



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**

JONATHAN HARYSON ARAÚJO AGUIAR

**A MOSCA, A FORMIGA E A GOTA DE MEL: UM ESTUDO DE CASO
UTILIZANDO A SEQUÊNCIA FEDATHI NA FORMAÇÃO DE CONCEITOS DA
GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DE ABORDAGENS ALTERNATIVAS**

MOSSORÓ-RN

2018

JONATHAN HARYSON ARAÚJO AGUIAR

**A MOSCA, A FORMIGA E A GOTA DE MEL: UM ESTUDO DE CASO
UTILIZANDO A SEQUÊNCIA FEDATHI NA FORMAÇÃO DE CONCEITOS DA
GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DE ABORDAGENS ALTERNATIVAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Profa. Ma. Angélica de Freitas Alves

Coorientador: Prof. Dr. Odacir Almeida Neves

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

A282m Aguiar, Jonathan Haryson Araújo.
A mosca, a formiga e a gota de mel: um estudo de caso utilizando a Sequência Fedathi na formação de conceitos da Geometria Espacial através de abordagens alternativas / Jonathan Haryson Araújo Aguiar. - 2018.
102 f. : il.

Orientadora: Angélica de Freitas Alves.
Coorientador: Odacir Almeida Neves.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2018.

1. Sequência Fedathi. 2. Geometria Espacial.
3. GeoGebra. 4. Ensino Médio. I. Alves, Angélica de Freitas, orient. II. Neves, Odacir Almeida, co-orient. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

JONATHAN HARYSON ARAÚJO AGUIAR

**A MOSCA, A FORMIGA E A GOTA DE MEL: UM ESTUDO DE CASO
UTILIZANDO A SEQUÊNCIA FEDATHI NA FORMAÇÃO DE CONCEITOS DA
GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DE ABORDAGENS ALTERNATIVAS**

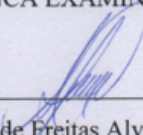
Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFRSA, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Profa. Ma. Angélica de Freitas Alves

Coorientador: Prof. Dr. Odacir Almeida Neves

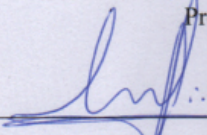
APROVADA EM: 30 / 05 / 2018

BANCA EXAMINADORA




Angélica de Freitas Alves - UFRSA

Presidente



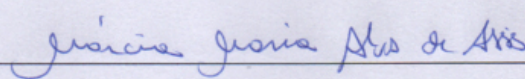
Dr. Odacir Almeida Neves - UFRSA

Membro interno



Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia- UFRSA

Membro interno



Dra. Márcia Maria Alves de Assis – UERN

Membro externo

MOSSORÓ-RN

2018

Aos meus pais, Francisco Eudes e Maria Neide,
que me impulsionaram diariamente com seu
amor, trabalhando-o com momentos de apoio e
palavras de motivação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por sempre guiar meus passos, concedendo-me, principalmente, discernimento e sanidade.

Aos meus orientadores Prof. Dr. Odacir Almeida Neves e Profa. Ma. Angélica de Freitas Alves, pelas valiosas contribuições durante a realização desta pesquisa.

Ao coordenador do curso Prof. Dr. Antônio Ronaldo Gomes Garcia, por todas as palavras de incentivo nas sextas-feiras.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação PROFMAT da UFERSA, pelo compromisso, flexibilidade, confiança, criatividade e preocupação com relação ao meu desempenho acadêmico.

À CAPES, por fomentar financeiramente este trabalho.

Aos amigos de mestrado Maírton Brasileiro de Sousa e Francisco Cleuton de Araújo, por todas as viagens compartilhadas entre Juazeiro do Norte/CE e Mossoró/RN

Aos colegas de profissão, por fazerem do magistério um propósito e não uma obrigação.

À minha tia Maria de Fátima Aguiar Colares e minha avó Ana Ximenes de Aguiar, por não medirem esforços para que eu chegasse a esta etapa da minha vida.

À minha namorada Maria Emanuela Cordeiro Alves, por todo afeto e compreensão.

Arquimedes será lembrado enquanto Ésquilo foi esquecido, porque os idiomas morrem, mas as ideias matemáticas permanecem. “Imortalidade” pode ser uma ideia tola, mas provavelmente um matemático está em melhor posição para a obter.

G. H. Hardy

RESUMO

No presente contexto escolar cearense, ainda, são bem visíveis as dificuldades em que se deparam alunos e professores no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esses obstáculos tornam-se mais delicados quando direcionados à concepção e perspectiva de espaços e formas tridimensionais, objeto de estudo da Geometria Espacial. Sendo assim, a referida pesquisa, na tentativa de desenvolver habilidades, técnicas e estratégias para aprimorar o grau de abstração dos envolvidos, apresenta a Sequência Fedathi, um tipo de sessão didática que posiciona a postura mediadora exercida pelo professor como fator significativo na criação e estímulo da autonomia desenvolvida pelo aluno com base na construção do conhecimento que lhe fora proposto. Diante desse cenário, o objetivo da pesquisa trata de um estudo de caso da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”, no qual, mediada pela Sequência Fedathi, analisará a formação de conceitos da Geometria Espacial sob a ótica de três abordagens: tradicional, materiais manipuláveis e a aplicação do *Software* GeoGebra. As atividades foram desenvolvidas com alunos da 2ª Série do Ensino Médio de uma escola pública de Fortaleza, organizados em 42 grupos e subdivididos em 14 deles por abordagem. Ao final das apresentações, discussões e resultados, foram compartilhados com considerações sobre o que foi ou não conveniente encontrado na problemática com relação à abordagem que lhes foram designadas.

Palavras-chave: Ensino Médio. GeoGebra. Geometria Espacial. Sequência Fedathi.

ABSTRACT

In the present school context in Ceará, it is still evident the difficulties in which students and teachers face concerning the teaching and learning process in Mathematics. These obstacles become more sensitive when it is directed to the conception and perspective of spaces and tridimensional shapes, Spatial Geometry's object of study. Therefore, the present research, aiming to develop abilities, techniques and strategies to improve the degree of abstraction of those involved, it is introduced the Fedathi Sequence, a kind of didactics session that places the mediating posture applied by the teacher as a significant factor in the building and stimulus of the autonomy developed by the student, based on the knowledge construction that is proposed. Within this setting, the present work concerns a case study of the problem situation "The fly, the ant and the honey drop", in which, mediated by the Fedathi Sequence, will analyze the formation of the Spatial Geometry's concepts under the vision of three approaches: traditional, manipulable materials and the application of the GeoGebra software. The activities were developed with students in the second grade at high school of a public school in Fortaleza, organized into 42 groups and subdivided into 14 of them by approach. At the end of the presentations, discussions and results were shared with considerations about what was appropriate or not that was found in the problem regarding the approaches designated.

Keywords: High School. GeoGebra. Spatial Geometry. Fedathi Sequence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tela inicial do <i>Software</i> GeoGebra 5.0.....	36
Figura 2 – Exemplos de polígonos	40
Figura 3 – Exemplos de não polígonos	41
Figura 4 – Polígonos Regulares.....	41
Figura 5 – Polígonos Irregulares	42
Figura 6 – Polígono Côncavo e Polígono Convexo	42
Figura 7 – Elementos de um polígono.....	43
Figura 8 – Elementos de um poliedro.....	44
Figura 9 – Poliedro Convexo e Poliedro não Convexo	45
Figura 10 – Poliedros Platônicos.....	46
Figura 11 – Poliedros Duais	47
Figura 12 – Poliedros de Platão associados aos elementos primordiais da natureza	50
Figura 13 – Construção geométrica da soma de dois segmentos	54
Figura 14 – Copo – visão em perspectiva	55
Figura 15 – Copo – visão lateral	55
Figura 16 – Copo – visão superior	55
Figura 17 – Relação professor-aluno-saber na Sequência Fedathi.....	56
Figura 18 – Interação multilateral entre professor e alunos	58
Figura 19 – Tipos de questionamentos em relação à situação-problema	59
Figura 20 – Interação bilateral entre professor e alunos durante a discussão e análise das soluções	60
Figura 21 – Desenvolvimento da Sequência Fedathi	61
Figura 22 – Solução do percurso da mosca (Tradicional).....	74
Figura 23 – Solução do percurso da mosca (Materiais Manipuláveis)	75
Figura 24 – Solução do percurso da mosca (<i>Software</i> GeoGebra).....	76
Figura 25 – Solução do percurso da formiga (Tradicional)	78
Figura 26 – Solução do percurso da formiga (Materiais Manipuláveis).....	78
Figura 27 – Solução do percurso da formiga (<i>Software</i> GeoGebra)	79

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito na interpretação da forma da luminária antes e depois da orientação do docente	71
Gráfico 2 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito na posição dos vértices em que se encontram a formiga, a mosca e a gota de mel antes e depois da orientação do docente	72
Gráfico 3 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito com o menor percurso que a mosca fez para alcançar a gota de mel.....	76
Gráfico 4 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito com o menor percurso que a formiga fez para alcançar a gota de mel	79
Gráfico 5 – Percurso mínimo desenvolvido por cada inseto de acordo com os casos propostos pelos grupos.....	89
Gráfico 6 – O uso da Sequência Fedathi oportuniza a construção do conhecimento geométrico através da autonomia do aluno diante da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”?	90
Gráfico 7 – A postura de mediação exercida pelo professor, durante a aplicação da Sequência Fedathi, à problemática em questão torna-o relevante para o estímulo dessa autonomia?	91
Gráfico 8 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria a outras competências e habilidades na Matemática?	92
Gráfico 9 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria às competências e habilidades de outras áreas do conhecimento?	93

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Características da Escola Tradicional	24
Quadro 2 – Atividades que podem utilizar as metodologias didático-pedagógicas.....	35
Quadro 3 – Características das estratégias metodológicas.....	37
Quadro 4 – Nomenclatura dos polígonos	42
Quadro 5 – Nomenclatura dos poliedros.....	45
Quadro 6 – Elementos de um poliedro.....	51
Quadro 7 – Fases da aplicação da Sequência Fedathi.....	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – O uso da Sequência Fedathi oportuniza a construção do conhecimento geométrico através da autonomia do aluno diante da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel?	89
Tabela 2 – A postura de mediação exercida pelo professor, durante a aplicação da Sequência Fedathi, à problemática em questão torna-o relevante para o estímulo dessa autonomia?	90
Tabela 3 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria a outras competências e habilidades na Matemática?.....	91
Tabela 4 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria às competências e habilidades de outras áreas do conhecimento?	92

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 A MATEMÁTICA E A UTILIZAÇÃO DE FERRAMENTAS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM	18
2.1 A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA	18
2.2 ESCOLA TRADICIONAL.....	22
2.2.1 Aspectos Teóricos e Metodológicos da Escola Tradicional	24
2.3 A CONTRIBUIÇÃO DA MATEMÁTICA LÚDICA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO	26
2.3.1 Matemática Lúdica no Ensino Médio	27
2.4 NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: <i>SOFTWARES</i> EDUCATIVOS	28
2.4.1 <i>Software</i> GeoGebra	34
3 TÓPICOS DE GEOMETRIA ESPACIAL	37
3.1 GEOMETRIA: UM BREVE HISTÓRICO	37
3.1.1 Geometria Espacial	39
3.2 POLÍGONOS	40
3.3 POLIEDROS	44
3.3.1 Os Poliedros de Platão	49
3.4 APLICAÇÕES.....	51
3.4.1 Materiais Didáticos Manipuláveis.....	51
3.4.2 O GeoGebra como <i>Software</i> de Geometria Dinâmica	53
4 A SEQUÊNCIA FEDATHI	56
4.1 ATIVIDADE EM GEOGEBRA E A SEQUÊNCIA FEDATHI.....	62
5 METODOLOGIA	64
5.1 AMBIENTE DA PESQUISA	64
5.2 TIPO DE PESQUISA	64
5.3 AMOSTRA DA PESQUISA	66
5.4 PROCEDIMENTOS PARA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE.....	66
6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA ATIVIDADE UTILIZANDO A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA	68
6.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS (PLATEAU).....	68

6.2 USO DA SEQUÊNCIA FEDATHI PARA ANALISAR O DESENVOLVIMENTO DA TURMA NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.....	68
6.2.1 Tomada de Posição: “A mosca, a formiga e a gota de mel”	69
6.2.2 Maturação.....	70
6.2.3 Solução.....	73
6.2.4 Prova	80
6.3 PERCEPÇÃO DOS ALUNOS SOBRE A METODOLOGIA PROPOSTA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI.....	89
6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	93
7 CONCLUSÃO.....	96
REFERÊNCIAS	97
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO: PERCEPÇÃO DOS GRUPOS EM SUAS RESPECTIVAS ABORDAGENS QUANTO À METODOLOGIA PROPOSTA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI.....	103

1 INTRODUÇÃO

Ao fazer uma análise geral da educação, observa-se que esta tem como um dos objetivos criar mecanismos para absorver e modificar atitudes e ações do que está em volta. Nesse sentido, pode-se dizer que o homem, na medida em que vai conseguindo responder aos seus objetivos, vai se educando; sendo este fato percebido desde a antiguidade, devido, principalmente, à própria necessidade de sobrevivência ao longo dos tempos. Assim, uma das formas que o homem identificou para evoluir-se, alcançar seus objetivos e, conseqüentemente, projetar seu futuro foi por meio da ciência, pois através desta que o mundo vislumbra os ideais mais nobres até os mais abstratos.

Atualmente, percebe-se que o desenvolvimento social se apresenta como um fator de fundamental importância para todos os segmentos da vida, principalmente no crescimento intelectual da criança e no seu processo de aprendizagem. Nesse contexto, destacam-se os computadores e as atividades lúdicas, que vêm sendo utilizados pelos professores como recursos para auxiliar na construção do conhecimento e da aprendizagem.

No caso do lúdico, que além de envolver o ato de brincar, possibilita ao aluno a arte de criar, contribuindo também a diminuição da ansiedade, e para aquisição de novas experiências. Existem várias possibilidades de aplicação, uma vez que não se restringe às crianças da Educação Infantil, nem é apenas uma forma de passar o tempo, de simples descontração ou diversão, pois a utilização do lúdico na Matemática para o Ensino Médio, demanda esforço do professor; haja vista que este deve conhecer os interesses de seus alunos de acordo com sua série, elaborando um ambiente interessante e convidativo ao processo de aprendizagem com atividades que permitam o envolvimento e a participação de todos os interessados.

Com os avanços proporcionados com a tecnologia, em que passam a existir novas formas de brincar, utilizando outros meios como celulares, videogames e computadores, surgem outras maneiras que foram substituindo as formas de interação lúdica. Assim, defende-se a utilização do lúdico junto aos alunos como uma forma de tornar o processo de ensino e aprendizagem mais prazeroso, auxiliando na construção do saber de modo progressivo, bem como por possibilitar que cada realidade seja trabalhada diferentemente, considerando-se a individualidade de cada um, suas atividades favoritas e os desafios que eles precisam enfrentar para sobrepor as barreiras de aprender e compreender a Matemática.

Peluso (2011) afirma que o computador, como ferramenta educacional, tem sido utilizado tanto para adquirir conceitos computacionais quanto para ensinar praticamente qualquer assunto, desenvolvendo o intelectual da criança, e que o ensino, utilizando esse tipo de ferramenta, proporciona ao aluno um entendimento sobre praticamente qualquer assunto. No entanto, o autor lembra que, no âmbito educacional, o uso da informática pode proporcionar mudanças significativas; porém a abordagem pedagógica é bastante variada.

Baranauskas, Martins e Assis (2012) menciona também que essa tecnologia vem, ao longo dos anos, mudando praticamente o desenvolvimento de todas as atividades, não sendo diferente na prática educacional, pois no seu contexto geral, pode-se dizer que o surgimento dos sistemas computacionais, para fins de aprendizagem e ensino, tem seguido a história e evolução dos computadores.

Nota-se, diante de todo esse novo cenário apresentado pelas tecnologias de informação, mudanças culturais e de pensamento, modificando a ação cotidiana em sala de aula, pois a nova geração tem a capacidade de desenvolver e de processar muito mais informações do que as gerações anteriores, ainda que de maneira diferente, mas que privilegia uma grande variedade de estímulos informativos.

Nesse sentido, observa-se que a tecnologia vem apresentando cada vez mais um relevante papel no campo da educação. Na informática, pode ser identificado um mecanismo facilitador do ensino-aprendizagem, mais precisamente ao fazer uso de um *software* educativo. No entendimento de Duarte (2009), o uso de *software* educativo busca novos métodos para tornar mais fácil o aprendizado e integrar a realidade dos alunos. No caso da Matemática, programas específicos estão sendo criados para motivar os alunos, realizando experiências que auxiliem no processo de aprendizagem.

No processo educativo, o emprego do computador como ferramenta educacional, tem se apresentado, à medida que vai sendo aprimorado, vantajoso e proveitoso no processo de ensino-aprendizagem. No entanto, é importante destacar que esse tipo de mecanismo, ou seja, o *software* educativo, no contexto educacional inovador e propício ao aprendizado, não deve ser visto como algo que pode ser aplicado sem a orientação dos professores; haja vista que, na educação, o computador deve representar um diferencial no processo de ensino, pois o emprego dele, somente terá sentido na medida em que passar a contribuir como um recurso a mais.

Ao decidir-se pelo uso de um *software* como mecanismo de aprendizagem, o professor deve primeiramente avaliar suas reais possibilidades e limitações de ensino, sabendo

identificar se o *software* escolhido auxilia no aprendizado de forma diferenciada e o que pode ser feito para interagir com seus alunos, de forma criativa e dinâmica.

Assim, frente a essa contextualização, foi estabelecido como objetivo geral desta pesquisa construir um estudo sobre os conceitos geométricos e propriedades da Geometria Espacial utilizando três diferentes métodos: a abordagem tradicional, o uso de materiais manipuláveis e a aplicação do *software* GeoGebra, com análises e discussões sobre quais destes os alunos possuem mais facilidade de aprendizagem.

Nesse contexto, destacam-se os pressupostos teóricos-metodológicos da Sequência Fedathi, que junto com a tecnologia pode contribuir significativamente para o aprendizado dos alunos; isso porque, são desenvolvidos conceitos que aprimoram a dinâmica das atividades, de modo que o aluno tenha mais facilidade em compreender os problemas e propor soluções.

Neste trabalho, pretende-se descrever os aspectos teóricos e metodológicos da escola tradicional, explicar como o material lúdico pode auxiliar no aprendizado dos alunos e evidenciar as contribuições das inovações tecnológicas para o ensino da Matemática.

Para alcançar este objetivo, o trabalho ora apresentado está dividido em sete seções. Na primeira seção, foi mostrada a importância da Matemática com uma abordagem sobre as premissas da escola tradicional. Em seguida, foi feita uma explanação sobre a Geometria Espacial e sua aplicação com materiais didáticos manipuláveis e no GeoGebra. No capítulo seguinte, foi discorrido sobre a descrição do ambiente de estudo, explicando o tipo, a técnica para coleta de dados e amostra da pesquisa. Logo após, foi realizada uma discussão sobre os resultados em que foi utilizado, para avaliação das atividades desenvolvidas pelos alunos, a Sequência Fedathi, que aborda a tomada de posição, maturação, solução e prova. No último capítulo, tem-se a conclusão do estudo.

2 A MATEMÁTICA E A UTILIZAÇÃO DE FERRAMENTAS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Nessa seção, é feita uma abordagem sobre o referencial teórico que trata do tema em estudo. Assim, inicialmente é feita uma explanação sobre a importância da Matemática, seguindo com a descrição da escola tradicional, dos seus avanços ao longo dos anos, bem como sobre seus aspectos teóricos e metodológicos. A discussão segue, apresentando as contribuições da utilização do lúdico no ensino da Matemática e sobre as inovações tecnológicas, como no caso (e uso) do *software* GeoGebra.

2.1 A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA

A importância do ensino da Matemática através de sua história pode ser encarada, sobretudo, por seu valor de motivação à disciplina, pois repassa aos alunos curiosidades, acontecimentos interessantes, estimulando o raciocínio e assimilando o abstrato em seu espaço e forma, tornando a aula diferente e quebrando paradigmas com relação em como ela é, frequentemente, ministrada.

Ao conceituar matemática, o minidicionário de Língua Portuguesa Aurélio Buarque de Holanda Ferreira (2014, p. 234) destaca ser um “substantivo feminino, uma ciência que identifica e analisa a relação existente entre as entidades definidas como abstratas e lógicas”.

Em complemento a esta análise, Lungarzo (2013) realizando uma apreciação sobre a origem epistemológica da palavra, destaca que:

A palavra matemática deriva do grego “mathematike” e do latim “mathematica” cujo sentido é a ciência que se ensina pode também ser definida como ciência que estuda por meio do raciocínio dedutivo, as propriedades dos entes abstratos, bem como as relações que se estabelecem entre eles ou o estudo da quantidade dos corpos, abstração feita da natureza dos corpos, pertencendo à natureza da quantidade. (LUNGARZO, 2013, p. 34).

Lungarzo (2013, p. 35) ainda realiza uma análise complementar sobre a Matemática ressaltando que esta, ainda, pode ser entendida como “um conjunto de disciplinas lógicas que tratam das relações existentes entre grandezas e operações, reúne métodos pelos quais essas relações são dedutíveis de outras conhecidas ou supostas”.

Diante dos vários conceitos dados à Matemática, é primordial que o ensino desta, independentemente do tempo e do espaço, deve-se buscar contemplar a necessidade da sua

adequação para promover o desenvolvimento do aluno; de modo a criar condições para que este possa desenvolver-se social, cultural e profissionalmente, possibilitando que as capacidades em Matemática auxiliem nas suas conclusões.

Seguindo essa linha de raciocínio, destaca-se:

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1998, p. 40).

Os conhecimentos matemáticos, atualmente existentes, não nasceram com a humanidade, resultaram de um longo processo de evolução, consequência de uma demorada prática social através do tempo e em culturas diferentes. Nosso legado matemático dependeu da hereditariedade social, transmitindo-se de geração em geração mediante progressivas acumulações de experiência.

