9}T_F - \frac{160}{9}$$

Que corresponde a lei de formação de uma Função Afim.

3.2.2 Conexão entre Função Afim e a Geometria analítica

No estudo da Geometria Analítica os elementos geométricos são descritos por equações. Entre estes elementos está a reta, que corresponde ao gráfico da Função Afim. Reciprocamente, toda reta não vertical $\boldsymbol{r}$ é o gráfico de uma Função Afim. De fato, se $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ são dois pontos distintos da reta $\boldsymbol{r}$, não vertical, temos que $x_1 \neq x_2$. Assim, existe uma Função Afim $f\colon R \to R$ tal que $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$. O gráfico de f é uma reta que passa pelos pontos *A* e *B*. Logo essa reta coincide com $\boldsymbol{r}$ (DANTE, 2014, p. 83).

Como a Função Afim é definida por $f(\mathrm{x}) = ax + b$, a equação da reta que corresponde a f é dada por $y = ax + b$. Assim, a representação $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, que na Função Afim representa a taxa de variação, em geometria analítica, representa o coeficiente angular (ou inclinação) da reta. Ou seja, o coeficiente *a* equivale ao coeficiente angular da reta correspondente à Função Afim.

O coeficiente angular fornece informações importantes para o estudo da reta como análise das posições relativas de duas retas no plano e proporcionar a representação da equação da reta em sua forma reduzida.

3.2.3 Conexão entre Função Afim e Progressão Aritmética

Progressão Aritmética é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é o termo anterior mais uma constante, chamada razão da progressão. Sendo assim, há uma relação importante entre este tipo de sequência e a Função Afim (DANTE, 2014, p. 89).

Considerando a sequência (1,4,7,10,13,16,19,...), uma Progressão Aritmética de razão 3 e a Função Afim $f\colon R \to R$ definida por $f(\mathrm{x}) = 2x + 1$, pode-se constatar que [*f*(1),*f*(4),*f*(7),*f*(10),*f*(16),*f*(19),...] também é uma Progressão Aritmética (neste caso de razão 6).

Este resultado pode ser provado de modo geral: se $f\colon R \to R$ é uma Função Afim definida por $f(\mathrm{x}) = ax + b$ e $x_1, x_2, x_3, \ldots x_i, \ldots$ é uma progressão aritmética de razão r, então $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots f(x_i), \ldots$ também é uma progressão aritmética e sua razão é $\boldsymbol{a} \ . \ \boldsymbol{r}$. E, reciprocamente se uma função crescente ou decrescente $f: R \to R$ transforma qualquer Progressão Aritmética $x_1, x_2, x_3, \ldots x_i, \ldots$ em uma outra Progressão Aritmética $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots f(x_i), \ldots$ então f é uma Função Afim (DANTE, 2014, p. 89).

3.2.4 Conexão entre Função Afim e a Física

Considerando um ponto que se movimenta sobre um eixo. Em cada instante t, sua posição é dada por S(t). Um movimento é chamado movimento uniforme quando o ponto se desloca sempre no mesmo sentido e, em intervalos de tempos iguais percorre espaços iguais. Logo, S é uma Função Afim dada por $S(\mathrm{t}) = vt + b$, em que a constante $v = S(t+1) - S(t)$, espaço percorrido na unidade de tempo, chama-se velocidade do ponto móvel e $b = S(0)$ é a posição inicial (DANTE, 2014, p. 89).

3.3 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

Os PCNEM (BRASIL, 1999) explicitam as habilidades básicas das competências específicas que devem ser desenvolvidas pelos alunos do Ensino Médio nas disciplinas de cada área da base nacional comum, bem como das tecnologias a elas relacionadas. O fato de se mencionar a palavra tecnologias após as disciplinas significa que as competências e habilidades pretendidas envolvem exercícios de intervenções e julgamentos práticos. Por exemplo, o entendimento de equipamentos e de procedimentos técnicos, a obtenção e análise de informações, a avaliação de riscos e benefícios em processos tecnológicos, de um significado amplo para a cidadania e também para a vida profissional (BRASIL, 1999, p.6 e 7).

Entre os muitos aspectos que dão relevância ao conhecimento matemático, os PCNEM destacam o fato de que no estudo das ciências do Ensino Médio, as construções abstratas mais elaboradas utilizam de forma imprescindível os instrumentos matemáticos. Além disso, a Matemática está presente em praticamente todas as atividades da vida contemporânea como música, informática, medicina, engenharia etc. Desta forma, Assumindo uma função insubstituível de codificação, ordenação, interpretação e manipulação de todas as variáveis envolvidas. O fato de ela permitir estabelecer relações e interpretações de fenômenos e informações garante que ela seja apresentada como ciência (BRASIL, 1999, p.9).

No que diz respeito ao ensino da Matemática, há uma indicação clara ao estímulo para que o aluno construa as abstrações matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos. Essa tendência coincide com a proposta da Aprendizagem Significativa, no sentido de estimular o aluno a desenvolver habilidades que lhes permitam lidar com situações novas e desafiadoras.

O quadro 5, a seguir, apresenta as competências e habilidades comuns às disciplinas da área de ciências da natureza, matemática e suas tecnologias (BRASIL, 1999 p.11).

Quadro 5: Competências e habilidades da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.

Competências	Habilidades
Representação e comunicação	• Ler e interpretar textos de interesse científico e tecnológico. • Interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões, ícones...). • Exprimir-se oralmente com correção e clareza, usando a terminologia correta. • Produzir textos adequados para relatar experiências, formular dúvidas ou apresentar conclusões. • Utilizar as tecnologias básicas de redação e informação, como computadores. • Identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para a produção, análise e interpretação de resultados de processos e experimentos científicos e tecnológicos. • Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações e interpretações. • Analisar qualitativamente dados quantitativos representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos.
Investigação e compreensão	• Formular questões a partir de situações reais e compreender aquelas já enunciadas. • Utilizar instrumentos de medição e de cálculo. • Procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema. • Formular hipóteses e prever resultados. • Elaborar estratégias de enfrentamento das questões. • Interpretar e criticar resultados a partir de experimentos e demonstrações. • Articular o conhecimento científico e tecnológico numa perspectiva interdisciplinar. • Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculo de probabilidades. natural e para planejar, executar e

	avaliar intervenções práticas. • Aplicar as tecnologias associadas às Ciências Naturais na escola, no trabalho e em outros contextos relevantes para sua vida.
Investigação e compreensão	• Entender a relação entre o desenvolvimento de Ciências Naturais e o desenvolvimento tecnológico e associar as diferentes tecnologias aos problemas que se propuser e se propõe solucionar. • Entender o impacto das tecnologias associadas às Ciências Naturais, na sua vida pessoal, nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social.

Fonte: PCNEM (1999, p.11)

A Matemática no Ensino Médio, além de um caráter formativo e instrumental, deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas (BRASIL, 1999, p. 40 e 41).

Há também a necessidade de reflexão da relação entre Matemática e tecnologia. Porém o impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. A velocidade do surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas tornarão rapidamente ultrapassadas a maior parte das competências adquiridas por uma pessoa ao início de sua vida profissional. Neste sentido o ensino da Matemática é redirecionado sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades que possibilite o indivíduo de se reconhecer e se orientar em um mundo de conhecimento em constante mudança (BRASIL, 1999, p. 42).

Neste sentido, os PCNEM (BRASIL, 1999, p.43) estabelecem os seguintes objetivos para que o ensino dessa disciplina possa resultar em aprendizagem real e significativa para os alunos:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;

- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Dentre estes objetivos, alguns apresentam maior relação com o objeto de estudo do presente trabalho como: Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; Utilizar, com confiança, procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos; Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações; Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. A presente proposta objetiva desenvolver uma postura autônoma do educando em seu processo de aprendizagem.

Os PCNEM (BRASIL, 1999, p.46) definem também as competências e habilidades específicas que devem ser desenvolvidas na disciplina de Matemática, que estão representadas no quadro 6, a seguir:

Quadro 6: Competências e Habilidades de Matemática

Competências	Habilidades
Representação e comunicação	• Ler e interpretar textos de Matemática. • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc). • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa. • Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta. • Produzir textos matemáticos adequados.

Investigação e compreensão	• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc). • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. • Formular hipóteses e prever resultados. • Selecionar estratégias de resolução de problemas. • Interpretar e criticar resultados numa situação concreta. • Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos. • Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. • Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.
Investigação e compreensão	• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. • Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. • Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Fonte: PCNEM (1999, p.46).

Para que aconteça o alcance dos objetivos do Ensino Médio, é interessante uma revisão e um redimensionamento dos temas tradicionalmente trabalhados. Não somente no que diz respeito à metodologia, com as definições, exemplos e exercícios de fixação e aplicação, mas também na forma fragmentada como os conceitos são apresentados. É importante estabelecer uma relação entre conceitos e formas de raciocínio envolvidos nos diversos conteúdos tanto da Matemática como de outras disciplinas (BRASIL, 1999, p.43). Neste contexto ganham significado os termos interdisciplinaridade e transdisciplinaridade.

Especificamente no conteúdo funções, pode-se dizer que o ensino isolado do tema não permite explorar o caráter integrador que ele possui. Por exemplo, a relação com o conteúdo Trigonometria nas funções trigonométricas e seus gráficos. As sequências, em especial as progressões aritméticas e geométricas, nada mais são que funções particulares. As propriedades das retas e das parábolas da Geometria Analítica são as propriedades dos gráficos das funções afim e quadrática. O estudo de polinômios e equações algébricas são incluídos no estudo das funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente. (BRASIL, 1999, p.43).

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática (BRASIL, 1999, p.43 e 44).

Em resumo, os PCNEM orientam que se considere o caráter integrador (dos conteúdos de Matemática entre si), a interdisciplinaridade (com as demais disciplinas) e a contextualização (com o quotidiano do educando).

3.4 Orientações Curriculares para o Ensino Médio

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio consistem num material elaborado a partir de ampla discussão com as equipes técnicas dos Sistemas Estaduais de Educação, professores e alunos da rede pública e representantes da comunidade acadêmica, com o objetivo de contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente (BRASIL, 2006, p. 5).

Serão comentados a seguir alguns aspectos deste material que apresentam relação com a presente pesquisa, especificamente sobre a área da Matemática, referentes à escolha de conteúdo e concepções metodológicas.

Com relação à escolha de conteúdos, parte-se do princípio de que toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”. Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados. A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento. (BRASIL, 2006, p. 70).

Os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. Isso não significa que os conteúdos desses blocos devam ser trabalhados de forma estanque, mas, ao contrário, deve-se buscar constantemente a articulação entre eles (BRASIL, 2006, p.70), dando a esta abordagem um caráter transdisciplinar.

Vale ressaltar que o objeto de estudo da presente pesquisa (Função Afim) é uma especificação do tema de um dos blocos desta organização (Funções).

A orientação para o estudo de Funções é que ele seja iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional;

tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento (BRASIL, 2006, p.72).

Este material sugere ainda solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(\mathrm{x}) = 2x + 3$, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. Ressalta também a importância de se destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes (BRASIL, 2006, p.72). As sessões didáticas 3 e 4 do presente trabalho envolveram essa abordagem com o auxílio do *software* Geogebra.

Recomenda-se também que o estudo de Funções prossiga com os diferentes modelos que devem ser objeto de estudo na escola – modelos linear, quadrático e exponencial (BRASIL,2006, p.72). Isto seria uma espécie de diferenciação progressiva do conceito geral e inclusivo função.

No que diz respeito à questão metodológica, o material sobre orientações curriculares para o ensino médio afirma que falar de ensino e aprendizagem implica a compreensão de certas relações entre alguém que ensina, alguém que aprende e algo que é o objeto de estudo – no caso, o saber matemático. Nessa tríade, professor-aluno-saber, tem-se presente a subjetividade do professor e dos alunos, que em parte é condicionadora do processo de ensino e aprendizagem (BRASIL, 2006, p. 80).

As OCEM destacam duas concepções metodológicas para o ensino da Matemática.

A primeira, historicamente mais presente nas nossas salas de aula de Matemática, identifica ensino com transmissão de conhecimento, e aprendizagem com mera recepção de conteúdos. Nessa concepção, a aprendizagem é vista como um acúmulo de conhecimentos, e o ensino baseia-se essencialmente na “verbalização” do conhecimento por parte do professor. Se por um lado essa concepção teórica apresenta a vantagem de se atingir um grande número de alunos ao mesmo tempo, visto que a atividade estaria a cargo do professor, por outro lado demanda alunos bastante motivados e atentos à palavra do professor, o que não parece ser o caso para grande parte de nossos alunos, que estão imersos em uma sociedade que oferece uma gama de outras motivações (BRASIL, 2006, p. 80). Esta concepção reflete o modelo de escolaridade vertical mencionado na introdução deste trabalho, para o qual a presente geração de educandos apresenta resistência.

A segunda, ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal desse processo. As ideias sócio construtivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Assim sendo, o professor assume um papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático (BRASIL, 2006, p. 81). Esta concepção converge com os princípios da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi, utilizada na presente pesquisa, defendendo a ideia do protagonismo dos alunos em seu processo de aprendizagem.

A primeira concepção dá origem ao padrão de ensino "definição-exemplos-exercícios", ou seja, a introdução de um novo conceito dar-se-ia pela sua apresentação direta, seguida de certo número de exemplos, que serviriam como padrão, e aos quais os alunos iriam se referir em momentos posteriores; a cadeia seria fechada com a apresentação de um grande número de exercícios, bastante conhecidos como "exercícios de fixação" (BRASIL,2006, p.81). Apesar deste modelo prevalecer há algum tempo e apresentar sua eficácia, ressalta-se a alta probabilidade do produto deste processo ser uma Aprendizagem Mecânica, em vez de uma Aprendizagem Significativa.

Já na segunda concepção, tem-se o caminho inverso, ou seja, a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela apresentação de uma situação problema ao aluno, ficando a "formalização do conceito" como a última etapa do processo de aprendizagem. Nesse caso, caberia ao aluno a construção do conhecimento matemático que permite resolver o problema, tendo o professor como um mediador e orientador do processo ensino-aprendizagem, responsável pela sistematização do novo conhecimento (BRASIL, 2006, p. 81). As etapas da Sequência Fedathi são vivenciadas durante este processo de construção, a começar pela proposição da situação problema (1ª etapa) até a formalização do conceito (4ª etapa). Nesta concepção, os alunos assumem uma postura autônoma em relação a sua aprendizagem. Ressalta-se ainda a alta probabilidade deste processo resultar em uma Aprendizagem Significativa.

4. DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA *IN LOCUS*

Este capítulo discute as sessões didáticas como possibilidades metodológicas, bem como justifica a escolha deste procedimento de investigação.

4.1 Sessões Didáticas: procedimentos metodológicos de investigação

Sessões didáticas são aulas estruturadas a partir de uma análise ambiental e teórica seguindo as etapas e os princípios da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi.

Na análise ambiental devem ser considerados: Público alvo; objetivos a serem alcançados; materiais a serem utilizados (digitais e/ou analógicos); tempo de duração da sessão; variáveis locais e hipóteses do que pode ser proposto pelos atores envolvidos (professores e alunos) e dos conteúdos; acordo didático e avaliação.

Na análise teórica, considera-se o conteúdo a ser abordado na sessão didática. Na presente pesquisa foi utilizado o modelo de sessão didática (apêndice H) desenvolvido por Borges Neto e Santos (2013)

.

4.2 Elaboração e desenvolvimento das sessões didáticas: discussão e justificativa dos procedimentos metodológicos

O principal procedimento de investigação neste trabalho ocorreu através da elaboração e aplicação das sessões didáticas. Durante as mesmas a interação entre os sujeitos e o objeto forneceram dados para confirmação das hipóteses. A observação e os instrumentos utilizados antes, durante e após as sessões consistiram a fonte de informações que subsidiaram as discursões propostas sobre o que se imagina ser o cerne da questão educacional contemporânea: a reflexão que gira em torno do eixo metodologia *versus* recursos.

As informações colhidas em fontes bibliográficas e documentais são importantes e amparam uma reflexão razoavelmente rica. No entanto, quando se investiga através da pesquisa direta, cria-se a possibilidade de conferir aspectos de originalidade, dando as proposições um caráter mais peculiar que no mínimo acrescentarão autenticidade científica aos estudos anteriores.

Invariavelmente a sala de aula e segundo define Ausubel (2003, p. 21) os chamados “ambientes de aprendizagem semelhantes” consistem nos verdadeiros laboratórios onde as experiências científicas dos processos de ensino e aprendizagem são realizadas, para validação das teorias, metodologias e recursos didáticos.

4.3 As sessões didáticas: possiblidades metodológicas

As quatro sessões didáticas desenvolvidas durante a pesquisa consistiram em uma abrangente fonte de análise qualitativa para este trabalho. Nelas pode-se observar a concretização das hipóteses levantadas nas categorias de análise, referentes à teoria da Aprendizagem Significativa, do *software* Geogebra e da própria Sequência Fedathi.

O modelo de sessão adotado na presente pesquisa envolve elementos didáticos relevantes para uma proposta de ensino não arbitraria e construtivista. Não arbitrária porque considera o nível de conhecimento do educando, aqui chamado de *plateau.* O caráter construtivista é evidenciado no acordo didático, onde se define a postura do professor e do aluno no decorrer da sessão.

Neste caso, a postura do aluno é participação ativa e protagonista mediante seu processo de aprendizagem, enquanto o professor atua como mediador, auxiliando o aluno durante todo o processo de construção, seguindo os princípios da 'postura mão no bolso' da SF. Outro recurso didático valiosíssimo da sessão didática no processo de construção do conhecimento é a pergunta. Perguntas estimuladoras, orientadoras e reflexivas, juntamente com os contra exemplos, viabilizam a "postura mão no bolso", permitindo ao professor estimular o aluno a pensar em vez de fornecer respostas prontas.

A forma como as sessões foram estruturadas favoreceu a construção do conceito de Função Afim, através dos princípios da teoria da Aprendizagem Significativa, diferenciação progressiva e reconciliação integrativa, com o auxílio de Mapas Conceituais e principalmente das simulações realizadas no ambiente do *software* Geogebra. As etapas da Sequência Fedathi foram vivenciadas ao longo do processo de construção e diferenciação com a participação ativa dos alunos.

A sessão didática 1 consistiu num processo de construção do conceito de Função Afim a partir de um problema. Esta sessão aconteceu na sala de aula convencional e o *software* Geogebra não foi utilizado. Os alunos participaram ativamente da atividade e resolveram o problema. Porém, a formalização do conceito, na quarta etapa da SF, foi conduzida pelo professor mantendo a interação e participação dos alunos.

Nas sessões didáticas 2, 3 e 4, o conceito de Função Afim foi diferenciado progressivamente principalmente através de construções feitas no ambiente do Geogebra e com uso de Mapas Conceituais. Em síntese, as quatro sessões envolveram um processo de construção e diferenciação de conceito, com a participação ativa dos alunos e o professor assumindo a “postura mão no bolso”.

Como as atividades de construção foram realizadas satisfatoriamente, com postura autônoma dos alunos e forneceram relevantes informações para análise qualitativa, as sessões didáticas estruturadas no modelo adotado no presente trabalho se apresentam como uma interessante possibilidade metodológica, para o ensino e para a pesquisa.

5. RESULTADO DAS ANÁLISES DAS SESSÕES DIDÁTICAS

Neste capítulo será feita a descrição e análise do método de pesquisa, bem como a escolha das categorias de análise. Os dados colhidos no pré-teste, durantes as sessões didáticas e nos questionários (após as sessões), serão analisados qualitativa e quantitativamente para validação das categorias de análise.

5.1 Análises do método da pesquisa

A proposta completa para o estudo da Função Afim consiste numa sequência didática composta de quatro sessões didáticas elaboradas a partir de uma análise ambiental (em que se consideram público alvo, objetivos, materiais utilizados etc) e teórica (definição de pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa como não-arbitrariedade, substantividade, princípios programáticos do conteúdo e Mapas Conceituais, para diferenciação do conceito da Função Afim). As aulas são estruturadas seguindo as etapas da Sequência Fedathi: tomada de posição, maturação, solução e prova.

As quatro sessões foram assim intituladas: **Sessão 1**- construção do conceito de Função Afim a partir da resolução de um problema; **sessão 2** – Representação algébrica e gráfica da Função Afim com o auxílio do software Geogebra; **sessão 3** – Análise do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente ***a*** com o auxílio do Geogebra; **sessão 4** - Análise do comportamento da Função Afim a partir da variação dos coeficientes ***a*** e ***b*** com o auxílio do Geogebra.

As quatro sessões não compreenderam todo o conteúdo sobre Função Afim. Foram selecionados alguns tópicos que envolvem conceitos que poderiam ser construídos, seguindo uma determinada sequência, através de simulações no Geogebra, a partir da "postura mão no bolso". Com exceção do conceito geral de Função Afim, que foi construído a partir de uma situação problema na sala de aula convencional, todos os demais conceitos foram construídos com o uso do Geogebra no laboratório de informática. Material analógico como caneta, papel, quadro branco e pincel foram utilizados paralelamente para anotar conclusões e formalizar conceitos.

A ideia foi apresentar uma proposta de sequência didática, onde um conceito geral é construído e, logo em seguida diferenciado. E que este processo de diferenciação pudesse ser realizado no ambiente do Geogebra, a partir da pedagogia mão no bolso e com a participação ativa dos alunos. Isto não significa que outros tópicos de Função Afim como, por exemplo, raiz e estudo do sinal, não sejam relevantes e não possam ser explorados através da mesma metodologia e do mesmo *software*. Aliás, o método desta pesquisa (dedutivo) sugere deduzir a possibilidade de generalização da associação entre pressupostos teóricos-metodológicos e recursos tecnológicos, para o aperfeiçoamento da prática pedagógica visando facilitar a Aprendizagem Significativa. Ou seja, outros conteúdos de matemática podem ser explorados, seguindo a metodologia de construção de conceitos propostos nesta pesquisa.

As sessões didáticas foram aplicadas pelo pesquisador, ou seja, professor pesquisador.

Sessão didática 1

A sessão didática 1 (apêndice C) teve início com a apresentação do seguinte acordo didático aos alunos:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.

Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar a solução do problema proposto. Assim, fica evidente que pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve favorecer a participação ativa dos alunos.

Em seguida foi proposto o seguinte problema: Uma companhia de taxistas de Fortaleza cobra R$ 4,00 a bandeirada mais R$ 5,00 por quilômetro rodado. Um turista toma um táxi no Aeroporto Internacional Pinto Martins até a Arena Castelão, trajeto que corresponde a aproximadamente 6,3 Km. Qual o custo da viagem?

O problema foi escrito no quadro, os alunos anotaram e foram divididos em duplas para resolução. A primeira etapa da Sequência Fedathi (tomada de posição) foi vivenciada.

A partir de então os alunos começam a se debruçar sobre o problema, refletindo, raciocinando e compartilhando suas dúvidas com o colega de dupla e com o professor. O professor estimulou os alunos a apresentarem suas hipóteses e se prontificou a tirar as dúvidas dos alunos. Porém, através da ‘pedagogia mão no bolso’, ou seja, evitando dar respostas prontas. Sempre que o aluno perguntava alguma coisa, o professor respondia com outra pergunta que o estimulasse e/ou orientasse a encontrar a resposta. O diálogo seguinte exemplifica essa situação. Essa etapa é a maturação.

Exemplo 1:

A dupla formada pelos alunos Cateto e Mediana pergunta ao professor:

Aluno Cateto: Como é que resolve essa questão?

O professor responde com um questionamento.

Professor: Vocês já resolveram um problema semelhante?

Aluno Cateto: Não me lembro. Talvez. Não sei a fórmula.

Professor: Tentem encontrar uma solução sem se preocupar com fórmulas agora. Depois a gente analisa.

Aluno Cateto: OK! Vou fazer do meu jeito.

Exemplo 2:

A aluna hipotenusa que formou dupla com o aluno Ângulo Reto pergunta ao professor:

Aluna Hipotenusa: Professor, eu acho que devo multiplicar 6,3 por 5.

Professor: Porque você acha que deve fazer essa operação?

O colega de dupla, aluno Ângulo Reto responde pela colega.

Aluno Ângulo Reto: Porque cada quilômetro custa R$ 5,00. E como são 6,3km...

Professor: Ok! E os R$ 4,00 de bandeirada? O que fazer com ele?

Aluna Hipotenusa: Soma? (olha para o professor esperando confirmação) Multiplica?

Professor: O que significa a bandeirada neste problema?

O aluno Ponto Médio de uma dupla vizinha toma a palavra e responde.

Aluno Ponto Médio: É o valor que você paga só para entrar no taxi.

Professor: E esse valor é fixo ou depende do tamanho da viagem?

Alguns alunos que acompanhavam o diálogo responderam quase que simultaneamente. Alguns disseram fixo e outros que dependia do tamanho da viagem.

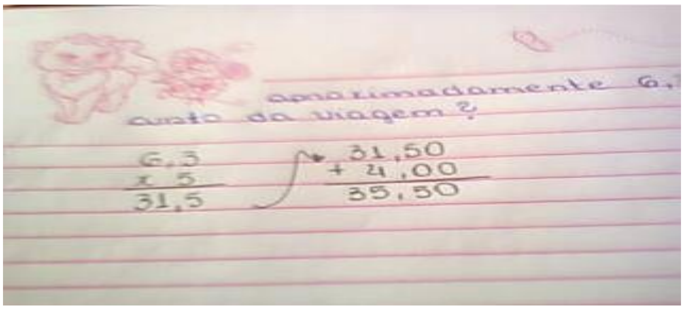
O aluno Ponto Médio intervém novamente e responde com convicção.

Aluno Ponto Médio: Esse valor não muda. Vai ser sempre R$ 4,00.

Professor: Então o que eu devo fazer com ele (4 reais) depois que operar com 6,3 e 5? Não precisam responder pra mim. Podem debater com a dupla, escrever sua solução no caderno e me mostrar.

A partir de então as duplas começaram a chamar o professor para apresentar suas soluções. Esta etapa é a solução. Seguem-se algumas das soluções que foram fotografadas e apresentadas pelos alunos:

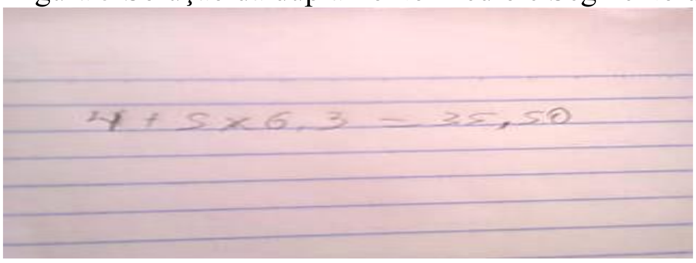
Figura 4: Solução da dupla Hipotenusa e Ângulo Reto



Fonte: Pesquisa direta

Nesta solução, a dupla realizou duas contas separadas. O produto 6,3 por 5 e em seguinda multiplicou o resultado por 4. A maneira como a solução está distribuida indica que a dupla não usou calculadora.

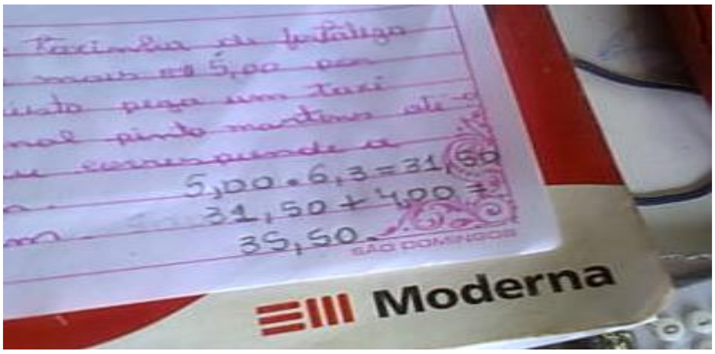
Figura 5 Solução da dupla Ponto Médio e Segmento de Reta.



Fonte: Pesquisa direta

Neste caso a dupla apresentou em uma única linha a sequência de operações e o resultado. Possivelmente a dupla fez as contas numa calculadora.

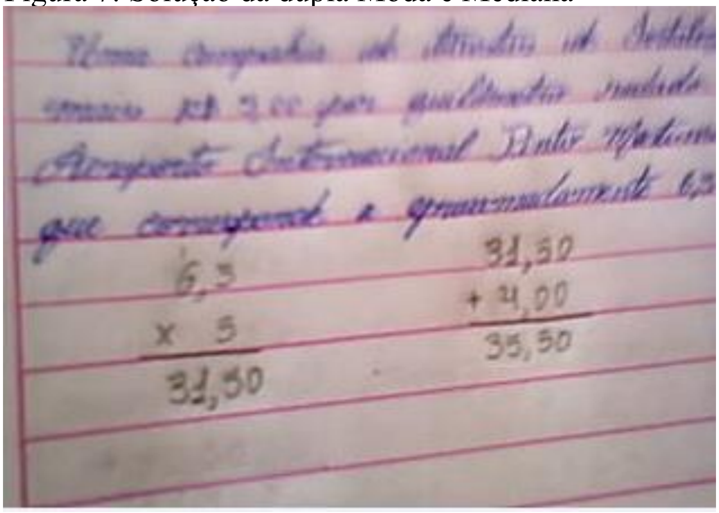
Figura 6: Solução da dupla Abscissa e Ordenada.



Fonte: Pesquisa direta

A solução apresentada pela dupla abscissa e ordenada contém um nível inferior de organização, uma vez que as operações foram colocadas em três linhas sem uma conexão coerente entre elas.