De acordo com Rocha *et al.* (2011, p. 136) “a aquisição do saber matemático, mesmo no século XXI, ainda que de forma elementar é algo difícil de conseguir junto aos alunos”. A mudança dessa realidade necessita que o professor, no decorrer do ano letivo, procure desenvolver atividades que estimulem os alunos, ocasionando um aumento da autonomia destes no fazer matemático.

Segundo Rocha *et al.* (2011), é importante ressaltar que as atividades a serem desenvolvidas por esses profissionais não podem perder de vista dois aspectos que consideramos fundamentais para o tratamento adequado da relação ensino-aprendizagem da Matemática: “a qualidade do ensino de Matemática e a reconceitualização das práticas de sala de aula”.

No primeiro aspecto, o professor deve primar por uma abordagem dos conteúdos que evite se utilizar somente de raciocínios elementares por achar que os alunos não conseguem acompanhar níveis mais avançados do pensamento matemático. Ficar com o conteúdo estancado e repetitivo não garante o aumento da aprendizagem e corre o risco de tornar a aula enfadonha e sem sentido. É importante não perder de vista a formação, por parte do alunado, de uma base conceitual sólida em Matemática.

No segundo aspecto, o professor deve pesquisar recursos didáticos que evitem a transmissão do conteúdo como algo verdadeiro, sem discussão, em que os alunos o exercitem

até que o tenham decorado. A apresentação do conteúdo, pelo professor, deve favorecer situações que surjam questionamentos e críticas, evitando ao máximo, “situações de abordagem da Matemática no plano estritamente individual, utilitarista e imediatista.” (MIGUEL; MIORIM, 2012, p. 4).

Tradicionalmente, a visão de Matemática predominante no currículo escolar está refletida na percepção da sociedade do que venha a ser a disciplina. Desse modo,

Muitos indivíduos consideram a matemática uma disciplina com resultados precisos e procedimentos infalíveis, cujos elementos fundamentais são as operações aritméticas, procedimentos algébricos, definições e teoremas Geométricos. Dessa forma o conteúdo é fixo e seu estado pronto e acabado. É uma disciplina fria sem espaço para a criatividade. (SIQUEIRA, 2007, p. 18).

Com dinamismo, a sociedade evolui e prospera, não se mantendo estática ao longo dos anos. O mesmo acontece com o processo de ensino e aprendizagem.

Nesse contexto evolutivo, não se pode negar a presença do uso da Matemática em muitos fatos e situações do cotidiano de qualquer pessoa tais como: compra-se, vende-se, passa-se troco, recebe-se troco e outros. Parece tão evidente, que na vida prática a Matemática é inquestionável. Segundo Araújo (2010, p. 580), "sem a Matemática, não poderia existir todo o desenvolvimento científico que se processa atualmente".

Observa-se, assim, que a importância da Matemática está ligada às necessidades do indivíduo (importância prática) e ao progresso da humanidade (importância científica), resultando seu valor formativo, informativo e utilitário.

É importante mencionar que a Matemática está constantemente presente na vida cotidiana do homem, seja no contar, no medir ou em inúmeras atividades que por muitas vezes, passam despercebidas. No entanto,

Manifestações Matemáticas são muito mais que apenas manipular notações e operações aritméticas, ou lidar com a álgebra e calcular áreas e volumes, mas principalmente lidar em geral com relações e comparações quantitativas e com as formas espaciais do mundo real, e fazer classificações e inferências. (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 24).

Deste modo, pode-se dizer que a Matemática se encontra nos trabalhos artesanais, bem como nas revelações artísticas e ainda nas práticas comerciais e industriais. Restaurar isso é discutir a Matemática como uma manifestação cultural.

Nesse sentido, é importante apresentar uma aritmética que não é somente uma manifestação de números e de operações, bem como uma geometria que não é feita

simplesmente de figuras e formas perfeitas, sem cores. Há que se relacionar, assim, a matemática a história de seu ensino.

Matos (2013) ressalta uma maneira de colocar em prática a história no ensino, que é seguir cada questão descrita no currículo tradicional por meio de uma explicação da conjunção socioeconômica bem como cultural, no qual aquela teoria ou prática se designou e, ainda, como e porque se desenvolveu. Isso é o que mais comumente se faz nos cursos de história da Matemática. Pode-se adotar um estilo puramente de almanaque, dando nomes, datas e lugares.

Assim sendo, é importante enfatizar que as artes, as ciências e a tecnologia, bem como as religiões, a ética e o comportamento individual e social, se desenvolveram desde a antiguidade na bacia do Mediterrâneo e se impuseram, a partir do século XV, a todo o planeta, tornando-se um instrumento fundamental do colonialismo e do imperialismo. Curioso que nem língua, nem religião, nem costume, nem música, nem culinária, conseguiram se impor em todo o planeta. O que se vê em todas as manifestações culturais é um sincretismo. (D'AMBRÓSIO, 2012, p. 4).

Contudo, no que se refere à Matemática, percebe-se um desenvolvimento de uma ideia falsa e ainda falsificadora em que a Matemática deve ser uma só, ou seja, nas escolas assim como em todas as academias do mundo.

Na Matemática englobam técnicas de explicação, conhecimento, representação, relações com fatos naturais e sociais. Vale ressaltar que, de certa forma, a Matemática trabalha a formação intelectual do indivíduo enquanto sociedade, assim como seus valores, seus critérios de verdade e tomada de decisão. Nota-se, ainda, que essas particularidades também são uma verdade para todas as demais manifestações tanto culturais como científicas. Contudo, atualmente, não se pode ser operacional no mundo sem dominar Matemática, mesmo que esse domínio seja de uma forma não reconhecida nas escolas.

Para um melhor esclarecimento sobre essa explanação, pode-se apresentar como exemplo, a capacidade de se encontrar um endereço, como também de se fazer uma chamada telefônica, ou ainda de se lidar com dinheiro, como no manuseio de uma televisão ou até mesmo de um automóvel. Todos esses exemplos se apresentam como aplicações cotidianas da matemática.

É inegável que o mundo se desenvolveu a partir do padrão apresentado na Europa, que se fixou a partir do Período Colonial. Dessa forma, pode-se dizer que a urbanização, os meios de comunicação, bem como a produção, o desenvolvimento tecnológico e, principalmente, a economia têm Matemática introduzida no seu contexto.

A limitação dos sistemas educacionais, que é controlada pela classe dominante, não reconhece a Matemática dentro dessas manifestações e insiste num método formalizador, de puro manejo de técnicas mecanizadas e que está a serviço dessa classe.

Assim, com base nessa contextualização sobre a importância da Matemática, é preciso que os educadores, diante das necessidades dos seus alunos, repensem na forma de se ensiná-la, para que essa disciplina se torne mais atrativa e não uma simples matéria que precisa fazer cálculos.

2.2 ESCOLA TRADICIONAL

A escola dos dias atuais surgiu com o desenvolvimento da sociedade, iniciado na Idade Moderna, aliando o avanço da técnica com o da ciência. Para tanto, era preciso ter uma instituição responsável pela transmissão de conhecimentos considerada tão necessária para a vida em sociedade e ao trabalho. Foi dessa forma que surgiu a escola, para transmitir os saberes necessários a vida de toda a humanidade.

É nesse contexto que se origina a instituição escola, como uma necessidade social mais ampla, contribuindo também para melhorar a capacidade do trabalho, das pessoas e para criar oportunidades de crescimento pessoal e profissional.

Assim, com o passar do tempo e com as transformações históricas que aconteceram durante a Idade Moderna, em seus aspectos mais relevantes – sociais, políticos e econômicos –, originou-se também a Pedagogia. Como salienta Gadotti (2003, p.21), “o pensamento pedagógico surge com a reflexão sobre a prática da educação, como necessidade de sistematizá-la e organizá-la em função de determinados fins e objetivos”.

Partindo de tais considerações, pode-se perceber que o pensamento pedagógico surgiu para organizar e definir melhor a educação, como um ato verdadeiro de ensinar, formar, conduzir os indivíduos a melhor se organizarem em sociedade.

A Pedagogia caracteriza-se essencialmente como teoria da educação, ou ciência da educação. A Pedagogia é vista, não propriamente, como teoria da educação vigente, mas na verdade como uma literatura de contestação da educação em vigor e, portanto, afeita ao pensamento utópico. (GHIRALDELLI JÚNIOR, 1996).

Todavia, os tempos modernos secundarizam a noção de Pedagogia reduzindo-a a mera atividade prática, como tomar conta de crianças, privilegiando a aceção enquanto indicadora de um programa e enquanto conhecimento específico; um saber complexo a respeito

da educação das crianças da formação delas e dos adultos e das relações disso com a vida social em geral. (GHIRALDELLI JÚNIOR, 1996).

Ocorre, portanto, uma mudança na compreensão da Pedagogia como ciência e como conhecimento elaborado, de modo a esclarecer, ensinar, educar e cuidar das crianças, de forma que estas possam se desenvolver em diversos aspectos, tais como sociais e cognitivos, por exemplo.

Nesse contexto, pode-se dizer que a Pedagogia como ciência, como saber elaborado, surgiu na Idade Moderna, mais precisamente nos séculos XVI, XVII e XVIII, em decorrência de transformações no âmbito da educação, causadas por mudanças sociais, políticas, econômicas e culturais.

A Pedagogia institucional, através de seus diversos saberes construídos, contribuiu bastante para as ciências da educação e para a atual Pedagogia. As contribuições que a Pedagogia institucional deu para as ciências da educação e para a Pedagogia como é conhecida, chamando a atenção para o problema do autoritarismo, da falta de participação, do burocratismo, são extremamente relevantes e se incorporam decisivamente à história da educação. (GADOTTI, 2006).

Atualmente, percebe-se que a escola se constitui como uma instituição relevante no que concerne ao funcionamento do sistema social vigente e na formação das pessoas para a vida em sociedade. A educação começa na família e continua na escola, se estendendo por outras instâncias sociais. Pode-se, assim, considerar a função destacada na Lei de Diretrizes e Bases – LDB – Lei 9.394/96 da escola preparar para a vida em sociedade e para o trabalho. Assim, conforme expresso nesse documento observa-se a ênfase na “preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores”. (Art. 35, LDB incisos II e IV).

Dessa forma, pode-se considerar que a educação sempre será o melhor caminho para o homem alcançar o conhecimento, transformando-o, e ao mesmo tempo transformando o mundo em que o homem vive. “A educação será sempre o domínio do instável, da ordem-desordem”. (MORIN, 1998, *apud* GADOTTI, 2006, p.112).

Sendo assim, a educação jamais deixará de ter o seu caráter formativo, de formar, educar e transformar jovens para melhor viver em sociedade. Pode-se salientar que a educação sempre teve esse objetivo: formar o homem para assumir-se integralmente, portanto, autogovernar-se e governar (MORIN, 1998, *apud* GADOTTI, 2006).

2.2.1 Aspectos Teóricos e Metodológicos da Escola Tradicional

A abordagem tradicional proposta para o processo de ensino e aprendizagem fundamenta-se na sua transmissão e em uma prática educativa que vem sendo desenvolvida ao longo dos anos. O surgimento de novas abordagens no sistema de ensino foi marcado pelas críticas à escola tradicional. No entanto, Saviani (2010) explica as origens do caráter científico do tradicional sistema de ensino:

(...) se estruturou através de um método pedagógico, que é o método expositivo, que todos conhecem, todos passaram por ele, e muitos estão passando ainda, cuja matriz teórica pode ser identificada nos cinco passos formais de Herbart. Esses passos, que são o passo da preparação, o da apresentação, da comparação e assimilação, da generalização e da aplicação, correspondem ao método científico indutivo, tal como fora formulado por Bacon, método que podemos esquematizar em três momentos fundamentais: a observação, a generalização e a confirmação. Trata-se, portanto, daquele mesmo método formulado no interior do movimento filosófico do empirismo, que foi a base do desenvolvimento da ciência moderna. (SAVIANI, 2010, p. 55).

No entendimento do referido autor, a proposta do ensino tradicional é transmitir conhecimento, em que o professor tem o domínio do conteúdo, e a estrutura para repassar aos seus alunos, sendo a transmissão do conhecimento e ênfase do ensino tradicional.

Complementando essa temática, apresenta-se o quadro 1 com as características detalhadas da escola tradicional.

Quadro 1 – Características da Escola Tradicional.

Papel da escola	<ul style="list-style-type: none"> • A atuação da escola consiste na preparação intelectual e moral dos alunos para assumir sua posição na sociedade; • o compromisso da escola é com a cultura, os problemas sociais pertencem à sociedade; • o caminho cultural em direção ao saber é o mesmo para todos os alunos desde que se esforcem.
Conteúdos de Ensino	<ul style="list-style-type: none"> • São os conhecimentos e valores sociais acumulados pelas gerações adultas e repassados ao aluno como verdades; • as matérias de estudo visam preparar o aluno para a vida, são determinadas pela sociedade e ordenadas na legislação; • os conteúdos são separados da experiência do aluno e das realidades sociais; • é criticada por ser intelectualista ou ainda enciclopédica.
Métodos	<ul style="list-style-type: none"> • Baseiam-se na exposição verbal da matéria e/ou demonstração; • tanto a exposição quanto a análise da matéria são feitas pelo professor; • os passos a serem observados são os seguintes: *preparação, * apresentação, * associação, * generalização, * aplicação. • a ênfase nos exercícios, na repetição de conceitos ou fórmulas e na memorização visa disciplinar a mente e formar hábitos.

Relacionamento professor-aluno	<ul style="list-style-type: none"> • Predomina a autoridade do professor que exige atitude receptiva dos alunos e impede qualquer comunicação entre eles no decorrer da aula; • o professor transmite o conteúdo na forma de verdade a ser absorvida; • a disciplina imposta é o meio mais eficaz para assegurar a atenção e o silêncio.
Pressupostos de Aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> • A capacidade de assimilação da criança é idêntica à do adulto, apenas menos desenvolvida; • os programas devem ser dados numa progressão lógica, sem levar em conta as características próprias de cada idade; • a aprendizagem é receptiva e mecânica utilizando-se muitas vezes a coação; • a retenção do material ensinado é garantida pela repetição de exercícios sistemáticos e recapitulação da matéria; • a transferência da aprendizagem depende do treino; é indispensável a retenção, a fim de que o aluno possa responder às situações novas de forma semelhante às respostas dadas em situações anteriores; • a avaliação se dá por verificações de curto e longo prazo: arguição, tarefa de casa, provas escritas, trabalhos de casa.
Manifestações na prática escolar	<ul style="list-style-type: none"> • Essa pedagogia, chamada pelo autor de Pedagogia Liberal Tradicional, é viva e atuante em nossas escolas; • na descrição apresentada aqui incluem-se as escolas religiosas ou leigas que adotam uma orientação clássico humanista ou uma orientação humano científica, sendo que esta se aproxima mais do modelo de escola predominante em nossa história educacional.

Fonte: Libâneo (2012, p. 23-24).

Saviani (2010) destaca que o método tradicional expositivo foi utilizado como base para estruturação do ensino tradicional, ou seja:

Eis, pois, a estrutura do método; na lição seguinte começa-se corrigindo os exercícios, porque essa correção é o passo da preparação. Se os alunos fizeram corretamente os exercícios, eles assimilaram o conhecimento anterior, então eu posso passar para o novo. Se eles não fizeram corretamente, então eu preciso dar novos exercícios, é preciso que a aprendizagem se prolongue um pouco mais, que o ensino atente para as razões dessa demora, de tal modo que, finalmente, aquele conhecimento anterior seja de fato assimilado, o que será a condição para se passar para um novo conhecimento. (SAVIANI, 2010, p. 56).

No sistema de ensino tradicional, o papel principal é desenvolvido pelo professor, que é visto como o transmissor dos conhecimentos. Nesse caso, considera-se que houve aprendizado, quando o aluno, mesmo de forma automática, consegue reproduzir os conteúdos repassados pelo professor.

Segundo Libâneo (2012), embora já venha sendo proposto aos alunos um método de ensino com a participação mais efetiva do aluno, o método tradicional ainda continua sendo o mais utilizado nas escolas, principalmente na rede pública; embora exista uma forte tendência para mudança nesse cenário.

2.3 A CONTRIBUIÇÃO DA MATEMÁTICA LÚDICA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

É primordial que os educadores valorizem a Matemática, haja vista que ela é uma das disciplinas mais importantes ao desenvolvimento intelectual das pessoas, pois é uma forma delas desenvolverem seu raciocínio lógico, bem como um modo de que percebam melhor as coisas ao seu redor. Assim, os professores não podem temer diante das dificuldades encontradas, mas atuarem de forma crítica e reflexiva.

Desse modo, o lúdico pode e deve ser considerado um recurso metodológico eficaz por possibilitar novas formas de aprendizagem, ultrapassando procedimentos arcaicos e sem muito significado, ainda mais quando inserido no contexto de alunos que, por sua própria natureza, são curiosos e tendem a se enfadar com facilidade diante de aspectos menos atraentes.

Groenwald e Timm (2016) destacam que o lúdico vai além do brincar, não limitando-se apenas aos jogos e brincadeiras, pois proporciona uma integração, experimentando a arte de criar e recriar. No entanto, ao centrar-se apenas nos conteúdos e nas avaliações, dificilmente será desenvolvida uma atividade lúdica. Ao utilizar o lúdico em sala de aula, o professor deve buscar associar os objetivos pedagógicos com as necessidades de seus alunos.

Na defesa de que os professores precisam realmente pesquisar novos métodos e técnicas que envolvam o lúdico no processo de ensino da Matemática, Martins (2016) afirma que:

Considerando ser lúdico um recurso pedagógico de grande importância para estimular o desenvolvimento integral do aluno, o qual pode ser utilizado com a finalidade de trabalhar conteúdos curriculares e estar cada vez menos presentes na sala de aula, apresento por meio desse estudo, informações relevantes que auxiliem na aplicação da ludicidade na prática pedagógica, a fim de mostrar aos educadores a necessidade e a importância de utilizá-la como instrumento de trabalho para atingir objetivos preestabelecidos, e assim, oportunizar aos alunos condições de ampliar sua oportunidade de ação no processo de ensino-aprendizagem. (MARTINS, 2016, p. 1).

Considerando o entendimento do referido autor, destaca-se a necessidade de analisar principalmente as lacunas que os conteúdos de Matemática são deixadas pelos professores, pois é preciso, além de ensinar, saber motivar os alunos para que estes possam participar ativamente das aulas, tornando as aulas mais dinâmicas e criativas.

Segundo Abreu (2002), o ensino matemático deve considerar o conhecimento a partir das constantes mudanças empreendidas na construção, bem como os indivíduos envolvidos no processo, devendo haver a interação com o mundo, ou seja, o professor de

Matemática deve valer-se das práticas cotidianas dos alunos, reelaborando, contemplando e sistematizando seus conhecimentos.

Contudo, para o autor, a Matemática não deve estar limitada aos logaritmos e cálculos, contribuindo, também, para o desenvolvimento lógico, estimativo, dedutivo, indutivo e colaborando na compreensão do aluno sobre as relações sociais existentes. Assim, o professor deve considerar que os alunos chegam na escola com alguns conceitos cultivados pela sua interação com as situações do dia a dia, destacando que eles já têm algum tipo de relação matemática, devendo os docentes torná-las mais sofisticadas e abrangentes, sendo essencial a proposta de um conjunto de situações que auxiliem os discentes a compreender suas ideias, revisando e ampliando seus conceitos.

Entretanto, a valorização da Matemática não é uma prática fácil; ao contrário, é um desafio que não depende de apenas um fator, mas de vários itens importantes, que apenas uma reflexão elaborada em conjunto, a partir de um trabalho de equipe desenvolvido dentro da escola, possibilitará maior articulação entre as propostas curriculares das diferentes áreas do conhecimento.

2.3.1 Matemática Lúdica no Ensino Médio

Ao fazer um estudo da Matemática, na sua proposta geral, percebe-se que se trata de um ramo que faz parte do dia a dia do homem, aplicado diariamente na sua vida, pois tudo em volta tem um pouco de Matemática e, a partir desse princípio, o professor de Matemática pode utilizar mecanismos, como jogos, que incentive seus alunos a desenvolverem seu raciocínio lógico e crítico.

Sabe-se que a Matemática é uma das disciplinas que gera um bloqueio nos alunos, limitando ou mesmo travando o raciocínio dos alunos, e o lúdico pode ser utilizado como recurso para ultrapassar essa limitação, que tanto provoca medo e atrapalha o aprendizado da Matemática. Corroborando com essa temática, Groenwald e Timm (2016) destacam os jogos como um recurso que pode auxiliar no aprendizado, afirmando que:

Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes positivas frente a seus processos de aprendizagem. (GROENWALD; TIMM, 2016, online).

É nesse contexto que a Matemática para o Ensino Médio deve ser utilizada para estimular os alunos através de um método que consiga ser mais uma opção metodológica para um ensino mais dinâmico. O professor, ao fazer uso do lúdico, pode desenvolver suas atividades utilizando jogos que auxiliem na formação do conceito de Matemática do assunto tratado em sala de aula, de modo que o aluno possa observar com mais facilidade os ensinamentos do seu professor.

Analisando os benefícios do lúdico na Matemática, percebe-se que são inúmeros e que possibilitam ao aluno possa interagir, aguçando sua atenção e a compreensão o conteúdo que está sendo repassado. Destaca-se o ganho do lado do professor, pois esse tipo de atividade gera um maior rendimento, além de ser muito mais motivador e prazeroso para ambas as partes.

Segundo Groenwald e Timm (2016), nesse método, deve ser levado em consideração os benefícios gerados com a aplicação do lúdico, considerando este como um recurso metodológico didático que está sendo utilizado em prol do melhoramento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática no ensino médio.