Figura 7: Solução da dupla Moda e Mediana



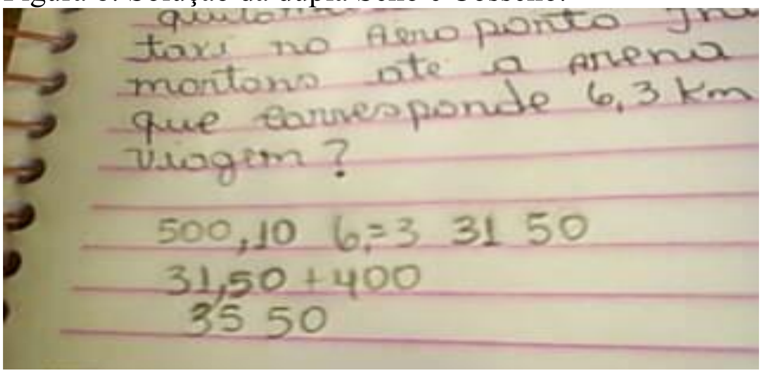
Fonte: Pesquisa direta

A solução da dupla Moda e Mediana é semelhante à apresentada pela dupla Hipotenusa e Ângulo Reto, com exceção da seta indicadora de uma coluna para outra.

O que houve em comum entre estas três duplas foi o fato de terem apresentado uma sequência razoavelmente coerente para solução, além de um resultado correto.

Algumas duplas tiveram uma certa dificuldade, como as seguintes:

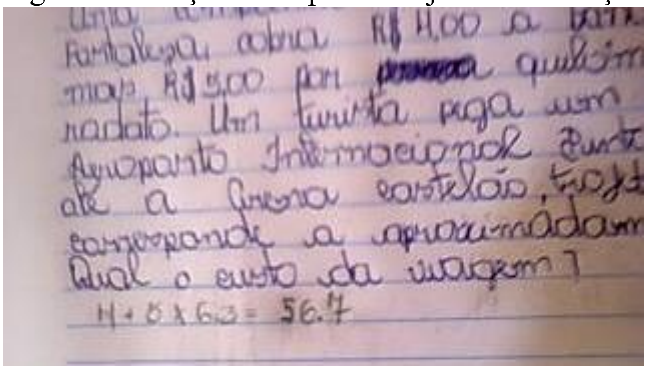
Figura 8: Solução da dupla Seno e Cosseno.



Fonte: Pesquisa direta

Esta solução apresenta algumas incoerências como: números e resultados inexistentes no problema (500,4 e 400); o desenvolvimento da questão propõe uma situação do ponto vista matemático estranhíssima 6,=3, onde provavelmente a dupla tentou fazer o produto 6,3 por 5 e se atrapalhou com os dados, ou observaram a resposta de outra dupla e tentaram copiar; resultados parcial (3150) e final (3550) com os algarismos corretos, porém sem vírgula. Enfim, esta solução indica um grau de dificuldade elevadíssimo da dupla.

Figura 9: Solução da dupla Arranjo e Combinação.



Fonte: Pesquisa direta

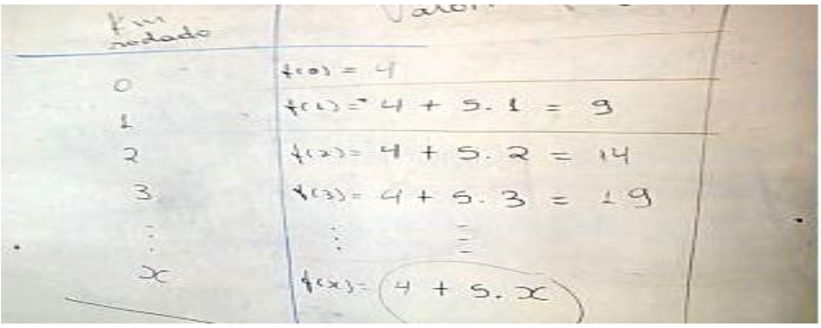
Essa dupla propôs uma solução simplificada em uma única linha, porém com resultado incorreto. O primeiro membro da sentença na solução mostra coerência na organização dos dados. O resultado incorreto é preocupante por não se tratar de um cálculo complexo, porém se este tiver sido realizado manualmente é razoavelmente aceitável.

Semelhantemente às duplas Seno e Cosseno, Arranjo e Combinação, outras duas duplas também se atrapalharam na hora de fazer as operações, indicando a ausência de *subsunçores* ou um *plateau* de conhecimento inferior ao necessário para assimilação do novo conhecimento. As demais duplas, semelhante às quatro primeiras aqui representadas, mostraram soluções idênticas: multiplicando 6,3 por 5 e, em seguida somando o resultado com 4.

Em seguida o professor pediu para que algumas duplas se voluntariassem a apresentar seus resultados no quadro. A dupla Ponto Médio e Segmento de Reta, representada pelo aluno Ponto Médio, foi ao quadro e apresentou sua solução. Outras duplas tinham manifestado interesse de apresentar sua solução. Porém, depois da apresentação do Ponto Médio, informaram que suas soluções eram idênticas as daquela dupla. No entanto, todas apresentaram suas soluções ao professor. Sendo que 14 das 18 encontraram o valor R$ 35,50 para o custo total da viagem. Como o processo de construção de cada dupla aconteceu a partir da interação multilateral (colegas e professor), com perguntas de ambas as partes e proposição de hipóteses, o professor se deu por satisfeito com a etapa da solução.

O professor então parabenizou as duplas por terem encontrado o resultado correto, mas convida os alunos a generalizarem este modelo construindo o conceito de Função Afim. O professor constrói uma tabela com duas colunas (figura abaixo). Na coluna da esquerda são colocados valores atribuídos aos quilômetros rodados na situação do problema trabalhado. Na coluna da direita são construídos os resultados para o valor do custo da viagem em cada situação.

Figura 10: Construção da lei de formação da Função Afim



Fonte: Pesquisa direta

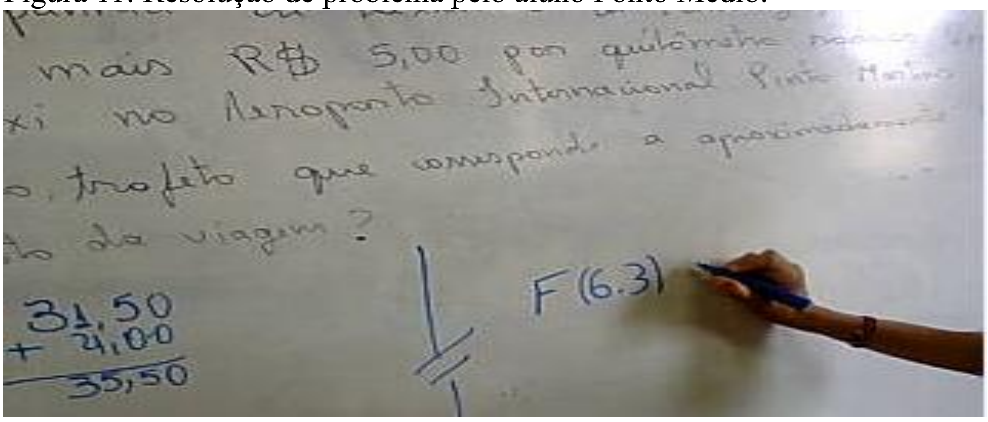
Cada linha da tabela foi sendo construída a partir de perguntas que o professor fez aos alunos. O professor perguntou aos alunos: Se no problema anterior, a quantidade de quilômetros rodados fosse zero, qual seria o custo da viagem. Sugeriu utilizar a notação *f*(quantidade de Km rodados) = valor fixo (bandeirada) + 5 . (quantidade de km rodados)

Se a quantidade de quilômetros rodados fosse um, dois e assim por diante, os alunos iam respondendo e o professor anotava os resultados. Até que o professor sugere um valor genérico x para a quantidade de quilômetros rodados, o que correspondeu a expressão $f(x) = 4 + 5x$ para o custo da viagem.

A partir daí o professor mostrou que existe uma lei matemática genérica para representar esta situação $f(x) = ax + b$, para definir a variação de $f(x)$ em função de x. E que esta representação corresponde a uma função chamada Afim definida por: Uma função $f: R \to R$ chama-se Função Afim quando existem dois números reais **a** e **b** tal que $f(\text{x}) = ax + b$, para todo $\mathbf{x} \in \mathbf{R}$.

Em seguida o professor solicitou que o aluno Ponto Médio respondesse o problema utilizando a lei de formação da Função Afim.

Figura 11: Resolução de problema pelo aluno Ponto Médio.



Fonte: Pesquisa direta

O professor mostrou também que a Função Afim é uma das especificações de um conceito mais geral e inclusivo chamado Função, já estudado e conhecido dos alunos.

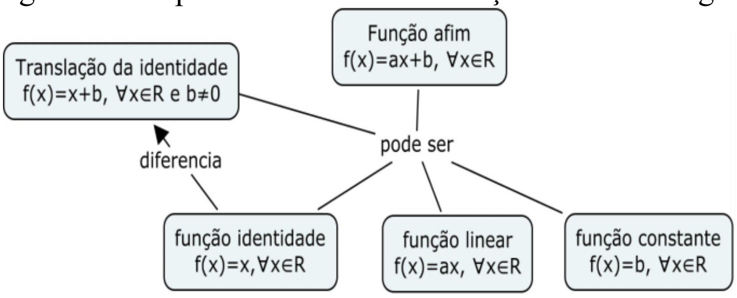
Para esta exploração foi utilizado o mapa conceitual do conceito geral de função a seguir:

Figura 12: Mapa conceitual do conceito geral e inclusivo função.

Fonte: Pesquisa direta

O professor mostrou ainda que a própria Função Afim é também um conceito geral e inclusivo, que pode ser diferenciado em suas especificações, conforme mapa conceitual a seguir:

Figura 13: Mapa conceitual diferenciação do conceito geral.



Fonte: Pesquisa direta.

Porém, estes conceitos não foram aprofundados nesta sessão didática e foi explicado aos alunos que os mesmos seriam explorados no decorrer do curso. O professor ainda passa como tarefa complementar para casa três questões do livro didático, envolvendo a identificação da Função Afim na sua forma algébrica destacando os coeficientes ***a*** e ***b***.

Os objetivos desta sessão didática foram alcançados satisfatoriamente, pois a construção do conceito de Função Afim foi concretizada a partir de uma situação problema com a participação ativa dos alunos. As etapas da Sequência Fedathi foram vivenciadas. Portanto, validada categoria 3, construção do conceito de Função Afim a partir de uma situação problema e seguindo as etapas da SF.

Sessão didática 2

A sessão didática 2 (apêndice D) foi ministrada no laboratório de informática da escola, que dispunha de 18 computadores em funcionamento. A turma de 36 alunos foi dividida em 18 duplas, uma para cada computador. O objetivo principal foi utilizar as ferramentas do *software* Geogebra para explorar as representações algébrica e gráfica da Função Afim. A versão 4.4.27 do software foi previamente instalada em cada computador para evitar contratempos com a internet do laboratório que era bastante instável.

No início da sessão, o professor propõe aos alunos o seguinte acordo didático:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos, assumindo uma postura de sujeito de sua própria aprendizagem.

Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar a solução do problema proposto.

Assim, fica evidente que pelo acordo didático todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve ajudar os alunos nesta participação ativa.

Na mesma ocasião, o professor pede que os alunos liguem os computadores e localizem o ícone do Geogebra na área de trabalho. Seguindo o princípio da "postura mão no bolso", o professor não fornece nenhuma instrução para o uso pedagógico do *software*. Em vez disso, concede um tempo de 10 minutos para que os alunos manipulem algumas ferramentas do software e descubram a sua funcionalidade.

Em seguida, vivenciando a primeira etapa da Sequência Fedathi (tomada de posição), propõe a seguinte atividade:

01) Inserir as seguintes funções no Geogebra e observar as representações gráficas:
   a) $f(\mathrm{x}) = 5x + 4$
   b) $g(\mathrm{x}) = 1 + x^2$
   c) $h(\mathrm{x}) = x$
   d) $k(\mathrm{x}) = 2x^2 - 3x + 4$
   e) $j(\mathrm{x}) = -3$
   f) $t(\mathrm{x}) = x^4 - 2$
02) Quais das funções acima são afins? Identifique os coeficientes a e b.
03) Coloque estilo **três** e cor **azul** para as funções afins e estilo **três** e cor **vermelha** para as funções que não são afins.
04) Qual a característica comum aos gráficos das funções afins?

05) Crie outras funções afins na forma algébrica, insira-as no Geogebra e visualize suas representações gráficas.

A questão 1 deu prosseguimento à tarefa de familiarização com o *software*. O primeiro desafio era descobrir como inserir a função. Como várias duplas estavam com a mesma dúvida, o professor decide, com a ajuda do *datashow*, mostrar e nomear as regiões da interface do Geogebra, destacando barra de *menu*, barra de ferramentas, janela de álgebra, janela de visualização e campo entrada.

O professor então perguntou para turma:

Professor: Em qual destas regiões vocês acham que podemos inserir a função?

O aluno Ângulo Reto ergue o braço e sugere expressando dúvida.

Aluno Ângulo Reto: No campo entrada?

O professor devolve a pergunta para turma e sugere.

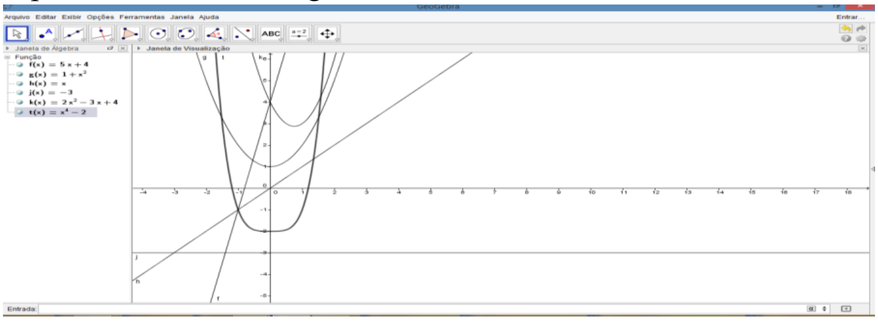
Professor: Vocês concordam? Façam uma tentativa.

Enquanto isso algumas duplas já foram se antecipando e inserindo a função do item **a**. As demais aos poucos foram também conseguindo inserir a primeira função, com exceção de duas duplas (Seno e Cosseno; Arranjo e Combinação) que tinha bastante dificuldade no manuseio do computador. Destes quatro alunos, três são da zona rural e um da sede, tendo em comum o fato de não terem nenhuma experiência com o uso do computador. Mesmo com a insistência do professor em sugerir que eles mesclassem com outras duplas, preferiram permanecer naquela formação.

O professor passa então a assistir estas duplas na tentativa de que elas consigam inserir a primeira função. Tarefa que se torna cada vez mais complexa, visto que as demais duplas já estão inserindo as outras funções e solicitam simultânea e impacientemente a atenção do professor. Principalmente porque várias duplas já tiveram dificuldade para inserir a função do item **b** [$f(x) = 1 + x^2$] devido ao expoente.

Alguns alunos como Ponto Médio, Segmento de Reta, Mediana e outros, descobriram e foram ajudando os colegas. No entanto, apesar do caráter colaborativo desta ajuda, ela era instrutiva, contrastando com a "postura mão no bolso" que o professor procurava ter. Algumas vezes os alunos pegavam o mouse pelo colega e faziam a representação. Situação não prevista no planejamento, porém contornada pelo professor através da ação de propor aos alunos o desafio de ajudar os colegas imitando a metodologia do professor, pelo menos evitando pegar o mouse e fazer pelo colega. Eis o resultado das duplas:

Figura 14: Solução da questão 1 (atividade 1 do Geogebra), feita pela dupla Ponto Médio e Segmento de Reta.



Fonte: Pesquisa direta

A segunda questão foi razoavelmente facilitada para os alunos, porque na sessão anterior os alunos já haviam exercitado o reconhecimento da representação algébrica da Função Afim com destaque para identificação dos coeficientes ***a*** e ***b***. Ainda, somente 6 duplas tiveram dificuldade e precisaram da intervenção do professor.

Na questão 3, as duplas voltaram ao Geogebra para alterar estilo e cor dos gráficos das funções com o objetivo de distinguir as funções afins das não afins. Semelhantemente à primeira questão, várias duplas tiveram ao início dificuldade para fazer essa alteração. Usando a “postura mão no bolso”, o professor prestou assistência às duplas com dificuldade, como no exemplo.

Aluna Ordenada: Professor, eu não sei onde encontrar estilo e cor.

Professor: Você já procurou em propriedades?

Aluna Ordenada: E onde fica propriedade?

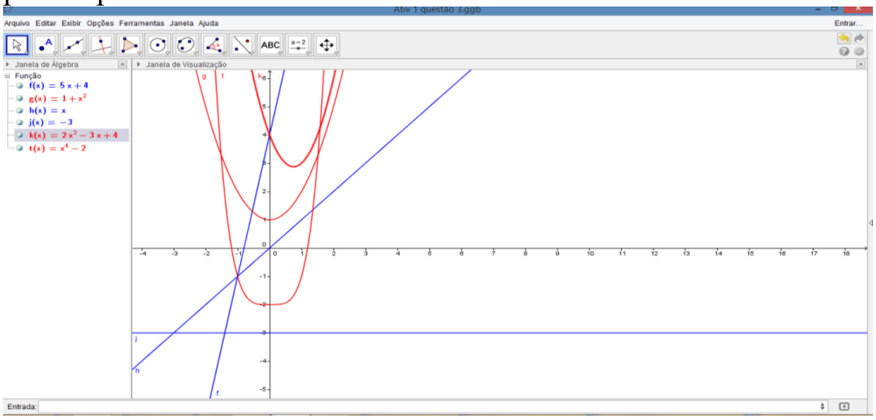
Professor: De quem você quer alterar a propriedade?

Aluna Ordenada: Do gráfico da função. Mesmo assim eu não sei.

Professor: Você já tentou clicar sobre o gráfico?

Orientações como esta foram dadas a algumas duplas, que clicaram com o botão direito do mouse sobre o gráfico e conseguiram fazer a construção. Algumas duplas descobriram e socializaram que era possível localizar propriedades e fazer as alterações tanto clicando sobre o gráfico da função quanto sobre a representação algébrica na janela de álgebra. O professor aproveita a oportunidade para perguntar aos alunos se eles sabem explicar o porquê da alteração feita na zona algébrica migrar para zona gráfica e vice versa. Depois de algumas hipóteses colocadas, chegou-se à conclusão de que se trata do mesmo objeto representado em zonas diferentes e portanto, o programa assegura que alterações feitas num ambiente automaticamente migrem para o outro ambiente onde este objeto possa aparecer.

Figura 15: Solução da questão 3 (atividade 1 do Geogebra), feita pela dupla Moda e Mediana.



Fonte: Pesquisa direta

Depois de feita esta construção, o professor solicitou que cada dupla respondesse a questão 4 da atividade. As duplas foram praticamente unânimes em responder que cada um dos gráficos das funções afins constituem uma reta. Em seguida, o professor pergunta qual dupla gostaria de apresentar o passo a passo de sua construção no *datashow* para toda a turma.

A dupla Moda e Mediana se voluntariou desta vez. As demais duplas se sentiram representadas pelo fato de suas soluções serem idênticas. O professor parabenizou as duplas e ressaltou terem elas feito uma importante construção envolvendo o conceito de Função Afim, que resumidamente poderia ser expresso como: Toda função $f\colon R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax + b$,, para todo $\mathbf{x} \in \mathbf{R}$, com a e b reais, chama-se Função Afim, representada graficamente por uma reta. Os objetivos da sessão didática foram alcançados, visto que: os alunos, utilizando as ferramentas do Geogebra, fizeram uma construção que os permitiu perceber não só que a Função Afim é representada graficamente por uma reta, como também que esta característica, comum a todas as funções afins, a distingue das demais funções; Os alunos participaram ativamente deste processo de construção assumindo a postura de sujeitos de sua própria aprendizagem. Observação importante: As três primeiras etapas da Sequência Fedathi foram vivenciadas mais de uma vez no decorrer da sessão. A cada questão respondida ou construção feita, através de interações multilaterais com os colegas e o professor, os alunos testaram suas hipóteses e apresentaram suas soluções.

Sessão didática 3

A sessão didática 3 (apêndice E) foi ministrada no laboratório de informática da escola e contou com a participação de 35 alunos que deveriam ter sido divididos em duplas, porém por conta de problemas com alguns computadores, a turma ficou dividida em 3 trios e 13 duplas, uma vez que estavam disponíveis apenas 16 computadores.

No início da sessão o professor propõe aos alunos o seguinte acordo didático:

Professor: espera dos alunos uma participação ativa durante todo o processo de construção dos conceitos.

Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar à solução do problema proposto.

Assim, fica evidente que pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade fazendo-se protagonistas. O professor, atuando como mediador, deve ajudar os alunos nesta participação.

Antes de propor a atividade, o professor realizou com a turma um momento de interação para assegurar que os alunos se apropriassem de alguns termos, que os possibilitassem descrever as simulações que seriam feitas, através de uma linguagem adequada para uma construção satisfatória dos conceitos. Exemplos: Movimentos de rotação e translação; Movimentos no sentido horário e anti-horário; retas ascendentes e descendentes. O *plateau* dos alunos em relação a estes termos foi insuficiente, indicando a inexistência do conhecimento dos mesmos, exigindo do professor um processo de exploração, mecânico inclusive, para assimilação. A aprendizagem mecânica, neste caso, foi necessária para o desenvolvimento de uma Aprendizagem Significativa posterior. À medida que eles fossem fazendo as simulações no Geogebra e utilizando os termos, estes passariam a ter mais significado para os alunos. Este seria um caso em que as aprendizagens mecânica e significativa se interceptam numa região intermediária que Moreira (2012, p.12) chama de *zona cinza*.

Em seguida, vivenciando a primeira etapa da Sequência Fedathi (tomada de posição) o professor propõe aos alunos a seguinte atividade:

Situação desafiadora: Inserir a função $f(x) = ax + b$ no Geogebra. Em seguida, usar o controle deslizante para alterar o valor do coeficiente ***a*** e observar o comportamento do gráfico da Função Afim para responder as seguintes questões:

01) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando alteramos o valor do coeficiente ***a***?

02) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***a*** assume valores positivos?

03) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***a*** assume valores negativos?

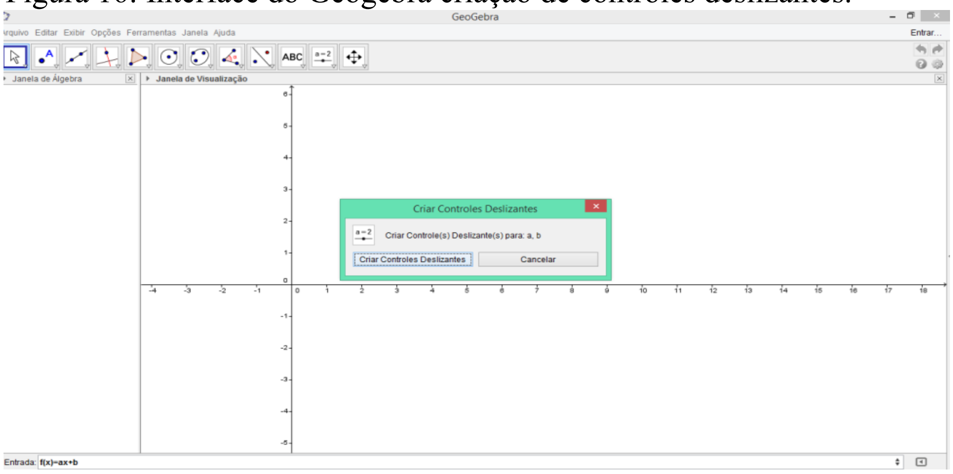
04) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***a*** assume valor nulo?

05) O que se pode concluir a respeito do que o coeficiente ***a*** determina na Função Afim?

06) Faça um resumo das conclusões usando uma linguagem matemática (simbólica).

Os alunos então se debruçam sobre a atividade e começam a realizá-la. Como na sessão anterior, os alunos já haviam manipulado o Geogebra. Desta vez eles já tomaram a iniciativa de inserir a função. No entanto, logo perceberam que inserir a forma genérica da função era um pouco diferente de inserir funções específicas, como na sessão anterior. Em versões mais antigas do Geogebra, o programa acusava o comando como inválido, requerendo do usuário descobrir que era necessário inserir os controles deslizantes. A versão utilizada nesta pesquisa (4.4.27), logo que se insere a forma genérica da função, aparece uma janela solicitando a criação dos controles deslizantes.

Figura 16: Interface do Geogebra criação de controles deslizantes.



Fonte: Pesquisa direta

Por conta disso, os alunos passaram sem maiores dificuldades por esta etapa e começaram a responder as questões. Na resolução da primeira questão, quando fizeram a primeira simulação, movimentando o controle deslizante para alteração do coeficiente ***a***, as duplas anotavam sua observação e solicitavam a presença do professor para que ele avaliasse.

Diante das respostas de algumas duplas, o professor achou necessário fazer uma intervenção com algumas perguntas orientadoras, como:

Professor: Vocês responderam que a reta gira ou faz um movimento de rotação, certo? Mas em torno de que?

Aluna Hipotenusa: Em torno do ponto 1, professor.

Professor: E o que o 1 representa na função?

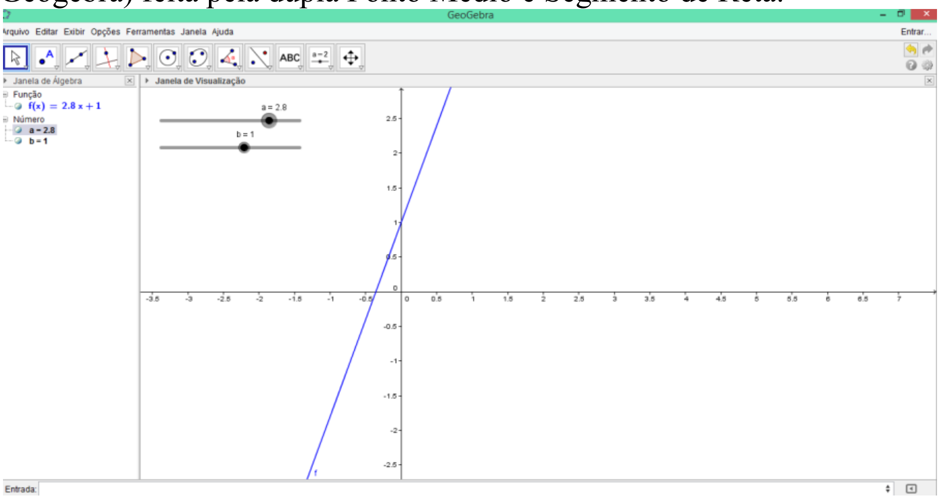
Aluno Ângulo Reto: O coeficiente b.

Professor: Então qual seria uma forma mais completa para descrever esta simulação?

A partir desta intervenção as duplas perceberam e anotaram que quando se movimenta o controle deslizante ***a***, a reta faz um movimento giratório em torno de um ponto do eixo y, correspondente ao coeficiente ***b***, que permanece fixo.

Para responder a segunda questão, os alunos movimentaram o controle deslizante ***a*** para direita do zero a fim de que ele assumisse valores positivos e anotaram que, quando isto é feito, a reta faz um movimento giratório em torno de ***b***, no sentido anti-horário e assumindo posição ascendente, o que caracteriza uma Função Afim crescente.

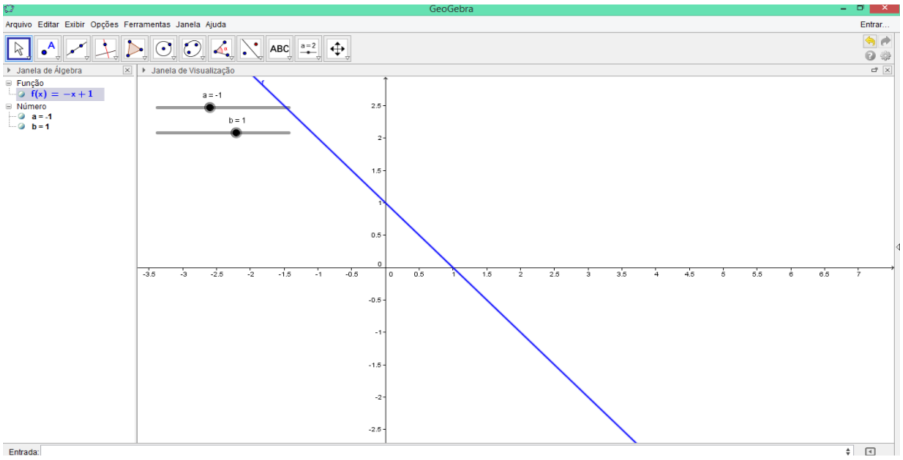
Figura 17: Simulação no Geogebra referente a questão 2 (atividade 2 no Geogebra) feita pela dupla Ponto Médio e Segmento de Reta.



Fonte: Pesquisa direta

Semelhantemente, a terceira questão foi analisada e respondida após a simulação e os alunos predominantemente anotaram que quando o coeficiente ***a*** assume valores negativos, a reta correspondente ao gráfico da Função Afim, gira em torno de ***b***, no sentido horário, assumindo uma posição descendente, o que caracteriza uma Função Afim decrescente.

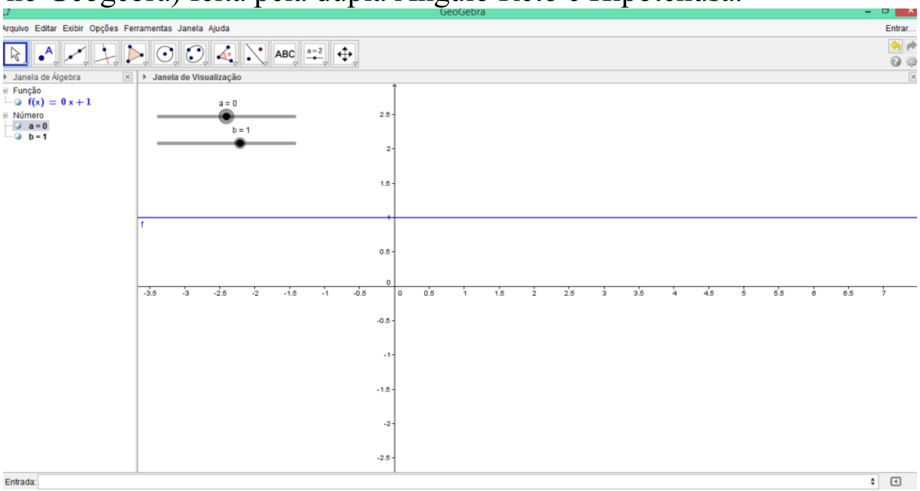
Figura 18: Simulação no Geogebra referente a questão 3 (atividade 2 no Geogebra) feita pela dupla Ângulo Reto e Hipotenusa.



Fonte: Pesquisa direta

Com relação a quarta questão, ao realizarem a simulação, os alunos predominantemente anotaram que, quando o coeficiente ***a*** assume valor nulo, a reta correspondente ao gráfico da Função Afim, fica paralela ao eixo das abscissas, assumindo uma posição horizontal, o que caracteriza uma Função Afim constante.

Figura 19: Simulação no Geogebra referente a questão 4 (atividade 2 no Geogebra) feita pela dupla Ângulo Reto e Hipotenusa.



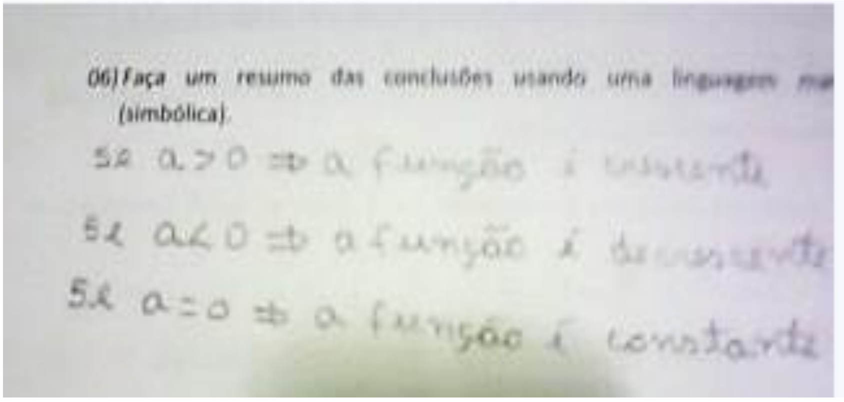
Fonte: Pesquisa direta

Com relação à quinta questão, das 16 equipes formadas entre trios e duplas, 4 não responderam, 4 afirmaram que o coeficiente ***a*** determina o crescimento e o decrescimento da Função Afim e 8 afirmaram que determina a inclinação da reta que corresponde ao gráfico da Função Afim.

No entanto, apenas 9 das 16 equipes arriscaram fazer a sexta questão. O que não significa necessariamente que as outras 7 não tenham compreendido a construção. Porém, não se sentiram em condição de representar aquela conclusão em linguagem matemática (simbólica). Mesmo as equipes que arriscaram fazer a representação, algumas apresentaram falhas de notação. Entretanto, demonstraram compreender a construção.

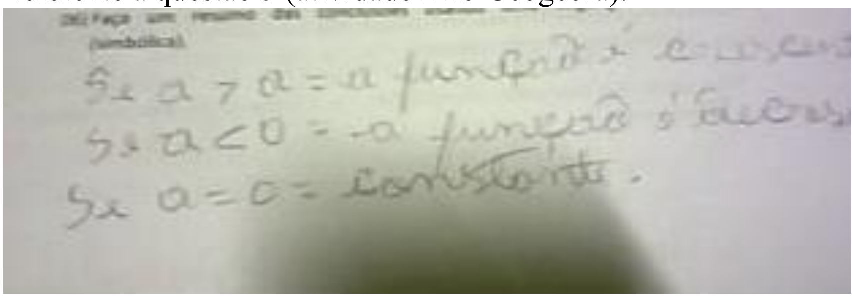
Seguem-se 3 exemplos de representações feitas pelos alunos:

Figura 20: Solução da dupla Ponto Médio e Segmento de Reta referente à questão 5 (atividade 2 no Geogebra).



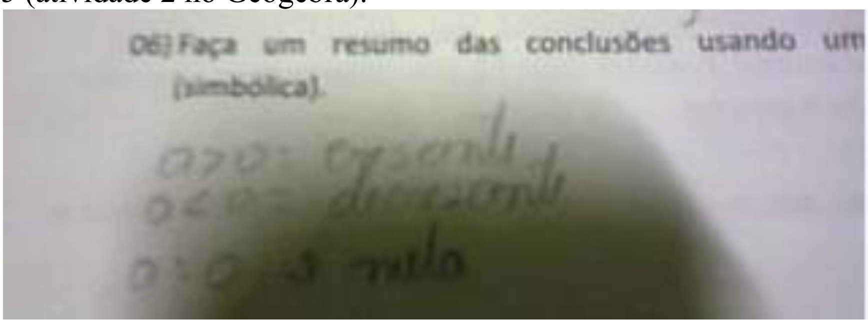
Fonte: Pesquisa direta

Figura 21:Solução do trio Abscissa, Ordena e Combinação referente à questão 5 (atividade 2 no Geogebra).



Fonte: Pesquisa direta

Figura 22:Solução da dupla Poliedro e Arranjo referente à questão 5 (atividade 2 no Geogebra).



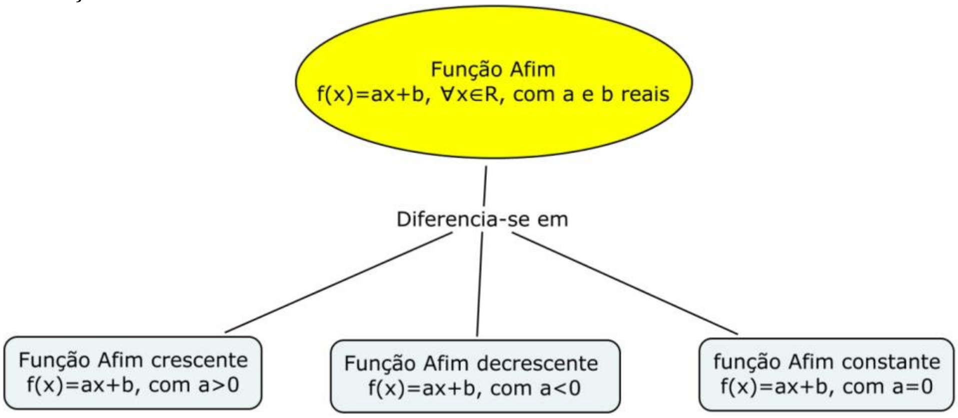
Fonte: Pesquisa direta

Em seguida, o professor solicitou que pelo menos duas equipes (duplas ou trios), apresentassem para a turma o passo a passo de suas soluções com o uso do *datashow* e do quadro branco. A dupla Ponto Médio e Segmento de Reta foi a primeira se voluntariar seguida da dupla Ângulo Reto e Hipotenusa.

Cumprindo a prova da Sequência Fedathi, o professor parabeniza a turma pelo desempenho na atividade, ressaltando que eles, de forma satisfatória, construíram o conhecimento referente a análise do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente ***a.*** Considerando os conceitos construídos nas duas sessões anteriores, até o momento a construção pode ser representada como:

Toda função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax + b$, para todo $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}$, com ***a*** e ***b*** reais, chama-se Função Afim, representada graficamente por uma reta. A variação do coeficiente ***a*** diferencia a Função Afim em crescente (a>0), decrescente (a<0) e constante (a=0). Esta diferenciação também pode ser expressa na forma de mapa conceitual.

Figura 23: Mapa conceitual diferenciação da Função Afim a partir da variação do coeficiente a.



Fonte: Pesquisa direta

Este mapa foi apresentado no datashow pelo professor aos alunos com o objetivo de consolidar a compreensão deste caso de diferenciação da função afim. Não é o foco deste trabalho analisar os Mapas Conceituais, nem solicitar dos alunos que construíssem outros mapas.

Conclui-se que os objetivos da sessão foram alcançados satisfatoriamente uma vez que: Os alunos participaram ativamente da construção; as respostas dos alunos foram denotadas de substantividade; as simulações do Geogebra facilitaram a diferenciação progressiva do conceito geral e inclusivo Função Afim em três de suas especificações (Função Afim crescente, Função Afim decrescente e Função Afim constante), bem como a reconciliação integrativa entre estes conceitos.

Sessão didática 4

A sessão didática 4 (apêndice F) foi ministrada no laboratório de informática da escola e contou com a participação de 36 alunos que deveriam ter sido divididos em 18 duplas, porém por conta de problemas com quatro computadores, a turma ficou dividida em 8 trios e 6 duplas, uma vez que estavam disponíveis apenas 14 computadores.

No início da sessão o professor propõe aos alunos o mesmo acordo didático das sessões anteriores.

Antes de propor a atividade, o professor utilizou-se de um organizador prévio para através de um momento de interação com a turma, assegurar que os alunos se apropriassem de alguns termos, que os possibilitassem descrever as simulações que seriam feitas, aplicando uma linguagem adequada na descrição do processo de construção dos conceitos. Termos trabalhados no organizador: Movimentos de rotação e translação; Movimentos no sentido horário e anti-horário; Conhecimento a respeito dos quatro quadrantes que dividem o plano cartesiano.

Em seguida, vivenciando a primeira etapa da Sequência Fedathi (tomada de posição), o professor propõe aos alunos a seguinte atividade:

Situação desafiadora: Inserir a função $f(x) = ax + b$ no Geogebra. Em seguida, usar o controle deslizante para alterar o valor dos coeficientes ***a*** e ***b*** e observar o comportamento do gráfico da Função Afim para responder as seguintes questões:

01) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando alteramos o valor do coeficiente ***b***?
02) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***b*** assume valores positivos?
03) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***b*** assume valores negativos?
04) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente ***b*** assume valor nulo? Qual o nome da função gerada?
05) Qual a relação entre o eixo das ordenadas (eixo y) e o valor do coeficiente ***b*** no gráfico da Função Afim?
06) Quando o coeficiente ***a*** assume valor nulo que tipo de função é gerada?
07) Quando o coeficiente ***a*** assume valor 1 e o coeficiente ***b*** assume valor nulo que tipo de função é gerada?

08) Com base nas observações feitas nas questões 4, 6 e 7, defina as funções linear, constante e identidade.

Os alunos então se debruçaram sobre a atividade e, por conta de esta já ser a terceira aula com uso do Geogebra, demonstraram ainda mais autonomia na resolução das questões. Não houve problemas quanto a inserção da função, visto que já havia sido feito isto na sessão anterior.

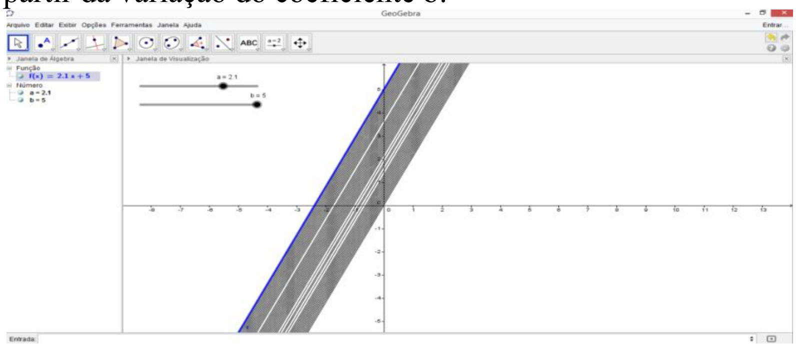
Ao analisarem a primeira questão da atividade, responderam predominantemente que a alteração do coeficiente ***b***, provoca um movimento de translação da reta que representa o gráfico da Função Afim, em relação ao plano cartesiano.

A segunda questão exigiu um pouco mais dos conceitos subsunçores que haviam sido trabalhados antes do início da sessão. Algumas equipes (duplas e trios) precisaram da intervenção do professor para descrever adequadamente a simulação. O professor sugeriu que os alunos usassem a função rastro para destacar o movimento. A conclusão requereu destacar três casos quando o coeficiente ***b*** assume valores positivos, a saber:

Primeiro caso: Se a função for crescente.

Nesta construção os alunos partiram de uma representação de Função Afim crescente ($a > 0$). Em seguida o professor pede para que os alunos antes de habilitar a função rastro movam o controle deslizante b até que este assuma valor zero. O professor explica que este é o ponto de partida para análise solicitada. A partir daí os alunos habilitaram a função rastro e moveram o controle deslizante b para a direita, de modo que assumisse valores positivos como solicitado na questão. O resultado da construção indica que nesta situação a reta faz um movimento de translação na direção do segundo quadrante, conforme exemplifica a figura a seguir.

Figura 24: construção do trio Abscissa, Ordenada e Combinação, referente ao comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente b.

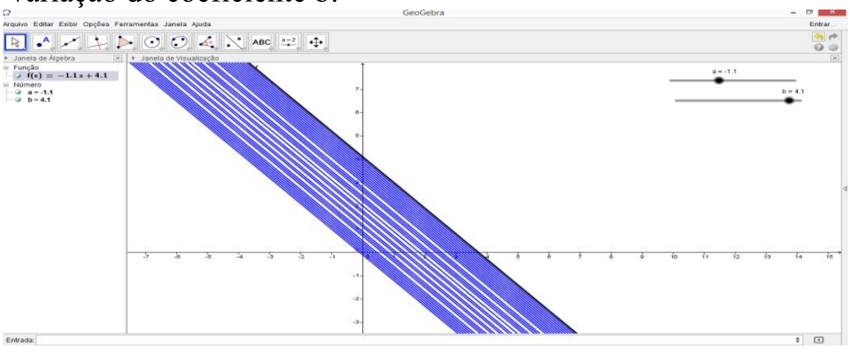


Fonte: Pesquisa direta.

Segundo caso: Se a função for decrescente.

De forma semelhante à construção anterior os alunos partiram de uma representação de Função Afim decrescente ($a < 0$) e posicionaram o controle deslizante b no valor zero. Em seguida, habilitaram a função rastro e moveram o controle deslizante b para a direita de modo que assumisse valores positivos. O resultado da construção permitiu observar que neste caso a reta faz um movimento de translação na direção do primeiro quadrante, conforme expressa a figura 25.

Figura 25: Construção da dupla Ponto Médio e Segmento de Reta, referente ao comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente b.

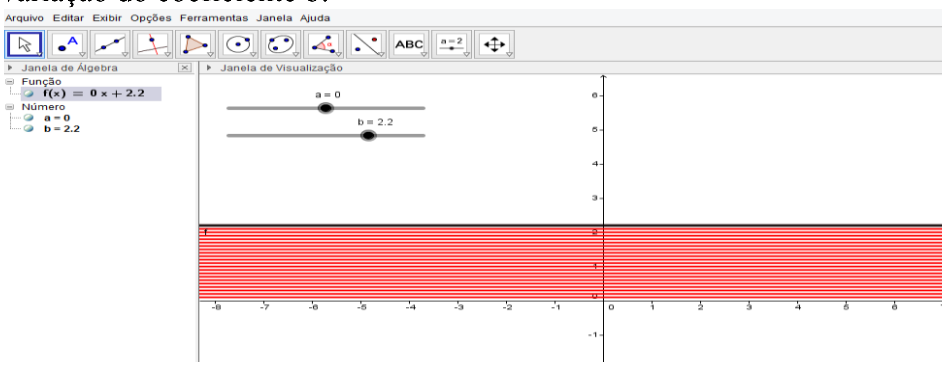


Fonte: Pesquisa direta.

Terceiro caso: Se a função for constante.

Neste caso os alunos partiram de uma representação de Função Afim constante $(a = 0)$ e posicionaram o controle deslizante b no valor zero. Em seguida, habilitaram a função rastro e moveram o controle deslizante b para a direita de modo que assumisse valores positivos. O resultado da construção permitiu observar que nesta situação a reta faz um movimento de translação na direção do primeiro e segundo quadrante formando um feixe paralelas horizontais, conforme indica a figura 26.

Figura 26: Construção da dupla Ponto Médio e Segmento de Reta referente ao comportamento da Função Afim constante a partir da variação do coeficiente b.



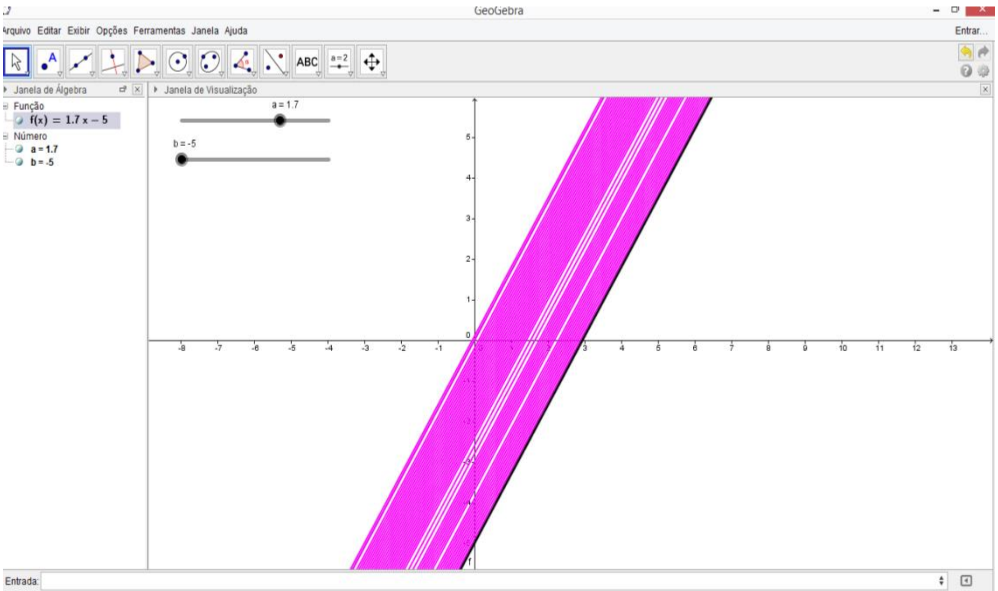
Fonte: Pesquisa direta

Semelhantemente, a questão 3 que solicitava a análise do comportamento da Função Afim quando o coeficiente b assume valores negativos, requereu destacar também três casos:

Primeiro caso: Se a função for crescente.

Nesta construção os alunos partiram de uma representação de Função Afim crescente ($a > 0$) e antes de habilitar a função rastro moveram o controle deslizante b até que este assumisse valor zero. Em seguida moveram o controle deslizante b para a direita, de modo que assumisse valores positivos como solicitado na questão. O resultado da construção indica que nesta situação a reta faz um movimento de translação na direção do quarto quadrante, conforme exemplifica a figura a seguir.

Figura 27: Construção da dupla Ângulo Reto e Hipotenusa, referente ao comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente b.

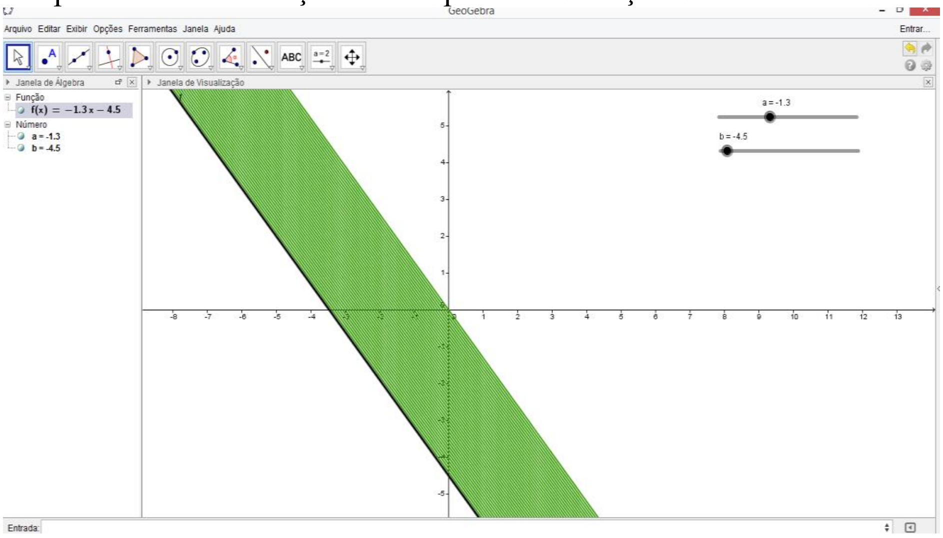


Fonte: Pesquisa direta.

Segundo caso: Se a função for decrescente.

Nesta construção os alunos partiram de uma representação de Função Afim decrescente ($a < 0$) e posicionaram o controle deslizante b no valor zero. Em seguida, habilitaram a função rastro e moveram o controle deslizante b para a direita de modo que assumisse valores positivos. Os alunos então observaram que quando a Função Afim é decrescente e o coeficiente b assume valores positivos a reta faz um movimento de translação na direção do terceiro quadrante, conforme mostra a construção do trio Moda, Mediana e Cateto.

Figura 28: Solução do trio Moda, Mediana e Cateto, referente ao comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente b.

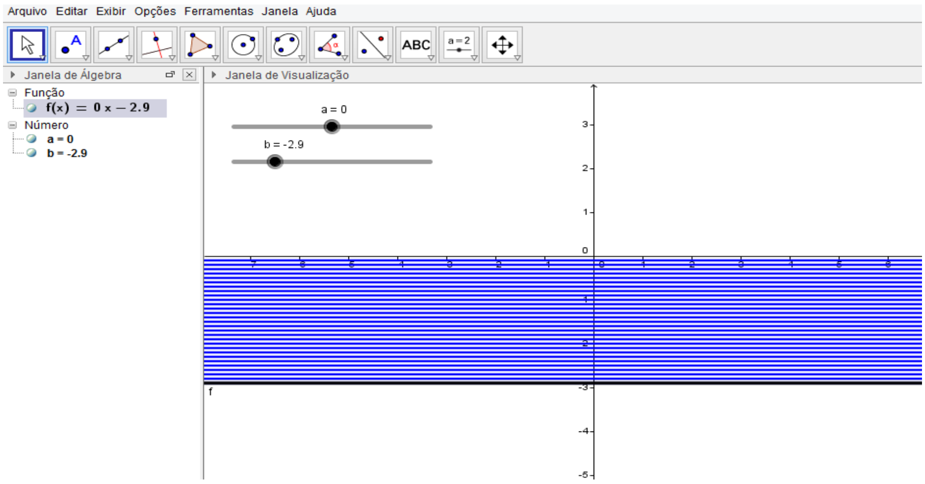


Fonte: Pesquisa direta.

Terceiro caso: Quando a função for constante.

Para esta análise os alunos partiram de uma representação de Função Afim constante $(a = 0)$ e posicionaram o controle deslizante b no valor zero. Em seguida, habilitaram a função rastro e moveram o controle deslizante b para a direita de modo que assumisse valores positivos. O resultado da construção permitiu observar que nesta situação a reta faz um movimento de translação na direção dos terceiro e quarto quadrantes formando um feixe de paralelas horizontais. A solução do trio Moda, Mediana e Cateto, exemplificam esta construção.

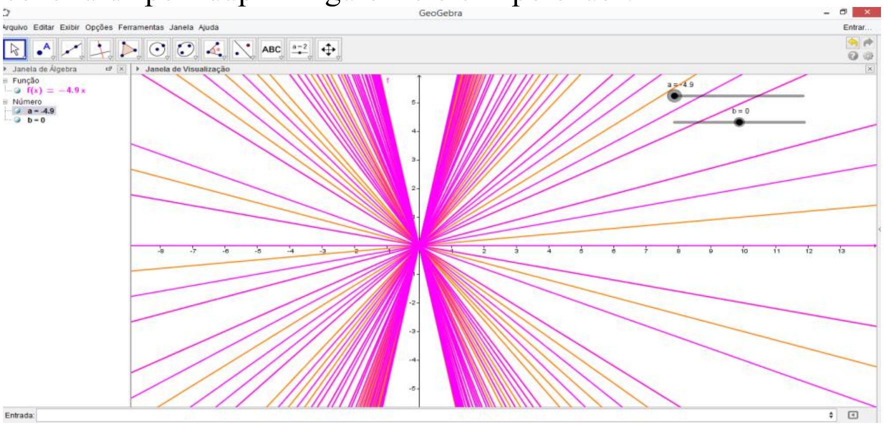
Figura 29: Solução do trio Moda, Mediana e Cateto, referente ao comportamento da Função Afim constante a partir da variação do



Fonte: Pesquisa direta

Ao responder a quarta questão, os alunos não tiveram dificuldade em observar que quando o coeficiente *b* assume valor nulo, e o coeficiente *a* não nulo, a reta passa pela origem do plano cartesiano. Para uma visualização mais interessante, o professor sugeriu que os alunos habilitassem o rastro e alterassem o valor do coeficiente *a* para direita e para a esquerda respectivamente (figura 30). No entanto, ninguém soube nomear a função gerada. Normal, pois eles ainda não conheciam este conceito. O professor então informa a todos que este tipo de função chama-se linear. A construção da dupla Ângulo Reto e Hipotenusa exemplifica esta solução.

Figura 30: Família de funções lineares com diferentes inclinações construída pela dupla Ângulo Reto e Hipotenusa.



Fonte: Pesquisa direta

Com relação à quinta questão, que tratava sobre a relação do coeficiente *b* e o eixo das ordenadas, alguns alunos logo perceberam e anotaram que o coeficiente *b* representa o ponto do eixo das ordenadas interceptado pela reta. Outros precisaram da intervenção do professor e/ou da ajuda dos colegas(a partir da “postura mão no bolso”) para perceber e depois anotaram. De forma que todos anotaram a mesma informação.

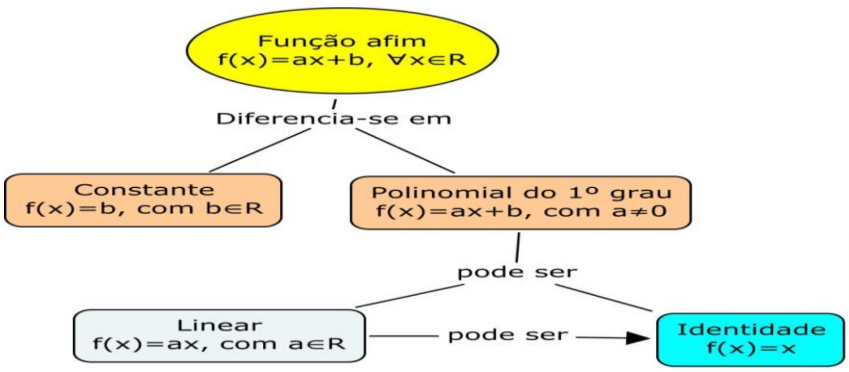
A sexta questão foi respondida satisfatoriamente por todas as equipes (trios e duplas), visto que ela já havia sido feita na sessão anterior. Inclusive responderam sem dificuldades que a função gerada era uma Função Afim constante. Já na sétima questão, a maioria das equipes fez a simulação, observaram o resultado, mas não souberam informar que tipo de função era gerada. Situação esperada, pois eles não conheciam aquele tipo de função. O professor, então, informa a todos que a função gerada trata-se da Função Afim Identidade.

Para resolução da oitava questão, o professor permitiu que os alunos consultassem o livro didático. A intenção era que eles conferissem o conceito. No entanto, este acabou não sendo um procedimento razoável, pelo fato de os alunos não terem anotado os conceitos com suas próprias palavras. Em vez disso, copiaram o conceito do livro didático, o que atrapalhou a substantividade desta construção.

Apesar desta falha final, a construção foi considerada positiva, pois houve participação ativa dos alunos. E durante o processo o professor assumiu a "postura mão no bolso", com exceção das ocasiões em que teve que informar os nomes das funções construídas. Talvez, esta seria uma ocasião para que o professor sugerisse a utilização do livro didático para que os alunos conferissem o conceito construído com a definição do livro e descobrissem, por si próprios, o nome de cada função. Fica a sugestão para um próximo pesquisador ou para quem pretender utilizar esta proposta em sala de aula.

A prova da Sequência Fedathi nesta sessão didática aconteceu quando o professor através de uma exposição interativa retomou os conceitos construídos, e ressaltou a relação entre eles através do mapa conceitual a seguir:

Figura 31: Mapa conceitual diferenciação da Função Afim em constante e polinomial do 1° grau.



Fonte: Pesquisa direta

5.2 Escolha e Validação das categorias de análise

A partir dos objetivos desta pesquisa, propõem-se as seguintes categorias de análise no quadro a seguir.

Quadro 7: Categorias de análise

Categorias	Objetivos	Hipóteses
1	Analisar se é possível construir o conceito de Função Afim partindo de uma situação problema e utilizando a "postura mão no bolso"da SF.	Espera-se a confirmação desta hipótese. Vide: conclusões da sessão didática 1.
	Analisar se o uso do software	Pelas possibilidades que as

2	Geogebra no estudo do comportamento da Função Afim favorece uma reprodução substantiva deste conhecimento.	ferramentas do Geogebra oferecem, espera-se que se confirme. Vide: conclusões da sessão didática 3.
3	Analisar se a não-arbitrariedade, os princípios programáticos do conteúdo e os Mapas Conceituais favorecem a Aprendizagem Significativa da Função Afim.	Espera-se a confirmação desta hipótese. Vide: conclusões das sessões didáticas 1,2,3 e 4, da análise dos pré e pós testes e dos questionários.
4	Analisar as vantagens e dificuldades durante o processo de diferenciação do conceito de Função Afim, com o auxílio do Geogebra, a partir de uma postura construtivista (postura 'mão no bolso'), seguindo as etapas da Sequência Fedathi.	Vantagem: Aprendizagem Significativa. Desvantagens: Fator tempo; Resistência à participação nas aulas. Vide: conclusões das sessões didáticas 2, 3 e 4.
5	Analisar, na visão dos discentes (a partir dos questionários aplicados no final da pesquisa), aspectos da Aprendizagem Significativa, da Sequência Fedathi, do *software* Geogebra e da relevância do conteúdo (Função Afim).	Espera-se que os discentes reconheçam: a viabilidade dos pressupostos da AS e da SF; as vantagens da utilização do Software para exploração dos conceitos; desenvolvam um maior interesse pelo objeto (Função Afim). Vide: Conclusões do questionário.