Nesse contexto, é importante lembrar que, ao utilizar o lúdico no ensino da Matemática, o professor deve apresentar recursos atrativos na percepção dos alunos, pois esses recursos podem ser usados para motivar e incentivar os alunos a gostarem de Matemática, que muitas vezes é visto como algo extremamente complicado e fora do alcance de sua assimilação.

Assim, no intuito de desmistificar esse modo de ver de alguns alunos, que a introdução do lúdico no ensino da Matemática do ensino médio pode ser apresentada, propondo aos alunos uma nova forma de aprender, com uma abordagem diferente, trazendo o dia a dia para o contexto escolar.

2.4 NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: *SOFTWARES* EDUCATIVOS

É cada vez mais notório que o emprego dos *softwares* educativos, como ferramenta de apoio a educação, vem se mostrando útil e proveitoso no processo de ensino-aprendizagem, sendo também importante destacar que essa ferramenta se torna propícia e inovadora dentro do contexto educacional a partir da orientação dos educadores.

Um exemplo disso é a utilização das teorias construtivistas e sociointeracionista, em que o aluno, para o seu próprio aprendizado, é “convidado” a ser o principal sujeito, apto a construir seu próprio conhecimento por meio de sua relação com o meio. É necessário salientar,

ainda, que o uso do *software* educativo seja um subsídio para o ensino, de modo que o professor não perca de vista a centralidade do conteúdo a ser abordado a partir desta ferramenta.

Com base nesse contexto, o *software* educativo, segundo Jonassen (2007, p. 67) é visto como um “parceiro intelectual do aluno [que estimula] o pensamento crítico e aprendizagem de ordem superior”. Complementando o tema, Papert (2008) explica que:

Embora a tecnologia desempenhe um papel essencial na realização de minha visão sobre o futuro da educação, meu foco central não é a máquina, mas a mente e, particularmente, a forma em que movimentos intelectuais e culturais se auto definem e crescem. (PAPERT, 2008, p. 23).

Assim, analisando a aplicação dos *softwares* educativos nas escolas, percebe-se que seu apropriado emprego pode proporcionar grandes benefícios a todos no âmbito escolar. No entanto, vale ressaltar que a escola deve estar preparada para estas transformações e inovações tecnológicas.

Sobre a escolha e o emprego de *softwares* educativos, Fino (2003) explica também que:

Mais uma vez, a questão não está no *software*, mas nos critérios de sua utilização, incluindo nesta afirmação mesmos os melhores exemplos de *software* construtivista, como a linguagem Logo ou o ToonTalk5, por exemplo. A responsabilidade pela definição desses critérios pertence, em ambiente escolar, ao professor, que decidirá de acordo com a maneira que interpreta o seu papel. (FINO, 2003, p. 693).

Nesse contexto, o autor supracitado acredita que não basta avaliar *softwares* educativos, mas como podem ser colocados em prática em forma de projetos de uso, com efetivas propostas de utilização voltadas especificamente à educação. Para isso, é fundamental que o projeto seja adequado à idade do aprendiz.

A cultura da informática como ferramenta educativa teve suas primeiras iniciativas no Brasil, a partir da década de 1970, quando o uso do computador foi discutido no ensino de Física. Atualmente, esse emprego tem tomando maiores proporções, atuando em vários campos do conhecimento, como forma de desenvolver melhor o aprendizado, principalmente porque o homem vive em uma era em que a tecnologia está em constante transformação, contribuindo para criação de uma “sociedade do conhecimento”.

Na percepção de Gomes e Padovani (2005), os *softwares* educativos podem ser definidos como um sistema de computador dinâmico e interativo, que no ambiente educacional

é utilizado para facilitar o aprendizado sobre conceitos específicos; em outras palavras, o ensino-aprendizagem de algo.

Os autores supracitados mencionam também que ao serem aplicados no contexto educacional, seja dentro ou fora do ambiente escolar os *softwares* são pensados, programados para que assim possam ser apresentados aos alunos e alcançados os objetivos pedagógicos propostos.

Assim, os especialistas classificam os *softwares* educacionais com base nos seus objetivos pedagógicos que são: tutoriais; exercícios e práticas; programação; aplicativos; multimídia e Internet; simulação e modelagem; e jogos. (SANCHO, 2001).

a) Tutoriais

Analisando a classificação apresentada por Sancho (2001), os tutoriais são caracterizados por transmitir informações pedagógicas de forma estruturada, como por exemplo, um livro interativo, animado ou como se fosse um professor virtual. O aprendiz recebe as informações de forma sequenciada, podendo optar pela informação que desejar.

b) Exercícios e práticas

Os exercícios e práticas servem para destacar as lições ou atividades apresentadas. Nesse caso, segundo Sancho (2001), as ações dos alunos se limitam em passar a página de um livro eletrônico, ou mesmo realizar as atividades propostas, cujo resultado é avaliado pelo próprio computador.

c) Programação

Os ambientes de programação permitem que os programas de computador sejam elaborados por professores, alunos ou outras pessoas, mesmo que estes não tenham conhecimento específico sobre o assunto. É importante destacar que são usados na programação, conceitos estratégicos que podem ser considerados como mecanismos para solucionar problemas.

Segundo Sancho (2001), dentre as características disponíveis, o aprendiz passa a ser apto a identificar suas próprias falhas, e no caso do professor, passa a entender o processo que serviu como base para que o aluno elaborasse os conceitos, assim como as próprias estratégias envolvidas na programação.

d) Aplicativos

Os aplicativos, sejam planilhas eletrônicas, gerenciadores de bancos de dados ou mesmo processadores de textos, não são programas idealizados especificamente para o

ambiente educacional; no entanto, podem, com o conhecimento do professor, serem adequados para essa área, ou seja, para o ensino-aprendizado.

Complementando o tema, Valente (1998) explica que:

nos processadores de textos, as ações do aprendiz podem ser analisadas em termos do ciclo descrição - execução - reflexão - depuração - descrição. Quando o aprendiz está digitando um texto no processador de texto, a interação com o computador é mediada pelo idioma materno e pelos comandos de formatação. (VALENTE, 1998, p. 3).

Ainda que de fácil compreensão e de tornar mais dinâmica a expressão do pensamento, o processador de texto não pode colocar em prática o conteúdo do mesmo e apresentar um *feedback* para os alunos. Assim sendo, o processador de textos não apresenta características que ajudem na composição do conhecimento, bem como no entendimento das ideias.

e) Multimídia e Internet

A multimídia e a internet são recursos utilizados para ajudar o aluno a adquirir informações; no entanto, esses recursos não auxiliam na compreensão ou mesmo na construção do conhecimento. Além disso, segundo Lyra *et al.* (2003) outros aspectos podem ser levados em consideração, a saber:

- (i) o papel do aprendiz pode se restringir em escolher opções oferecidas pelo *software*;
- (ii) esse tipo de ferramenta não oferece a oportunidade do aluno compreender e aplicar significativamente as informações apresentadas;
- (iii) o aluno pode utilizar informações, mas pode não as compreender ou construir conhecimento com as informações obtidas. (LYRA et al. 2003, p. 240).

Valente (1998) alerta ainda para a diferença existente entre a utilização dos recursos da multimídia já prontos e daqueles em que o aluno precisa desenvolver sua multimídia de autoria própria.

- Na primeira situação, o uso de multimídia é semelhante ao tutorial, apesar de oferecer muitas possibilidades de combinações com textos, imagens, sons, a ação do aprendiz se resume em escolher opções oferecidas pelo *software*;
- Na segunda situação, o aprendiz seleciona as informações em diferentes fontes e programas construindo assim um sistema de multimídia. (VIEIRA, 2016, p. 1).

No primeiro caso, também pode ser oferecido ao aluno a chance de escolher outras alternativas e navegar entre elas, o que faz com que o aprendiz não compreenda de fato o conteúdo e conseqüentemente possa aplicá-lo de forma expressiva; sendo necessário, nesse caso, a ajuda do educador para construção do conhecimento.

Já no segundo caso, os resultados obtidos podem ser refletidos pelo aluno, fazendo uma comparação das ideias iniciais e finais, assegurando assim que o ciclo, descrição - execução - reflexão - depuração - descrição, seja realizados.

f) Simulação e modelagem

A simulação e modelagem, no ambiente escolar, são considerados pontos fortes, isso devido a possibilidade de vivenciar situações difíceis e em alguns casos, até mesmo mais arriscados de serem produzidos em sala de aula.

Complementando o tema, Lyra *et al.* (2003, p. 240) explica que “*softwares* de simulações são aqueles que simulam fenômenos no computador. Sistemas de modelagem são aplicações nas quais o modelo do fenômeno é criado pelo aprendiz, que utiliza os recursos computacionais para implementá-lo”.

Os autores explicam também que a simulação pode ser classificada como aberta ou fechada. Ao ser implementada previamente pelo computador, não precisando que o aprendiz desenvolva suas hipóteses e análises dos resultados, a simulação é classificada como fechada. Quando o aprendiz é encorajado a elaborar suas próprias hipóteses e devidamente validado pelo simulador do computador, essa simulação é chamada de aberta.

No caso da modelagem, este é criado pelo próprio aluno, que para implementar no computador esse modelo, faz uso de recursos de um sistema de computador, como se fosse uma simulação. Por exigir um envolvimento maior, é criada uma situação muito semelhante à atividade de programação.

Na percepção de Vieira (2016), o nível de descrição permitido pelo sistema é que difere a simulação da modelagem e programação, ou seja:

Na programação o aprendiz pode implementar o fenômeno que desejar, dependendo somente da linguagem de programação que for utilizada. Na modelagem, a descrição é limitada pelo sistema fornecido e pode-se restringir a uma série de fenômenos de um mesmo tipo. Na simulação aberta, o fenômeno pode estar definido e o aprendiz deverá implementar as leis e definir os parâmetros envolvidos. Na simulação fechada, a descrição se limita a definição dos valores de alguns parâmetros do fenômeno. (VIEIRA, 2016, online).

Assim sendo, para que seja processado o aprendizado é preciso que exista um ambiente em que o aluno possa vivenciar as práticas, apresentando suas próprias hipóteses, identificando outras opções de informações que serão validadas pelo computador. Nesse caso, o professor terá a função de possibilitar a transição entre a simulação e o fenômeno da realidade, pois este não é automático.

g) Jogos

Os jogos, na sua maioria, são idealizados no intuito de motivar e ao mesmo tempo desafiar o aprendiz, que muitas vezes implica em uma competição com outro colega, ou com a própria máquina. (LYRA *et al.*, 2003, p. 240).

Esse tipo de recurso também pode ser analisado como ciclo, ou seja, descrição - execução - reflexão - depuração - descrição, isso vai depender da ação do aluno em expor suas ideias para o computador.

No entanto, Valente (1998) alerta para um cuidado que deve ser levado em consideração. Na aplicação do jogo, é preciso buscar envolver o aluno em uma competição, que no decorrer do processo pode dificultar o aprendizado; pois ao envolver no jogo o interesse pode se voltar não para o processo de reflexão e estratégias envolvidas, mas em ganhar o jogo, o que pode tornar mais difícil uma transformação dos esquemas de ação em operação.

Lyra *et al* (2003) explicam ainda que as classificações apresentadas são todas supradisciplinares, ou seja, podem ser colocadas em práticas para auxiliar os diversos campos do conhecimento. Além dessa classificação, os *softwares* educativos podem ser distinguidos quanto ao nível de aprendizagem; sendo estes: sequencial; relacional; e criativo.

A preocupação no *software* educativo do tipo sequencial é apenas de transferir a informação. Nesse caso, o objetivo principal do ensino é que seja apresentado ao aluno o conteúdo, devendo ser memorizado e replicado quando necessário. Logo, ao final do aprendizado, o aluno será apenas um aprendiz passivo.

No tipo relacional, propõe-se adquirir certas aptidões, permitindo com que o aluno se relacione com outros fatos, ou mesmo outras fontes de informação. Segundo Vieira (2011), o destaque é dado ao aluno gerando um aprendiz isolado, pois o aprendizado é processado somente com a interação entre aluno e tecnologia.

Por fim, o tipo criativo, faz uma relação dos novos esquemas mentais, o que possibilita a interação entre a tecnologia e o homem, sendo neste instante compartilhado os objetivos comuns, gerando um aprendiz de nível mais participativo.

Fino (2003) faz uma reflexão sobre o *software* educativo atualmente, em que diversas empresas criam esses tipos de programas para serem utilizados no ambiente escolar.

Diante dessa avalanche de *softwares* educacionais existentes, o autor supracitado motiva os educadores a fazerem uma reflexão desses programas, de modo que eles desenvolvam competências profissionais, fazendo assim, uma real análise desses *softwares*, no sentido de que estes supram as necessidades educacionais.

Nessa percepção, Fino (2003) alerta no sentido de que, para ser considerado educativo, o *software* precisa atender às propostas pedagógicas, no que se refere à sua funcionalidade, cujos critérios de seu uso estão relacionados ao ensino-aprendizado.

O autor menciona, também, que se de um lado cresce a oferta de *software* com fins educativos, do outro surge a necessidade de situar-se o uso e as propostas de acesso deles.

Cardoso (2016) complementando o tema, explica que:

Os educadores precisam desenvolver a capacidade de avaliar estes programas diante dos objetivos propostos no seu plano de trabalho/proposta pedagógicos, como também de que modo o uso desses *softwares* podem impactar nas experiências de aprendizagem dos educandos. (CARDOSO, 2016, p. 1).

Assim sendo, fica claro que os resultados obtidos com a utilização desses programas apenas serão considerados favoráveis, se os sistemas escolhidos forem acessíveis aos alunos e que estejam também em harmonia com os objetivos propostos pelos educadores.

2.4.1 *Software* GeoGebra

Os recursos tecnológicos vêm, constantemente, fazendo cada vez mais parte do dia a dia da sociedade nos mais diversos contextos: no trabalho, na escola e em casa. Contudo, o uso desses recursos no âmbito educacional sugere uma análise sobre sua aplicação no processo de ensino e aprendizagem, e para obter os resultados desejados, faz-se necessário que os professores tenham uma formação adequada.

Nos dias atuais, o ensino da Matemática dispõe de diversos sistemas de *software*, os quais são considerados como opções metodológicas que contribuem para o ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática. Nesse contexto, destaca-se o GeoGebra que, segundo Bezerra e Assis (2011), trata-se de um *software* educativo, tendo como objetivo fazer a integração dos conteúdos da Matemática, como no caso da Álgebra e Geometria.

O austríaco Markus Hohenwarter foi o responsável por criar esse sistema utilizando a linguagem JAVA, disponibilizando-o gratuitamente em diversos idiomas e em diferentes sistemas operacionais, dentre eles: Microsoft Windows 98, XP e Linux (HOHENWARTER, 2016).

Sobre a escolha de um *software* educacional, Bezerra e Assis (2011) afirmam que:

A escolha de um *software* ou a proposição de uma atividade deve estar vinculada à uma filosofia educacional, à uma metodologia e ainda aos objetivos que se quer

alcançar no desenvolvimento de conteúdos e conceitos relacionados ao conhecimento matemático. (BEZERRA; ASSIS, 2011, p. 2).

No ensino da Matemática, as Metodologias didático-pedagógica propostas para os *softwares*, podem ser utilizadas pelos professores como ferramentas envolvendo as seguintes atividades:

Quadro 2 – Atividades que podem utilizar as metodologias didático-pedagógicas.

ATIVIDADES	PROPOSTA
Resolução de problemas	Deve ser baseado em situações-problemas que considerem: os processos cognitivos; o raciocínio; as estratégias adotadas durante o processo de resolução; os estágios de desenvolvimento relativos às habilidades envolvidas.
Investigações matemáticas	Esse suporte tecnológico permite o desenho, a manipulação e a construção de objetos geométricos, facilita a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal.
Análise de erros	Sugere que se pense em atividades em que se explore o erro com apoio da tecnologia informática. Neste caso, o erro é visto como um elemento inerente ao processo de aprendizagem e, ao invés de ser evitado, ele é observado pelo professor e refletido pelo próprio aluno.

Fonte: Adaptado de Van de Walle (2009); Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) e Cury (2007).

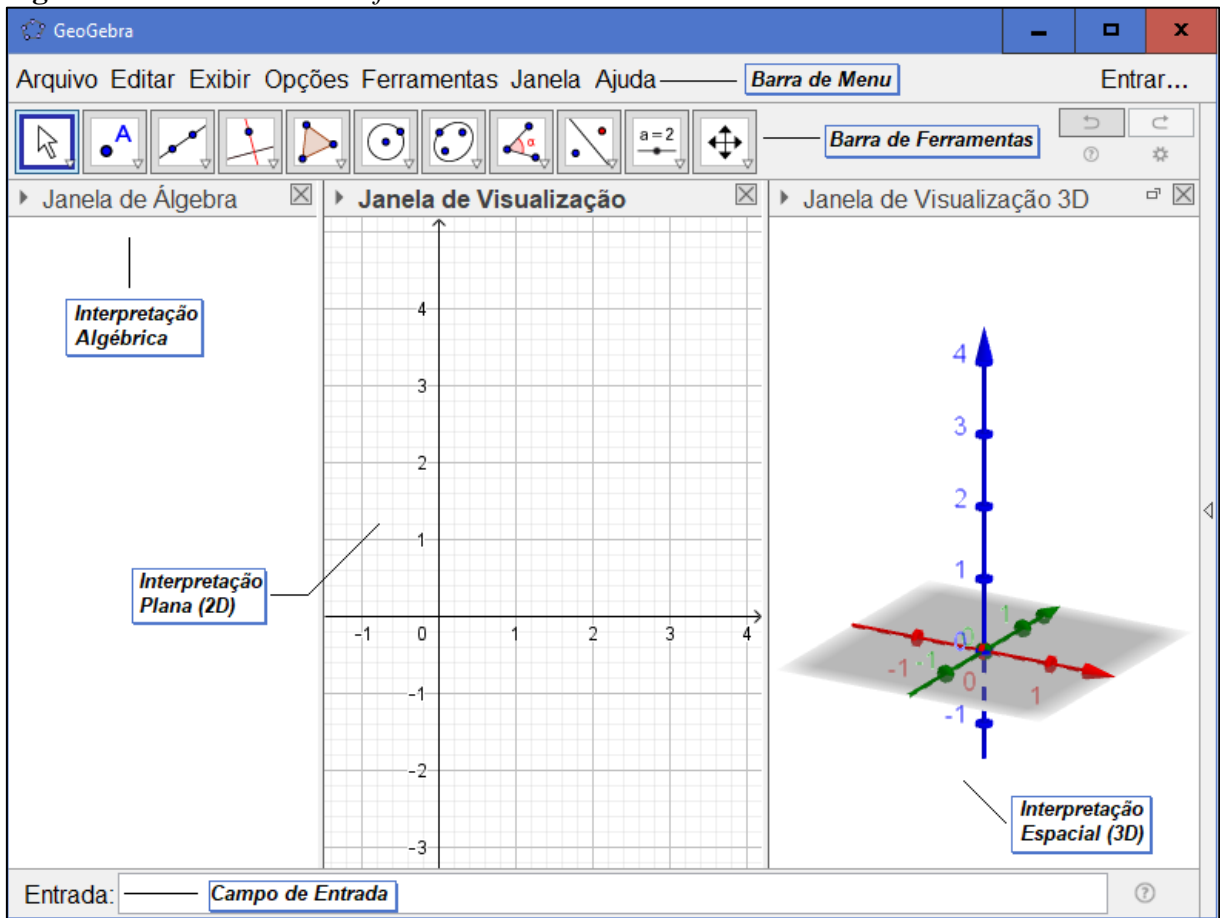
No entendimento de Miskulin (2009), o professor precisa ter conhecimento da aplicabilidade dos *softwares* educativos, de modo que possa identificar as possibilidades do sistema em sala de aula. Segundo Van de Walle (2009), ao utilizar o *software* educativo na sala de aula, o professor passa a exercer uma função de mediador, moderador das atividades.

No caso do GeoGebra, é possível que o professor desenvolva com seus alunos atividades distintas, envolvendo por exemplo:

a construção de pontos, segmentos de reta, retas paralelas e perpendiculares, construção de gráficos de funções, construção de figuras geométricas, permite ainda calcular o ponto médio dos segmentos, a área, o perímetro das figuras, medir ângulos, entre outras. (KUSIAK *et al.* 2012, p. 5).

Observa-se na figura 1 que as ferramentas necessárias para realização das atividades estão todas dispostas na barra superior. Além disso, para facilitar a compreensão dos alunos, cada ícone tem sua função específica descrita ao lado.

Assim, é importante destacar que o professor tem a função de organizar um espaço em que o aluno se sinta confiante com o intuito de criar um ambiente favorável para o aprendizado, fazendo sentir-se à vontade para expor suas ideias, sem medo de errar.

Figura 1 – Tela inicial do *Software GeoGebra 5.0*.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

3 TÓPICOS DE GEOMETRIA ESPACIAL

3.1 GEOMETRIA: UM BREVE HISTÓRICO

No ensino da Matemática, as estratégias metodológicas aplicadas em sala de aula são bem diversificadas, variando de acordo com seu contexto histórico, assim como o próprio desenvolvimento da Educação da Matemática. Tais estratégias estão descritas como Tendências Pedagógicas em Educação Matemática, sendo que foram apresentadas em períodos distintos, surgindo juntamente no ensino escolar do Brasil (FIORENTINI, 2012).

Para uma melhor compreensão desse contexto, apresenta-se o quadro 3 com os períodos das estratégias metodológicas e suas respectivas características.

Quadro 3 – Características das estratégias metodológicas.