Fonte: Pesquisa direta

A categoria 1 refere-se exclusivamente a sessão didática 1, onde se partiu de uma situação problema e, seguindo os princípios e as etapas da SF, o conceito de função foi construído mediante uma participação ativa e autônoma dos alunos. Hipótese confirmada com sucesso em uma aula na sala de aula convencional.

A categoria 2 foi definida com a finalidade de analisar a contribuição do software Geogebra no processo de diferenciação do conceito da Função Afim. Vislumbrava-se a potencialidade das ferramentas deste software para o estudo do comportamento da Função Afim, de forma dinâmica e atraente. Confirmou-se que o processo de construção foi facilitado pela utilização deste *software*.

A categoria 3 justifica-se pela intenção de analisar a importância dos pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa nesta proposta de ensino. A não-arbitrariedade foi considerada no pré-teste, onde a identificação dos subsunçores proporcionou tomar uma decisão importante: só iniciar o estudo da Função Afim depois de consolidar o conceito geral e inclusivo função. Ela também foi considerada no início das sessões 3 e 4, quando foi identificada a inexistência de subsunçores relacionados ao domínio de termos matemáticos, que deveriam ser usados durante as sessões, adequados para descrever o comportamento da função. Neste caso, os termos foram trabalhados de forma mecânica. A substantividade, os princípios programáticos do conteúdo e os Mapas Conceituais foram utilizados e analisados durante as sessões didáticas.

A categoria 4 é a mais abrangente de todas, porque analisa o conjunto da proposta. A associação entre os pressupostos AS e da SF, com o auxílio do Geogebra, para diferenciação do conceito de Função Afim. Quais as vantagens e as dificuldades na execução da proposta?

A categoria 5 também tem uma abrangência semelhante à categoria 4, por envolver toda a proposta, com um diferencial: a análise na visão dos discentes. Considerou-se importante saber a opinião dos alunos sobre os pressupostos da AS e da SF, a importância da utilização do software Geogebra e a relevância do estudo da Função Afim. A fonte de informação para essa análise foi o questionário aplicado no final da pesquisa.

5.3 Análise do pré-teste

O pré-teste (apêndice B) foi aplicado aos 36 alunos da turma 1º ano José de Alencar, da E.E.M. Deputado Ubiratan Diniz de Aguiar em 22 de abril de 2014. O objetivo era diagnosticar o nível de conhecimento da turma em relação ao conteúdo que seria trabalhado na proposta, bem como identificar alguns subsunçores necessários.

A proposta foi desenvolvida na sala em agosto e setembro de 2014. Isto porque, alguns conceitos subsunçores importantes para o estudo da Função Afim, como o conceito geral e inclusivo função, não foram identificados nos sujeitos da pesquisa (conforme dados que se seguem). Então foi dado um tempo (aproximadamente dois meses) para que os alunos estudassem, em suas aulas convencionais, estes conteúdos, e somente quando chegou o momento reservado para o estudo da Função Afim, é que a pesquisa foi realizada. Vale ressaltar que o professor da sala de aula foi quem administrou este momento da maneira convencional. O professor pesquisador só iniciou sua atuação na ocasião do estudo da Função Afim para as quatro sessões didáticas.

A primeira questão do pré-teste perguntava aos alunos o que eles entendiam matematicamente por função. Seguem quatro respostas dadas pelos alunos selecionadas como as que mais se aproximaram de alguma relação com este conceito matemático.

Aluno Cateto: “ que podemos medir ou relacionar grandezas”.

Aluno Ponto Médio: “ alguma coisa relacionada à escala, capital ou empresa”.

Aluno Ângulo Reto: “ são representações de números em retas e gráficos”.

Aluna Moda: “ é uma conta”

Aluno Poliedro: “é uma forma de gráfico”

Os demais alunos ou deixaram em branco ou responderam algo que não tinham qualquer relação com o conceito matemático. Constatado, portanto, a inexistência deste conceito.

A segunda questão, que perguntava como se pode representar uma função, não foi respondida satisfatoriamente por nenhum dos alunos. O mesmo aconteceu com a terceira questão, que testava a competência do aluno para distinguir gráficos que representam funções de gráficos que não representam funções.

Os resultados destas três questões indicaram que os sujeitos desta pesquisa não haviam maturado até aquele momento a concepção de um subsunçor importante para execução da proposta: O conceito geral e inclusivo função. Esta foi a razão de a proposta ter sido aplicada em sala somente no terceiro período do ano letivo, quando este assunto já havia sido trabalhado.

Já a quarta questão que solicitava que o aluno resolvesse uma equação simples do primeiro grau, foi respondida corretamente por 4 dos 36 alunos. Constatando a inexistência daquilo que seria um subsunçor importante para uma futura exploração algébrica do zero da Função Afim.

Os resultados da quinta questão confirmaram que nenhum dos alunos entrevistados sabia conceituar Função Afim. O mesmo aconteceu com a sexta questão que testava a habilidade do aluno em reconhecer a Função Afim através de sua representação algébrica. Curiosamente, a sétima questão, que tratava do reconhecimento da representação gráfica da Função Afim foi acertada por 3 dos 36 alunos.

A 8ª e última questão, que envolvia a resolução de um problema sobre Função Afim, não foi respondida corretamente por nenhum dos alunos entrevistados.

Esta segunda parte do diagnóstico indica que a turma não tinha nenhum conhecimento sobre o conteúdo que seria aborda nesta proposta de ensino.

5.4 Análise quantitativa e comparativa entre pré-teste e pós-teste

O pós-teste (apêndice G) foi aplicado intencionalmente 50 dias após as sessões didáticas. A ideia foi considerar um aspecto importante da Aprendizagem Significativa que é o esquecimento residual.

Algumas das questões do pós-teste exigiam as mesmas habilidades de questões que constituíram o pré-teste, aplicado antes das sessões didáticas. Segue-se a análise comparativa destas habilidades no diagnóstico e no pós-teste.

Quando requerida uma definição sobre Função Afim, conforme análise do tópico anterior, no diagnóstico não foi detectada nenhuma definição satisfatória. Algo absolutamente normal, pois conforme gráfico 22, cerca de 75% dos alunos afirmaram nunca terem estudado este conteúdo. O resultado do pós-teste para a mesma questão foi:

18 alunos apresentaram uma definição semelhante ao livro didático, com alguns pequenos erros de grafia e notação.

Demonstrando terem aprendido ou decorado o conceito, 13 alunos apresentaram exemplos de funções afins inclusive identificando os coeficientes. Mesmo não sabendo definir, estes alunos exemplificaram Função Afim demonstrando saber do que se tratava. Pode-se até afirmar que há um caráter de substantividade nestas respostas. 3 alunos responderam que esta função era uma reta. 1 aluno escreveu a representação algébrica genérica da Função Afim $f(x) = ax + b$ e, apenas 1 aluno deu uma resposta que não havia qualquer relação com o conteúdo.

Portanto, em relação ao pré-teste, quando nenhuma resposta satisfatória foi detectada, pode-se considerar que houve um avanço considerável de compreensão.

A sexta questão do diagnóstico requeria a mesma habilidade da segunda questão do pós-teste: Reconhecimento da Função Afim na sua forma algébrica. O quadro abaixo resume o desempenho dos alunos no pré-teste e no pós-teste.

Quadro 8: Reconhecimento da representação algébrica da Função Afim pelos alunos.

Desempenho no pré-teste		Desempenho no pós-teste	
Acerto	Erro	Acerto	Erro
0%	100%	83,33%	16,67%

Fonte: Pesquisa direta.

A sétima questão do diagnóstico requeria a mesma habilidade verificada na terceira questão do pós-teste: Reconhecimento da Função Afim na forma gráfica. O quadro seguinte resume o desempenho dos alunos.

Quadro 9: Reconhecimento da representação gráfica da Função Afim pelos alunos.

Desempenho no pré-teste		Desempenho no pós-teste	
Acerto	Erro	Acerto	Erro
0%	100%	100%	0%

Fonte: Pesquisa direta.

A última habilidade que permite uma análise comparativa entre pré-teste e pós-teste, resolução de situação problema, encontra-se na oitava questão do diagnóstico e na nona questão do pós-teste. O quadro abaixo resume o desempenho dos alunos.

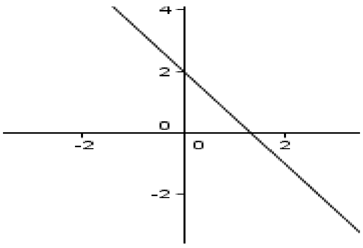
Quadro 10: Resolução de problema no pré-teste e pós teste.

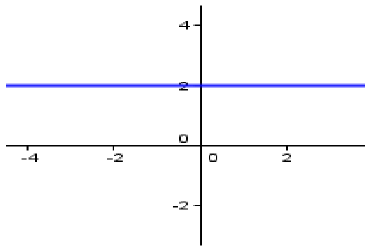
Desempenho no pré-teste		Desempenho no pós-teste	
Acerto	Erro	Acerto	Erro
0%	100%	47,22%	52,78%

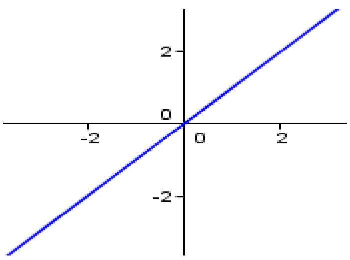
Fonte: Pesquisa direta.

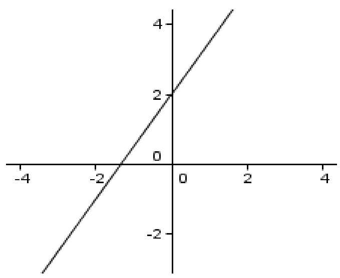
O pós-teste ainda verificou o domínio de algumas habilidades específicas sobre a diferenciação do conceito de Função Afim. Por exemplo, a quarta questão:

04) Seja a função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = 1{,}5x + 2$. Qual das representações abaixo correspondem ao gráfico de f ?

a) 

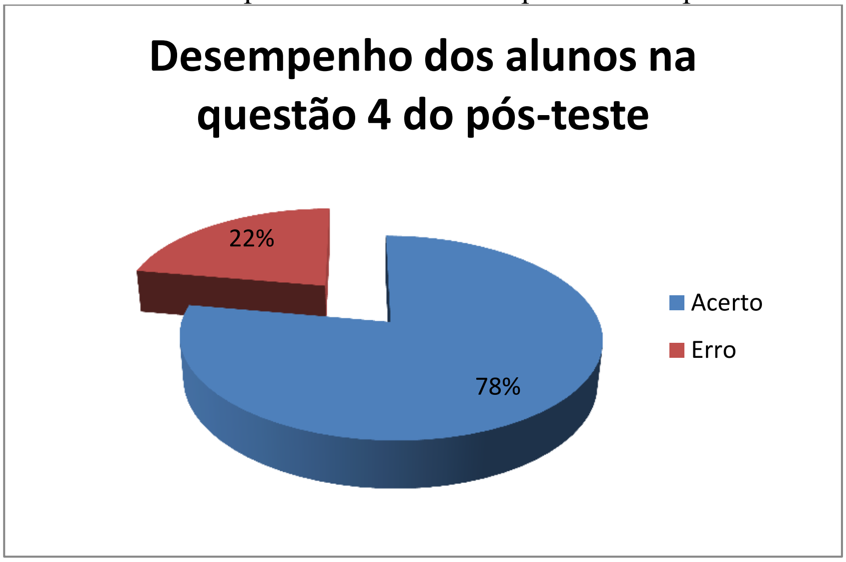
b) 

c) 

d) 

Para acertar esta questão, o aluno precisava não só compreender a diferenciação do conceito de Função Afim em crescente, decrescente e constante, como também fazer a reconciliação integrativa entre o significado algébrico e gráfico do coeficiente ***b***. O desempenho dos alunos nesta questão está expresso no gráfico seguinte:

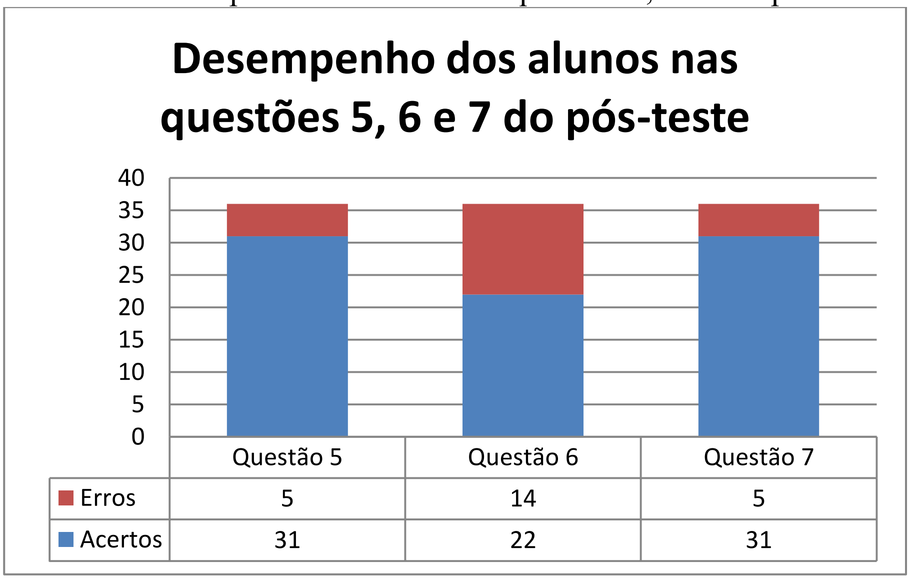
Gráfico 1: Desempenho dos alunos na questão 4 do pós-teste.



Fonte: Pesquisa direta.

As questões 5, 6 e 7 do pós-teste (apêndice G) também envolviam tanto a diferenciação do conceito de Função Afim quanto a reconciliação integrativa entre as representações algébrica e gráfica da mesma. Os resultados do desempenho dos alunos nestas três questões estão resumidos no gráfico seguinte:

Gráfico 2: Desempenho dos alunos nas questões 5, 6 e 7 do pós-teste.



Fonte: Pesquisa direta.

A questão 5 apresenta a função $f(x) = 1{,}5x + 2$, representada na forma algébrica, e propõe quatro alternativas de representações gráficas. Se os alunos utilizassem o *Geogebra* como na sessão didática II, não haveria dificuldade alguma. No entanto, responder a esta questão sem o *Geogebra*, requereu a habilidade não só de identificar a função do coeficiente a como determinante da inclinação da reta, como também a função do coeficiente b, representando o ponto do eixo das ordenadas interceptado pela reta, uma vez que havia nas alternativas duas funções crescentes. Como a questão foi acertada por 31 dos 36 alunos, há indícios de que estas habilidades foram desenvolvidas satisfatoriamente.

A questão 6, envolveu o reconhecimento de uma Função Afim crescente representada graficamente. O número de erros (14 de 36) foi considerado razoavelmente grande, visto que esta habilidade foi demonstrada pelos alunos durante a sessão didática II e na resolução de outras questões do pós-teste. Uma possível explicação para este alto índice de erros seria a falta de concentração dos alunos na hora da resolução da questão.

A questão 7, que envolveu o reconhecimento de uma Função Afim constante representada algebricamente, foi acertada satisfatoriamente (31 de 36).

5.5 Análise do questionário

Neste tópico será feita a análise do questionário aplicado ao final da pesquisa, com a intenção de definir um perfil dos sujeitos da pesquisa e, analisar na visão dos discentes, aspectos da AS, da SF, do software Geogebra e da Função Afim.

5.5.1 Perfil dos sujeitos

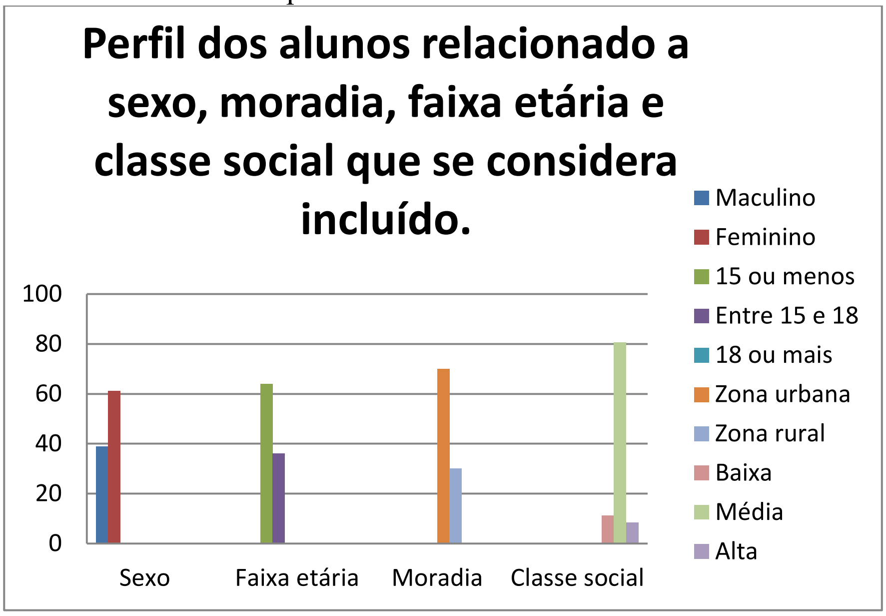
A primeira parte do questionário (apêndice A) aplicado aos alunos no final da pesquisa fornece dados que permitem traçar o perfil destes sujeitos.

As primeiras três perguntas desta sessão do questionário fornecem informações sobre sexo, idade e moradia. Essas informações, juntamente com a questão 7, que pergunta aos entrevistados em qual classe social se considera incluído, estão sintetizadas no gráfico 3:

Esses dados revelam que, dos alunos entrevistados, 38,88% eram do sexo masculino e 61,12% do sexo feminino. Quanto à faixa etária 63,89% tinham 15 anos ou menos e 36,11% encontravam-se na faixa entre 15 e 18 anos, não havendo, portanto, nenhum aluno com 18 anos ou mais. Com relação à moradia 70 % reside na zona urbana, enquanto

30% na zona rural. Quando interrogados sobre em qual faixa social se consideram incluídos, 80,56% respondeu classe média, 8,33% alta e 11,11% baixa.

Gráfico 3: Perfil dos alunos relacionado a sexo, moradia, faixa etária e classe social que se considera incluído.



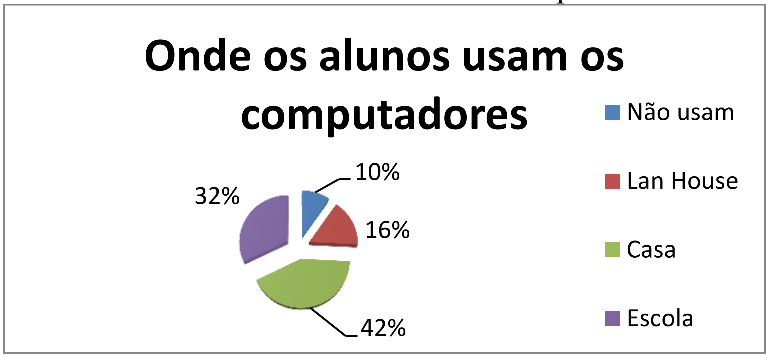
Fonte: Pesquisa direta

Com relação ao sexo, não será feita nenhuma análise destacando relevância deste dado para a pesquisa. Ele foi solicitado apenas para completar a definição do perfil dos entrevistados. Já o fato da maioria dos alunos se encontrarem dentro da faixa etária considerada normal para realização do ensino médio, define este fator como favorável, teoricamente falando, para o desenvolvimento da proposta. No entanto, devido muitos destes alunos ainda não terem definidas perspectivas de futuro estudantil e/ou profissional, torna esta missão no mínimo mais desafiadora. Muitos destes adolescentes nem querem frequentar a escola, requerendo, portanto, da parte do professor fazer uso de estratégias para envolver este educando com o seu processo de aprendizagem. Foi o que aconteceu com a presente proposta.

Apesar de a maioria dos alunos (70%) serem da zona urbana, fator considerado teoricamente favorável, não se pode ignorar as dificuldades que os outros 30% enfrentam, com relação a deslocamento, acesso as tecnologias (inexistência de *lan houses*, por exemplo), bem como dificuldades para frequentar a escola no contra turno para fazer pesquisas e aprofundamento de estudos. Vale ressaltar que mesmo alguns alunos da zona urbana também enfrentam estas mesmas dificuldades por questões socioeconômicas. Pois apesar de a maioria(80,56%) ter se considerado incluído na classe média, grande parte destes alunos passa por muitas privações. O fato de eles se considerarem não significa necessariamente que eles são da classe média.

A quarta pergunta do questionário foi: Você utiliza computadores para fazer trabalhos? Onde? O gráfico abaixo resume o resultado das respostas.

Gráfico 4: Onde os alunos utilizam os computadores.

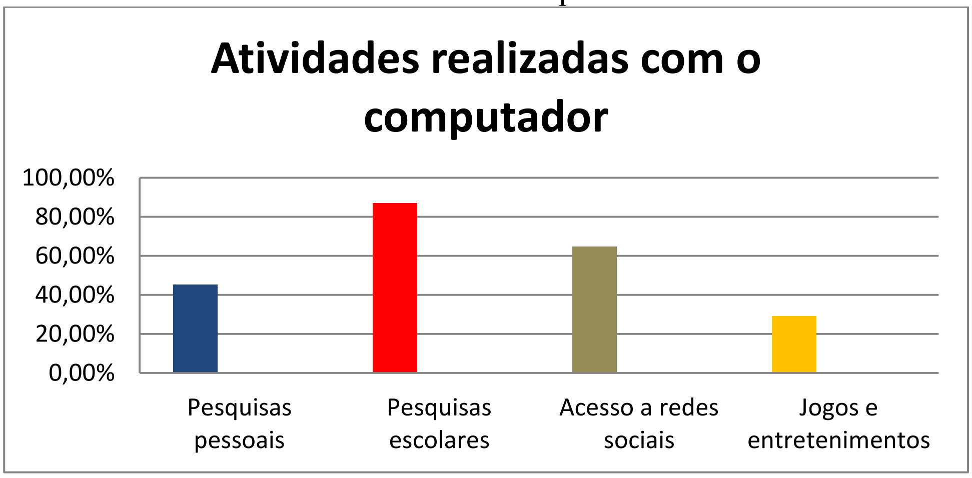


Fonte: Pesquisa direta

Este resultado já traz um indicativo de que a maioria dos estudantes não dispõe de um computador em casa. Cerca de 58% dependem da *lan house* ou da escola para utilizar um computador. Levando em consideração algumas limitações que os laboratórios de informática das escolas e as *lan houses* apresentam, como tempo e privacidade, poderíamos apontar este como sendo um fator dificuldade para o uso educacional do computador por estes alunos. No entanto, de modo geral, o percentual dos que não usam é pequeno.

O gráfico seguinte resume os tipos de atividades que os alunos entrevistados costumam realizar com o computador.

Gráfico 5: Atividades realizadas com o computador.

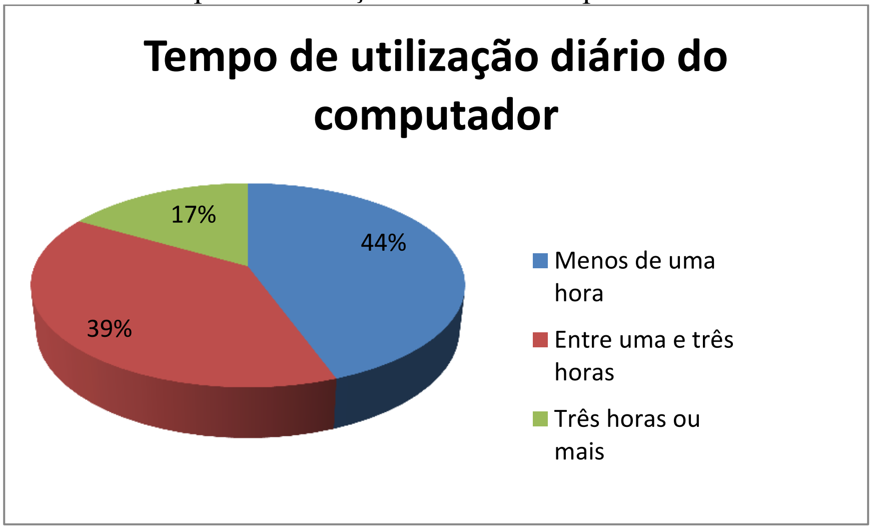


Fonte: Pesquisa direta

Chama atenção o fato de as pesquisas escolares serem a atividade mais frequente. Possivelmente pelo fato de estas pesquisas serem realizadas na escola a pedido dos professores. Curiosamente, jogos e entretenimento foram as atividades menos citadas. Talvez porque o tempo maior destinado ao entretenimento neste ambiente seja utilizado com o acesso às redes sociais, segunda mais citada.

O próximo gráfico apresenta o tempo diário em que os alunos utilizam o computador.

Gráfico 6: Tempo de utilização diário do computadore.



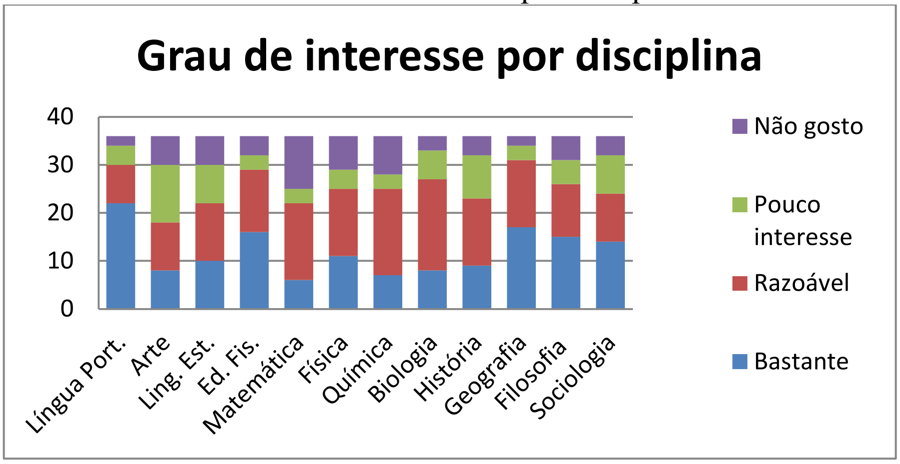
Fonte: Pesquisa direta

Os maiores percentuais registrados são para menos de uma hora (44%) e entre uma e três horas (39%). Considerando que boa parte desse tempo é utilizado com acesso às redes sociais e jogos para entretenimento, o uso pedagógico do computador fica consideravelmente reduzido, uma vez que não foram, neste contexto, identificados projetos que envolvam as redes sociais e os jogos como ferramentas didáticas.

Observou-se durante as sessões didáticas, que os alunos com mais tempo de acesso ao computador apresentaram maior facilidade de aprendizagem, principalmente na manipulação do *software*.

O oitavo item do questionário referia-se ao grau de interesse dos alunos entrevistados com relação às disciplinas do currículo. Foi solicitado aos 36 alunos da turma que atribuíssem um dentre os conceitos sugeridos **não gosto**, **pouco interesse**, **razoável** e **bastante**, para cada uma das disciplinas do Ensino Médio: Língua Portuguesa, Arte, Língua Estrangeira, Educação Física, Matemática, Química, Física, Biologia, História, Geografia, Filosofia e Sociologia. A intensão foi analisar o grau de interesse dos alunos com relação a cada uma destas disciplinas. Os resultados estão expressos no gráfico 7.

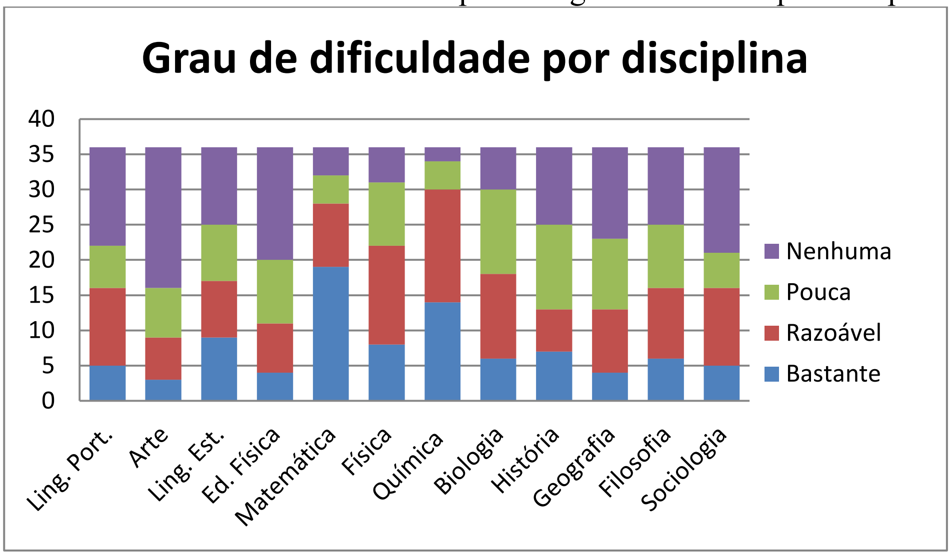
Gráfico 7: Grau de interesse dos alunos por disciplina.



Fonte: Pesquisa direta

Chama a atenção, apesar de não ser uma novidade, o fato de a Matemática ser a disciplina que apresenta maior índice de rejeição, constatado pelo maior percentual de alunos que afirmaram **não gostar** e pelo menor percentual entre os que afirmaram ter **bastante** interesse. A explicação para isto talvez seja devido às dificuldades e deficiências de aprendizagem acumuladas por estes estudantes na disciplina de Matemática no decorrer dos anos letivos. O próximo gráfico indica o grau de dificuldade dos alunos entrevistados em relação às disciplinas do currículo. E mais uma vez a Matemática aparece em destaque pelo fato de ser a disciplina em que o maior número de alunos afirmou ter bastante dificuldade.