Empírico-ativista	Década de 20 – contra o ensino tradicional	Professor é orientador e facilitador da aprendizagem. Os ricos materiais didáticos e as experiências em ambientes propícios caracterizam o que se pretende nessa tendência: aprender a aprender. O ensino de geometria deveria ser iniciado a partir da experiência dos alunos com os objetos do mundo físico.
Formalista clássica	Década de 1950	Caracterizava-se pelo ensino da geometria alicerçado no modelo euclidiano lógico-dedutivo. Um ensino centrado no professor como transmissor e expositor do conteúdo em que a aprendizagem do aluno se dava pela reprodução de raciocínios em demonstrações.
Formalista moderna	Após 1950 - Movimento da Matemática Moderna	Caracterizava-se pela ênfase nos aspectos lógico-estruturais tendo como fundamento a implementação das estruturas algébricas. O ensino de matemática (e o da geometria, em especial) continuou centrado no professor e, o aluno, em grande maioria, passivo frente a esse processo de ensino.
Tecnicista	Origem norte-americana e pós 1964 no Brasil	Caracterizava-se como ensino baseado em técnicas e em recursos, ou seja, a ênfase é dada ao material instrucional, o qual trata o conteúdo como informação, regras, macetes etc., para garantir a fixação de conceitos ou princípios. Nesse caso, a geometria é ensinada a partir de fórmulas prontas e acabadas.
Construtivismo	Origem em Piaget	O indivíduo constrói novos conhecimentos na relação com o mundo físico e social. Especificamente, construção do conhecimento geométrico se dá pela interação do sujeito com os objetos, ações e mesmo entre suas próprias ideias já formadas. É uma atividade de construção realizada por abstrações que ocorrem na mente.

Etnomatemática	Com Ubiratan D'Ambrósio	Toma como ponto de partida os problemas da realidade no processo ensino aprendizagem. Busca entender os modos de explicar e conhecer em diversos contextos culturais aproximando o conhecimento do sujeito do conhecimento formal em Matemática.
----------------	-------------------------	--

Fonte: Fiorentini (2012, p. 34-35).

No ensino da Geometria, observa-se que esta é uma temática que vem se destacando ao longo dos anos. Seu papel na sala de aula é evidenciado nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que expõe sua relevância para o “desenvolvimento de capacidades cognitivas e fundamentais” (BRASIL, 1998, p. 16).

De acordo com os estudos já realizados sobre o ensino da Matemática, o estudo da Geometria deve ser apresentado aos alunos já no pré-escolar, utilizando para isso, a Geometria intuitiva, pois possibilita que a criança observe e explore as formas presentes no seu mundo.

É importante destacar que a Geometria, conforme o Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), tem como propósito contribuir para o desenvolvimento de habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica, assim como desenvolver a técnica em solução de problemas.

No entanto, o que vem sendo observado é que o ensino da Geometria vem sendo deixada em segundo plano, como explica Pavanello (2012):

o início do abandono do ensino de Geometria ocorreu devido a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus em 1971, pois possibilitou que cada professor elaborasse seu programa de acordo com as necessidades dos alunos. Dessa forma, os docentes de 1ª a 4ª série passam a enfocar somente os conteúdos aritméticos e as noções de conjuntos. (PAVANELLO, 2012, p. 13).

Corroborando com essa contextualização, Lorenzato (2010) lista algumas causas que têm influenciado para esse cenário, dentre eles:

A má formação dos professores, que sem os conhecimentos de Geometria tendem a não ensiná-la e a dependência dos livros didáticos que trazem esses conteúdos no final, portanto ficando para serem ensinados no fim do ano letivo. (LORENZATO, 2010, p. 44).

O referido autor faz referência aos livros didáticos que tratam da Geometria, apresentam ao aluno uma abordagem euclidiana. Em outras palavras, dispõe, no seu contexto geral e definições, propriedades e fórmulas.

No ensino da Geometria, um dos principais objetivos é desenvolver a percepção do aluno, de modo que este compreenda as condições necessárias para usar o postulado lado, ângulo e lado (LAL), ou seja:

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p. 75).

Nesse contexto, destaca-se o ensino da Geometria Espacial, da realidade vivida em sala de aula, em que os alunos, na sua maioria, estão envolvidos apenas nas fórmulas, não conseguindo relacionar os conceitos e nem entender os elementos sólidos. Esse problema é uma consequência da falta de fundamentação sobre o conceito básico da Geometria Plana. Além desse problema, Oliveira (2013) cita também a própria dificuldade dos professores em apresentar os conceitos básicos da Geometria Plana e Geometria Espacial para seus alunos.

3.1.1 Geometria Espacial

Também conhecida como Geometria Métrica Espacial, a Geometria Espacial, é um ramo da Matemática, cujos estudos estão voltados, como o próprio nome dita, para objetos espaciais, ou seja, referem-se a objetos com uma perspectiva tridimensional, podendo citar como exemplo o cubo, pirâmide e prisma.

Analisando seu contexto histórico, têm-se que os primeiros registros da Geometria Espacial foram feitos pelo povo da Mesopotâmia, datado aproximadamente há dois 2.000 a.C. Segundo Viana (2010), a base do conhecimento da Geometria Espacial fundamenta-se nos estudos em papiros, os quais mais se destacam são: papiro de Rhind¹ e o papiro de Moscou². Complementando esse contexto, Chaves (2013) explica:

¹ O papiro de conteúdo matemático mais célebre é o Papiro de Rhind, adquirido pelo egiptólogo escocês Alexander Rhind em 1858 e datado de cerca de 1650 a.C.. Foi copiado por um escriba de nome Ahmes de um texto matemático mais antigo. Contém 84 problemas de geometria e de aritmética acompanhados de soluções. Mol, Rogério Santos. Introdução à história da matemática. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013, p. 21.

² Um segundo documento egípcio de valioso conteúdo matemático é o chamado Papiro de Moscou. Adquirido pelo egiptólogo russo Vladimir Golenishchev no final do século XIX. Mol, Rogério Santos. Introdução à história da matemática. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013, p. 23.

Nos papiros encontrados, é possível verificar que os egípcios conseguiram notáveis realizações no que se refere ao cálculo de volumes, o que indica que já usavam noções de Geometria Espacial. Para muitos historiadores, o mais notável feito da geometria métrica egípcia é a regra correta para o cálculo do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada, encontrada no papiro Moscou. (CHAVES, 2013, p. 10).

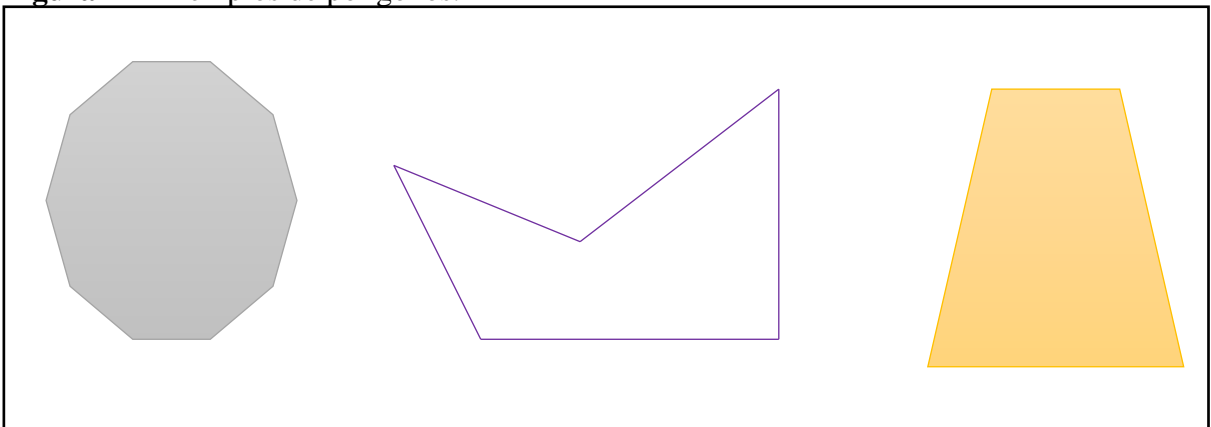
O autor menciona também que a Geometria, principalmente a Espacial, mesmo com as notáveis realizações feitas no Egito, foi somente graças aos gregos, dentre eles Euclides, Pitágoras, Platão e Arquimedes, que deixou de dar destaque à mensuração e libertou-se de seus vínculos aritméticos.

Até o fim da Idade Média, os estudos feitos sobre a Geometria Espacial ficam estancados nas teorias da Geometria grega, avançando somente quando Leonardo Fibonacci (1170-1240), em 1220 escreveu então “*Practica Geometriae*”. Séculos depois, em 1615, o cálculo de volume “*Steometria*” é rotulado por Joannes Kepler (1571-1630). (CHAVES, 2013).

3.2 POLÍGONOS

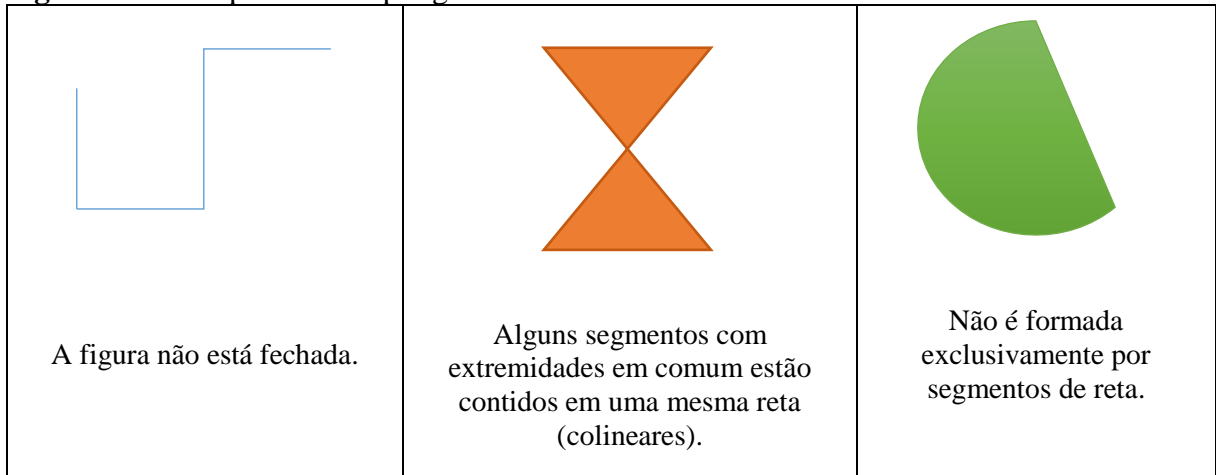
O termo polígono tem origem grega, vários (poli) + ângulos (gonos). Ao apresentar a definição de polígono, sucintamente pode-se dizer que se refere a uma figura plana limitada por segmentos consecutivos, não colineares que se fecham e não se cruzam, como ilustrado na figura 2.

Figura 2 – Exemplos de polígonos.



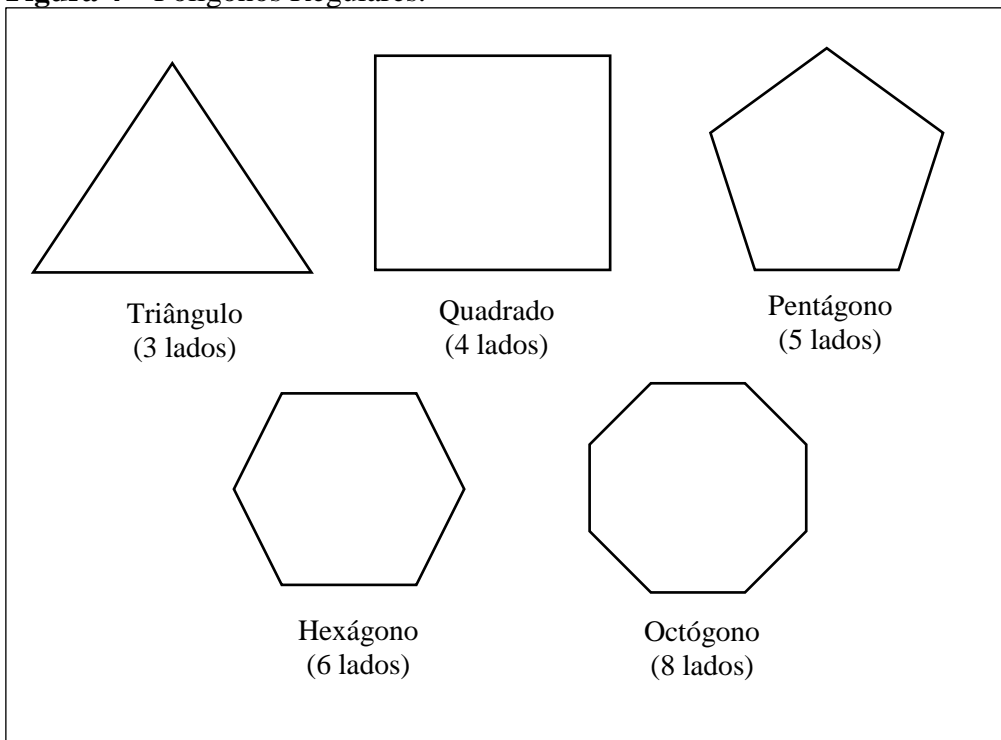
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Para um melhor entendimento do que venha ser um polígono, tem-se a figura 3 com exemplos de figuras que não são polígonos.

Figura 3 – Exemplos de não polígonos.

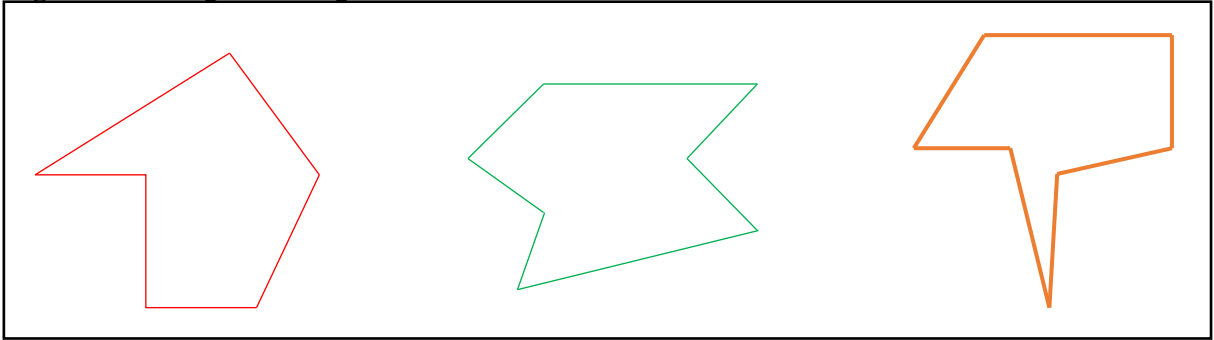
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Nos polígonos regulares, todos os lados possuem o mesmo comprimento, assim como seus ângulos internos possuem a mesma medida, como por exemplo: triângulo, quadrado, pentágono, hexágono e octógono ilustrados na figura 4.

Figura 4 – Polígonos Regulares.

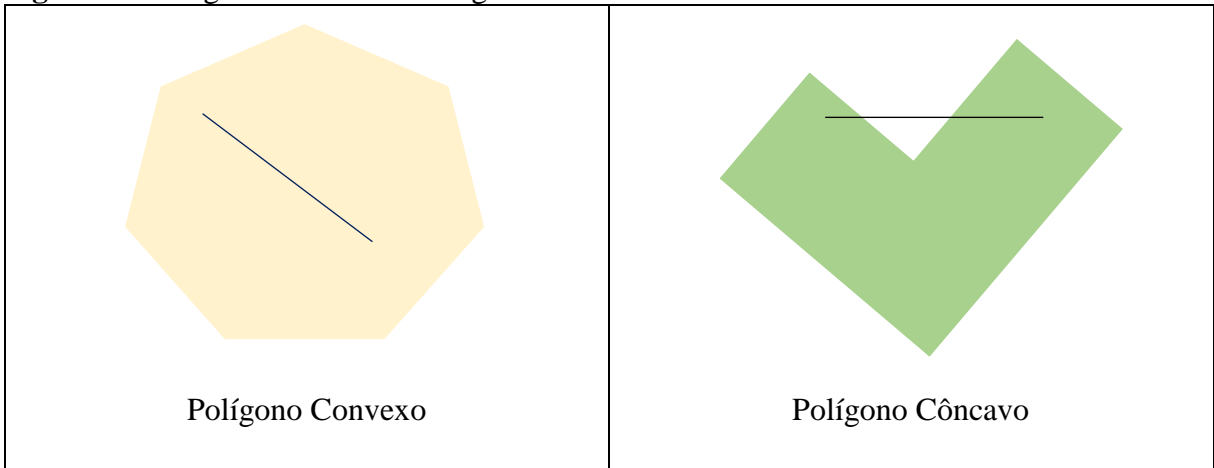
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Já os polígonos irregulares, são aqueles que não possuem os ângulos iguais, assim como seus lados também não possuem o mesmo tamanho, como visto na figura 5.

Figura 5 – Polígonos Irregulares.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Um polígono pode ser classificado em côncavo ou convexo, isto é:

Figura 6 – Polígono Côncavo e Polígono Convexo.

Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Observa-se que a diferença consiste em um dado segmento de reta formado por dois pontos quaisquer do polígono em questão. Se tal segmento estiver inteiramente contido na região delimitada pelo seu perímetro, o polígono será chamado de convexo; caso contrário, será denominado de côncavo.

Nesse contexto, é importante destacar que os polígonos regulares são polígonos convexos, pois todos seus lados e ângulos internos são congruentes.

Quanto à nomenclatura dos polígonos, esta dependerá da quantidade de lados da figura, como mostra o quadro 4.

Quadro 4 – Nomenclatura dos polígonos.

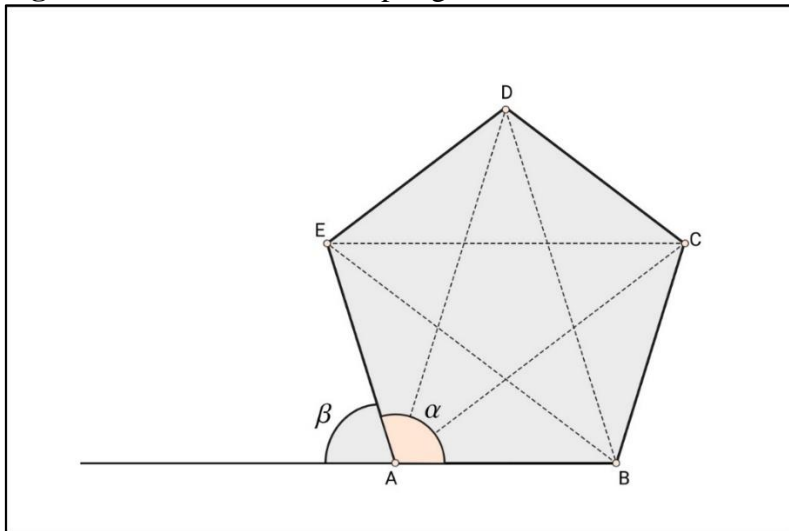
Nº LADOS	POLÍGONO	Nº LADOS	POLÍGONO
1	Não existe	11	Undecágono

2	Não existe	12	Dodecágono
3	Triângulo	13	Tridecágono
4	Quadrilátero	14	Tetradecágono
5	Pentágono	15	Pentadecágono
6	Hexágono	16	Hexadecágono
7	Heptágono	17	Heptadecágono
8	Octógono	18	Octadecágono
9	Eneágono	19	Eneadecágono
10	Decágono	20	Icoságono

Fonte: Adaptado pelo autor (2017).

Após essa explanação sobre as características gerais de um polígono qualquer, pode-se dizer que este possui os seguintes elementos, figura 7:

Figura 7 – Elementos de um polígono.



Fonte: Adaptado pelo autor (2017).

- Lados são os segmentos de reta que contornam o polígono (AB, BC, CD, DE e EA);

- Vértices são os pontos de encontro dos lados (A, B, C, D e E).

No caso de um polígono convexo, além dos elementos descritos, possui também:

- Ângulo interno, que é formado a partir de lados consecutivos na região interna da figura (α);

- Ângulo externo, que nesse caso é formado pelo prolongamento do lado consecutivo e por um lado. O vértice será a soma do ângulo interno e externo, cujo valor final será sempre igual a 180° (β);

- Diagonais que são representadas pela ligação de dois vértices não consecutivos (AD, AC, BD, BE, CA, CE).

Com relação a soma dos internos e externo de um polígono convexo e o número de diagonais, utilizam-se, respectivamente, as seguintes fórmulas:

$$S_i = (n - 2). 180^\circ$$

$$S_e = 360^\circ$$

$$d = \frac{n(n - 3)}{2}$$

S_i : somatório dos ângulos internos;

S_e : somatório dos ângulos externos;

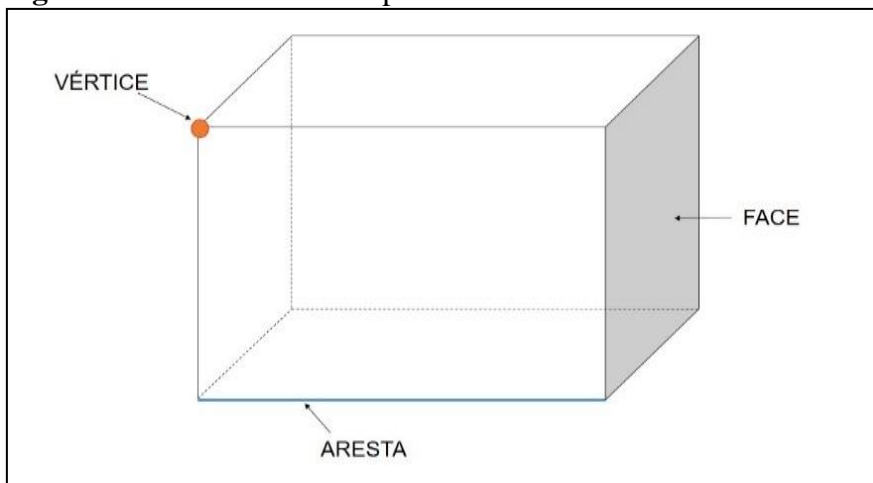
d : número de diagonais;

n : número de lados.

3.3 POLIEDROS

Sobre os poliedros, sucintamente, define-se como sendo figuras sólidos geométricos formados por faces, arestas e vértices, como pode ser visto na figura 8.