Gráfico 8: Grau de dificuldade de aprendizagem dos alunos por disciplina.

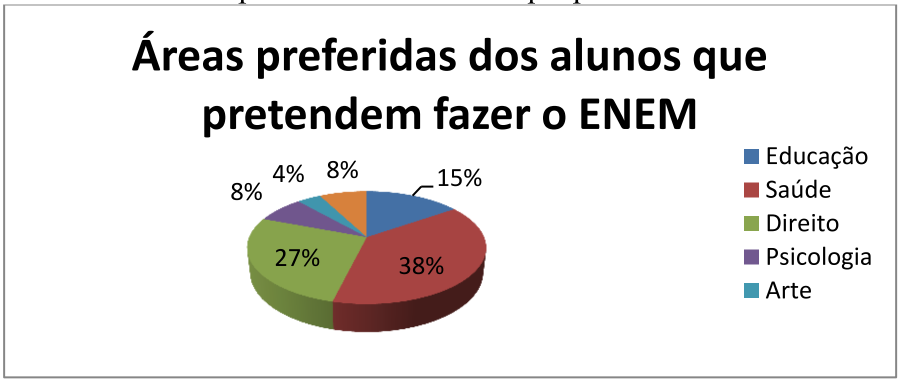


Fonte: Pesquisa direta

O acúmulo das deficiências de aprendizagem em Matemática tende a se tornar cada vez mais intensos com o passar dos anos letivos. Isto porque uma quantidade maior de conteúdo vai sendo acrescentada ao currículo do aluno, ao passo que ele não consegue dar conta em virtude da inexistência de subsunçores em sua estrutura cognitiva, para ancorar os novos conhecimentos que são apresentados a cada período. Eles são vítimas de propostas arbitrárias de ensino que ignoram o *plateau* de conhecimento dos alunos antes de definir a especificação do currículo. Por isto é que a presente proposta de ensino considera os pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa e defende que eles devam fazer parte de todas as propostas de ensino. Não se pode conceber uma proposta de ensino que ignore a **não-arbitrariedade**, por exemplo.

Quando perguntados sobre a pretensão de fazer o ENEM 83,87% respondeu que sim, enquanto 16,13% que não. Deste percentual que pretende fazer o ENEM, as áreas preferidas estão resumidas no gráfico abaixo.

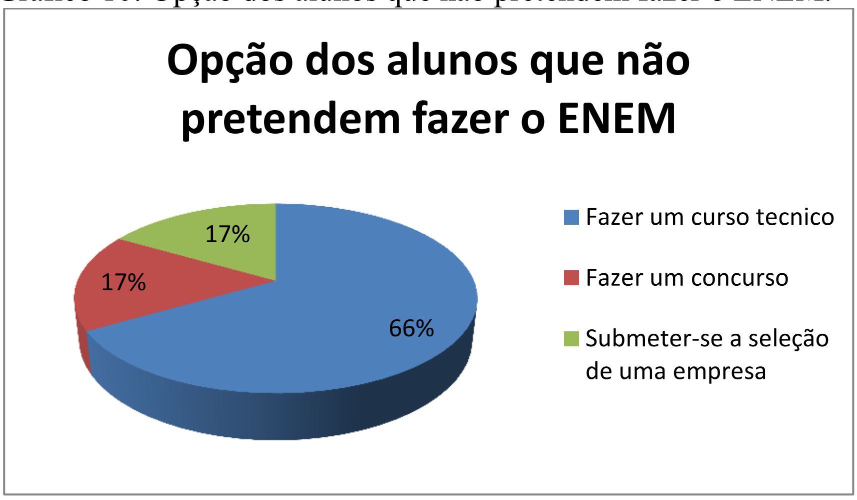
Gráfico 9: Áreas preferidas dos alunos que pretendem fazer o ENEM.



Fonte: Pesquisa direta

Os alunos que declararam não pretender fazer o ENEM indicaram o outro rumo para seu futuro estudantil e/ou profissional, conforme indica o gráfico abaixo:

Gráfico 10: Opção dos alunos que não pretendem fazer o ENEM.



Fonte: Pesquisa direta

Estes dados nos dão uma noção do perfil dos sujeitos pesquisados.

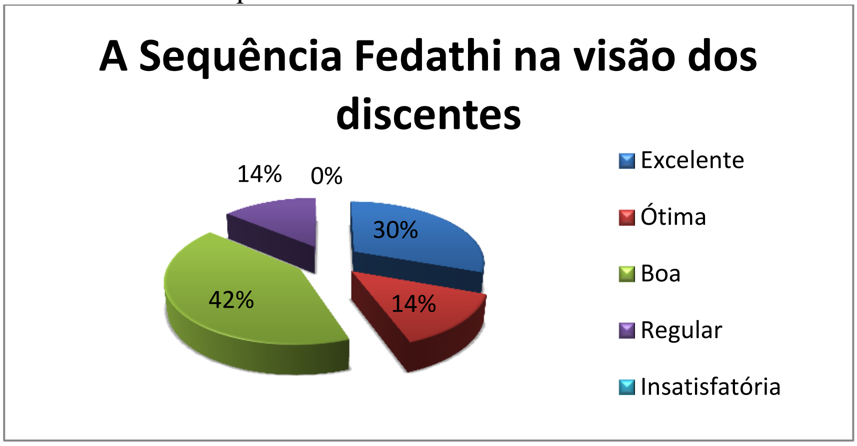
Categoria 4

O questionário (apêndice A) aplicado aos alunos no fim da pesquisa, além de fornecer dados para construção de um perfil dos sujeitos pesquisados, revelou a visão destes sobre o *software* Geogebra, a metodologia Sequência Fedathi, a teoria da Aprendizagem Significativa e o conteúdo Função Afim.

5.5.2 A metodologia Sequência Fedathi na visão dos discentes

A primeira pergunta do questionário sobre a metodologia era a seguinte: O que você achou desta abordagem de Função Afim. Os resultados das respostas estão resumidos no gráfico abaixo.

Gráfico 11: A Sequência Fedathi na visão dos discentes.

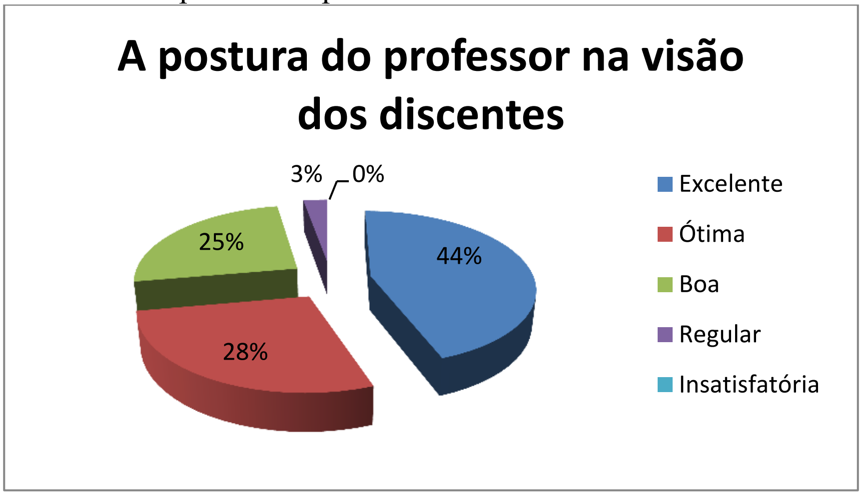


Fonte: Pesquisa direta

Podemos olhar para este gráfico sob dois ângulos distintos. O primeiro seria considerar como negativos apenas os conceitos **regular** e **insatisfatório**. O que nos daria um percentual de quase 90% de aprovação para metodologia. No entanto, uma segunda visão sobre este resultado seria considerar que, como o maior percentual de avaliação foi no conceito **bom**, e não no **ótimo** nem no **excelente**, teríamos um percentual de quase 60% dos entrevistados que não teriam necessariamente ficado fascinados com a proposta. Ainda assim, parece mais razoável observar que, pelo fato de nenhum dos entrevistados considerar a proposta insatisfatória, a avaliação final seria positiva. Vale ressaltar que o fato de os alunos não avaliarem bem uma metodologia não significa necessariamente a contestação de sua eficiência, o que se confirmou pela análise qualitativa das sessões didáticas e pelos resultados dos instrumentais de avaliação (avaliação bimestral e pós-teste).

A segunda pergunta sobre a metodologia foi: O que você achou da postura do professor durante as aulas? O resultado está resumido no gráfico abaixo.

Gráfico 12: A postura do professor na visão dos discentes.



Fonte: Pesquisa direta

Seguindo o mesmo critério de análise do gráfico anterior, teríamos igualmente uma avaliação positiva dos discentes para este quesito.

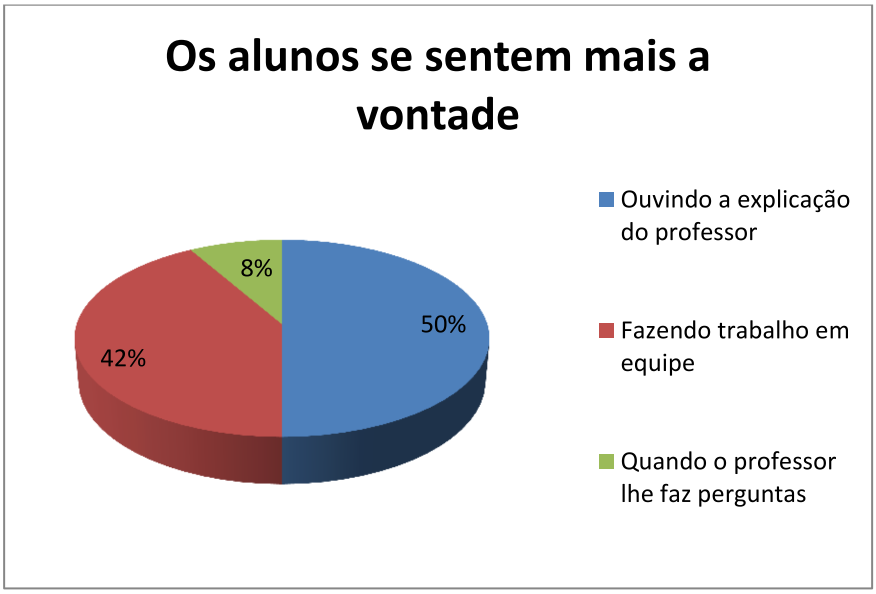
No entanto, quando perguntados sobre:

O que faz você se sentir mais a vontade durante uma aula?

O que você acha que lhe proporciona mais aprendizagem?

Os estudantes apresentaram respostas que parecem, a princípio, contraditórias com as anteriores, onde reconheceram a metodologia como satisfatória. Vejamos os gráficos 13 e 14:

Gráfico 13: Comodidade dos alunos durante a aula.

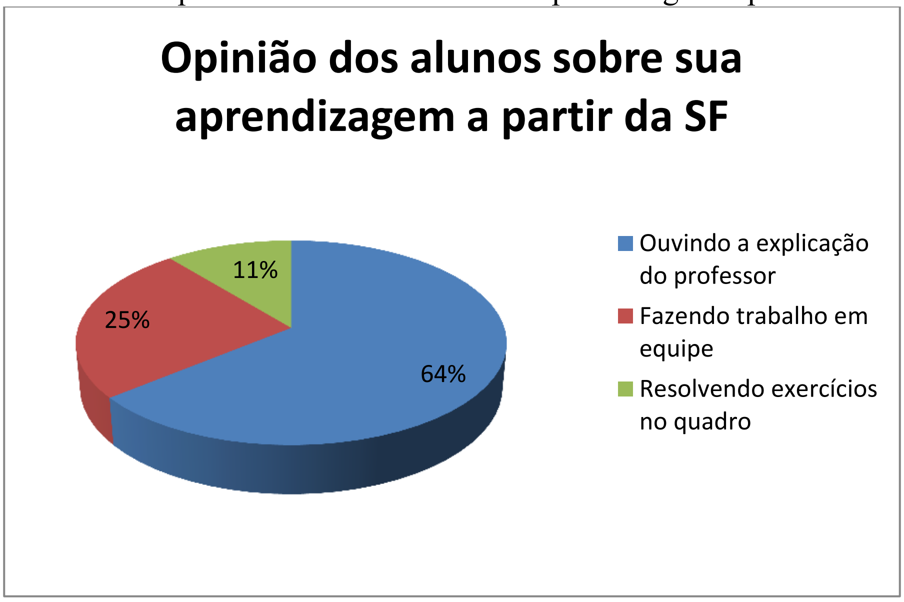


Fonte: Pesquisa direta

Neste gráfico os alunos revelam não se sentirem confortáveis perante um recurso da Sequência Fedathi: a pergunta. Declaram ser mais cômodo (50% dos entrevistados), ouvir a explicação do professor e receber respostas prontas. O que não implica, absolutamente, na eficácia da metodologia. Uma vez que os alunos são tirados de sua zona de conforto (sentar e ouvir), é normal a manifestação de resistência.

Na análise qualitativa das sessões didáticas, anteriormente feita, essa resistência também foi constatada. Apenas cerca de 8% afirmaram gostar quando o professor lhe faz questionamentos em invés de dar respostas prontas. Em consonância com este argumento, a próxima pergunta sobre a sensação de aprendizagem seguiu esta mesma linha de resposta, conforme mostra o gráfico a seguir.

Gráfico 14: Opinião dos alunos sobre sua aprendizagem a partir da SF.



Fonte: Pesquisa direta

Enfim, na visão dos discentes, a proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi é satisfatória. Porém, afirmam preferir o modelo tradicional (aula expositiva). Deduz-se que esta opinião, não invalida a reinvindicação implícita que os alunos demonstram de serem sujeitos de sua aprendizagem. Nas reuniões de conselho de turma, uma reinvindicação muito frequente dos representantes de sala é a realização de aulas mais dinâmicas e participativas, em contraposição às aulas expositivas consideradas chatas. Outro fator que corrobora com esta dedução é o fato de os alunos não conseguirem se concentrar mais do que 5 ou 10 minutos ouvindo a explicação do professor. Portanto, conclui-se que esta geração de educandos, embora não reconheça verbalmente, exige ser protagonista de seu processo de aprendizagem.

5.5.3 A Aprendizagem Significativa na visão dos discentes

A primeira pergunta sobre a teoria da Aprendizagem Significativa para os discentes foi:

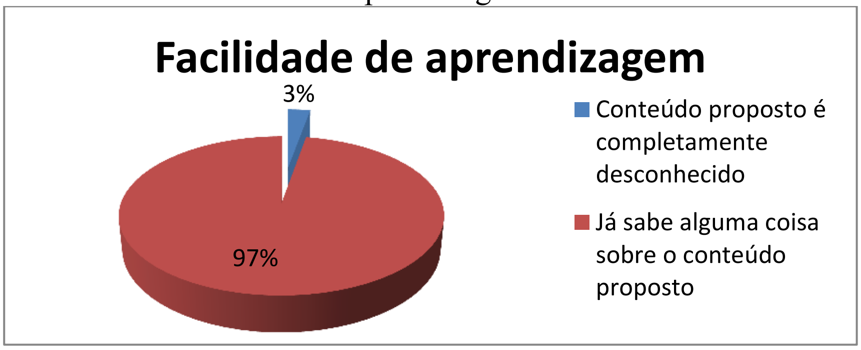
Você acha que consegue aprender com mais facilidade:

( ) Quando o conteúdo proposto é completamente desconhecido?

( ) Quando você já sabe alguma coisa sobre o conteúdo proposto?

O resultado foi praticamente unânime a favor da segunda opção, conforme mostra o gráfico seguinte:

Gráfico 15: Facilidade de aprendizagem na visão dos discentes.

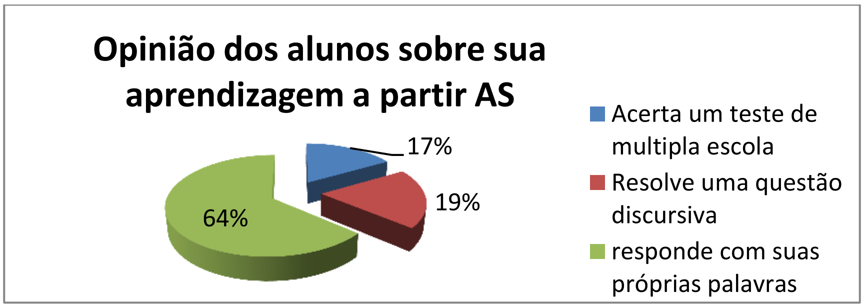


Fonte: Pesquisa direta

A visão dos discentes, neste caso, corrobora com um pressuposto importante da teoria da Aprendizagem Significativa que é a não-arbitrariedade. Propor um conteúdo, sem considerar os subsunçores existentes na estrutura cognitiva do aprendiz compromete a intensão da proposta de ensino.

Em seguida, responderam a mais uma pergunta sobre a sensação de aprendizagem. Mais uma vez um pressuposto da teoria foi confirmado pelos sujeitos, através da seguinte pergunta: “Você acha que consegue aprender melhor quando?”. As opções de respostas estão expressas no gráfico 16.

Gráfico 16: Opinião dos alunos sobre sua aprendizagem a partir AS.

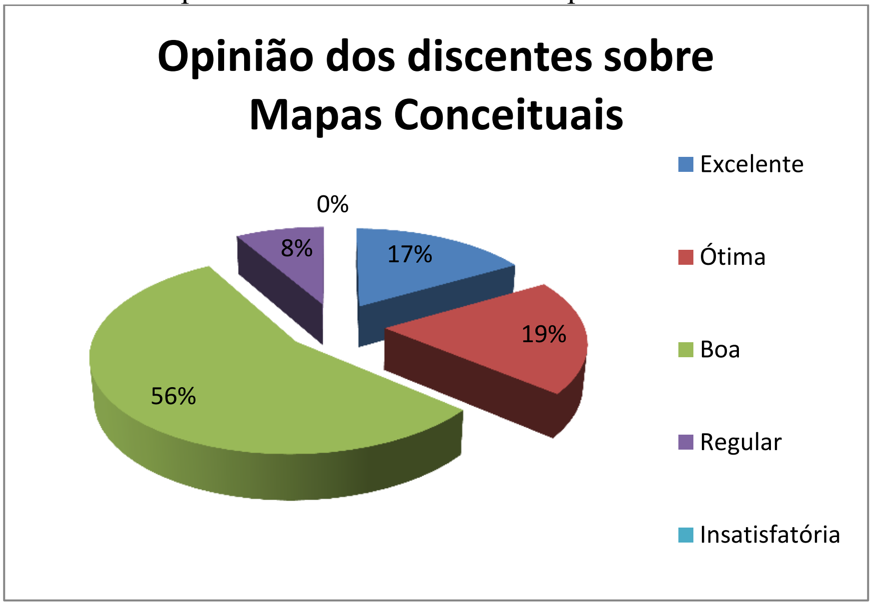


Fonte: Pesquisa direta

Responder com as próprias palavras é uma forma de representar de forma substantiva o conhecimento aprendido. Neste caso os discentes manifestaram sua opinião sobre aprendizagem quando isto acontece.

A última pergunta sobre a Aprendizagem Significativa foi “O que você achou da utilização dos Mapas Conceituais?”. O resultado está expresso no gráfico seguinte:

Gráfico 17: Opinião dos discentes sobre Mapas Conceituais.



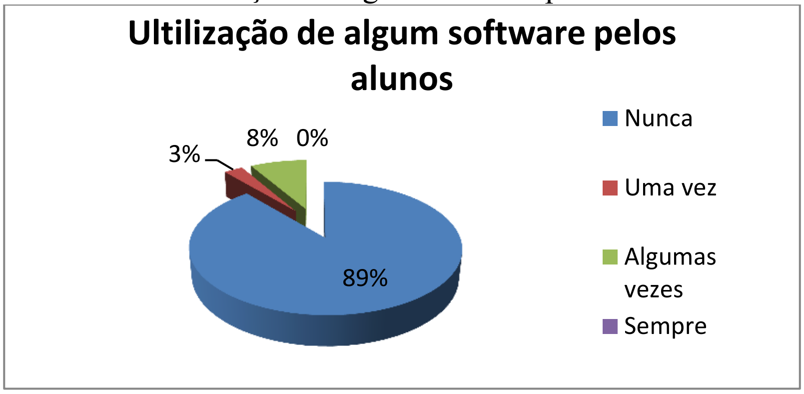
Fonte: Pesquisa direta

Vale ressaltar que os Mapas Conceituais foram utilizados nesta proposta de ensino apenas para ajudar a “diferenciar” os conceitos gerais e inclusivos Função e Função Afim em suas especificações. Portanto, não foram exploradas todas as potencialidades que este recurso, considerado facilitador da Aprendizagem Significativa, pode oferecer. Ainda assim, na visão dos discentes, foram bem avaliados.

5.5.4 O software Geogebra na visão dos discentes

A primeira pergunta do questionário (apêndice A) na sessão de investigação sobre o *software* Geogebra foi: Alguma vez você tinha usado algum software para o estudo de algum conteúdo? Como mostra o gráfico 18, a grande maioria dos sujeitos desta pesquisa (89%) nunca utilizou nenhum *software* para o estudo de algum conteúdo. E mesmo os 8% que afirmaram terem utilizado algumas vezes, bem como os 3% que afirmaram terem utilizado uma vez, não se tratava de softwares matemáticos tão pouco o Geogebra.

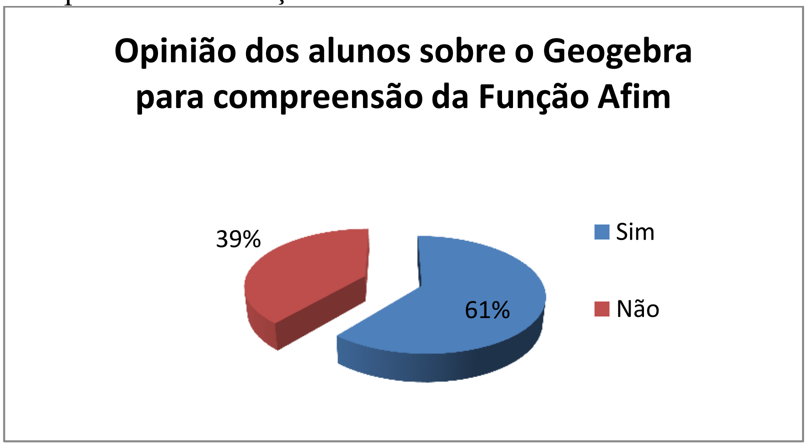
Gráfico 18: Utilização de algum software pelos alunos.



Fonte: Pesquisa direta

A segunda pergunta desta sessão foi: O *software* Geogebra o ajudou a compreender os tópicos abordados nesta proposta de ensino? O resultado está resumido no gráfico abaixo:

Gráfico 19: Opinião dos alunos sobre o Geogebra para compreensão da Função Afim.



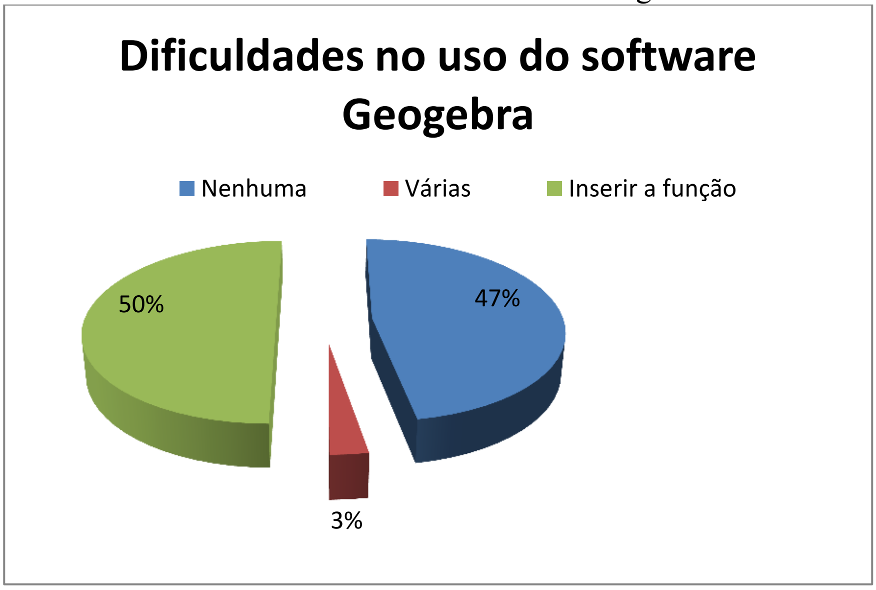
Fonte: Pesquisa direta

Nota-se que a maioria dos alunos considerou que o *software* Geogebra ajudou na compreensão do conteúdo abordado. O fato de um percentual razoável (39%) considerar que o *software* não os ajudou talvez se deva às dificuldades que alguns encontraram na manipulação do mesmo.

A terceira pergunta era: "Você já conhecia o *software* Geogebra?". Nenhum dos 36 alunos entrevistados conhecia o *software*. Portanto, a utilização do mesmo consistiu numa novidade, bem como a metodologia utilizada.

A quarta pergunta desta sessão foi: "Você teve alguma dificuldade na manipulação do *software* Geogebra? Quais?" Como esta era uma pergunta aberta, os alunos responderam com suas palavras. O resultado está expresso no gráfico seguinte:

Gráfico 20: Dificuldades no uso do software Geogebra.



Fonte: Pesquisa direta

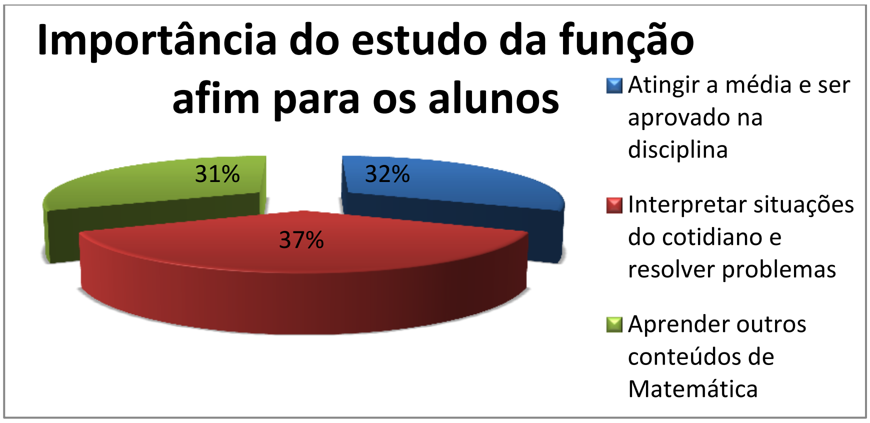
Mesmo não conhecendo o *software*, 50% dos alunos afirmaram não ter dificuldades para utilização do mesmo. A dificuldade mais mencionada foi inserir a função. Conforme constatado na análise qualitativa anteriormente feita, inserir a forma algébrica genérica da Função Afim no Geogebra para análise do comportamento da função a partir da variação do coeficiente ***a***, na sessão didática 3, foi a dificuldade mais frequente registrada na experiência. Vale ressaltar que desde o primeiro contato com o *software*, até as explorações feitas através de simulações durante toda proposta de ensino, foi utilizada a "pedagogia mão no bolso", ou seja, não foram dadas instruções aos alunos sobre o uso do *software*. Eles foram descobrindo, através de tentativa e erro com a mediação do professor.

Todos os alunos entrevistados declararam não conhecer nenhum outro *software* que possa ser usado no estudo da Função Afim.

5.5.5 O conteúdo Função Afim na visão dos discentes

A primeira pergunta desta sessão do questionário (apêndice A) destinada à análise do conteúdo Função Afim na visão dos discentes foi: "Para você, qual a importância de se estudar Função Afim?" O resultado das respostas está expresso no gráfico 21.Este resultado demonstra que a maioria dos sujeitos desta pesquisa (68%) conclui a experiência com uma perspectiva positiva em relação ao conteúdo. "Interpretar situações do cotidiano e resolver problemas" envolve habilidades gerais que serão úteis em todas as áreas. "Aprender outros conteúdos de Matemática" revela que o conteúdo estudado constitui subsunçores que vão ancorar novos conhecimentos no prosseguimento dos estudos. Os 32% que declararam apenas objetivar “atingir a média e ser aprovado na disciplina”, representam o grupo dos que não veem a hora de deixar de estudar Matemática e seguir outro rumo. Não conseguiram ainda se desprender da repugnância que desenvolveram pela disciplina.

Gráfico 21: Importância do estudo da Função Afim para os alunos.



Fonte: Pesquisa direta

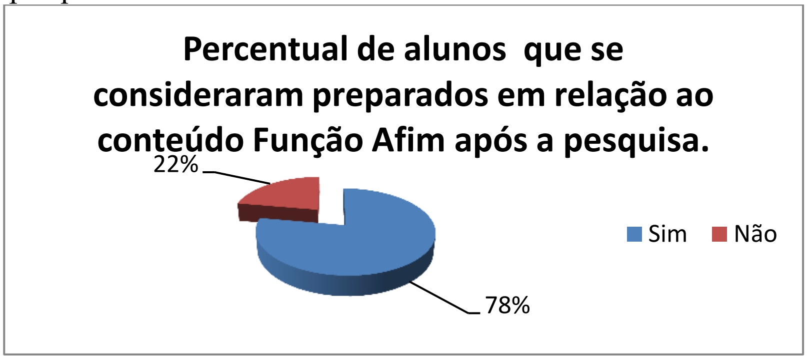
A segunda pergunta desta sessão era: “Você já havia estudado Função Afim antes?". Embora este conteúdo conste em alguns currículos do 9º ano do Ensino Fundamental, geralmente eles não são abordados. E quando é trabalhado, é feito de forma superficial de maneira que grande parte dos alunos nem lembra que estudou. A realidade que envolve os sujeitos desta pesquisa não é diferente, conforme indicam os resultados expressos no gráfico 22.

Gráfico 22: Alunos que já haviam estudado Função Afim antes da pesquisa.