Figura 8 – Elementos de um poliedro.



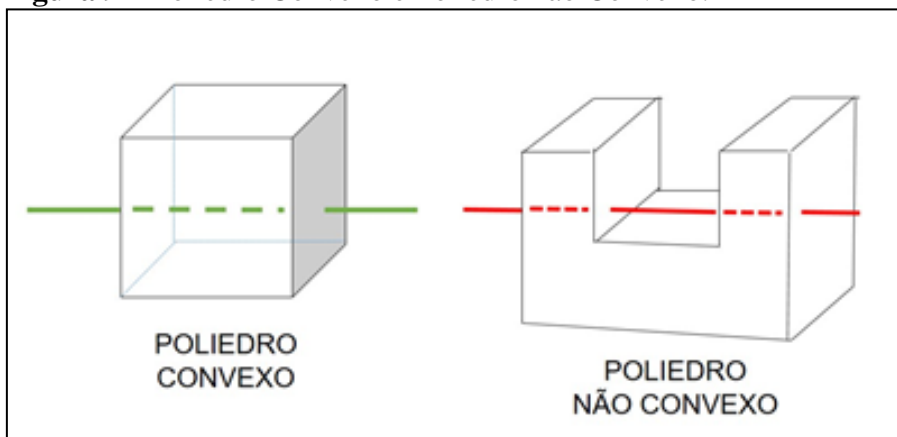
Fonte: Elaborado pelo autor (2017).

Observa-se com a figura 8 que:

- Polígono: figura plana, simples e fechada, formada exclusivamente por segmentos de reta consecutivos e não-colineares;
- Poliedro: sólido geométrico, formado por polígonos e composto por arestas, vértices e faces;
- Arestas (A): segmentos de reta resultantes da intersecção de duas faces em um poliedro;
- Vértices (V): pontos (extremidade) de um poliedro, nos quais as arestas se interceptam;
- Faces (F): polígonos planos, em que cada um de seus lados é também lado do outro, que juntos integram o poliedro.

Normalmente, os poliedros dividem-se em convexos e não convexos, ou seja: “Poliedros convexos são os poliedros em que qualquer segmento de reta que una dois de seus pontos está contido no interior desse poliedro, evidentemente, que o não convexo existe uma reta que não está contida neste poliedro”. (JULIANI, 2008, p. 20). Para um melhor entendimento dessa temática, tem-se a figura 9 com os exemplos de poliedro convexo e não convexo.

Figura 9 – Poliedro Convexo e Poliedro não Convexo.



Fonte: Adaptado pelo autor (2017).

É importante lembrar que a nomenclatura dos poliedros está relacionada à quantidade de faces, ou seja:

Quadro 5 – Nomenclatura dos poliedros.

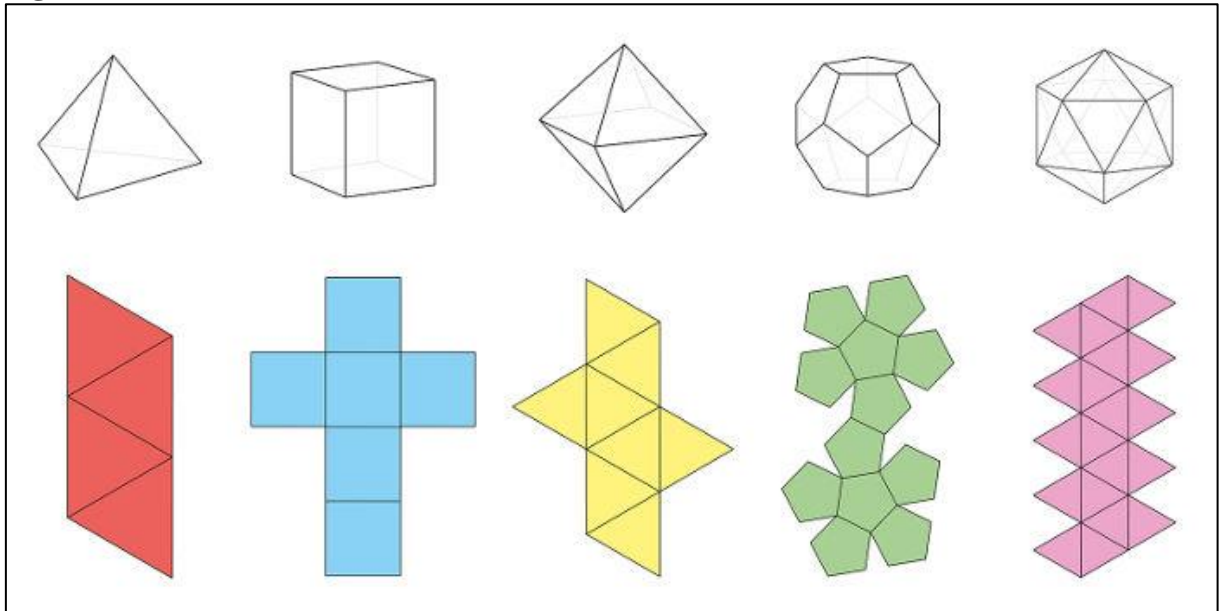
Nº FACES	POLIEDRO	Nº FACES	POLIEDRO
4	Tetraedro	8	Octaedro

5	Pentaedro	10	Decaedro
6	Hexaedro	12	Dodecaedro
7	Heptaedro	20	Icosaedro

Fonte: Adaptado pelo autor (2017).

Os poliedros convexos podem ainda ser classificados como: poliedros regulares, em que suas faces são polígonos regulares; e irregulares quando suas faces não são polígonos regulares. Ainda sobre os poliedros regulares, existem cinco elementos, os quais também são denominados de poliedros platônicos; como pode ser visto na figura 10.

Figura 10 – Poliedros Platônicos.



Fonte: Silva (2017, p. 1).

Assim, para que o poliedro seja regular, deve-se considerar as seguintes condições:

- a) suas faces são polígonos regulares e congruentes, então todas têm o mesmo número de arestas;
- b) seus ângulos poliédricos são congruentes, então todos têm o mesmo número de arestas. (DOLCE; POMPEO, 2013, p. 133).

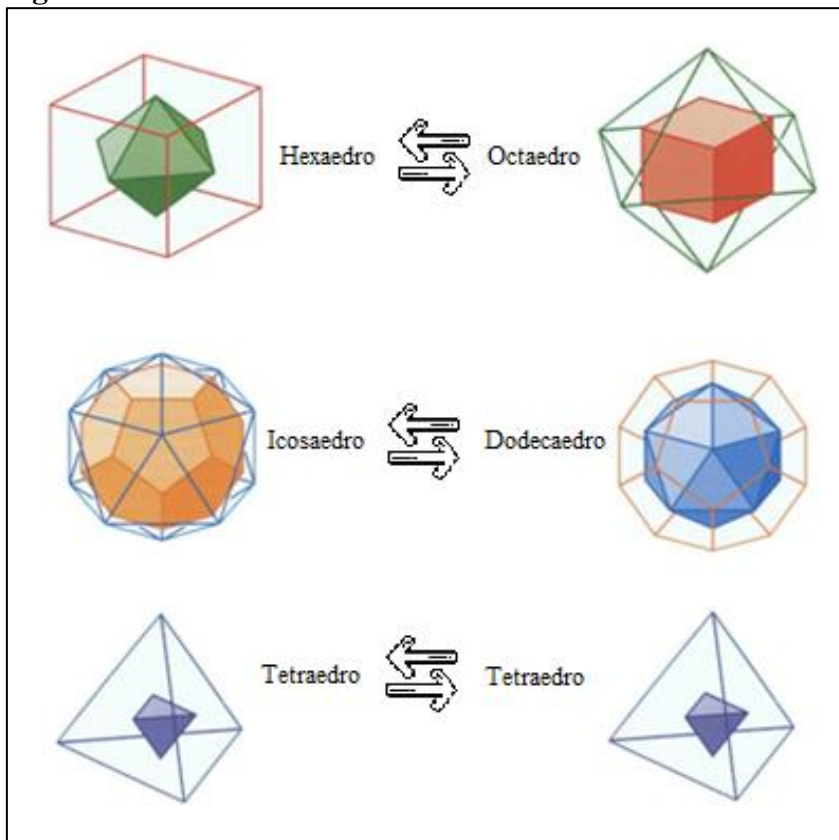
Por esse motivo, existem apenas cinco poliedros regulares, que são os cinco Poliedros de Platão.

É importante destacar também que a partir de estudos desenvolvidos ao longo dos anos, vem-se caracterizando o conceito de poliedros duais, definido por Kaleff (2013) como sendo:

[...] dois poliedros são chamados de duais quando um está dentro do outro, de tal forma que os vértices do poliedro que está no interior tocam as faces do poliedro exterior somente no ponto central de cada face. E para se obter o ponto central de uma face é necessário que se determine o ponto de encontro das bissetrizes dos ângulos da face do poliedro. (KALEFF, 2013, p. 111).

Para um melhor entendimento desse contexto, apresenta-se a figura 11 com os poliedros duais.

Figura 11 – Poliedros Duais.



Fonte: Adaptado pelo autor (2017).

Barison (2017) lembra que para construir um poliedro dual é preciso estabelecer a relação entre o comprimento da aresta dos poliedros correspondentes. Isso porque a dualidade é na verdade, como pode ser visto na figura 11, um tipo de inscrição/circunscrição de poliedros regulares.

Sobre a relação de Euler foi demonstrada pelo então matemático Leonhard Paul Euler (1707-1783), relacionado as “partes” do poliedro convexo, como pode ser visto na fórmula a seguir:

$$F + V = A + 2$$

Sendo que:

F: número de faces;

V: número de vértices;

A: número de arestas.

Assim como nos polígonos, nos poliedros convexos é possível obter a soma dos ângulos de todas as faces, utilizando a seguinte fórmula:

$$S = (V - 2) \cdot 4r$$

Onde:

S: somatório dos ângulos das faces;

V: número de vértices;

r: ângulo reto (90°).

No caso da diagonal de um poliedro convexo, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$D = \frac{V(V - 1)}{2} - A - \sum df$$

Onde:

D: total de diagonais do poliedro;

V: número de vértices;

A: número de arestas;

$\sum df$: somatório das diagonais das faces.

É importante lembrar que essa relação somente é válida para os poliedros convexos, e todo poliedro convexo é classificado como Euleriano. No entanto, a relação inversa não é verdadeira.

Portanto, e fazendo uma relação com o cotidiano, é possível identificar diversas formas poliédricas construídas pelo homem, tais como: luminárias, parques, edifícios, coberturas, adereços ou obras de arte. Algumas manifestações naturais como pedras preciosas,

vírus e até mesmo uma colmeia produzida por um enxame de abelhas também configuram estruturas de mesma condição. As pirâmides do Egito, é um exemplo histórico de um poliedro, dentre vários outros.

3.3.1 Os Poliedros de Platão

A disciplina de Matemática é considerada, pela maioria dos alunos, como uma das mais complexas, sendo notória as dificuldades dos discentes em compreender o seu conteúdo, principalmente, quando envolve a construção e interpretação dos sólidos geométricos. Essa deficiência é percebida ainda no ensino básico, se agravando no ensino médio, quando passa a envolver o ensino da Geometria Espacial.

A Humanidade, na sua história, estudou a Matemática em ordem inversa à que foi seguida nas suas escolas, ou quase. De fato, a numeração decimal é a primeira coisa que se aprende mal se vai à escola, e foi uma tardia conquista de uma humanidade já doutíssima em Geometria. Poder-se-ia dizer que a Geometria é em vários milhares de anos mais velha do que a Aritmética.

Os gregos tinham um verdadeiro culto pela Geometria, que a elevaram a um alto grau de perfeição, consideravam-na uma ciência que habitua a raciocinar, que refina a inteligência; diziam que não era preciso estudá-la com fins práticos, mas para "a honra da mente humana".

O interesse pelas estruturas regulares vem desde a Antiguidade. No século II a.C, Platão, um filósofo e matemático do período clássico da Grécia, na época aluno de Sócrates, foi o primeiro matemático a demonstrar que existem apenas cinco poliedros regulares: o cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e o icosaedro. Esses poliedros são designados sólidos de Platão em virtude de ter sido o filósofo quem os designou.

Um poliedro é regular quando as faces são polígonos regulares congruentes, todas as arestas são congruentes e todos os vértices são congruentes. Isto significa que existe uma simetria do poliedro que transforma cada face, cada aresta e cada vértice numa outra face, aresta ou vértice. (LORENZATO, 2010, p 49).

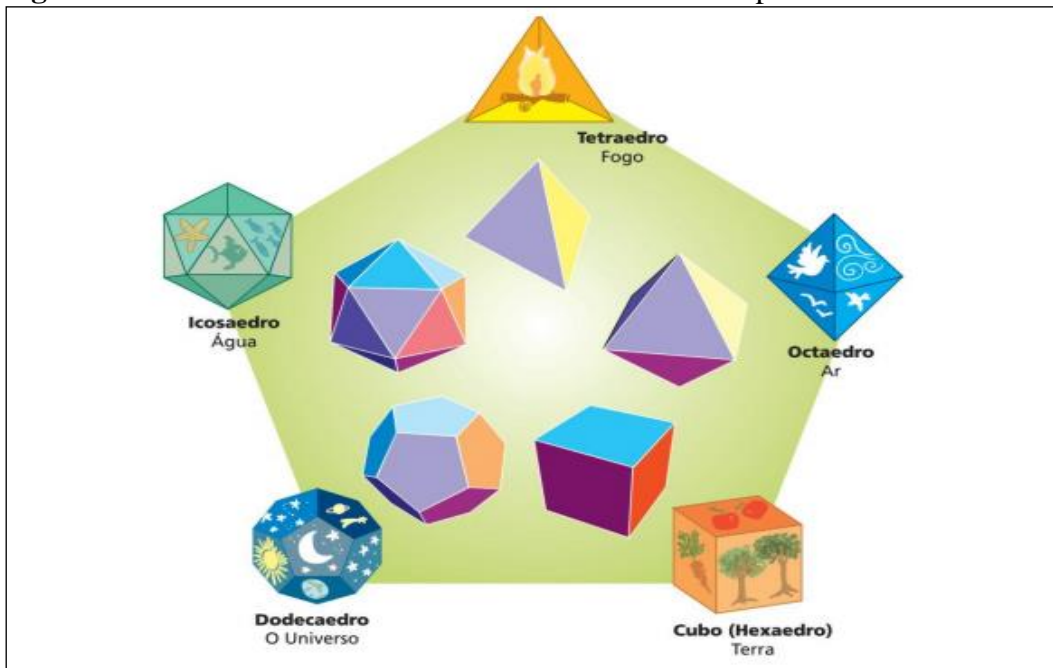
Para Platão, o universo era formado por um corpo e uma alma ou inteligência. Na matéria havia porções limitadas por triângulos, formando-se elementos que diferem entre si pela natureza da forma das suas superfícies periféricas. Se forem quadrados, temos o cubo – o

elemento da terra. Se forem triângulos, formando um tetraedro, teremos o fogo, cuja natureza penetrante está simbolizada na agudeza dos seus vértices.

O ar é formado por octaedros e a água de icosaedros. Platão admitia ainda que, por intervenção inteligente, uns se transformavam nos outros à exceção da terra, que se transforma em si própria. O dodecaedro cheio de harmonia simbolizava o próprio universo. No entanto, ainda existem dúvidas se o teorema “só há cinco sólidos platônicos” se deve a Platão ou a Pitágoras. Mas provar-se-ia mais tarde que este teorema era falso e Cauchy provou que há nove poliedros regulares e que não existem mais. O erro do teorema de Platão ou de Pitágoras reside no fato de os poliedros regulares, por eles considerados, não serem obrigatoriamente convexos.

Com base nos estudos realizados por Platão, atualmente, os poliédricos: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro, ilustrados na figura 12, passaram a ser chamados de Poliedros de Platão.

Figura 12 – Poliedros de Platão associados aos elementos primordiais da natureza.



Fonte: Nunes (2017, online).

Diante desse contexto, pode-se dizer que um poliedro é platônico se, e somente se, atender as seguintes premissas:

- I – For convexo;
- II – Em todo vértice concorrer o mesmo número (m) de arestas;
- III – Toda face tiver o mesmo número (n) de arestas;

IV – For válida a relação de Euler.

Platão observou, ainda, a limitação do número de poliedros regulares, que estava associada à possibilidade de construção dos ângulos poliédricos. Notou que estes eram construtíveis quando a soma dos ângulos internos do polígono que o formava era inferior a 360° .

Assim, apresenta-se o quadro 6 com o resumo dos nomes dos poliedros de Platão:

Quadro 6 – Elementos de um poliedro.

m	n	A	V	F	Nome Poliedro
3	3	6	4	4	Tetraedro
3	4	12	8	6	Hexaedro
4	3	12	6	8	Octaedro
3	5	30	20	12	Dodecaedro
5	3	30	12	20	Icosaedro

Fonte: Dolce e Pompeo (2013, p. 132).

3.4 APLICAÇÕES

3.4.1 Materiais Didáticos Manipuláveis

Nos dias atuais, para motivar os alunos em sala de aula, tornando as aulas mais dinâmica e compreensível, vem sendo utilizado pelos professores um importante recurso didático, conhecido como materiais didáticos manipuláveis, por permitir uma aproximação da teoria com a prática a partir da manipulação.

Sobre a definição do material didático manipulável Lorenzato (2010) explica que se refere a:

qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem, podendo ser citado giz, calculadora, jogos, cartaz, caderno, caneta e etc. Em meio a essa variedade de materiais, em especial, o material didático concreto que pode ter duas interpretações: uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas. (LORENZATO, 2010, p. 45).

Lorenzato (2010) menciona também que esse tipo de material pode ser classificado da seguinte forma: em material manipulável estático, que nesse caso não permite a modificação a partir da sua manipulação, ou seja, por continuidade. Com isso, o sujeito apenas manuseia e

observa os resultados. No entanto, nesse caso, ao limitar o contato apenas para o campo visual, existe o risco de se ter apenas um conhecimento superficial.

Já no caso do material manipulável dinâmico, é possível ter essa manipulação por continuidade, ou seja, o sujeito pode ir modificando o material com base nas operações impostas, destacando-se em comparação ao outro material, pois oferece uma melhor visão do autor, facilitando a percepção da propriedade.

No entanto, Matos e Serrazina (2007) fazem o seguinte alerta:

por melhor que seja o material didático (MD), este [...] nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor. (MATOS; SERRAZINA, 2007, p. 99).

De acordo com o entendimento dos autores, pode-se dizer que a eficácia do material didático manipulável vai ter uma relação direta de como o professor irá usar em sala de aula, sendo de suma relevância o papel do professor no momento em que for utilizar esse tipo de recurso. Isso porque, deve buscar utilizar o material adequado, para que então tenha o sucesso desejado durante a atividade com os alunos.

Corroborando com esse contexto, Passos (2006) explica:

Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam. (PASSOS, 2006, p. 81).

No entendimento da autora supracitada, o material manipulável sozinho não será suficiente para que o aluno aprenda matemática, sendo necessário que seja desenvolvida uma atividade mental ministrada pelo professor, de modo que o discente aprenda a pensar, analisar e a agir.

Diante desse contexto, Rêgo e Rêgo (2006) lista alguns cuidados básicos que devem ser seguidos pelo professor, são eles:

- I. Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II. Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;

- III. Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV. Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V. Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo;
- VI. Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material. (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Destaca-se, assim, a relevância das conjecturas formuladas, pois, por mais que os alunos verifiquem e observem o material, faz-se necessário que este seja validado. Para isso, deve haver uma organização lógica Matemática.

3.4.2 O GeoGebra como *Software* de Geometria Dinâmica

O uso do *software* na Matemática tem contribuído para criação de um ambiente mais dinâmico, que motiva o aluno e torna mais fácil a construção e confirmação das hipóteses propostas. Além disso, é possível criar uma variedade de exemplos, que por mais elaborado na apresentação ao aluno, dificilmente demonstraria a realidade quando utilizado apenas régua e compasso.

Segundo Gravina (2013), o conceito de Matemática pode ser incluído nos objetos com base nas respostas gráficas oferecidos pelos *softwares*, como por exemplo, o GeoGebra, conduzindo ao processo de argumentação e dedução.

No entendimento do autor, a criação dos elementos geométricos podem facilmente acontece em atividades comuns, construindo situações em que o aluno pode explorar e manipular o uso do computador, de modo que ele mesmo formule questões que vão ampliar seus conhecimentos.

Como já explicado, o GeoGebra é um aplicativo matemático que, em uma única interface gráfica, consegue combinar os conceitos de álgebra e geometria, permitindo que o aluno construa objetos geométrico utilizando retas, pontos, polígonos, segmentos de reta, dentre outros desenhos geométricos.