Fonte: Pesquisa direta

A terceira e última pergunta desta sessão era: Você se sente um aluno mais preparado com relação ao conteúdo estudado? O resultado está expresso no gráfico abaixo:

Gráfico 23: Percentual de alunos que se consideraram preparados em relação ao conteúdo Função Afim após a pesquisa.



Fonte: Pesquisa direta

A forma como a proposta foi desenvolvida e mediante os resultados apresentados nos instrumentais de avaliação (avaliação bimestral e pós-testes) e na participação dos alunos, é esperado que esta maioria manifeste confiança para participação em novas experiências de aprendizagem.

5.6 Análises qualitativa/quantitativa: processamento dos dados

Em síntese, os questionários indicaram um perfil para os sujeitos desta pesquisa, dentro da normalidade e, até certo ponto favorável, considerando o cenário da escola pública. Faixa etária inferior a 18 anos, distribuição por sexo equilibrada, moradia predominantemente na zona urbana e, pelo fato de a maioria se considerar incluído na classe social média, pelo menos indica não estarmos diante de um quadro de extrema pobreza. Portanto, até este momento não há destaque para nada que possa afetar fortemente o trabalho pedagógico.

No entanto, com respeito ao uso do computador, apesar de a maioria afirmar ter aceso observa-se uma limitação que parece ter uma consequência pedagógica. Pelo fato de a maioria desses acessos não serem em sua própria residência (possivelmente por não possuir o equipamento), bem como serem limitados às pesquisas dos trabalhos escolares (no caso dos acessos feitos na escola), às redes sociais e entretenimento (no caso dos acessos feitos nas *lan houses*), as possibilidades de outras explorações (como o uso de um *software,* por exemplo) tornam-se inviáveis.

O grau de interesse por disciplina revelaram ser a Matemática a disciplina que os discentes menos gostam e a que eles têm maior dificuldade de aprendizagem. Nada surpreendente, se considerarmos o cenário geral. No entanto, este dado deve incomodar os educadores a encarar o desafio de buscar alternativas para mudar esse quadro. Se o cenário é desfavorável, o primeiro questionamento que precisa ser feito é se todas as possibilidades metodológicas e de utilização de recursos foram esgotadas. Se não, pode-se considerar o quadro reversível, até que se prove o contrário.

Com relação à metodologia, o fato de os discentes terem respondido que preferem ouvir a explicação do professor, em vez de serem estimulados a produzir de forma autônoma o conhecimento, não significa de forma alguma uma reprovação da mesma. Esta resposta pode ter sido em função da comodidade que é sentar e ouvir uma explicação comparada a proposta de serem desafiados a encontrarem eles mesmos as respostas. A reinvindicação do protagonismo por parte dos discentes geralmente é implícita e não verbal. A maneira como eles se comportam em uma aula puramente expositiva, não conseguindo se concentrar, brincando, usando o celular, evidenciam qual é a "verdadeira" opinião com respeito a metodologia. Não necessariamente é preciso que eles digam que querem ser protagonistas, para considerarmos que eles querem ser.

Diferentemente da questão metodológica, o uso do software e os pressupostos da Aprendizagem Significativa corresponderam a expectativa na avaliação positiva dos discentes. O *software*, muito pelo fascínio, por proporcionar simulações e demonstrações, "complicadas" e trabalhosas para fazer no caderno ou no quadro. O efeito motivacional é evidente. Com respeito à Aprendizagem Significativa, os discentes indicaram reconhecer a importância da não-arbitrariedade de uma proposta de ensino. É claro que os conceitos da teoria não foram apresentados aos alunos. Não havia propósito nisso. Mas perguntar se eles tinham maior facilidade de aprendizagem quando o novo conteúdo proposto tem alguma relação com o que eles já sabiam proporcionou clareza aos discentes para que eles dessem o retorno esperado. E mesmo a substantividade, que poderia como a SF ser mal interpretada, teve um retorno positivo na visão dos discentes. Eles responderam que conseguiam aprender melhor quando resolviam uma questão discursiva ou respondiam com suas próprias palavras em vez de responder um teste de múltipla escolha.

Por fim, o próprio objeto (Função Afim) foi avaliado pelos discentes de maneira positiva. Apesar de a maioria da turma declarar nunca ter ouvido falar de Função Afim antes desta pesquisa, afirmaram agora se sentirem preparados com relação aos tópicos estudados. Um indicativo importante do sucesso da proposta. Conclui-se, então, que a proposta de modo geral foi bem avaliada pelos discentes.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados desta pesquisa indicaram que os pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa e da proposta metodológica de ensino Sequência Fedathi, bem como o uso do *software* Geogebra, foram relevantes para o alcance dos objetivos estabelecidos nesta proposta de ensino que eram: construir o conceito de Função Afim a partir de uma situação problema; fazer a diferenciação progressiva do conceito geral e inclusivo Função Afim em algumas de suas especificações (crescente, decrescente e constante; constante e polinomial do 1° grau; linear; identidade) através de simulações no Geogebra e de Mapas Conceituais; relacionar vantagens e dificuldades para a concretização deste processo de construção a partir dos princípios da Sequência Fedathi; desenvolver nos discentes uma postura autônoma em relação ao processo de aprendizagem; identificar, na visão dos discentes, a viabilidade da proposta quanto a Aprendizagem Significativa, a Sequência Fedathi, o *software* Geogebra e o objeto de estudo (Função Afim).

Foi possível construir o conceito de Função Afim a partir de um problema, bem como a posterior diferenciação deste conceito através de simulações no Geogebra e da utilização de Mapas Conceituais. Como as soluções apresentadas pelos alunos durante este processo de construção indicaram substantividade nas respostas, pode-se afirmar que, os princípios programáticos do conteúdo e os Mapas Conceituais confirmaram sua relevância como facilitadores da Aprendizagem Significava. O Geogebra também pode ser incluído entre esses elementos facilitadores. Pois neste processo de construção e diferenciação de conceitos, as ferramentas deste *software* foram amplamente utilizadas. Além disso, o *software* exerceu um efeito motivacional em relação aos educandos.

Com relação ao aspecto metodológico, nas sessões didáticas, alguns elementos da Sequência Fedathi favoreceram a participação ativa dos alunos durante o processo de construção como: "postura mão no bolso" assumida pelo professor; acordo didático e perguntas. Apesar do ambiente "conturbado" durante o processo de construção coletiva e interativa, esta postura autônoma do aluno em relação ao seu processo de aprendizagem parece ser o caminho mais viável para superar a indiferença que normalmente os educandos demonstram em relação às aulas puramente expositivas. Nesta proposta, em que o aluno é protagonista e o professor é mediador, as aulas não são silenciosas, porém são interativas e participativas.

É bem verdade que o número de alunos por sala pode constituir um fator de dificuldade para o sucesso da proposta. Imagina-se que, numa sala com 20 alunos o processo de construção e interação fosse bem mais produtivo e menos "conturbado" do que em uma sala de 36 (como na presente pesquisa).

De qualquer modo, vislumbra-se um caminho que parece indicar a necessidade de um rompimento com o modelo vertical (puramente expositivo), do ponto de vista metodológico.

Portanto, a hipótese de que a associação entre uma teoria de aprendizagem, uma metodologia de ensino e um recurso tecnológico seria relevante para a concretização de uma proposta de ensino foi confirmada.

Diante disto, espera-se que os resultados desta pesquisa possam fornecer elementos para enriquecer a discussão sobre a necessidade do constante aperfeiçoamento da prática pedagógica através do conhecimento teórico-metodológico, associado aos recursos (principalmente tecnológicos) pedagogicamente usados em favor da aprendizagem.

Sabe-se que o contexto educacional no cenário desta pesquisa (educação básica pública) tende a se tornar a cada dia mais desafiador, requerendo do professor fazer uso de todo conhecimento (teórico-metodológico) e de todos os recursos disponíveis para superar tais desafios.

Do contrário, dificilmente se obterá êxito. Imagina-se que as contribuições apresentadas neste trabalho possam subsidiar a reflexão do docente para, no exercício de sua prática, realizar a integração das tecnologias ao currículo, através de uma diversificação metodológica fundamentada em teorias, produzindo um conjunto facilitador da Aprendizagem Significativa que envolva os educandos numa estimulante e compensadora busca para superar os desafios da aprendizagem.

O produto educacional desta proposta de trabalho consiste em um material pedagógico, com as quatro sessões didáticas aplicadas nesta pesquisa juntamente com as construções no Geogebra (obtidas durante a pesquisa).

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BARROSO, J. M. **Conexões com a Matemática**. Volume 1. Editora Moderna. 1ª edição. São Paulo, 2010.

BORGES NETO, H. et al. **Sequência Fedathi: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática**. UFC, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, **Orientações Curriculares para o Ensino Médio** - volume 2, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portal Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira** - INEP. Programa Interacional de avaliação de Estudantes .PISA. Disponível em: < http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados>. Acesso em: 14 de Fevereiro de 2015.

CEARÁ. Secretaria da Educação do Estado do Ceará-SEDUC . **Portal Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará** - SPAECE. Disponível em: <http://www.spaece.caedufjf.net/resultados>. Acesso em: 18 de março de 2015.

COUTINHO, C. P. **Tecnologia Educativa e Currículo: caminhos que se cruzam ou se bifurcam?** Texto apresentado no VII Colóquio sobre Questões Curriculares. Rio de Janeiro, ano 8, nº 15-16, jan/dez 2007.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações**. Volume 1. Editora ática. 2ª edição.São Paulo, 2014.

FARIAS, J. V. A **Matemática e o lúdico: trabalhando funções com o Geogebra**. Dissertação de mestrado, UFERSA, Mossoró RN, 2013.

FERNANDES, T. C. D. **O ensino de astronomia em uma vertente investigativa a partir de histórias problematizadoras: o que emerge da fala de professores após experiência em sala de aula**. Dissertação de mestrado. UFU, 2013.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. Atlas. São Paulo, 2002.

GIOVANNI, J. R. e BONJORNO, J. R. **Matemática Completa**. Volume 1. 2ª edição renovada. FTD. São Paulo, 2005.

GÖTZINGER H. B. e PALOMINO S.E**. Atividades matemáticas sobre funções com o Geogebra**. Texto apresentado na XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.

IEZZI, G., MURAKAMI, C. e MACHADO, N. J. **Fundamentos de Matemática Elementar**. Limites, derivadas e noções de integral. Volume 8. Atual editora. São Paulo, 2000.

LÉVY, P. **Cibercultura**. Tradução em Português: Carlos Irineu da Costa. Editora 34, 1997.

LIMA, E. L., CARVALHO, P. C. P., WAGNER, E. e MORGADO, A. C. **A Matemática do ensino médio**. Volume 1. Coleção do professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, 2003.

MAIA, H. **Transcrição do encontro entre Paulo Freire e Papert**. 2010. Acesso: http://ticparaensinodeciencias.webnode.com.br/news/paulo-freire-seymour-papert/. Acesso em 14 de setembro de 2014.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**. UNB, 1999.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa Crítica.** Versão revisada e estendida de conferência proferida no *III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa*, Lisboa (Peniche), 11 a 15 de setembro de 2000. Publicada nas Atas desse Encontro, pp. 33-45, com o título original de *Aprendizagem significativa subversiva.* Publicada também em *Indivisa, Boletín de Estúdios e Investigación,* nº 6, pp. 83-101, 2005, com o título Aprendizaje Significativo Crítico. 1ª edição, em formato de livro, 2005; 2ª edição 2010; ISBN 85-904420-7-1.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e Aprendizagem Significativa**. Adaptado e atualizado, em 1997, de um trabalho com o mesmo título publicado em O ENSINO, Revista Galáico Portuguesa de Sócio-Pedagogia e Sócio-Linguística, Pontevedra/Galícia/Espanha e Braga/Portugal, N° 23 a 28: 87-95, 1988. Publicado também em *Cadernos do Aplicação, 11*(2): 143-156, 1998. Revisado e publicado em espanhol, em 2005, na *Revista Chilena de Educação Científica, 4*(2): 38-44. Revisado novamente em 2012.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2020. Aceito para publicação, *Qurriculum,* La Laguna, Espanha, 2012.

MUNARI, A. **Jean Piaget. Tradução e organização**: Daniele Saheb. – Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010. 156 p.: il. – (Coleção Educadores) Inclui bibliografia. ISBN 978-85-7019-546-3

PORTAL EBC, Agência Brasil. Acesso pelo link http://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2014-04/estudantes-brasileiros-tem-baixo-desempenho-em-avaliacao-internacional-de. Acesso em 15 de fevereiro de 2014.

RIBEIRO, A. **Ajuda GeoGebra. Manual da versão 3.2.** Tradução e adaptação para português de Portugal. 2009.

SANTANA, J. R. **Educação Matemática: Favorecendo investigações matemáticas através do computador**. Tese de Doutorado. UFC, 2006.

SANT’ANNA, I. M. e SANT’ANNA, V. M. **Recursos Educacionais para o ensino – quando e por quê?** Petrópolis: Vozes, 2004.

SANTOS, M. J. C. **Reaprender frações por meios de oficinas pedagógicas: desafio para formação inicial**. Dissertação de mestrado. UFC, 2007.

SCANO, F. C. **Função afim: Uma sequencia didática envolvendo atividades com o Geogebra**. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo SP, 2009.

SOUZA, F. A. L. **O uso do software Geogebra como ferramenta pedagógica no estudo de funções quadráticas em turmas de 9º ano do ensino fundamental do CMF**. Dissertação de mestrado. UFC, 2012.

SOUZA, M. J. A. **Informática Educativa na Educação Matemática: Estudo de geometria no ambiente do Software Cabri-Géomètre.** 2001. 154 f. Dissertação (Pós Graduação em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – UFC. Fortaleza, 2001.

TAHAN, M. - **O homem que calculava**. 49ª tiragem - Rio de Janeiro: Record, 1999.

APÊNDICE A

QUESTIONÁRIO

Marque com um X as questões de múltipla escola.

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

1) Sexo:

( ) Masculino ( ) Feminino

2) Idade:

( ) 15 ou menos ( ) Entre 15 e 18 ( ) 18 ou mais

3) Moradia:

( ) Zona urbana ( ) Zona rural

4) Você utiliza computadores para fazer trabalhos? Onde?

( ) Não
( ) *Lan House*
( ) Casa
( ) Outro. Especifique _____________________

5) Que tipo de atividade você costuma realizar com o uso do computador?

( ) Pesquisas pessoais na internet.
( ) Pesquisas relacionadas a atividades escolares na internet.
( ) Acesso a redes sociais.
( ) Jogos para entretenimento.
( ) Outro. Especifique _____________________.

6) Quanto tempo diariamente você utiliza o computador?

( ) Menos de uma hora.
( ) Entre uma e três horas.
( ) Três horas ou mais.

7) Em qual faixa social você se considera incluído?

( ) Baixa ( ) Média ( ) Alta

8) Atribua um dos conceitos sugeridos a cada disciplina conforme o seu grau de interesse em relação a ela:

(B) Bastante
(R) Razoavelmente
(P) Pouco interesse
(N) Não gosto

( ) Língua Portuguesa
( ) Arte
( ) Educação Física
( ) Matemática
( ) Física
( ) Química
( ) Língua Estrangeira
( ) Biologia
( ) História
( ) Geografia
( ) Filosofia
( ) Sociologia

9) Indique seu grau de dificuldade em relação as disciplinas abaixo conforme conceitos sugeridos.

(B) Bastante
(R) Razoavelmente
(P) Pouco
(N) Nenhuma

( ) Língua Portuguesa
( ) Arte
( ) Educação Física
( ) Matemática
( ) Física
( ) Química
( ) Biologia
( ) História
( ) Geografia
( ) Filosofia
( ) Sociologia

10) Pretende fazer o ENEM?

( ) Sim ( ) Não

11) Caso responda positivamente a questão 8, qual área pretende seguir?

( ) Educação
( ) Saúde
( ) Direito
( ) Outra. Especifique ______________________

12) Caso não pretenda fazer o ENEM, que outro rumo planeja para seu futuro estudantil e/ou profissional?

( ) Fazer um curso técnico.
( ) Fazer um concurso.
( ) Submeter-se a seleção de alguma empresa.
( ) Outro. Especifique ______________________.

METODOLOGIA

1) O que você achou desta abordagem de Função Afim?

( ) Excelente
( ) Ótima
( ) Boa
( ) Regular
( ) Insatisfatória

2) O que você achou da postura do professor durante as aulas?

( ) Excelente
( ) Ótima
( ) Boa
( ) Regular
( ) Insatisfatória

3) O que faz você se sentir mais a vontade durante uma aula?

( ) Ouvir a explicação do professor.
( ) Fazer trabalho em equipe.
( ) Resolver exercícios no quadro.
( ) Outro. Especifique _____________________.

4) Você acha que consegue aprender melhor quando:
( ) Ouvindo a explicação do professor.
( ) Fazendo trabalho em equipe.
( ) Resolvendo exercícios no quadro.
( ) Outro. Especifique _____________________.

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

1) Você acha que consegue aprender com mais facilidade:

( ) Quando o conteúdo proposto é completamente desconhecido?

( ) Quando você já sabe alguma coisa sobre o conteúdo proposto?

2) Você consegue aprender melhor quando:

( ) Acerta um teste de múltipla escola
( ) Resolve uma questão discursiva
( ) Responde com suas próprias palavras
( ) Outro. Especifique _____________________

3) O que você achou da utilização dos Mapas Conceituais?

( ) Excelente
( ) Ótima
( ) Boa
( ) Regular
( ) Insatisfatória

SOFTWARE GEOGEBRA

1) Alguma vez você já tinha usado algum software para o estudo de algum conteúdo?

( ) Nunca ( ) Algumas vezes
( ) Uma vez ( ) Sempre

2) O uso do *software* (Geogebra) o ajudou a compreender os tópicos abordados?

( ) Sim ( ) Não ( ) Maios ou menos

3) Você já conhecia o *software* Geogebra?

( ) Sim ( ) Não

4) Você teve dificuldade na manipulação do *software*? Quais?

5) Você conhece outros softwares que podem ser usados no estudo da Função Afim? Quais?

CONTEÚDO

1) Para você, qual a importância de se estudar funções afins?

( ) Atingir a média e ser aprovado nesta disciplina.
( ) Interpretar situações do cotidiano e resolver problemas.
( ) Para aprender outros conteúdos de matemática.

2) Você já havia estudado Função Afim antes?

( ) Sim ( ) Não

3) Você se sente um aluno mais preparado com relação ao domínio do conteúdo estudado?

( ) Sim ( ) Não

APÊNDICE B

DIAGNÓSTICO (pré-teste)

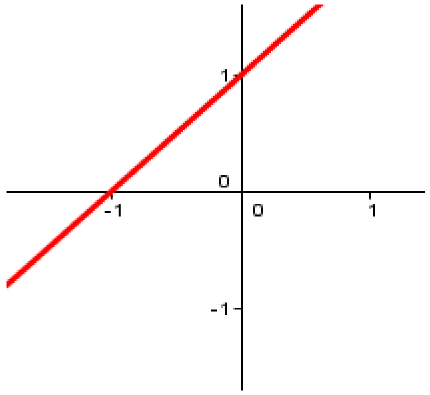
ALUNO(A):______________________________________SÉRIE/ANO:____

1) O que você entende por função?

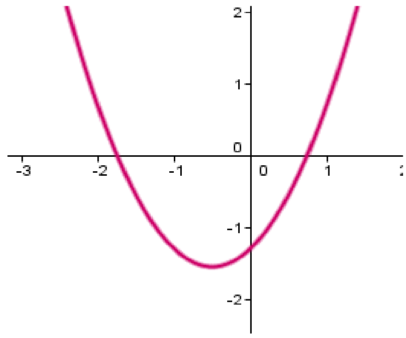
2) Como se pode representar uma função?

3) Quais dos gráficos abaixo representam funções?

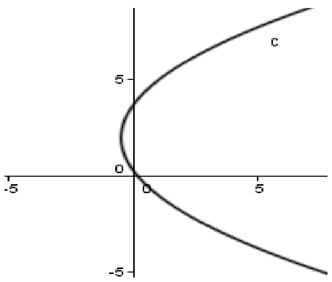
a)



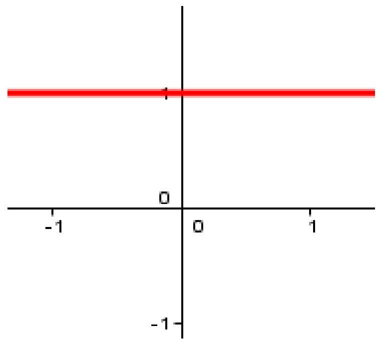
b)



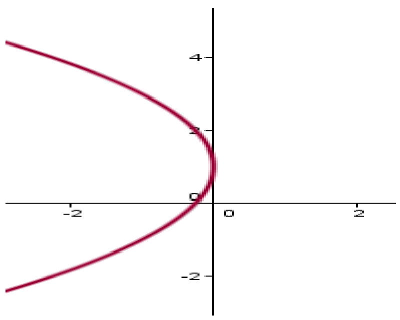
b)



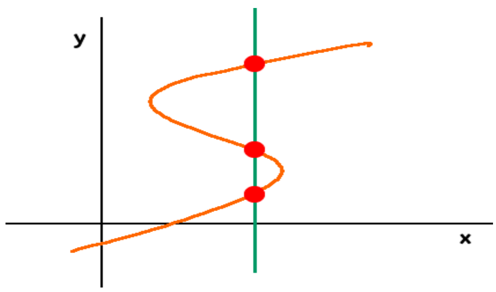
d)



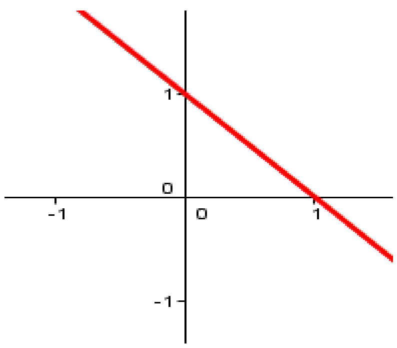
e)



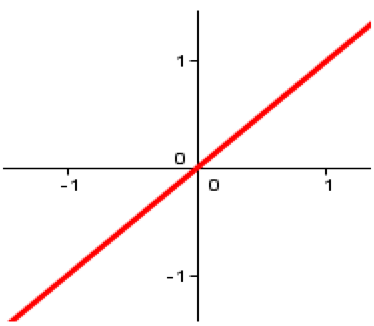
f)

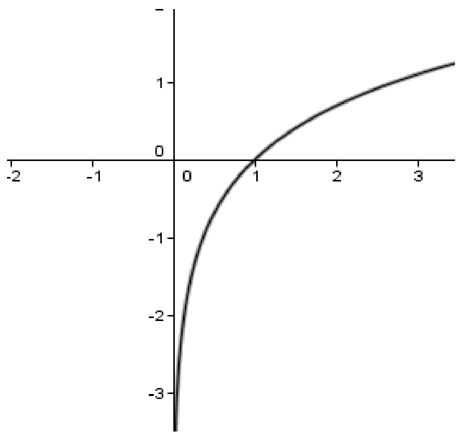


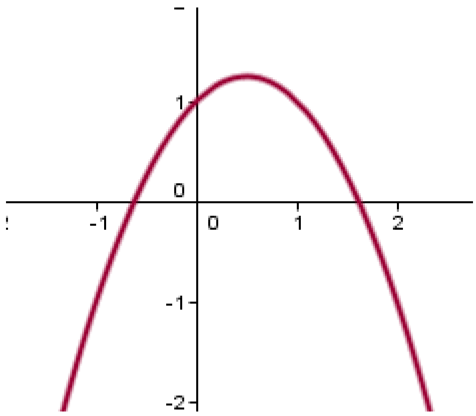
g)

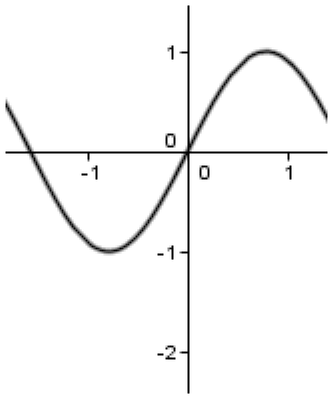


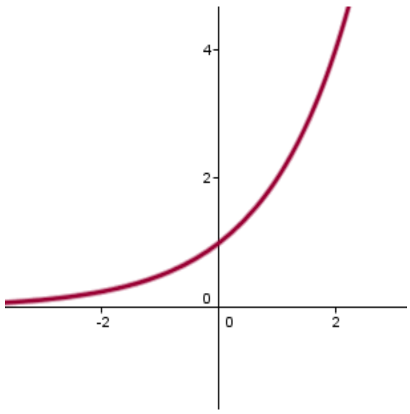
h)



i) 

j) 

e) 

f) 

4) Resolva as equações:

$a)$ $3x - 15 = 0$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

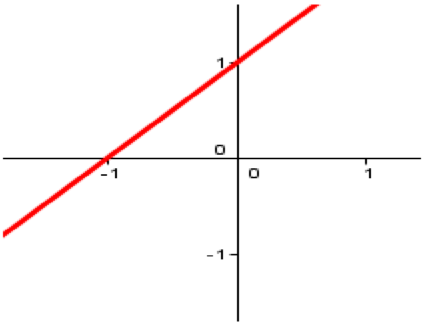
5) Escreva o conceito de Função Afim.

6) Quais das funções abaixo são afins?

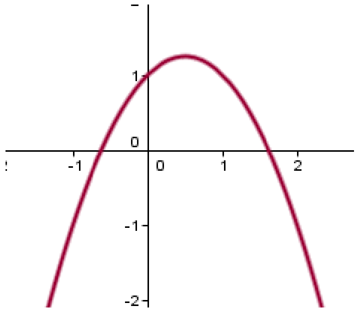
a) $f(x) = x^2 + 3$
b) $f(x) = x$
c) $f(x) = 3x + 1$
d) $f(x) = 5$
e) $f(x) = -2x + 7$
f) $f(x) = ax + b$ onde *a* e *b* são números reais.
g) $f(x) = ax^2 + bx + c$ onde *a*, *b* e *c* são números reais com $a \neq 0$.

7) Quais dos gráficos abaixo representam funções afins?

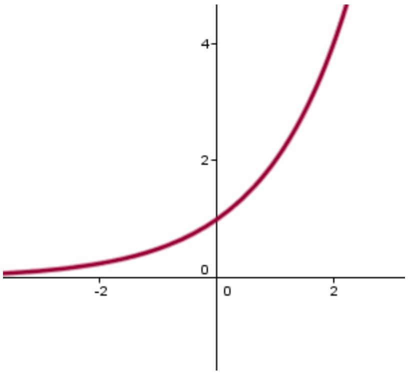
a)



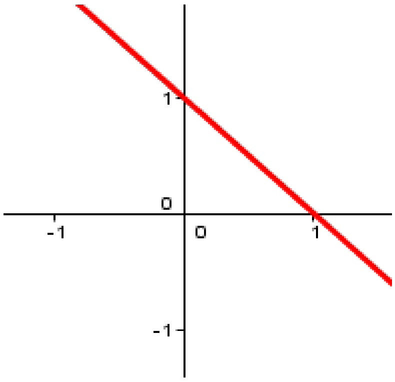
b)



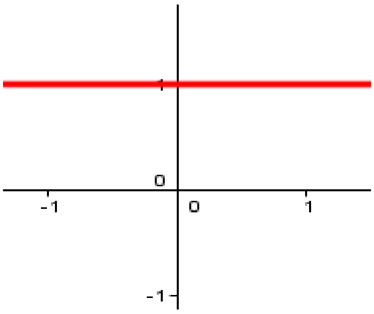
c)



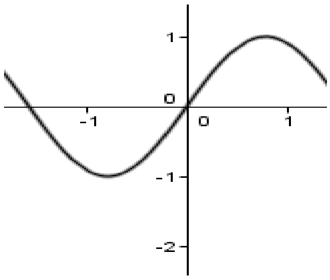
d)



f)



g)



8) Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$ 8,00 mais um custo variável de R$ 0,50 por unidade produzida. Sendo **x** o número de unidades produzidas. Qual o custo de 100 peças?

APÊNDICE C

SESSÃO DIDÁTICA I

Construção do conceito de Função Afim a partir da resolução de um problema

Por:
Antonio Marcos de Souza

Justificativa metodológica:

A SF propõe ao aluno que ao confrontar-se com uma situação nova, ele possa lançar mão da investigação e se debruce sobre a mesma e experiencie vários caminhos que possam levá-lo a uma solução.

1. Preparação da sessão didática

Na compreensão de que o momento de planejamento é a preparação da “sessão didática” e que o plano é a execução, ou seja, a SF em ação, ao iniciar a 'sessão didática', de acordo com a SF o professor deve ter feito inicialmente a análise ambiental e a análise teórica que compreendem: o diagnóstico do *plateau* (nível de conhecimento e experiência do aluno acerca do assunto a ser abordado); o conteúdo a ser trabalhado; deve se preocupar nesse momento inicial também com a pergunta inicial de formas e visões distintas, escolhas do material, *locus,* dentre outras. O ponto de partida deve ser uma situação compreendida e entendida pelos alunos, tomando como referência o *plateau* de conhecimento.

1.1 Análise Ambiental-

1.1.2 Público-alvo

Alunos do 1º ano José de Alencar da E.E.F.M. Dep. Ubiratan Diniz de Aguiar.

1.1.2.1 Objetivo a ser alcançado:

- Construir o conceito de Função Afim a partir de uma situação problema.
- Utilizar a “pedagogia mão no bolso” para estimular a participação ativa dos alunos na construção do conceito de Função Afim.

1.1.3 Materiais – necessários para o desenvolvimento desta 'sessão didática'.

- **Material Analógico**: livro didático, caderno, lápis, borracha, caneta, quadro branco e pincel.

- **Material digital**: Não serão necessários nesta sessão didática.

1.1.4 Duração da aula:

1 aula de 50 minutos

1.1.5 Variáveis locais – hipóteses levantadas

Do conteúdo: Os alunos precisam ter um conhecimento do conceito matemático e intuitivo de função.

Dos alunos: Os alunos precisam dominar as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), resolver equações do 1º grau, conhecer a noção intuitiva de função, bem como compreender o conceito de função a partir da relação entre grandezas.

Do professor: Precisa dominar o conteúdo referente a Função Afim, a metodologia Sequência Fedathi e os pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa.

1.1.6 Acordo didático

1.1.6.1 Nessa sessão didática:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.

Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar à solução do problema proposto.

Assim, fica evidente que pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve ajudar os alunos a participarem ativamente das atividades.

1.1.7 Avaliação

Nesta sessão didática o aluno será avaliado mediante o desempenho demonstrado no decorrer da realização das atividades propostas. Será verificado se o aluno avançou a partir do *plateau*.

2.1 Análise teórica

Nesta sessão didática, serão considerados os seguintes pressupostos da teoria da Aprendizagem Significativa: Substantividade, não-arbitrariedade, princípios programáticos do conteúdo e Mapas Conceituais.

Desenvolvida por David Paul Ausubel, a Aprendizagem Significativa "é o processo através do qual uma nova informação (ou novo conhecimento) se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não-literal) à estrutura cognitiva do aprendiz."(Moreira, 1997).

A não-arbitrariedade diz respeito à maneira como o novo conhecimento é proposto ao aprendiz. Deve-se considerar o conhecimento prévio existente na estrutura cognitiva do aprendiz, aos quais Ausubel chama de subsunçores. Esse conhecimento prévio, que pode ser ideias, conceitos, proposições (Moreira 1997), é relevante, claro e consolidado, e serve de âncora para que o novo conhecimento (ideias, conceitos, proposições) seja aprendido significativamente e torne-se igualmente relevante para o aprendiz. Quando o novo conhecimento é proposto desconsiderando a existência do conhecimento prévio, essa relação é dita arbitrária.

Esta sessão didática se propõe a apresentar de forma não arbitrária o conteúdo referente à Função Afim, uma vez que considerará o conhecimento prévio (conceito geral e noção intuitiva de função) para ancorar o novo conteúdo a ser abordado (Função Afim).

A "substantividade significa que o que é incorporado à estrutura cognitiva é a substância do novo conhecimento, das novas ideias, não as palavras precisas usadas para expressá-las."(Moreira, 1997). Ou seja, o novo conceito aprendido significativamente pode ser apresentado de diversas maneiras. Essa definição contradiz a concepção de só se considerar a informação ou resposta apresentada com as mesmas palavras memorizadas do conceito padronizado (ao pé da letra).

Neste sentido, esta sessão didática visa alcançar uma Aprendizagem Significativa da Função Afim por parte do educando, proporcionando ao mesmo reproduzir de forma substantiva o conhecimento abordado.

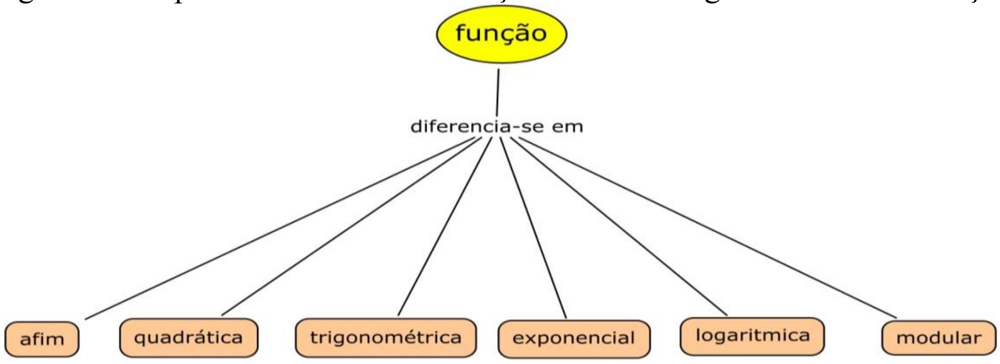
Segundo Ausubel (Moreira 2012), na estrutura cognitiva do aprendiz o conhecimento é hierarquicamente organizado, obedecendo um grau decrescente de generalização, abstração e inclusividade.

Nesta sessão didática, serão considerados os princípios programáticos do conteúdo, propostos por Ausubel (2002), facilitadores da Aprendizagem Significativa.

Diferenciação progressiva: Os conceitos e ideias mais gerais e inclusivos são apresentados no início e vão se diferenciando progressivamente adquirindo um grau de especificidade maior. (Moreira, 1997).

Exemplo 1:

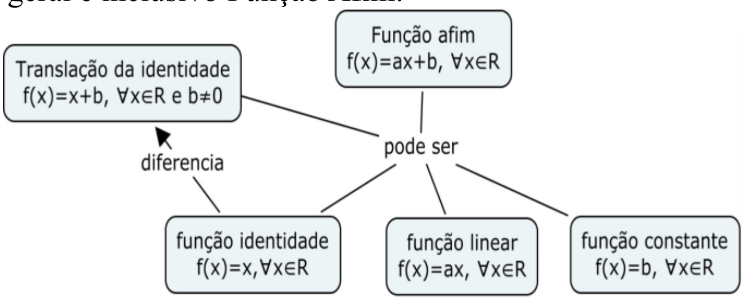
Figura 12: Mapa Conceitual diferenciação do conceito geral e inclusivo função.



Fonte: Pesquisa direta

Exemplo 2:

Figura 13: Mapa conceitual diferenciação do conceito geral e inclusivo Função Afim.



Fonte: pesquisa direta.

Também serão considerados nesta sessão didática os princípios:

Reconciliação integrativa: Relacionar ideias e conceitos apontando similaridades e diferenças. (Moreira, 1997)

Organização sequencial: Definir a ordem sequencial dos tópicos de estudo da maneira mais coerente possível, levado em conta os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa. (Moreira, 1997).

Consolidação: Assegurar o domínio do conhecimento prévio antes da introdução do novo conhecimento.

2.2 Conteúdo da Sessão Didática

13) Exploração do conceito geral de função (subsunçor).
14) Definição de Função Afim por meio da resolução de situação-problema.
15) Formalização do conceito de Função Afim.
16) Representação tabular e algébrica da Função Afim.

2.2.1 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

O estudo da Função Afim, bem como das demais funções polinomiais, tem ampla aplicação, aparecendo com frequência em diversos problemas tanto na Matemática, como na Biologia, Química, Física, Economia e em situações reais do dia-a-dia. Como o seguinte:
Uma companhia de taxistas de Fortaleza cobra R$ 4,00 a bandeirada, mais R$ 1,50 por quilômetro rodado. Um turista toma um táxi no Aeroporto Internacional Pinto Martins até a Arena Castelão, trajeto que corresponde a aproximadamente 6,3 Km. Qual o custo da viagem?

A sessão didática terá início com a proposição desta situação problema. Os alunos serão desafiados a apresentar suas soluções. Em seguida, os alunos devem compreender que a situação problema envolve Função Afim. Ao final da sessão, os alunos deverão saber que:
Uma função $f: R \to R$ chama-se Função Afim quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$.
Compreender a “diferenciação” da Função Afim conforme mapa conceitual da figura 13.

2.2.2 O plateau

Ter uma noção intuitiva do conceito de função, bem como saber que uma função consiste numa relação entre grandezas que obedece a uma lei matemática e pode ser representada por um gráfico.

2.2.3 A pergunta

Devem ser postas pelo professor para facilitar ao aluno a resolução do problema colocado. As perguntas dos alunos devem ser respondidas com contraexemplos, o professor não deve dar respostas prontas aos alunos, e nesse sentido, a aprendizagem passa a ser consequência.

Pergunta principal:

Existe um modelo matemático padronizado para resolver este tipo de problema?

Perguntas reflexivas:

Você já se deparou com algum problema semelhante?

Perguntas desafiadoras*:* deve dimensionar o trabalho do aluno para fazer descobertas.

Quais os dados do problema?

É possível fazer uma tabela com os dados do problema?

É possível construir um gráfico com os dados do problema?

O que o gráfico construído representa?

Será que esse gráfico corresponde à representação de alguma função específica?

Será que todos os gráficos da Função Afim possuem estas características?

2.2.4 Objetivos da 'sessão didática'

2.2.4.1 Objetivo geral:

Construir o conceito de Função Afim através da resolução de uma situação problema.

2.2.4.2 Ainda objetivamos com esta sessão didática:

Construir o modelo matemático padronizado para definir Função Afim.

Representar a Função Afim na forma tabular.

Representar a Função Afim na forma algébrica.

Generalizar características da Função Afim.

3. Tomada de posição (1ª etapa da SF)

3.1 Apresentação do acordo didático aos alunos elaborado no item 1.1.6.

3.2 situação desafiadora: Propor o seguinte problema:

Uma companhia de taxistas de Fortaleza, cobra R$ 4,00 a bandeirada mais R$ 1,50 por quilômetro rodado. Um turista toma um táxi no Aeroporto Internacional Pinto Martins com destino a Arena Castelão, trajeto que corresponde a aproximadamente 6,3 Km. Qual o custo da viagem?

Em seguida, o professor o professor começa a juntamente com a turma, formalizar o conceito de Função Afim.

3.2 Hipóteses:

O professor concede um tempo para que os alunos apresentem suas hipóteses e ao seu modo encontrem uma solução. É possível que mesmo não dominando o conceito de Função Afim, os alunos apontem estratégias de solução como: multiplicar 6,3 por 1,5 e somar com 4 no problema proposto.

4. Maturação (2ª etapa da SF)

Momento importante, momento de 'debruçamento' do aluno sobre o problema. Vale explicar que a palavra "debruçamento" é oriunda do francês *débrouiller*, e o seu significado consiste em se "debruçar sobre um problema", pensar, contextualizar e procurar compreender. Nesse momento a postura didática do professor é a da não intervenção (pedagogia *mão-no-bolso*) ou intervenção programada para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas se for possível, pois matemática é uma atividade coletiva. (SANTANA et al, 2003)

Os alunos irão se debruçar sobre o problema, contextualizando, pensando, questionando, procurando compreender. Serão estimulados a apresentar suas hipóteses.

4.1 Contraexemplos:

Uma função definida por $f(x) = x^2 + 5$ seria uma Função Afim?
Uma função definida por $f(x) = 2^x$ seria uma Função Afim?

4.1.1 O erro

Caso os alunos não consigam encontrar uma resposta matematicamente correta, o professor aproveita a proposição do aluno para redirecioná-lo a outro caminho que o leve a solução. É recomendável que o aluno refaça, se necessário, várias vezes a atividade. Isto assegura a proposta um caráter recursivo.

4.2 Dificuldades no desenvolvimento da solução da situação proposta:

As dificuldades cognitivas dos alunos devem ser corrigidas por ele mesmo, mediadas pelo professor.

5. Solução (3ª etapa da SF)

Os alunos nesse momento representam e organizam as soluções encontradas, apresentam esquemas que objetivem a solução. Exemplo: raciocínio usado para resolver o problema por tentativa. Será proposto que de 5 a 10 alunos voluntariem-se para apresentarem suas soluções no quadro. Este número pode ser superior ou inferior a esta margem dependendo do grau de diversificação das soluções apresentadas e da disposição dos alunos a exporem suas soluções.

6. Prova

O estudante faz a verificação da solução encontrada confrontando o resultado com os dados apresentados. O professor deve fazer uma analogia com os modelos científicos preexistentes, considera o conhecimento construído e formaliza matematicamente o modelo apresentado. O professor deve mostrar aos alunos que a solução ideal deve satisfazer não só o problema em questão ou determinadas situações, mas sim o número maior possível de situações que necessitam deste conhecimento com vistas a sua resolução (Souza 2013, p.31).

No caso em questão, é provável que a maioria das soluções apresentadas para o problema proposto sejam construídas a partir de uma sequência de operações. Exemplo: multiplicar 6,3 por 1,5 e em seguida somar com 4. A solução está correta. Porém, nesta etapa, o professor deverá incentivar os estudantes a reconhecerem a necessidade de generalizar o problema enfatizando o conceito de Função Afim. Ou seja, reconhecer que este tipo de problema envolve uma relação entre as grandezas custo da viagem em função de quilômetros rodados mais um valor invariável (bandeirada no caso), a partir de um a lei matemática. Esta lei seria a representação algébrica da Função Afim $f(x) = ax + b$, para todo a e b real, onde x representa a variação da quilometragem, b o valor fixo e $f(x)$ o custo da viagem.

Nesta ocasião, será também enfatizado que Função Afim consiste numa diferenciação de um conceito mais geral e inclusivo chamado função (anteriormente estudado) através do mapa conceitual 1.

7. Considerações

Esta sessão didática teve início com a proposição de uma situação problema para, seguindo as etapas da SF construir o modelo geral para resolução do problema, que converge para o conceito de Função Afim. Em uma próxima sessão o conceito será diferenciado com o auxílio do software Geogebra e os elementos da Função Afim serão explorados com um grau de especificidade maior.

8. Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BORGES N. H. **Sequência Fedath**: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática. 2013.

BARROSO J. M. **Conexões com a Matemática**. Volume 1. São Paulo 2010.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume 1. São Paulo, 2011.

GIOVANE J. R. & BONJORNO J. R. **Matemática Completa**. Volume 1. São Paulo 2005.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente**. Em Moreira, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2020. Aceito para publicação, *Curriculum,* La Laguna, Espanha, 2012.

SOUSA, F. E. E. de. et all. (2013). *Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e ciência*. Fortaleza: UFC, 2013

APÊNDICE D

SESSÃO DIDÁTICA 2

Representação algébrica e gráfica da Função Afim com o auxílio do Geogebra

Por:
Antonio Marcos de Souza

Justificativa metodológica:

A SF propõe ao aluno que ao confrontar-se com uma situação nova, que ele possa lançar mão da investigação e se debruce sobre a mesma e experiencie vários caminhos que possam levá-lo a uma solução.

1. Preparação da sessão didática:

A preparação desta sessão didática consistiu numa tarefa minuciosa de análise ambiental e teórica, onde foram considerados: o *plateau* (nível de conhecimento e experiência do aluno acerca do assunto a ser abordado); o conteúdo a ser trabalhado (representação algébrica e gráfica da Função Afim com o auxílio do software Geogebra).

1.1 Análise ambiental

1.1.2 público-alvo

Alunos do 1º ano José de Alencar da E.E.F.M. Dep. Ubiratan Diniz de Aguiar.

1.1.2.1 Objetivo a ser alcançado:

- Conhecer e manipular as ferramentas do software Geogebra para o estudo da Função Afim.
- Representar algébrica e graficamente a Função Afim no Geogebra.
- Identificar a Função Afim a partir de sua representação algébrica.
- Identificar os coeficientes a e b na representação algébrica da Função Afim.
- Identificar a Função Afim a partir da representação gráfica.
- Reconhecer o gráfico da Função Afim como uma reta.

1.1.3 Materiais: necessários para o desenvolvimento da 'sessão didática'.

- **Material analógico**: Pincel e quadro branco
- **Material digital**: computadores com o software Geogebra (versão 5.0) instalado ou ligado a internet para acessar o sítio www.geogebra.org . O navegador deve ter plug-ins do aplicativo java; *datashow*.

1.1.4 Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos

- A aula será ministrada no Laboratório de Informática da escola.

1.1.5 Variáveis locais – hipóteses levantadas

Do conteúdo: Os alunos precisam saber representar a Função Afim através da lei matemática $f(x) = ax + b$.
Dos alunos: Os alunos precisam ter uma noção mínima de uso do computador; Conhecer a representação algébrica da Função Afim.
Do professor: Precisa dominar o conteúdo referente a Função Afim, bem como conhecer e manipular o *software* Geogebra.

1.1.6 Acordo didático

O que se espera das partes envolvidas (professor e aluno) no processo de ensino e aprendizagem.

1.1.6.1 Nessa sessão didática:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.
Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que os possibilite chegar a solução.

Assim, fica evidente que pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve ajudar aos alunos a participarem ativamente das atividades.

1.1.7 Avaliação

A avaliação desta sessão didática será feita através da observação do desempenho dos alunos durante a atividade proposta.

2.1 Análise teórica

O ensino da Função Afim, tanto quanto os das demais funções, constituem um grande desafio para os professores de Matemática. Talvez pelo fato de ser um conteúdo abrangente e que à medida que se aprofunda exige um grau mais elevado de abstração por parte do aprendente, ou pelo fato de suas construções serem um processo bastante laborioso. Construir um gráfico a parir de sua representação tabular é um exemplo claro disto. A começar pela necessidade de se fazer a estimativa de pontos que sejam apropriados para uma visualização gráfica adequada. É bem verdade que no futuro serão abordadas técnicas que possibilitarão uma construção mais rápida e objetiva dos gráficos. Porém até lá é bem provável que muitos estudantes percam a motivação e não estejam mais predispostos a estudar função.

Neste sentido, esta sessão didática propõe o uso do *software* Geogebra para auxiliar na construção do conhecimento sobre Função Afim. O Geogebra permite a representação de funções na sua forma algébrica e gráfica. Permite uma visualização rápida e precisa da representação gráfica da função uma vez que esta seja inserida na sua forma algébrica no campo entrada. Se forem inseridas várias funções afins e outras não afins, pode-se fazer a exploração da diferença nas representações gráficas entre as funções afins e as que não são afins, alterando o estilo e a cor. Pode-se definir um estilo e uma cor para todas as funções afins, e outro estilo e cor para as funções que não são afins. Assim, pode-se destacar a diferença característica na representação gráfica da Função Afim que a distingue das demais funções.

É interessante que todo este processo seja vivenciado numa experiência de construção onde os próprios alunos cheguem às conclusões. Para isto, é necessário que a atividade proposta seja elaborada nesta perspectiva e que o professor assuma uma postura de mediador fazendo uso da pedagogia “mão no bolso”, nunca dando respostas prontas aos alunos. Em vez disso, deve fazer perguntas estimuladoras, orientadoras e esclarecedoras, que os permitam redirecionar o seus olhares sobre o problema e por si mesmos encontrarem a resposta. Esta é uma forma de desenvolver nos alunos uma postura autônoma no processo de aprendizagem.

Vale ressaltar que o uso do *software* pode inclusive prescindir a satisfação momentânea de algumas deficiências anteriores (subsunçores), no desenvolvimento de habilidades atuais. Um exemplo disso é a construção e visualização do gráfico de uma função por um aluno que não domina bem as operações em Z e não manipula a localização de pontos no plano cartesiano, Ele pode construir gráficos e caracterizar funções com o software. Com isso não se pretende afirmar que seja aconselhável prescindir definitivamente das habilidades anteriores. Em algum momento elas precisam ser suprimidas. Um caso semelhante seria um estudante que não domina o algoritmo das operações básicas, mas consegue abstrair nelas e resolver problemas do cotidiano com o auxílio de uma calculadora.

2.2 Conteúdo da Sessão Didática

Representação e identificação da Função Afim com o auxílio do software Geogebra.

2.2.1 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Uma função $f : R \to R$ chama-se Função Afim quando existem números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$.

O gráfico de uma Função Afim é uma reta.

2.2.2 O plateau

Identificar a Função Afim na sua forma algébrica e tabular.

2.2.3 a pergunta

A interação entre professor e alunos durante as etapas maturação e solução acontecerá através de questionamentos. Quando o aluno fizer uma pergunta ao professor, este responderá com outra pergunta que estimule, oriente ou esclareça o aluno na busca pela resposta.

Pergunta principal:

Quais as características da representação algébrica e gráfica da Função Afim?

Perguntas reflexivas:

O que eu faço para inserir uma função na forma algébrica no Geogebra?

Qual o comando para inserir um expoente de uma expressão no campo entrada do Geogebra?

Para que serve o botão mover janela de visualização do Geogebra.

Qual característica da representação gráfica diferencia a Função Afim das demais.

Perguntas desafiadoras*:* deve dimensionar o trabalho do aluno para fazer descobertas.

Como represento algébrica e graficamente uma Função Afim no Geogebra?

Como alterar o estilo e a cor de uma representação no Geogebra?

Se alterarmos o estilo e a cor de uma representação algébrica no Geogebra, essa alteração migra automaticamente para representação gráfica, e vice versa?

2.2.4 Objetivos da 'sessão didática' – nortes.

2.2.4.1 Objetivo geral

Representar algébrica e graficamente a Função Afim com o auxílio do Geogebra.

2.2.4.2 Ainda objetivamos com essa sessão didática:

- Representar graficamente a Função Afim a partir da representação algébrica.
- Identificar a Função Afim a partir de sua representação algébrica.
- Identificar os coeficientes **a** e **b** na representação algébrica da Função Afim.

- Reconhecer o gráfico da Função Afim como uma reta.
- Estimular os estudantes a utilizarem os softwares educativos como recurso auxiliar no processo de aprendizagem.

3. Tomada de posição

3.1 Apresentação do acordo didático aos alunos elaborado no item 1.1.6.

3.2 Situação desafiadora:

Os alunos serão divididos em duplas para realização da atividade. Dois alunos por computador no laboratório de informática.

O professor concede um tempo para que os alunos se familiarizem com o *software*. Em seguida o professor propõe a seguinte atividade:

ATIVIDADE 1 – Geogebra

01) Inserir as seguintes funções no Geogebra e observar as representações gráficas:

$a)\ f(\text{x}) = 5x + 4$
$b)\ g(\text{x}) = 1 + x^2$
$c)\ h(\text{x}) = x$
$d)\ k(\text{x}) = 2x^2 - 3x + 4$
$e)\ j(\text{x}) = -3$
$f)\ \ t(\text{x}) = x^4 - 2$

02) Quais das funções acima são afins? Identifique os coeficientes a e b.
03) Coloque estilo **três** e cor **azul** para as funções afins e estilo **três** e cor **vermelha** para as funções que não são afins.
04) Qual a característica comum aos gráficos das funções afins?
05) Crie outras funções afins na forma algébrica, insira-as no Geogebra e visualize suas representações gráficas.
06) Apresente um resumo das conclusões usando linguagem matemática.

4. Maturação

Os alunos irão se debruçar sobre essa atividade, contextualizando, pensando, questionando, procurando compreender. Serão estimulados a apresentar suas hipóteses. Também poderão expor suas dúvidas. Nesta etapa se inicia o uso da pergunta. O aluno pode manifestar suas dúvidas através de perguntas, aos colegas ou ao professor.

O que faço para inserir a função no Geogebra?
O professor responde com outra pergunta ou um contra exemplo.
Possibilidades:
Será que é possível inserir diretamente a função na zona algébrica ou na zona gráfica?
A tendência é que os alunos descubram que a inserção deve ser feita no campo entrada.

4.1.1 O erro

Caso os alunos não consigam encontrar uma resposta matematicamente correta, o professor aproveita a proposição do aluno para redirecioná-lo a outro caminho que o leve a solução. Esta é uma proposta recursiva.

4.2 Dificuldades no desenvolvimento da solução da situação proposta:

É possível que alguns alunos tenham dificuldade no manuseio das ferramentas do software por não ter familiaridade com o uso do computador. Isto pode implicar num desafio a mais, uma vez que o professor deverá fazer a intervenção programada a partir da postura 'mão no bolso', para que este aluno e/ou dupla conclua a atividade. No entanto, como esta dupla estará caminhando em passos mais lentos que as demais, o professor poderá ter dificuldade em dá assistência 'simultânea' as demais dupla quando solicitado. Além disso, o ritmo de assimilação (por construção) do conteúdo geralmente é diferente para cada dupla. É possível que uma dupla tenha concluído a atividade, enquanto outra ainda esteja na primeira questão.

5. Solução

Os alunos nesse momento representam as funções propostas na atividade, mantendo a interação com os colegas e o professor e inserem as configurações sugeridas (estilo e cor) para diferenciar as funções afins das que não são afins. O professor continua assistindo ao aluno nas suas dificuldades, mas permanece com a postura 'mão no bolso'. Como as questões da atividade foram elaboradas seguindo o princípio da **Organização Sequencial,** de modo que cada uma contribua gradativamente para a construção dos conhecimentos, a ideia é que todas as duplas cheguem a uma solução satisfatória. A interação com o professor e os colegas deve proporcionar a **Consolidação**, ou seja, a segunda questão só pode ser iniciada pela dupla depois que a primeira for respondida satisfatoriamente e assim por diante, independente do tempo que isso levará e quantas vezes a dupla tiver que refazer a questão. Aqui está o caráter recursivo desta proposta de ensino.

6. Prova

Como a atividade foi acompanhada passo a passo pelo professor, a solução encontrada por cada dupla deve ser satisfatória. Se as soluções encontradas pelas duplas forem diferenciadas (modelos e esquemas diferentes), sugere-se a socialização das mesmas com o uso do *datashow*. Caso contrário, o professor apenas constrói junto com a turma a formalização do conceito (objetivos da aula) no quadro. Nesta sessão as conclusões finais devem convergir para:

Reconhecer a Função Afim com uma função $f: R \to R$ definida por $f(x) = ax + b$ e representada graficamente com uma reta.

7. Considerações

Esta sessão didática foi elaborada numa perspectiva construtivista, em que o aluno participa ativamente da atividade de construção do conhecimento assumindo uma posição de sujeito do seu processo de aprendizagem. A ideia é despertar no aluno o desenvolvimento de uma postura autônoma em relação a sua aprendizagem.

8. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais***:* ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999. 4v.

HOHENWARTER M. e HOHENWARTER J.. Ajuda Geogebra Manual oficial da versão 3.2.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente**. Em Moreira, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44.

RIBEIRO, A. **Ajuda GeoGebra. Manual da versão 3.2.** Tradução e adaptação para português de Portugal. 2009.

SOUZA, M. J. A.. **Informática Educativa na Educação Matemática:** Estudo de geometria no ambiente do Software Cabri-Géomètre. 2001. 154 f. Dissertação (Pós Graduação em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará – UFC. Fortaleza, 2001.

APÊNDICE E

SESSÃO DIDÁTICA 3

Estudo do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente *a* com o auxílio do *software* Geogebra

Por:
Antonio Marcos de Souza

Justificativa metodológica:

Nesta sessão didática serão utilizados os procedimentos metodológicos da Sequência Fedathi, para construção do conhecimento referente a Função Afim. Acredita-se que percorrendo as etapas desta sequência, o aluno assume uma postura autônoma em relação ao seu processo de aprendizagem e possa reproduzir de forma mais substantiva o conhecimento explorado.

1. Preparação da sessão didática:

1.1 Análise ambiental -

1.1.2 público-alvo

Alunos do 1º ano José de Alencar da E.E.F.M. Dep. Ubiratan Diniz de Aguiar.

1.1.2.1 Objetivo a ser alcançado:

- Compreender significativamente conteúdos que envolvem o estudo da Função Afim relacionado à: Comportamento da função a partir da variação coeficiente a. Diferenciar o conceito geral e inclusivo Função Afim em crescente, decrescente e constante.

1.1.3 Materiais

Necessários para o desenvolvimento da sessão didática.

- **Material analógico**: Livro didático, caderno, lápis, borracha, caneta, quadro branco e pincel.

- **Material digital**: Datashow e computador com o software Geogebra (versão 4.4.27) instalado ou ligado a internet para acessar o sítio www.geogebra.org . O navegador deve ter plug-ins do aplicativo Java.

1.1.4 Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos

- As duas aulas serão ministradas no laboratório de informática com o uso do Datashow e dos computadores do laboratório.

1.1.5 variáveis locais – hipóteses levantadas

Do conteúdo: Os alunos precisam saber representar e reconhecer a forma algébrica e gráfica da Função Afim.
Dos alunos: Os alunos já devem conhecer *o software* Geogebra, pois a primeira aula no laboratório de informática foi destinada a esse fim.
Do professor: Precisa dominar o conteúdo referente à Função Afim, bem como conhecer e manipular o *software* Geogebra.

1.1.6 acordo didático

1.1. 6.1 Nessa sessão didática:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.
Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas os possibilite chegar a solução do problema proposto.

Assim, fica evidente que, pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve ajudar aos alunos a participarem ativamente das atividades.

1.1.7 Avaliação

A partir do diagnóstico do *plateau*, pode-se verificar se o aluno avançou durante todo o processo didático, mediante sua participação na sistematização das resoluções apresentadas em sala, pelos alunos, ou seja, é o momento de socialização em busca de uma solução que deve contemplar as hipóteses, contraexemplos e estratégias trabalhadas com o aluno pelo professor.

2.1 Análise teórica

A Função Afim, especificamente, seria o primeiro passo da **Diferenciação Progressiva** do conceito geral e inclusivo função. Muito embora os subsunçores desta etapa de estudo estejam consolidados, as funções a partir de agora assumem características peculiares. Essas características futuramente constituirão elementos de comparação entre os diversos tipos de função, bem como permitirão a **Reconciliação Integrativa** entre os conceitos dessas funções. Essa diferenciação progressiva e reconciliação integrativa dos conceitos referentes as funções é bastante dificultado pelo processo laborioso dessas construções.

Com esta sessão didática, pretende-se diferenciar o conceito geral e inclusivo Função Afim em: Função Afim crescente, Função Afim decrescente e Função Afim constante, a partir da variação do valor do coeficiente a. Para tanto serão utilizadas as ferramentas do Geogebra em uma atividade criteriosamente elaborada para que os alunos fazendo simulações e observações cheguem a construção destes conceitos.

Espera-se que, após esta experiência de construção a exploração algébrica destes conceitos através de exercícios seja facilitada e que a consolidação deste conteúdo seja concretizada de forma significativa.

2.2 Conteúdo da Sessão Didática

Diferenciação do conceito Função Afim em crescente, decrescente e constante a partir da variação do coeficiente ***a.***

2.2.1 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Ao final da sessão os alunos deverão saber que:

Uma função $f : R \to R$ chama-se Função Afim quando existem dois números reais *a* e *b* tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$.

Seja a Função Afim representada por $f(x) = ax + b$, com *a* e *b* reais, pode-se afirmar que:

A variação do coeficiente *a* (que representa a inclinação da reta) diferencia a função *f* em crescente (a>0), decrescente (a<0) e constante (a=0). Esta diferenciação também pode ser expressa na forma de mapa conceitual.