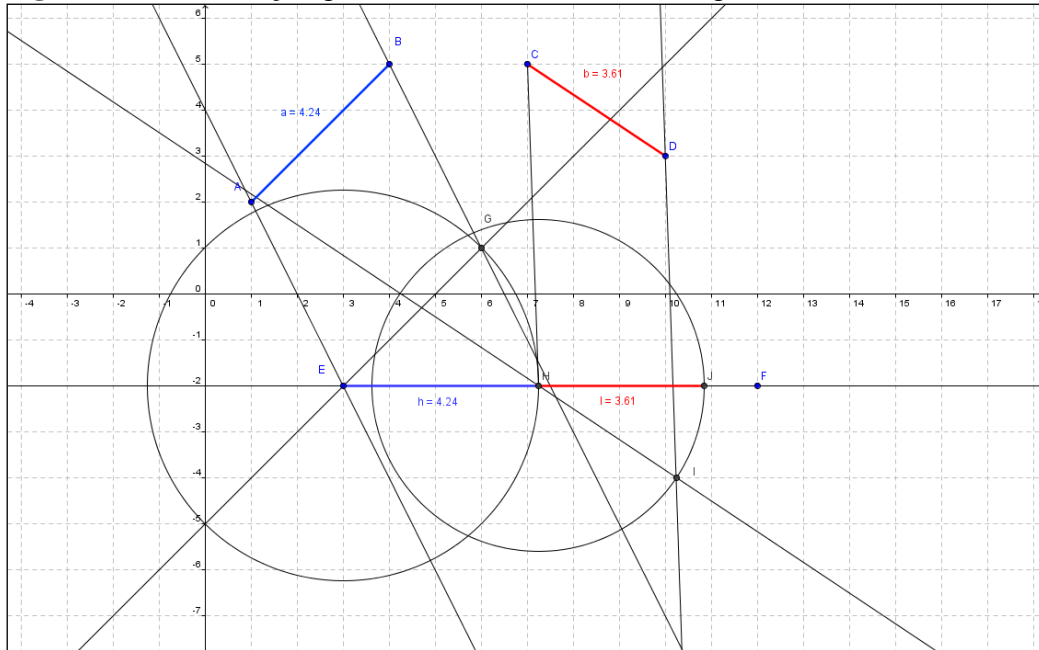
Complementando essa temática, Moreira e Santana (2012) mencionam:

O GeoGebra é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função. Com isto, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Isto tem a vantagem didática de representar, ao mesmo tempo e em um único ambiente visual, as

características geométricas e algébricas de um mesmo objeto. (MOREIRA; SANTANA, 2012, p. 58).

Para exemplificar esse entendimento, os referidos autores demonstram um exemplo, apresentando a soma de dois segmentos, AB e CD:

Figura 13 – Construção geométrica da soma de dois segmentos.

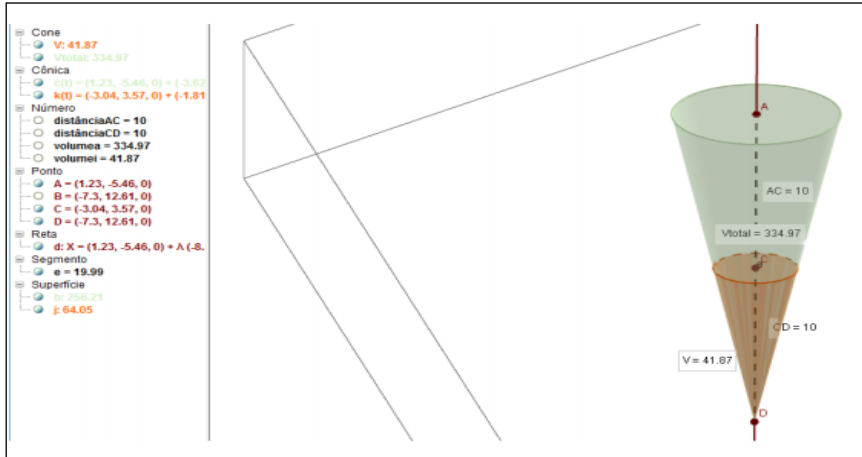


Fonte: Moreira e Santana (2012, p. 59).

Contudo, os autores alertam para que a atividade não fique restrita à uma simples visualização dos gráficos na tela do computador, devendo a atividade ser correlacionada com o entendimento das propriedades geométricas, sendo a visualização no computador utilizada para dar uma nova interpretação.

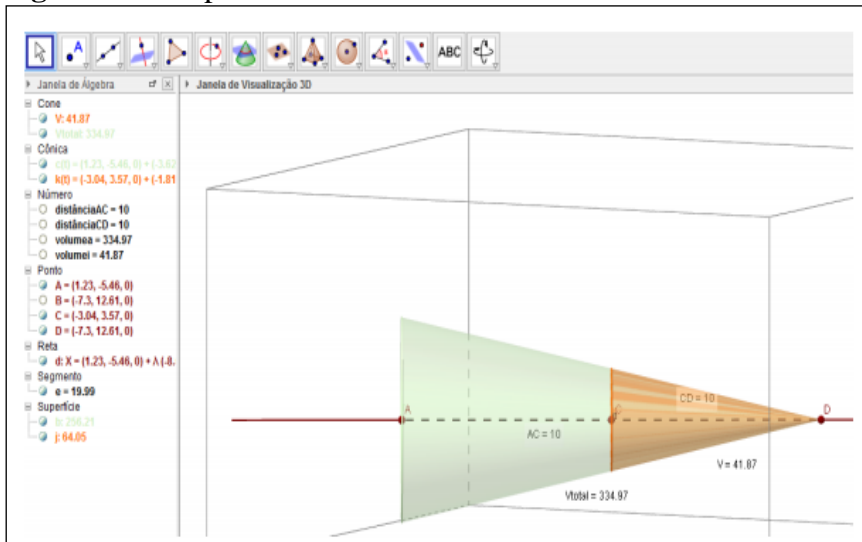
É importante destacar também as vantagens em utilizar o GeoGebra 3D, pois possibilita ao aluno construir objetos utilizando poucos comandos. No entendimento de Machado (2015), uma das vantagens do *software* é a possibilidade do aluno ver a imagem sob diferentes ângulos, facilitando assim seu entendimento com o cálculo a ser utilizado para solução do problema, como mostrado nas figuras a seguir:

Figura 14 – Copo - visão em perspectiva.



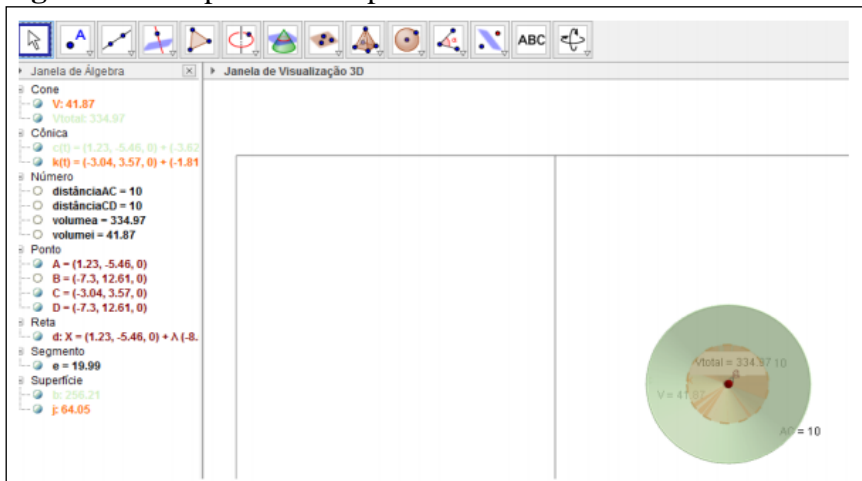
Fonte: Machado (2015, p. 36).

Figura 15 – Copo - visão lateral.



Fonte: Machado (2015, p. 37).

Figura 16 – Copo - visão superior.



Fonte: Machado (2015, p. 37).

4 A SEQUÊNCIA FEDATHI

Buscando melhorar a prática pedagógica, tem-se a metodologia Sequência Fedathi (SF), que tem como propósito adequar a postura do professor em sala de aula de modo a contribuir para que seus alunos superem suas limitações em relação à teoria abordada em sala de aula.

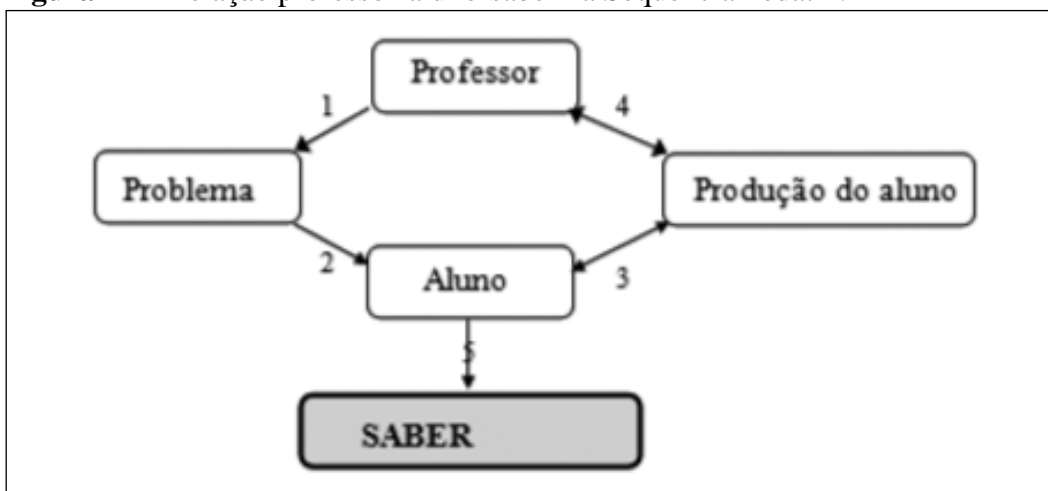
Essa metodologia de ensino foi desenvolvida por um Grupo de Educadores Matemáticos do Estado do Ceará, sendo ela chamada de “Grupo Fedathi³”. A proposta do grupo é que os professores de Matemática ensinem aos seus alunos o conteúdo matemático com base em trabalhos científicos desenvolvidos por um matemático.

No início da década de 1990, o grupo fora formado para discutir as questões envolvidas na didática da Matemática. O coordenador do grupo, Hermínio Borges Neto, utilizou as iniciais dos nomes dos seus filhos, FELipe, DANiel e THIago, para dar origem ao nome Fedathi.

Assim, entre os anos de 1997 e 1998, a partir de sua experiência como matemático, desenvolveu uma sequência didática, possibilitando aos docentes criarem para seus alunos condições de experimentar um aprendizado mais significativo no campo da Matemática.

A base da proposta consistia em fazer com que os alunos se colocassem na posição de um matemático, estabelecendo um processo de investigação e resolução do problema, como ilustrado na figura 17.

Figura 17 – Relação professor-aluno-saber na Sequência Fedathi.



Fonte: Borges Neto *et al.* (2001, p. 19).

³Grupo Fedathi – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, atualmente composto por professores da Universidade Federal do Ceará - UFC, Universidade Estadual do Ceará – UECE e alunos do curso de Mestrado e Doutorado da Faculdade de Educação – FACED - UFC.

Os referidos autores, com base na figura explicam que:

O processo de ensino é iniciado pelo professor que deverá selecionar um problema relacionado ao conhecimento que pretende ensinar (1); a seguir o professor deverá apresentar o problema aos alunos através de uma linguagem adequada (2); com o problema apresentado, os alunos irão explorá-lo na busca de uma solução (3); a solução encontrada deverá ser analisada pelo professor junto ao grupo (4). Os passos 3 e 4, acontecerão alternadamente até que se chegue à construção do conhecimento por parte do aluno (5), esse momento corresponde ao processo de mediação entre o professor e o aluno. (BORGES NETO *et al.* 2001, p. 6).

O modelo proposto pelo Grupo Fedathi é fazer com que o aluno, ao se deparar com um novo problema, possa reproduzir os passos usados por um matemático, ou seja, fazendo uma análise da questão, identificando os caminhos que podem conduzi-lo a uma solução e avaliando os possíveis erros, para que dessa forma seus conhecimentos sejam ampliados, testando cada resultado até montar um modelo.

Diversas experiências utilizando a Sequência Fedathi foram realizadas entre os anos de 1999 e 2002; sendo, nesses estudos, tratado a didática da matemática assistida por computador. Nos dias atuais, a aplicação da Sequência Fedathi está dividida em quatro fases, como descritas no quadro 7:

Quadro 7 – Fases da aplicação da Sequência Fedathi.

FASES	DESCRIÇÃO
Tomada de posição: apresentação do problema	Transposição didática de um problema matemático para o aluno. Não se trata de um enunciado, mas de um modo de mostrar o problema. É importante salientar que todo o processo depende da transposição didática. Também aqui é estabelecido o contrato didático da atividade com o aluno.
Maturação	Desenvolvimento da atividade pelo aluno. Neste contexto, a postura didática do professor é a de não-intervenção (chamaremos de mão-no-bolso, tomando este gesto como representativo da postura do professor diante dos alunos) para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas, se for possível, pois assumimos a ideiação de que a matemática é uma atividade coletiva.
Solução	Formalização e confrontação matemática das ideias do(s) aluno(s). Trata-se da sistematização e organização matemática. Entretanto, a confrontação requer o uso de argumentos matemáticos por meio de contraexemplos locais e globais, conforme é exposto por LAKATOS (1978). Se a solução do aluno apresentar problemas, este deve retornar ao debruçamento. Caso contrário, significa que a atividade foi desenvolvida a contento.
Prova	Neste momento, a solução proposta pelo aluno é formalizada, e as ideias são mais uma vez revisadas.

Fonte: Borges Neto e Santana (2001, p. 5).

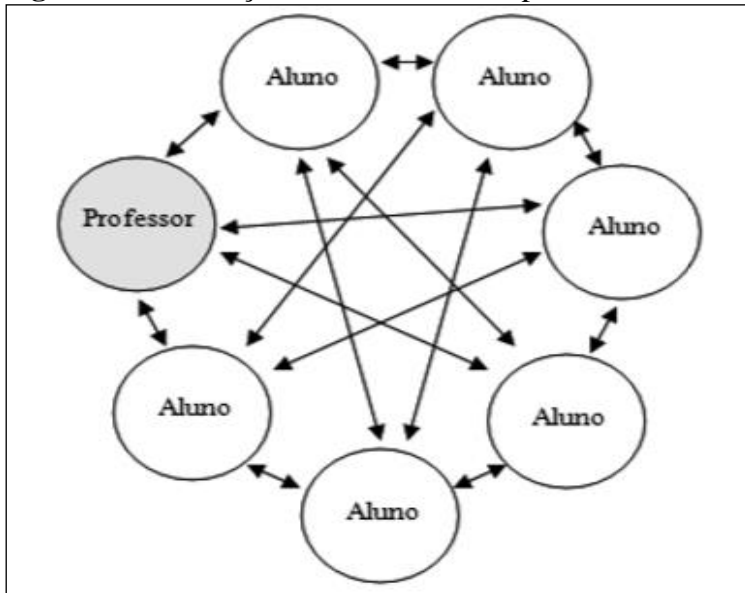
Tomada de posição

Na primeira etapa, é apresentado o problema ao aluno, tendo como base uma situação generalizável e estabelecendo uma relação com o conteúdo ensinado, para que ao final do processo, ele tenha a capacidade de aprender o que lhe fora proposto. Para envolver os alunos, tal situação poderá ser abordada de várias formas com a opção de trabalhar o problema individualmente ou em grupo. No entanto, antes de apresentar a problemática em questão, faz-se necessário que o professor realize uma avaliação de caráter diagnóstico, com o intuito de identificar os pontos fortes e fracos de cada discente. Nesse caso, recomenda-se:

O diagnóstico pode ser realizado por meio de dois momentos, o primeiro em que o professor define quais conhecimentos prévios os alunos deveriam ter para a apreensão do novo conhecimento, e o segundo, a realização da investigação junto aos alunos a fim de averiguar se os estudantes são detentores destes conceitos. (SOUZA, 2013, p. 20).

Com o resultado do diagnóstico, a apresentação do problema aos alunos será iniciada, fazendo uma contextualização sobre o universo matemático, além de estabelecer regras para o problema proposto, sendo para isso estabelecida uma interação multilateral, como pode ser visto na figura 18, exemplificada por Bordanave (1983).

Figura 18 – Interação multilateral entre professor e alunos.



Fonte: Bordanave (1983).

Observa-se, com o ilustrado na figura 18, que o professor deixa de ser o ponto central do debate, tendo a mesma importância a participação de todos os alunos.

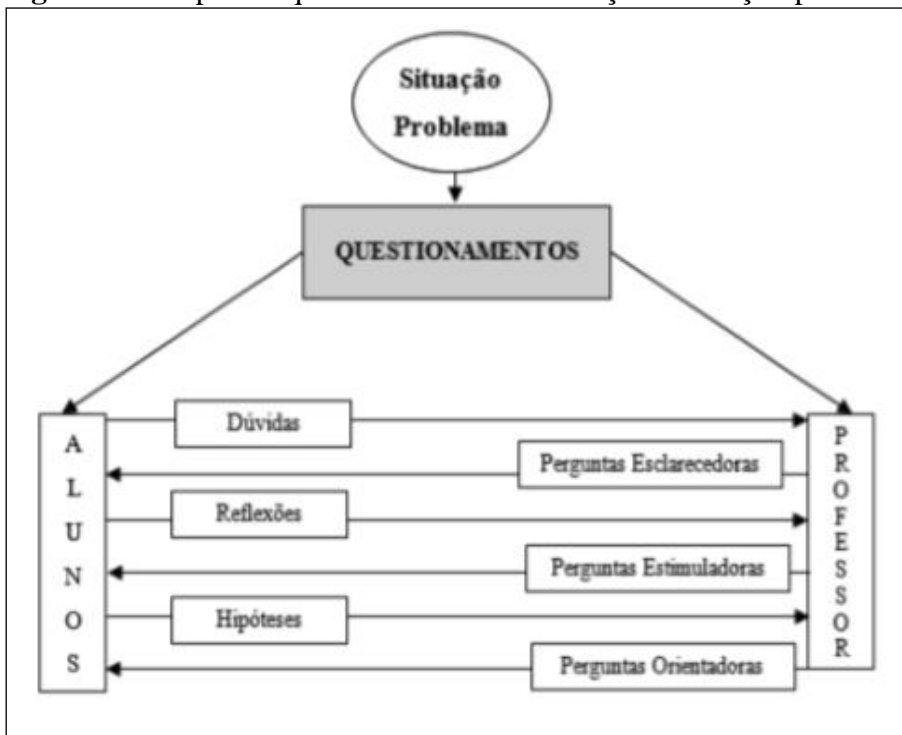
Maturação

A segunda etapa, em que é estabelecida a compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema, é destinada ao debate do problema entre o professor e os alunos, de modo que estes entendam o problema estudado e possam identificar qual o melhor caminho para solução.

Essa etapa se destaca, pois será o momento em que os alunos farão os questionamentos, sendo o professor responsável por passar o *feedback* necessário, originando as reflexões, hipóteses e formulações em busca da melhor solução. É importante mencionar que o professor também pode fazer questionamentos para despertar a reflexão, curiosidade e senso crítico em seus alunos.

Para um melhor entendimento desse contexto, apresenta-se a figura 19 com os tipos de questionamentos em relação à situação-problema.

Figura 19 – Tipos de questionamentos em relação à situação-problema.



Fonte: Souza (2013, p. 24).

Souza (2013) destaca que os questionamentos feitos pelo professor têm como propósito auxiliar os alunos na organização dos pensamentos e elaboração das suas hipóteses e reflexões para o alcance da solução, além de serem também importantes para orientar o raciocínio dos alunos.

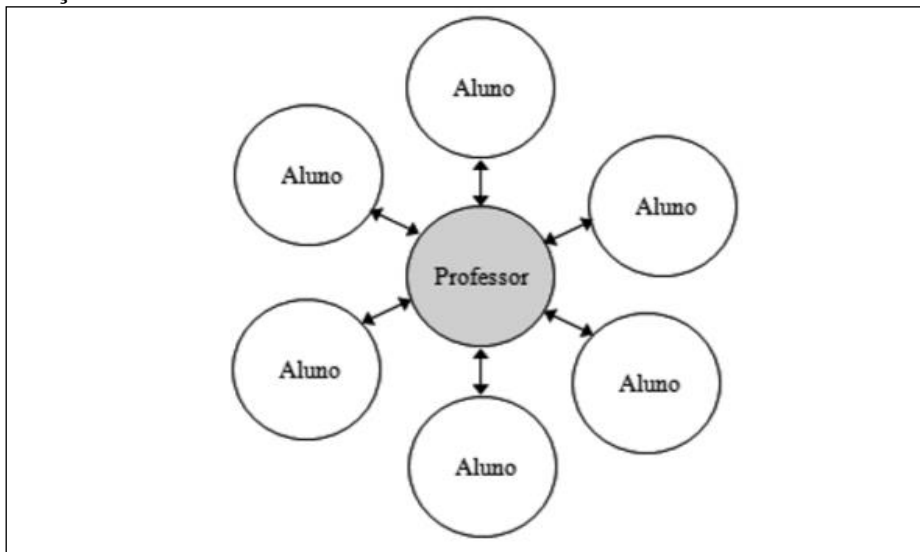
Solução

A terceira etapa refere-se à organização e apresentação dos modelos que conduzirão os alunos a identificar a solução do problema, podendo ser apresentado de inúmeras formas, ou seja, escrito, em desenhos, gráficos, em esquemas ou até mesmo verbalizados.

Nessa fase da metodologia, o importante é a troca de ideias, o debate entre os alunos e o papel do professor em estimular essa interação, gerando a troca de opiniões e conhecimentos, de modo que eles expliquem seus modelos, justificando cada escolha. Souza (2013) lembra também que nessa etapa é importante dar um tempo para que os alunos reflitam sobre as soluções, e que possam exercitar sua autonomia dando importância para o compartilhamento da sua aprendizagem.

Ao se reunir com os alunos para discutir a solução do problema, há então uma interação bilateral, como ilustrado na figura 20.

Figura 20 – Interação bilateral entre professor e alunos durante a discussão e análise das soluções.



Fonte: Bordanave (1983).

Observa-se, como exposto na figura 20, que o professor passa a ter um papel de líder, por ser o mediador do conhecimento. É importante mencionar também que os alunos, nessa etapa, podem cometer alguns tipos de equívocos; no entanto, é preciso que o professor faça uma abordagem dos fatos com clareza, para que os discentes sintam segurança no que diz o professor, como também entendam o erro cometido e possam identificar o(s) caminho(s) correto(s).

Sobre esse contexto, Souza (2013) explica:

A análise das soluções e seus possíveis erros, permitem o aluno conhecer as diferentes formas de interpretação das questões trabalhadas, tornando-os conscientes da resolução correta, além de ajudar a não reincidirem em raciocínios equivocados na resolução de questões semelhantes, é também um momento decisivo para compreenderem e desenvolverem raciocínios matematicamente corretos. (SOUZA, 2013, p. 31).

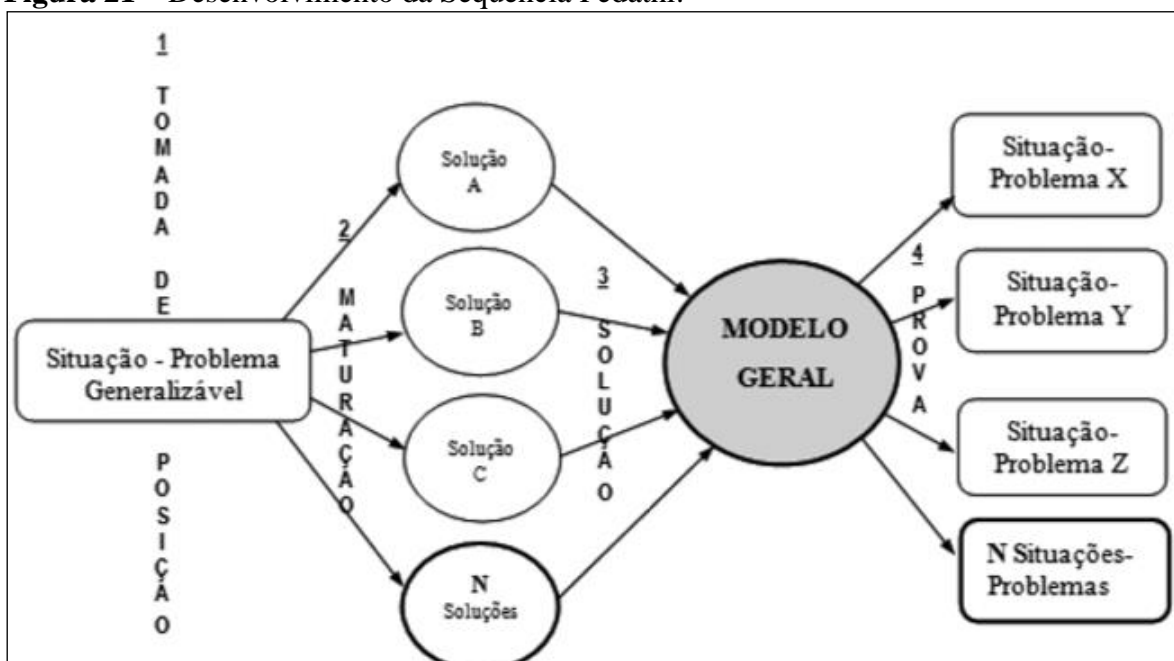
Parte das dificuldades que os alunos passam durante o ensino da Matemática são geradas em consequência das representações lógicas propostas em suas soluções.

Prova

A última etapa refere-se à prova do problema, sendo considerada de suma relevância a didática adotada pelo professor para que seus alunos adquiram o conhecimento desejado, pois além de motivá-los a participar da metodologia, o professor deverá apresentá-los a relação entre os modelos propostos e modelo matemático científico que está sendo ensinado aos discentes. A Prova, na SF, significa que o processo fora finalizado, de modo que nessa etapa o aluno já se sinta apto a elaborar o modelo geral do conhecimento em questão.

Souza (2013, p. 34), demonstra com a figura 21, o desenvolvimento da SF em todas as suas etapas.

Figura 21 – Desenvolvimento da Sequência Fedathi.



Fonte: Souza (2013, p. 30).

Como pode ser percebido na figura 21, os alunos, no SF, passam a conhecer o modelo geral que poderá ser aplicado em situações problema. É também na última etapa, que é feita a avaliação da aprendizagem, podendo o professor aplicá-la utilizando exercícios orais, escritos, por intermédio de *softwares* matemáticos, com materiais manipuláveis ou envolvendo jogos. A escolha do método avaliativo vai depender da turma e do professor, que deve levar em consideração se de fato houve o aprendizado.

Para Borges Neto e Santana (2001), o aluno, a partir da SF, pode superar os desafios epistemológicos, contribuindo também para o aperfeiçoamento e desenvolvimento de novos métodos de ensino. Assim, corroborando com essa temática, Santos (2007) afirma:

A Sequência Fedathi, essencialmente, se caracteriza por possibilitar que o aluno vivencie a experiência Matemática, e por exigir do professor uma atitude diferente a qual estamos acostumadas a ver nas salas de aula, ou seja, ela espera que o professor tenha o hábito de estudar em grupo, pesquisar, observar, ouvir, motivar e intermediar o trabalho do aluno, intervir pedagogicamente e, conseqüentemente, formalizar esse trabalho. (SANTOS, 2007, p. 33).

O mais importante na Sequência Fedathi, não é somente apontar uma atividade como correta e incorreta, mas, na verdade, poder vivenciar todos os passos da construção do conhecimento matemático.

4.1 ATIVIDADE EM GEOGEBRA E A SEQUÊNCIA FEDATHI

Observa-se, no sistema de ensino, que o aprendizado nas escolas vem a cada dia tornando-se mais desafiador, sendo necessário que os professores compreendam as dificuldades dos alunos e tentem superar os desafios em relação à negatividade do modelo de escolaridade.

Diante desse cenário, o papel do professor precisa ir além de transmissor de informações e conhecimento, sendo necessário, para envolver seus alunos, assumir uma função de mediador do processo de ensino e aprendizagem. Corroborando com essa temática, Masetto (2012) destaca algumas ações que o professor precisa desenvolver:

Promover a aprendizagem cognitiva profunda, aprender a ensinar por meio de maneiras pelas quais não foram ensinados, comprometer-se com aprendizagem profissional contínua, trabalhar e aprender em equipes de colegas, desenvolver e elaborar a partir da inteligência coletiva, construir uma capacidade para a mudança e o risco, estimular a confiança nos processos. (MASETTO, 2012, p. 19).

De acordo com o referido autor, de certa forma, não é uma tarefa fácil para o professor, haja vista que o problema de aprendizagem, na maioria das vezes, envolve o eixo metodologia e recursos. Assim, considerando esses dois eixos, os professores podem fazer uso do *Software* GeoGebra e a metodologia proposta pela Sequência Fedathi, para que os alunos possam construir um aprendizado mais significativo.

Souza, Sousa e Santos (2015) buscaram avaliar a sessão didática utilizando a ferramenta do *Software* GeoGebra e Sequência Fedathi. Para isso, os autores criaram uma sessão didática em que o GeoGebra foi utilizado para representação das funções na forma algébrica e gráfica, permitindo assim, uma visualização mais rápida da função. Para aplicação da sessão didática, utilizou-se então a Sequência Fedathi, ou seja, tomada de decisão, maturação, solução e prova.

Com o desenvolvimento da atividade proposta, em que foi feita a associação do *Software* GeoGebra e da Sequência Fedathi, apresentou resultados positivos, viabilizando a exploração dos conceitos, apresentando-se também como um elemento facilitador da construção dos conceitos com simulações gradativas.

Seguindo essa linha de pensamento, Santos (2015) destaca que as etapas da Sequência Fedathi possibilitam ao professor o acompanhamento do desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos, utilizando o *Software* GeoGebra, de modo que o professor, ao fazer o planejamento das sessões didáticas, mude sua postura nas práticas pedagógicas oferecendo aos alunos aulas mais flexíveis.

5 METODOLOGIA

5.1 AMBIENTE DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada na Escola de Ensino Fundamental e Médio Heráclito de Castro e Silva, localizada na Rua Araripe Macêdo 354, CEP 50520-265, Bairro Jóquei Clube - Fortaleza/CE, na região da Secretaria Executiva Regional III - SER III.

Na SER III são, aproximadamente, 378 mil habitantes, distribuídas nos bairros que a compõem, ou seja, Parque Araxá, Rodolfo Teófilo, Pici, Parquelândia, Amadeu Furtado, Bela Vista, Presidente Kennedy, Padre Andrade, Dom Lustosa, Quintino Cunha, Antônio Bezerra, Henrique Jorge, Jóquei Clube, João XXIII, Autran Nunes e Bonsucesso. Entre creches e escolas, nesta SER existem 53 unidades educacionais

A escola em estudo oferece aulas para alunos do Ensino Médio, nos turnos da manhã, tarde e noite; tendo em média, 45 alunos por turma, distribuídos da seguinte forma:

- Manhã (12 Turmas):

1ª Série (A, B, C) - 3 Turmas;

2ª Série (A, B, C, D, E) - 5 Turmas;

3ª Série (A, B, C, D) - 4 Turmas.

- Tarde (12 Turmas):

1ª Série (D, E, F) - 3 Turmas;

2ª Série (F, G, H, I) - 4 Turmas;

3ª Série (E, F, G) - 3 Turmas.

- Noite (8 Turmas):

1ª Série (G, H, I) - 3 Turmas;

2ª Série (J, K) - 2 Turmas;

3ª Série (H, I, J) - 3 Turmas.

5.2 TIPO DE PESQUISA

Uma pesquisa científica é classificada quanto aos seus procedimentos técnicos (método), seus objetivos (tipologia) e à abordagem do problema. Assim, quanto aos procedimentos técnicos, ou seja, os métodos científicos utilizados nesta pesquisa foram o estudo bibliográfico, com pesquisa de campo.

Segundo análise de Lakatos e Marconi (2001), a revisão de literatura também é chamada de pesquisa bibliográfica:

Trata-se do levantamento, seleção e documentação de toda bibliografia já publicada sobre o assunto que está sendo pesquisado, em livros, revistas, jornais, boletins, monografias, teses, dissertações, material cartográfico, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo o material já escrito sobre o mesmo. (LAKATOS; MARCONI, 2001, p. 63).

Assim, é a partir da pesquisa bibliográfica que os dados secundários foram obtidos, pois foram coletados a partir de material previamente publicado por outros autores que abordaram o tema em análise, nas ferramentas para auxiliar no aprendizado dos alunos do ensino médio.

Ao analisarem a pesquisa de campo, Lakatos e Marconi (2001, p. 75) afirmam que é nela que ocorre a observação e coleta de dados, ou seja, “Diretamente no próprio local em que se deu o fato em estudo, caracterizando-se pelo contato direto com o mesmo, sem interferência do pesquisador, pois os dados são observados e coletados tal como ocorrem espontaneamente”. A pesquisa de campo efetivou-se quando realizadas as atividades usando a Sequência Fedathi e o *Software* GeoGebra.

Quanto aos objetivos, ou seja, ao tipo de pesquisa, este estudo foi descritivo e exploratório. Concernente à pesquisa descritiva, Vianna (2001) menciona que:

Em tal pesquisa, dados são registrados e analisados, sem interferência do pesquisador. Procuram-se descobrir a frequência com que um fato ocorre, sua natureza, características, causas, relações com outros fatos. Assim, para coletar tais dados, utilizam-se técnicas específicas, dentre as quais se destacam a entrevista, o formulário, o questionário, o teste e observação. (VIANNA, 2001, p. 104).

No que se refere à pesquisa exploratória, ela objetiva e “proporciona maior familiaridade com o problema ou fenômeno a ser investigado, com vistas a deixá-lo mais explícito ou a levantar hipóteses” (VIANNA, 2001, p. 108). Foi através desta que a pesquisa desenvolveu suas ideias e compreensões comparando o referencial teórico coletado para o estudo com seus conhecimentos e vivências cotidianas, construindo um texto no qual as pessoas podem refletir sobre a realidade vigente sobre as ferramentas que podem auxiliar no aprendizado da Matemática entre os alunos do Ensino Médio.

Quanto à abordagem do problema, o enfoque dado à pesquisa foi qualitativo. Conforma Lakatos e Marconi (2001, p. 123), a pesquisa qualitativa é “basicamente aquela que busca entender um fenômeno específico em profundidade. Ao invés de estatísticas, regras e

outras generalizações, a qualitativa trabalha com descrições, comparações e interpretações”. Todavia, possui o problema de ser menos controlável e mais subjetiva, haja vista que o pesquisador em conjunto com os participantes pode direcioná-la da forma como desejem, respondendo a questões muito particulares.

O enfoque metodológico utilizado neste trabalho buscou relacionar os conceitos e temáticas defendidos por educadores com as vivências e práticas de professores, levando-se em consideração seus conhecimentos, habilidades, competências e atitudes ao ministrarem seus conteúdos em sala de aula ou atividades afins, de modo que os alunos também pudessem participar ativamente das atividades.

5.3 AMOSTRA DA PESQUISA

O universo de uma pesquisa pode ser considerado como a totalidade dos indivíduos que possuem as mesmas características definidas para um determinado estudo. Desse modo, o universo da pesquisa foi o total de escolas de Ensino Médio existentes na SER III.

Já a amostra da pesquisa, é a parte da população selecionada de acordo com uma regra pré-estabelecida, sendo escolhida, para este caso, de forma não probabilística (OLIVEIRA, 2001). Assim, para esta pesquisa, a amostra populacional foi composta por sete turmas do 2º ano do Ensino Médio da escola supracitada inicialmente, sendo duas do turno da manhã, três do turno da tarde e duas no turno da noite.

5.4 PROCEDIMENTOS PARA APLICAÇÃO DA ATIVIDADE

A atividade proposta foi condicionada pela metodologia de ensino regida pela Sequência Fedathi. Foram desenvolvidos três métodos de estudo: método tradicional, em que foram utilizados apenas o quadro branco, pincel e régua; o método lúdico, em que foram usados de materiais manipulados, com materiais de baixo custo e fácil acesso (canudos, régua, tesoura, barbantes e/ou fitilhos de plástico); e o método usando um *software* educativo, que nesse caso, foi utilizado o *Software* GeoGebra.

Para aplicação das atividades, cada turma foi dividida em seis grupos com sete integrantes; assim, cada atividade seria desenvolvida por duas equipes. Com um total de 42 grupos, a prática foi realizada nos dias 19, 21 e 23 de fevereiro de 2018, divididos em 14 grupos por dia e abordagem.

No primeiro dia, o espaço utilizado foi a própria sala de aula, pois as atividades foram iniciadas com os trabalhos utilizando a abordagem tradicional. No segundo dia, os alunos foram conduzidos ao Laboratório de Ensino de Ciências e Matemática (LECM) da escola, para que pudessem trabalhar com os materiais manipulados. No terceiro e último dia, a atividade foi realizada no Laboratório de Ensino de Informática (LEI) da escola, pois o *Software* GeoGebra foi o principal e única ferramenta de aporte.

No final das atividades, foi aplicado um questionário com quatro perguntas para analisar a percepção dos alunos quanto à metodologia proposta pela Sequência Fedathi.

Para apresentação e discussão dos resultados, foi feita uma síntese geral dos achados de cada categoria.

6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA ATIVIDADE UTILIZANDO A SEQUÊNCIA FEDATHI PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA

6.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS (PLATEAU)

Mesmo que os alunos se deparem com a linguagem geométrica, em muitos momentos da Educação Básica, é no 2ª Série do Ensino Médio que atrai uma atenção circundante e um tratamento peculiar no que diz respeito à Geometria Métrica Espacial. No entanto, um dos maiores obstáculos sentido pelos discentes é o de caracterizar no plano, figuras tridimensionais quanto à forma e ao espaço.

Pensando em verificar tal grau de abstração, o docente dá início ao *Plateau*, uma espécie de diagnóstico que investiga o nível de conhecimento nos grupos com relação ao tipo de abordagem a eles designado, para que a autonomia do aluno venha a desenvolver o estímulo que o professor nele desperta e a busca pela resolução da situação-problema sejam consideradas satisfatórias.

Levando-se em consideração esses aspectos, o *Plateau* informou, em seu propósito, questões sobre relações métricas no triângulo retângulo, em especial, o Teorema de Pitágoras e propriedades fundamentais de figuras planas, responsáveis pela composição das figuras tridimensionais.

Quanto à construção e manipulação dos sólidos geométricos, seja através de materiais de baixo custo (canudos e barbantes), seja pelo *Software* GeoGebra, o professor decidiu que o referido diagnóstico não era necessário, uma vez que ele os acompanhava quinzenalmente aos laboratórios de Ensino de Ciências e Matemática (LECM) e Ensino de Informática (LEI), respectivamente, com essa finalidade.

6.2 USO DA SEQUÊNCIA FEDATHI PARA ANALISAR O DESENVOLVIMENTO DA TURMA NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

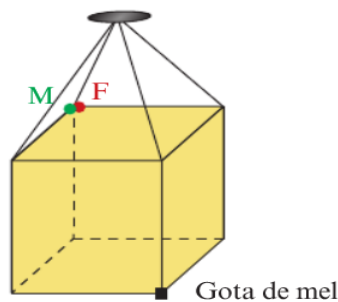
Apresenta-se, inicialmente, uma síntese das quatro etapas da Sequência Fedathi (Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova) com relação aos métodos propostos, versando sobre o comportamento dos grupos: antes (conhecimentos prévios); durante (desenvolvimento); e depois (reflexão), suas respectivas abordagens e, também, o professor.

É importante mencionar que a atividade trabalhada foi extraída do Caderno do professor: matemática, ensino médio - 2ª série, volume 4, 2009, p. 15, dos autores Maria Inês Fini, Carlos Eduardo de Souza Campos Granja, José Luiz Pastore Mello, Nílson José Machado, Roberto Perides Moisés e Walter Spinelli. Este subsídio didático contempla o currículo proposto no Ensino Fundamental - Séries Finais e Ensino Médio do Estado de São Paulo, no que se refere à forma de abordar o conteúdo; assim como as formas, medidas, distâncias e representações do espaço em Geometria Espacial, merecendo destaque como é feita a contextualização dos conteúdos propostos, as competências pessoais envolvidas, principalmente, aquelas relacionada à interpretação e escrita matemática, além dos elementos culturais internos e externos à Matemática.

6.2.1 Tomada de Posição: “A mosca, a formiga e a gota de mel”

Como explicado no referencial teórico, nessa etapa é apresentada ao aluno a situação-problema. A abordagem do problema é feita utilizando três metodologias: tradicional, manipulação de material e *software*. Assim, devidamente nivelados, os 42 grupos, sendo 14 para cada abordagem, por intermédio do docente, foram apresentados a seguinte situação-problema⁴:

“A luminária de uma lanchonete tem a forma de um cubo. Contudo, ela só possui laterais. As bases foram subtraídas para iluminar melhor o ambiente. Uma mosca e uma formiga encontram-se sobre um mesmo vértice do prisma, como indicado na figura pelas letras M (mosca) e F (formiga). No vértice oposto, da outra base, encontra-se uma gota de mel, que interessa a ambos os insetos. A mosca tem a vantagem de ter asas e poder voar. A formiga só pode andar pela superfície e pelas arestas da luminária.



⁴ FINI, Maria Inês; GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos; MELLO, José Luiz Pastore; MACHADO, Nílson José; MOISÉS, Roberto Perides; SPINELLI, Walter. Caderno do professor: matemática, ensino médio. - 2ª série, v. 4. São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. São Paulo: SEE, 2009, p. 15.

Indique qual o menor percurso que cada inseto deve fazer para alcançar a gota de mel, admitindo que a aresta da base da luminária meça 3 dm, qual é o tamanho do percurso feito por cada inseto?”

Ainda convém destacar que os principais critérios que levaram a escolha da situação-problema supracitada foi a objetividade do que fora proposto no enunciado, explorando uma linguagem matemática acessível e sua contextualização, de modo que cada uma das equipes envolvidas correlacionasse seus conhecimentos prévios, concepções epistemológicas e práticas vivenciadas em sala de aula.

Assim, para solucionar o problema, conforme pré-estabelecidos, foram utilizados três métodos: método tradicional, método lúdico e o método utilizando o *Software* GeoGebra. Cada método foi utilizado por 14 grupos, contendo pelo menos 7 integrantes.

6.2.2 Maturação

Lançada a problematização, os grupos procuraram se familiarizar com ela, dando início a busca pela solução, usando o senso investigativo a partir de algumas anotações, questionamentos e reflexões.

Convém mencionar que, por opção do docente e para fins de análise da Sequência Fedathi, a figura apresentada durante o enunciado da situação-problema não fora concedida aos grupos, deixando-os assim, livres para desenvolverem e consolidarem a ideia explanada dentro das competências e habilidades exigidas por cada abordagem.

Com isso, o docente percebeu que nenhum dos grupos relacionados à abordagem tradicional deixou de recorrer à ilustração da situação como ferramenta para busca da solução. Alegaram que sem ela “a questão fica incompleta”, “complicada”, “mais trabalhosa” e até mesmo “impossível”.

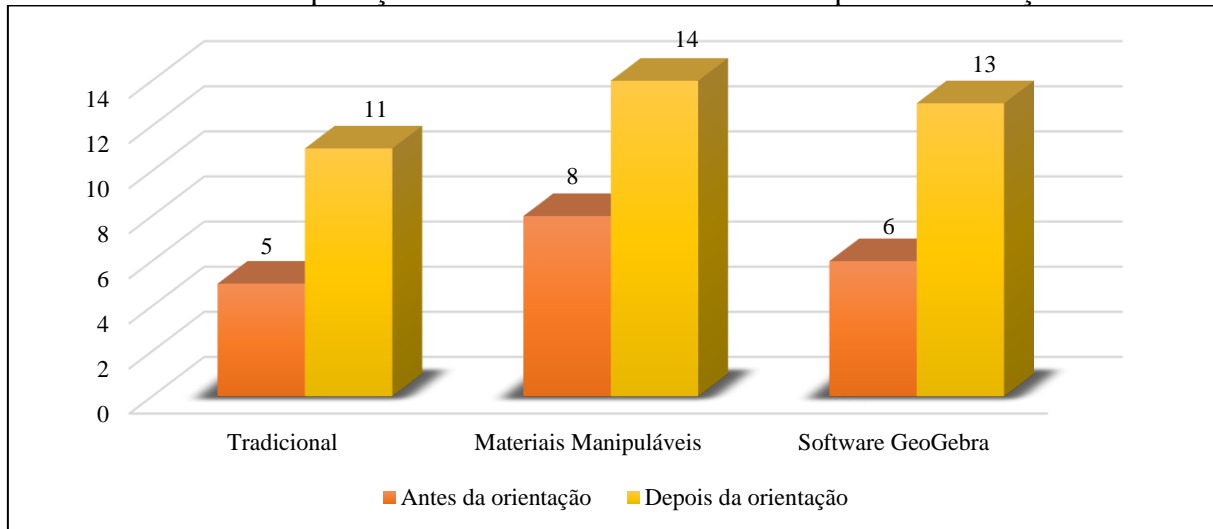
Além disso, surgiram dúvidas, por parte de algumas equipes, quanto à forma da luminária no momento em que iniciaram a confecção e manipulação da própria. Sendo assim, foram feitas as seguintes indagações: “Professor, como é mesmo o formato do cubo?”, “Estamos na dúvida entre as formas do paralelepípedo e o cubo. Qual a diferença?”, “Quantos lados tem o cubo?”, “Professor, os lados do cubo são iguais?” e “Quando a questão fala desse prisma, ela tá se referindo ainda a luminária?”.