2.2.2 O plateau

Representar e reconhecer a forma algébrica e gráfica da Função Afim. Assegurar que os alunos dominassem uma linguagem adequada para descrever as construções que serão feitas através das simulações no Geogebra. Exemplos: Movimentos de rotação e translação; Movimentos no sentido horário e anti-horário; conceitos de ascendência e descendência associados ao crescimento e decrescimento de retas.

2.2.3 A pergunta

Devem ser postas pelo professor para facilitar ao aluno a resolução do problema colocado. As perguntas dos alunos devem ser respondidas com contraexemplos, os professores não devem dar respostas prontas aos alunos, e nesse sentido, a aprendizagem passa a ser consequência.

Pergunta principal:

O que o coeficiente a representa na Função Afim?

Perguntas reflexivas:

***Perguntas desafiadoras**:* deve dimensionar o trabalho do aluno para fazer descobertas.

O acontece quando o coeficiente **a** é igual a zero?

O que o coeficiente **b** representa no gráfico da função?

O que determina o crescimento e o decrescimento da Função Afim?

O que significa o zero (ou raiz) da função no gráfico?

2.2.4 Objetivos da 'sessão didática' – nortes.

2.2.4.1 Objetivo geral: Analisar o comportamento da Função Afim a partir da variação de seus coeficientes.

2.2.4.2 Ainda objetivamos com essa sessão didática:

Compreender o que o coeficiente **a** representa no gráfico da função.
Diferenciar funções afins crescentes e decrescentes.

3.0 Tomada de posição

3.1 Apresentação do acordo didático aos alunos elaborado no item 1.1.6.

3.2 Situação desafiadora:

Os alunos serão divididos em duplas para realização da atividade. Dois alunos por computador no laboratório de informática.
Como os alunos já tiveram no mínimo um primeiro contato com o software na aula anterior, o professor já inicia a sessão propondo a seguinte atividade.

ATIVIDADE 2 – Geogebra

Situação desafiadora: Inserir a função $f(x) = ax + b$ no Geogebra. Em seguida, usar o controle deslizante para alterar o valor dos coeficientes *a* e *b* e observar o comportamento do gráfico da Função Afim para responder as seguintes questões:

07) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando alteramos o valor do coeficiente *a*?
08) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente *a* assume valores positivos?
09) O que com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente *a* assume valores negativos?
10) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente *a* assume valor nulo?
11) O que se pode concluir a respeito do que o coeficiente *a* determina na Função Afim?

12) Faça um resumo das conclusões usando uma linguagem matemática (simbólica).

4. Maturação

Os alunos irão se debruçar sobre essa atividade, contextualizando, pensando, questionando, procurando compreender. Serão estimulados a apresentar suas hipóteses. Também poderão expor suas dúvidas. Nesta etapa se inicia o uso da pergunta. O aluno pode manifestar suas dúvidas através de perguntas, aos colegas ou ao professor.

Hipótese:

É possível que alguns ou todos os alunos tentem inserir diretamente a função na sua forma geral no Geogebra como fizerem com os exemplos da sessão anterior. Caso isto aconteça, o Geogebra abrirá uma janela apresentando este comando como inválido. Dependendo da versão, o próprio programa já sugere uma solução com a seguinte mensagem: “comando inválido. Insira controles deslizantes.”

Caso a versão do programa seja mais antiga a mensagem é apenas acusando o comando inválido. Neste caso é provável que os alunos já iniciem os seus questionamentos.

Exemplo:

Aluno: Professor. Eu não consegui inserir a função. Por que o meu não deu certo?

O professor pode responder com outro questionamento.

Professor: Por que o programa considerou o comando inválido. O que há de diferente entre esta representação e as que foram usadas anteriormente?

Possibilidade de resposta:

Aluno: Por que as outras eram com números e esta é com letras?

Professor: E o que vocês acham que a gente deve fazer?

Aluno: Atribuir valores numéricos aos coeficientes a e b?

Professor: Sim. Mas como a gente pode fazer isso sem perder a representação genérica?

A ideia é que essa sequencia de perguntas leve o aluno a compreender que antes de inserir a função na forma $f(x) = ax + b$, deve-se inserir os coeficientes a e b atribuindo-lhes algum valor numérico.

5. Solução

Os alunos nesse momento começam a fazer as simulações sugeridas nas perguntas da atividade e na interação com os colegas e o professor, organizam respostas e anotam os resultados. O professor continua assistindo ao aluno nas suas dificuldades, mas permanece com a postura 'mão no bolso'. Como as questões da atividade foram elaboradas seguindo o princípio da **Organização Sequencial,** de modo que cada uma contribua gradativamente para a construção dos conhecimentos, a ideia é que todas as duplas cheguem a uma solução satisfatória. A interação com o professor e os colegas deve proporcionar a **Consolidação**, ou seja, a segunda questão só pode ser iniciada pela dupla depois que a que a primeira for satisfatoriamente respondida e assim por diante, independente do tempo que isso levará e quantas vezes a dupla tiver que refazer a questão. Aqui está o caráter recursivo da proposta de ensino.

6. Prova

Como a atividade foi acompanhada passo a passo pelo professor, a solução encontrada por cada dupla deve ser satisfatória. Se as soluções encontradas pelas duplas forem diferenciadas (modelos e esquemas diferentes), sugere-se a socialização das mesmas com o uso do datashow. Caso contrario, o professor apenas constrói junto com a turma a formalização do conceito (objetivos da aula) no quadro. Nesta sessão as conclusões finais devem convergir para:

Seja a função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax + b$ e representada graficamente com uma reta,

A variação do coeficiente **a** (que representa a inclinação da reta) diferencia a função **f** em crescente (a>0), decrescente (a<0) e constante (a=0).

7. Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BORGES N. H. *et* all **Sequência Fedath**: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática. 2013.

BARROSO J. M. **Conexões com a Matemática**. Volume 1. São Paulo, 2010.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume 1. São Paulo, 2011.

GIOVANE J. R. & BONJORNO J. R. **Matemática Completa**. Volume 1. São Paulo, 2005.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente**. Em Moreira, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2020. Aceito para publicação, *Qurriculum,* La Laguna, Espanha, 2012.

SOUSA, F. E. E. de. et all. (2013). *Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e ciência*. Fortaleza: UFC, 2013

APÊNDICE F

SESSÃO DIDÁTICA 4
Estudo do comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente *b* com o auxílio do software Geogebra

Por:
Antonio Marcos de Souza

Justificativa metodológica:

Nesta sessão didática serão utilizados os procedimentos metodológicos da Sequência Fedathi, para construção do conhecimento referente a Função Afim. Acredita-se que percorrendo as etapas desta sequência, o aluno assume uma postura autônoma em relação ao seu processo de aprendizagem e pode reproduzir de forma mais substantiva o conhecimento explorado.

1. Preparação da sessão didática:

1.1 Análise ambiental

1.1.2 público-alvo

Alunos do 1º ano José de Alencar da E.E.F.M. Dep. Ubiratan Diniz de Aguiar.

1.1.2.1 Objetivo a ser alcançado:

- Compreender significativamente conteúdos que envolvem o estudo da Função Afim relacionados à: Comportamento da função a partir da variação coeficiente b; Diferenciar o conceito geral e inclusivo Função Afim em constante e polinomial do 1º grau.

1.1.3 materiais – necessários para o desenvolvimento da 'sessão didática'.

- **material analógico**: Livro didático, caderno, lápis, borracha, caneta, quadro branco e pincel.
- **material digital**: Datashow e computador com o *software* Geogebra (versão 4.4.27) instalado ou ligado a internet para acessar o sítio www.geogebra.org . O navegador deve ter plug-ins do aplicativo java.

1.1.4 Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos

- As duas aulas serão ministradas no laboratório de informática com o uso do *Datashow* e dos computadores do laboratório.

1.1.5 variáveis locais – hipóteses levantadas

Do conteúdo: Os alunos precisam saber representar e reconhecer a forma algébrica e gráfica da Função Afim.
Dos alunos: Os alunos já devem conhecer *o software* Geogebra, pois a primeira aula no laboratório de informática foi destinada a esse fim.
Do professor: Precisa dominar o conteúdo referente à Função Afim, bem como conhecer e manipular o *software* Geogebra.

1.1.6 Acordo didático

1.1.6.1 Nessa sessão didática:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.
Aluno: espera que o professor o oriente na atividade, de forma didática, que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas que o possibilite chegar à solução do problema proposto.

Assim, fica evidente que, pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, assumindo uma posição de protagonistas de seu processo de aprendizagem e o professor atua como mediador, ajudando os alunos nesta participação.

1.1.7 Avaliação

A partir do diagnóstico do *plateau*, pode-se verificar se o aluno avançou durante todo o processo didático, mediante sua participação na sistematização das resoluções apresentadas em sala.

2.1 Análise teórica

Com esta sessão didática, pretende-se diferenciar o conceito geral e inclusivo Função Afim em: Função Afim constante e Função Afim polinomial do primeiro grau, a partir da variação do valor do coeficiente ***b***. Para tanto, serão utilizadas as ferramentas do Geogebra em uma atividade criteriosamente elaborada para que os alunos, fazendo simulações e observações, cheguem à construção destes conceitos.

Espera-se que, após esta experiência de construção, a exploração algébrica destes conceitos através de exercícios seja facilitada e que a consolidação deste conteúdo seja concretizada de forma significativa.

2.2 Conteúdo da Sessão Didática

- ✓ Diferenciação do conceito geral e inclusivo Função Afim em constante e polinomial do 1º grau, a partir da variação do coeficiente *b*.
- ✓ Definição de função linear e função identidade.

2.2.1 Saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

Ao final da sessão os alunos deverão saber que:

Uma função $f: R \to R$ chama-se Função Afim **constante**, quando existe um número real b tal que $f(x) = b$, para todo $x \in R$.

Uma função $f: R \to R$ chama-se Função Afim **polinomial do 1º grau**, quando existem dois números reais a e b, com $a \neq 0$ tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$. No caso, em que $b = 0$, a função polinomial do 1º grau chama-se **linear**. No caso mais específico que $a = 1$ e $b = 0$, a função linear chama-se **identidade**.

2.2.2 O plateau

Representar e reconhecer a forma algébrica e gráfica da Função Afim. Assegurar que os alunos dominassem uma linguagem adequada para descrever as construções que serão feitas através das simulações no Geogebra. Exemplos: Movimentos de rotação e translação; Movimentos no sentido horário e anti-horário; Conhecimento a respeito dos quatro quadrantes que dividem o plano cartesiano.

2.2.3 a pergunta

Devem ser postas pelo professor para facilitar ao aluno a resolução do problema colocado. As perguntas dos alunos devem ser respondidas com contra-exemplos, os professores não devem dar respostas prontas aos alunos, e nesse sentido, a aprendizagem passa a ser consequência.

Pergunta principal:

O que o coeficiente ***b*** representa na Função Afim?

Perguntas reflexivas:

Perguntas desafiadoras*:* deve dimensionar o trabalho do aluno para fazer descobertas.

O acontece quando o coeficiente *b* é igual a zero?

O que o coeficiente *b* representa no gráfico da função?

2.2.4 Objetivos da 'sessão didática' – nortes.

2.2.4.1 Objetivo geral: Analisar o comportamento da Função Afim a partir da variação do coeficiente b.

2.2.4.2 Ainda objetivamos com essa sessão didática:

Compreender o que o coeficiente *b* representa no gráfico da função.

Diferenciar o conceito geral e inclusivo Função Afim constante e polinomial do 1º grau.

Definir as funções linear e identidade.

3.0 Tomada de posição

3.1 Apresentação do acordo didático aos alunos elaborado no item 1.1.6.

3.2 Situação desafiadora:

Os alunos serão divididos em duplas para realização da atividade. Dois alunos por computador no laboratório de informática.

Como os alunos já tiveram no mínimo um primeiro contato com o software na aula anterior, o professor já inicia a sessão propondo a seguinte atividade.

ATIVIDADE 3 – Geogebra

Situação desafiadora: Inserir a função $f(x) = ax + b$ no Geogebra. Em seguida, usar o controle deslizante para alterar o valor dos coeficientes *a* e *b* e observar o comportamento do gráfico da Função Afim para responder as seguintes questões:

13) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando alteramos o valor do coeficiente *b*?
14) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente *b* assume valores positivos?
15) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente *b* assume valores negativos?
16) O que acontece com o gráfico da Função Afim quando o coeficiente *b* assume valor nulo? Qual o nome da função gerada?
17) Qual a relação entre o eixo das ordenadas (eixo y) e o valor do coeficiente *b* no gráfico da Função Afim?
18) Quando o coeficiente *a* assume valor nulo que tipo de função é gerada?
19) Quando o coeficiente *a* assume valor 1 e o coeficiente *b* assume valor nulo que tipo de função é gerada?
20) Com base nas observações feitas nas questões 4, 6 e 7, defina as funções linear, constante e identidade.

4. Maturação

Os alunos irão se debruçar sobre essa atividade, contextualizando, pensando, questionando, procurando compreender. Serão estimulados a apresentar suas hipóteses. Também poderão expor suas dúvidas. Nesta etapa, se inicia o uso da pergunta. O aluno pode manifestar suas dúvidas através de perguntas, aos colegas ou ao professor.

5. Solução

Os alunos, nesse momento, começam a fazer as simulações sugeridas nas perguntas da atividade e na interação com os colegas e o professor, organizam suas respostas e anotam os resultados. O professor continua assistindo ao aluno nas suas dificuldades, mas permanece com a postura ‘mão no bolso’. Como as questões da atividade foram elaboradas seguindo o princípio da **Organização Sequencial,** de modo que cada uma contribua gradativamente para a construção dos conhecimentos, a ideia é que todas as duplas cheguem a uma solução satisfatória. A interação com o professor e os colegas deve proporcionar a **Consolidação**, ou seja, a segunda questão só pode ser iniciada pela dupla depois que a primeira for satisfatoriamente respondida e assim por diante, independente do tempo que isso levará e quantas vezes a dupla tiver que refazer a questão. Aqui está o caráter recursivo da proposta de ensino.

6. Prova

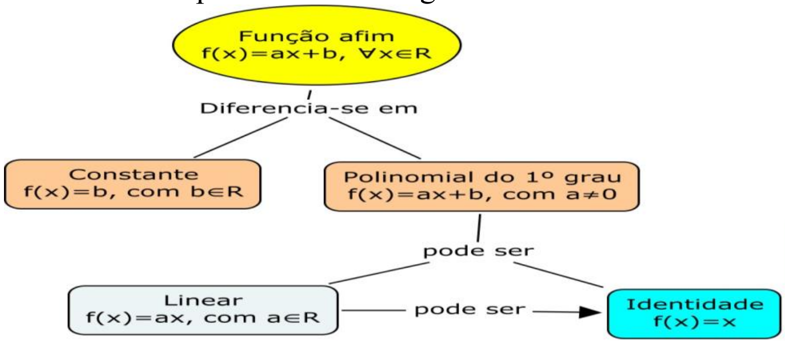
Como a atividade foi acompanhada passo a passo pelo professor, a solução encontrada por cada dupla deve ser satisfatória. Se as soluções encontradas pelas duplas forem diferenciadas (modelos e esquemas diferentes), sugere-se a socialização das mesmas com o uso do *datashow*. Caso contrário, o professor apenas constrói junto com a turma a formalização do conceito (objetivos da aula) no quadro. Nesta sessão as conclusões finais devem convergir para:

Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se Função Afim **constante**, quando existe um número real b tal que $f(x) = b$, para todo $x \in R$.

Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se Função Afim **polinomial do 1º grau**, quando existem dois números reais a e b**,** com $a \neq 0$ tal que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in R$. No caso, em que $b = 0$, a função polinomial do 1º grau chama-se **linear**. No caso mais específico que $a = 1$ e $b = 0$, a função linear chama-se **identidade**.

Este resultado também pode ser expresso na forma de mapa conceitual.

Figura 29: Mapa conceitual diferenciação da Função Afim em constante e polinomial do 1° grau.



Fonte: Pesquisa direta

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BORGES N. H.et all **Sequência Fedathi**: Uma proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática. 2013.

BARROSO J. M. **Conexões com a Matemática**. Volume 1. São Paulo 2010.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume 1. São Paulo, 2011.

GIOVANE J. R. & BONJORNO J. R. **Matemática Completa**. Volume 1. São Paulo 2005.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente**. Em Moreira, M.A., Caballero, M.C. e Rodríguez, M.L. (orgs.) (1997). Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo. Burgos, España. pp. 19-44.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2020. Aceito para publicação, *Qurriculum,* La Laguna, Espanha, 2012.

SOUSA, F. E. E. de. et all. (2013). ***Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e ciência***. Fortaleza: UFC, 2013

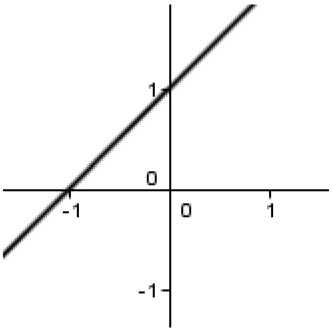
APÊNDICE G
PÓS-TESTE

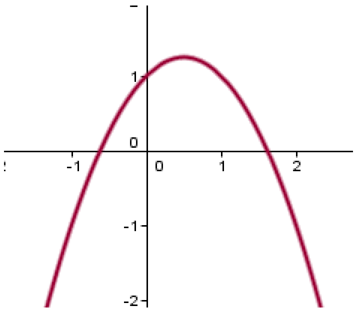
ALUNO(A):____________________________________SÉRIE/ANO:____

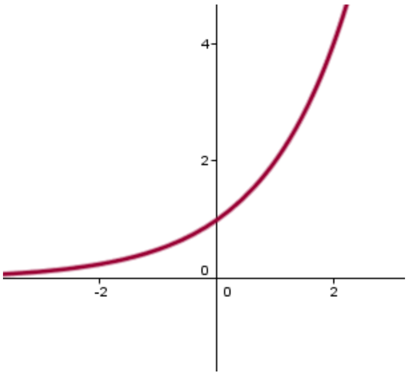
1) Defina Função Afim.

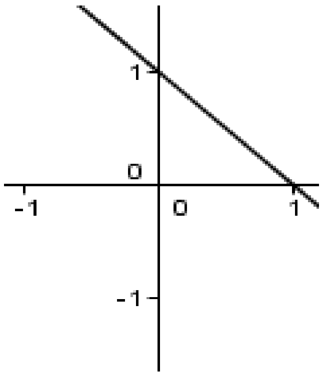
2) Quais das funções abaixo são afins?
   a) $f(x) = x^2 + 3$
   b) $f(x) = x$
   c) $f(x) = 3x + 1$
   d) $f(x) = \text{sen}\, x$
   e) $f(x) = -2x + 7$
   f) $f(x) = 2^x$

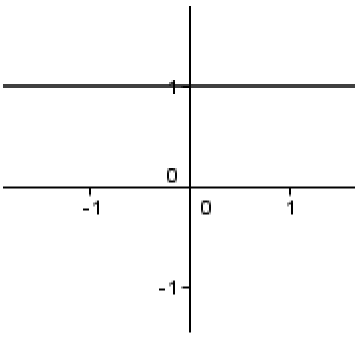
3) Quais dos gráficos abaixo representam funções afins?

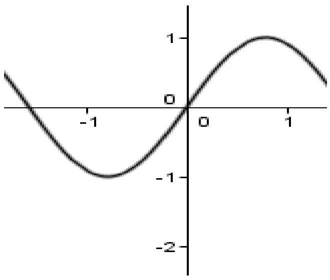
a)


b)


c)


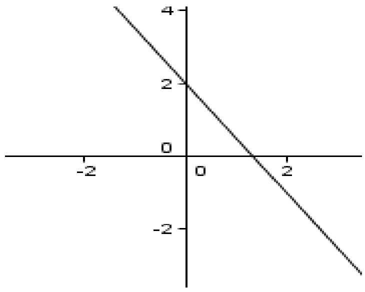
d)


f)


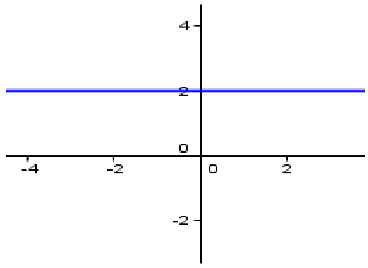


05) Seja a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = 1{,}5x + 2$, qual das representações abaixo correspondem ao gráfico de f ?

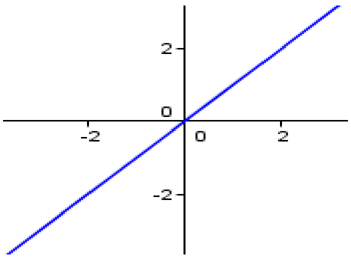
a)



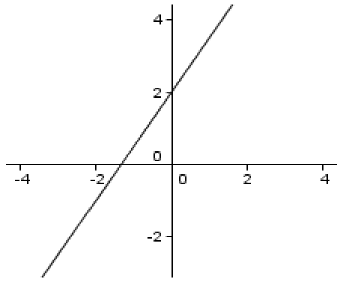
b)



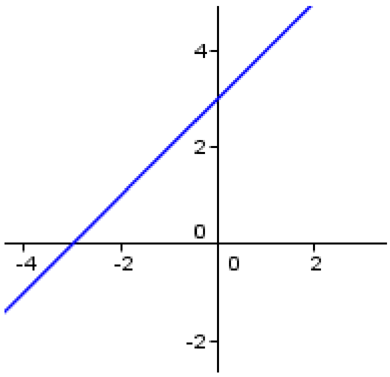
c)



d)



06) O gráfico abaixo representa uma função $f: R \to R$.



Pode-se afirmar que f é:

a) Uma Função Afim crescente

b) Uma Função Afim decrescente

c) Uma função identidade

d) Uma função constante

07) Seja a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = -7$. Pode-se afirmar que f é:

a) Uma Função Afim crescente

b) Uma Função Afim decrescente

c) Uma função identidade

d) Uma função constante

08) Relacione cada função às suas respectivas representações algébricas:

(A) $f(x) = 2$ ( ) Função Afim crescente

(B) $f(x) = -3x + 7$ ( )Função Afim decrescente

(C) $f(x) = 2x + 3$ ( )Função Afim constante

09) Na produção de peças, uma indústria tem um custo fixo de R$ 8,00 mais um custo variável de R$ 0,50 por unidade produzida. Sendo **x** o número de unidades produzidas. Qual o custo de 100 peças?

10) (Fuvest –SP) Um estacionamento cobra R$6,00 pela primeira hora de uso, R$3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$ 320,00. Considere um dia em que sejam cobrados no total 80 horas de estacionamento. O número mínimo de usuários para que o estacionamento obtenha lucro nesse dia é:

a) 25
b) 26
c) 27
d) 28
e) 29

ANEXO A
MODELO DE SESSÃO DIDÁTICA

Por:
Maria José Costa dos Santos/UFC
Hermínio Borges Neto/UFC

Justificativa metodológica:

Assim, a SF propõe ao aluno que ao confrontar-se com uma situação nova, que ele possa lançar mão da investigação e se debruce sobre a mesma e experiencie vários caminhos que possam levá-lo a uma solução.

1. Preparação da sessão didática:

Na compreensão de que o momento de planejamento é a preparação da 'sessão didática' e que o plano é a execução, ou seja, a SF em ação, ao iniciar a 'sessão didática', de acordo com a SF o professor deve ter feito inicialmente a análise ambiental e a análise teórica que compreendem: o diagnóstico do *plateau* (nível de conhecimento e experiência do aluno acerca do assunto a ser abordado); o conteúdo a ser trabalhado; deve se preocupar nesse momento inicial também com a pergunta inicial de formas e visões distintas, escolhas do material, *lócus,* dentre outras. O ponto de partida deve ser uma situação compreendida e entendida pelos alunos, tomando como referência o *plateau* de conhecimento.

1.1 Análise ambiental -

1.1.2 público-alvo –

1.1.2.1 Objetivo a ser alcançado:

1.1.3 materiais –

os necessários para o desenvolvimento da 'sessão didática'.

- **material analógico**: folha de papel sulfite, lápis de cores.

- **material digital**: computador com o software

1.1.4 Duração da aula:

1.1.5 variáveis locais – hipóteses levantadas

- do conteúdo:

- dos alunos:
- do professor:

1.1.6 acordo didático –

Para a SF acordo didático é o conjunto de regras que regem a relação na sala de aula envolvendo professor – conteúdo– aluno.

1.1. 6.1 Nessa sessão didática:

Professor: espera dos alunos que eles participem ativamente das ações didáticas em todos os momentos.
Aluno: espera que o professor os oriente na atividade, de forma didática que os possibilite avançar na atividade proposta, apontando-lhe ferramentas didáticas os possibilite chegar a solução do problema proposto.

Assim, fica evidente que pelo acordo didático, todos devem participar ativamente da atividade, todos serão protagonistas e a mediação do professor deve ajudar aos alunos a participarem ativamente das atividades.

1.1.7 Avaliação –

A partir do diagnóstico do *plateau*, pode-se verificar se o aluno avançou durante todo o processo didático, mediante sua participação na sistematização das resoluções apresentadas em sala, pelos alunos, ou seja, é o momento de socialização em busca de uma solução que deve contemplar as hipóteses, contraexemplos e estratégias trabalhadas com o aluno pelo professor.

2.1 análise teórica -

O conteúdo em jogo.

2.2 Conteúdo da Sessão Didática

2.2.1 saber científico do conteúdo abordado nesta sessão didática

2.2.2 o plateau - conhecimento/experiência prévia da turma relacionados ao conhecimento a adquirir**.**

__2.2.3 A pergunta__

Devem ser postas pelos professores para facilitar ao aluno a resolução do problema colocado. As perguntas dos alunos devem ser respondidas com contra-exemplos, os professores não devem dar respostas prontas aos alunos, e nesse sentido, a aprendizagem passa a ser consequência.

Pergunta principal: é a pergunta norteadora da 'sessão didática'

Perguntas reflexivas: são as que têm por objetivo verificar o que e como os alunos estão entendendo sobre o que está sendo apresentado(ou solicitado), levando-os a reformular o que estão aprendendo e a realizar associações do conteúdo novo com outro já assimilado.

Perguntas desafiadoras*:* deve dimensionar o trabalho do aluno para fazer descobertas.

__2.2.4 objetivos da 'sessão didática' – nortes.__

2.2.4.1 Objetivo geral:

2.2.4.2 Ainda objetivamos com essa sessão didática:

3. Tomada de posição

3.1 Apresentação do acordo didático aos alunos.

3.2 situação desafiadora:

3.2 hipóteses:

As hipóteses aparecem quando os alunos buscam os caminhos para constatar ou testar as suas respostas e verificar se elas estão corretas, essa busca geralmente é realizada mediada pela própria linguagem matemática ou a partir de uma explicação, seja ela oral ou escrita em linguagem comum. (SOUSA et all, 2013).

4. Maturação

Momento importante, momento de 'debruçamento' do aluno sobre o problema. Vale explicar que a palavra "debruçamento" é oriunda do francês *débrouiller*, e o seu significado consiste em se "debruçar sobre um problema", pensar, contextualizar e procurar compreender. Nesse momento a postura didática do professor é a da não intervenção (pedagogia *mão-no-bolso*) ou intervenção programada para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas se for possível, pois matemática é uma atividade coletiva. (SANTANA et al, 2003)

4.1 Contra-exemplos:

Para que servem? Caso o aluno não consiga responder com qualidade a atividade, o professor deve intervir, não dando as respostas, mas usando uma estratégia didática que os leve a essa reconstrução.

4.1.1 O erro

Na SF o erro do aluno deve ser trabalhado não para puni-lo, mas para que o professor possa reelaborar sua pergunta inicial, e proporcionar ao aluno um reinvestimento na solução da situação.

4.2 dificuldades no desenvolvimento da solução da situação proposta:

As dificuldades cognitivas dos alunos devem ser corrigidas por ele mesmo, mediadas pelo professor.

5. Solução

Os alunos, nesse momento, representam e organizam as soluções encontradas, apresentam esquemas que objetivem a solução.

5.1 Contra-exemplos dessa sessão didática

-

6. Prova

Delineia a etapa em que o estudante faz a verificação da solução encontrada confrontando o resultado com os dados apresentados. Na ocasião, o professor deve fazer uma analogia com os modelos científicos preexistentes, formaliza o conhecimento construído e formaliza matematicamente o modelo apresentado.

6.2 Análises finais da sessão didática -

6.2.1 Da transcrição da atividade

A tomada de posição deve ser analisada por se constituir objeto principal de conhecimentos prévios para posteriores abordagens e por esclarecer melhor a continuidade da experimentação, e por ser também a norteadora da 'sessão didática'.

6.2.2 Dos fatores que podem atrapalhar o bom andamento da 'sessão didática'

Exemplos:

1. A estrutura da sala, a falta de material adequado;
2. A não compreensão do 'acordo didático', devido ter surgido perguntas repetitivas sobre o assunto.
3. Falhas na preparação da 'sessão didática' realizadas pelo professor.

6.2.3 Dos fatores que podem contribuir para o bom andamento da 'sessão didática'

Exemplos:

- Motivação dos alunos para participar da 'sessão didática'
- Envolvimento do professor na realização das atividades individuais.

6.2.4 Das conclusões locais – validação ou refutação das hipóteses levantadas

Exemplos:

c) possíveis dúvidas dos alunos em relação aos conteúdos que não foram pensadas pelo professor

d) o tempo didático não foi compatível com o tempo de aprendizagem.

7. Considerações

8. Referências

BORGES NETO, H. e Dias, A. M. I. Desenvolvimento do raciocínio lógico- matemático no 1º grau e na pré-escola. Cadernos de Pós-Graduação em Educação: Inteligência – enfoques construtivistas para o ensino da leitura e da matemática. v. 2 Fortaleza, CE: Imprensa Universitária/UFC, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, DF: MEC/SEESP, 1997.

SOUSA, F. E. E. de. et all. (2013). *Sequência Fedathi: uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática e ciência*. Fortaleza: UFC, 2013.