Diante das perguntas apresentadas pelos grupos, o professor teve seu posicionamento, apresentando algumas referências tanto de aulas passadas, retratadas por

outros assuntos, quando fez alusão à forma e às características de um dado, que fora muitas vezes objeto de estudo utilizado pelos alunos na resolução dos exercícios de Probabilidade. Com relação ao um exemplo do cotidiano, foi destacada a estrutura de uma sala de aula, que se apresenta como uma figura de um paralelepípedo reto, contraexemplo de um cubo e consequentemente alguns tipos de prisma.

O gráfico 1, apresenta um comparativo da quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito na interpretação da forma da luminária antes e depois da orientação do docente.

Gráfico 1 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito na interpretação da forma da luminária antes e depois da orientação do docente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Observa-se que em todos os métodos, depois que houve a orientação do docente, os alunos conseguiram desenvolver melhor as atividades, principalmente entre os grupos que utilizaram materiais manipuláveis. Segundo Pavanello (2012), as dificuldades no aprendizado da Matemática podem estar relacionadas à didática do professor. Nesse caso, observou-se que tanto a didática como os métodos aplicados contribuíram para compreensão e solução do problema.

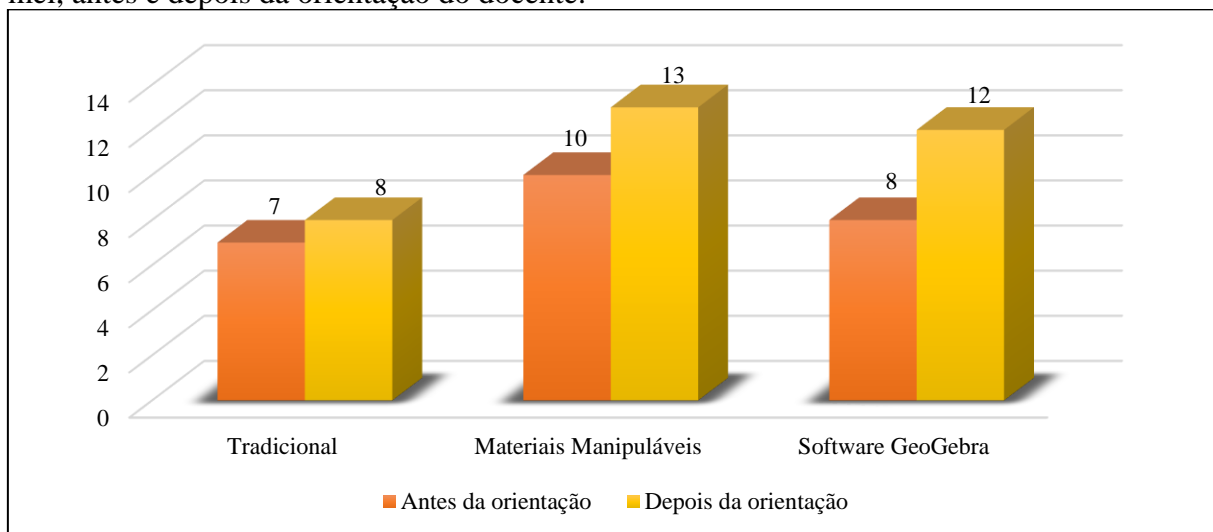
O próximo passo consistiu-se na escolha do vértice em que a mosca e a formiga permaneceriam inicialmente, e logo após definir na outra base seu vértice oposto, em que seria encontrada a gota de mel almejada por ambas. As equipes não tiveram dificuldades em identificá-los na luminária, muitas delas até utilizaram definições próprias, tais como: “são as quinas da luminária”, “os vértices do cubo são as extremidades dele”, “é o lugar onde os canudinhos se encontram”.

Entretanto, uma vez que as equipes conseguiram estabelecer um lugar para a mosca e a formiga, ressurgiram as dúvidas com relação ao conceito de vértice oposto, em contexto, a posição em que ficaria a gota de mel. A pergunta que sintetiza os questionamentos discutidos pelos grupos foi: Se na outra base contamos com mais quatro vértices, então qual deles é o oposto?

O professor, por sua vez, diante do novo questionamento apresentou de forma objetiva a seguinte afirmação: “Dois vértices de um sólido não serão opostos em relação ao mesmo se eles pertencerem a uma mesma face”. No instante em que se comentou o contraexemplo, uma das equipes da abordagem tradicional exclamou: “seria bem mais fácil, se a gente pudesse virar esse desenho”.

Em virtude do que foi mencionado, o próximo gráfico compara a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito na posição dos vértices em que se encontram a formiga, a mosca e a gota de mel antes e depois da orientação do docente.

Gráfico 2 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito na posição dos vértices em que se encontram a formiga, a mosca e a gota de mel, antes e depois da orientação do docente.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Observa-se que as equipes de trabalho com materiais manipuláveis apresentaram resultados melhores. Nesse momento do estudo, vale salientar que as equipes as quais não obtiveram êxito na interpretação da luminária com relação à sua forma e às características, como também na localização dos elementos em destaque, a elas lhes foram apresentadas a figura inicial, com o propósito de resgate dos conceitos trabalhados; ou seja, trabalhar a concepção de alguns tipos de prismas e suas propriedades.

Pela observação dos aspectos analisados, esta etapa fora finalizada com a discussão entre os membros de cada uma das equipes sobre o conceito de distância mínima ou, como aponta a questão, na compreensão do menor percurso em que a formiga e a mosca, em suas condições de mobilidade, poderão traçar para obterem a gota de mel. Durante o diálogo, o professor observou alguns pontos levantados pelas equipes, por exemplo: “a menor distância entre dois pontos é uma reta”, “basta agora deslocar reto a mosca e a formiga” e “Tanto a mosca quanto a formiga podem pegar atalhos assim”.

Todavia, tal conceito e a relevância de seus argumentos foram avaliados somente no decorrer das resoluções apresentadas sobre a problemática, consequentes de cada uma das abordagens.

6.2.3 Solução

Com as respostas das atividades estruturadas e concluídas, os grupos de cada abordagem proposta apresentaram sua linha de pensamento, revelando suas estratégias utilizadas dentro de suas perspectivas. Por esse motivo, as equipes expuseram para os demais colegas de sala, para efeito de análises, seus trabalhos com as propostas de resolução, questionamentos e considerações pertinentes no final da etapa.

No que concerne ao professor, este fez a mediação entre as equipes de uma mesma abordagem. Inicialmente, foi feita a socialização, em que cada grupo apresentou seus modelos de resposta com intuito de compará-los segundo equívocos e precisões. Assim, na sequência, foi apresentada a proposta denotada por cada uma das abordagens trabalhadas divididas em dois momentos: O percurso da mosca e o percurso da formiga, como podem ser vistos a seguir.

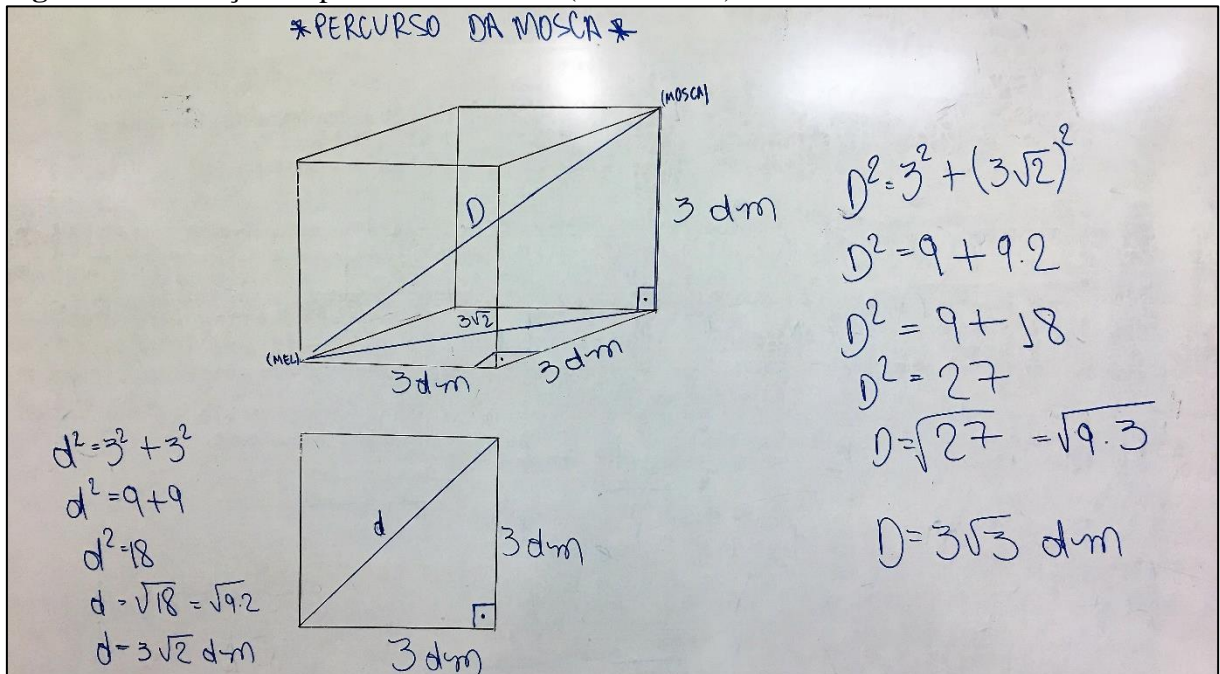
1º momento - O percurso da mosca

Tradicional

A execução do menor caminho a ser traçado pela mosca, para obter a gota de mel, fora construído por algumas equipes através de relações métricas no triângulo retângulo, em especial, o Teorema de Pitágoras. Algumas outras, como tinham conhecimento prévio sobre fórmulas relacionadas ao cubo, resolveram então aplicá-las diretamente ao problema, isto é, desprovida de maiores cálculos.

As ilustrações a seguir retratam os modelos desenvolvidos e estruturados por algumas equipes.

Figura 22 – Solução do percurso da mosca (Tradicional).



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Todavia, seis equipes, dentre as 14 selecionadas, não conseguiram concluir a problemática. Quatro delas compreenderam o conceito de distância mínima, mas não obtiveram ou cometeram equívocos quanto ao resultado numérico. As duas restantes, não assimilaram esse conceito e traçaram outros rumos entre os envolvidos.

Quando questionadas sobre a maior dificuldade confrontada, os grupos alegaram a falta de perspectiva geométrica que o desenho proporciona, comprometendo assim a investigação em sua natureza e objetivo.

Materiais Manipuláveis

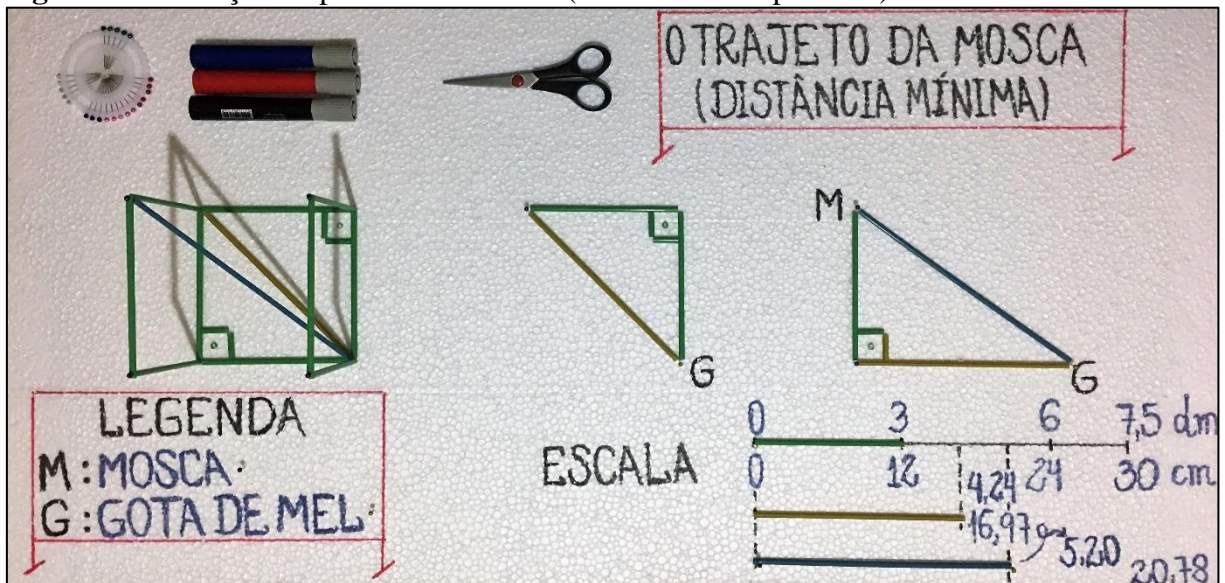
Durante a confecção das estruturas no LECM da escola, os grupos procuraram primeiramente estabelecer uma unidade de medida de comprimento diferente da que fora estabelecida no enunciado. A justificativa que eles evidenciaram foi a de uma melhor compreensão com relação ao tamanho adotado para as arestas (canudos).

Além da conversão para uma medida mais usual, um outro fato que chamou a atenção do docente foi que alguns grupos usaram noções intuitivas de proporcionalidade para

construir o cubo em diferentes tamanhos, ajustando a distância mínima encontrada na escala utilizada com a distância mínima pedida (real), somente no momento da descoberta do valor numérico.

Em seguida, utilizando uma régua ou uma trena graduada, os grupos começaram a aferir o comprimento da diagonal do cubo. Alguns, não sentindo segurança com o valor encontrado pelos instrumentos, decidiram também aplicar o Teorema de Pitágoras de modo a comparar tais resultados, evitando assim uma possível discrepância entre os valores. As ilustrações a seguir mostram os alunos durante o desenvolvimento da atividade.

Figura 23 – Solução do percurso da mosca (Materiais Manipuláveis).



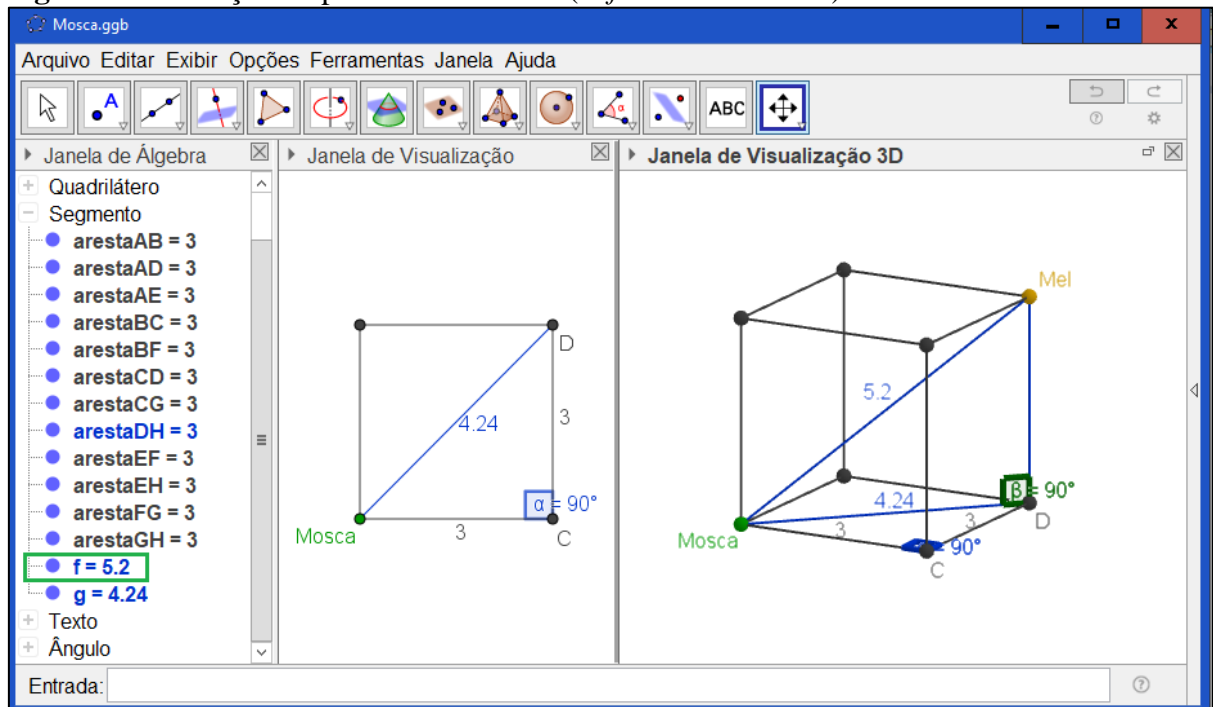
Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Software GeoGebra

Já no LEI, as novas equipes recorreram ao *Software* GeoGebra 5.0 para concretizar suas ideias e para a maioria delas, montar o cubo não ofereceu nenhum obstáculo relevante, devido o suporte oferecido pela barra de ferramentas que, por sua vez, auxilia na criação, visualização e manipulação de figuras tridimensionais; facilitando, assim, o entendimento e manipulação do desenho.

Nela, os grupos puderam contar com janelas específicas, tal como a construção de poliedros regulares, o ajuste do tamanho de suas arestas e a medição de segmentos nele existentes. Para conferir o valor obtido na Janela de Álgebra, somente cinco equipes das quais obtiveram êxito sobre o cálculo da distância mínima, utilizaram o Teorema de Pitágoras sobre a diagonal do cubo.

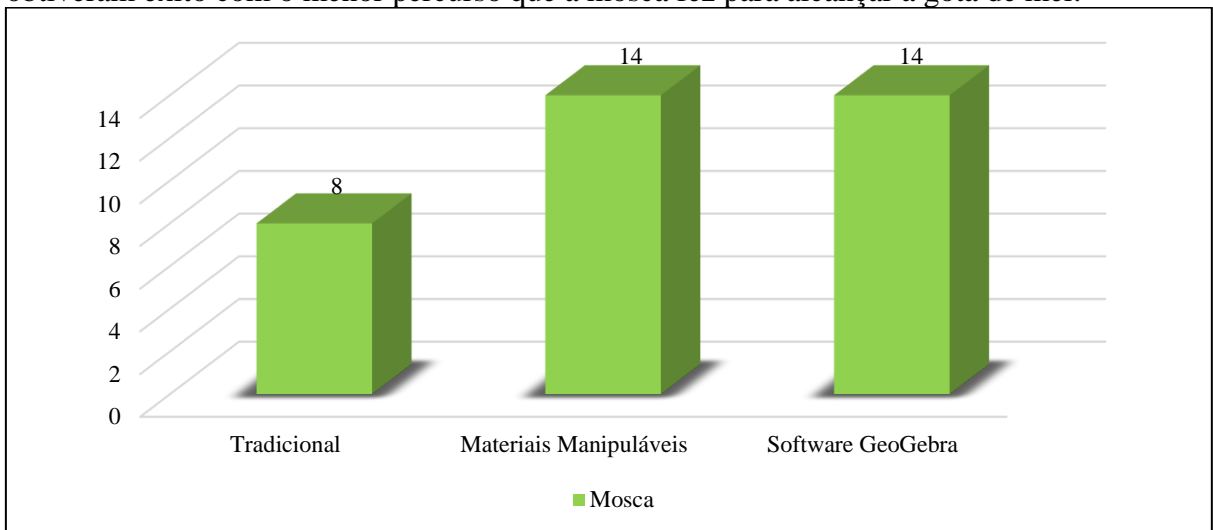
Figura 24 – Solução do percurso da mosca (*Software GeoGebra*).



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Sendo assim, em consequência dos esquemas, modelos e estruturas apresentados pelas abordagens, fora elaborado um comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito com o menor percurso que a mosca fez para alcançar a gota de mel.

Gráfico 3 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito com o menor percurso que a mosca fez para alcançar a gota de mel.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Observa-se que os grupos, nos quais desenvolveram as atividades utilizando materiais manipuláveis e o *Software* GeoGebra, obtiveram um excelente entendimento na resolução do problema.

Vale salientar que o professor, ao se deparar com as resoluções oferecidas pelos grupos, levantou um questionamento bem pertinente a ocasião: “– Como garantir que a diagonal da luminária é de fato o menor caminho percorrido pela mosca?” Reflexivas, as respostas, em sua maioria, fizeram alusão à diagonal do cubo como o menor segmento de reta que liga os dois pontos considerados, no caso a mosca e a gota de mel. As demais respostas alegaram medidas alternativas para o caso.

2º momento - O percurso da formiga

O trajeto desenvolvido nesta segunda parte da solução foi no mínimo peculiar. As equipes trataram a busca pela menor distância a ser percorrida pela formiga para obter a gota de mel de modo condicionado, ou seja, o referido inseto só cumpre seu objetivo se estiver respeitado algumas possibilidades com determinadas restrições pelo caminho.

Para um melhor entendimento, tais possibilidades foram classificadas pelos grupos em três casos, que são

1º caso: A formiga tem seu percurso traçado apenas sobre as arestas da luminária;

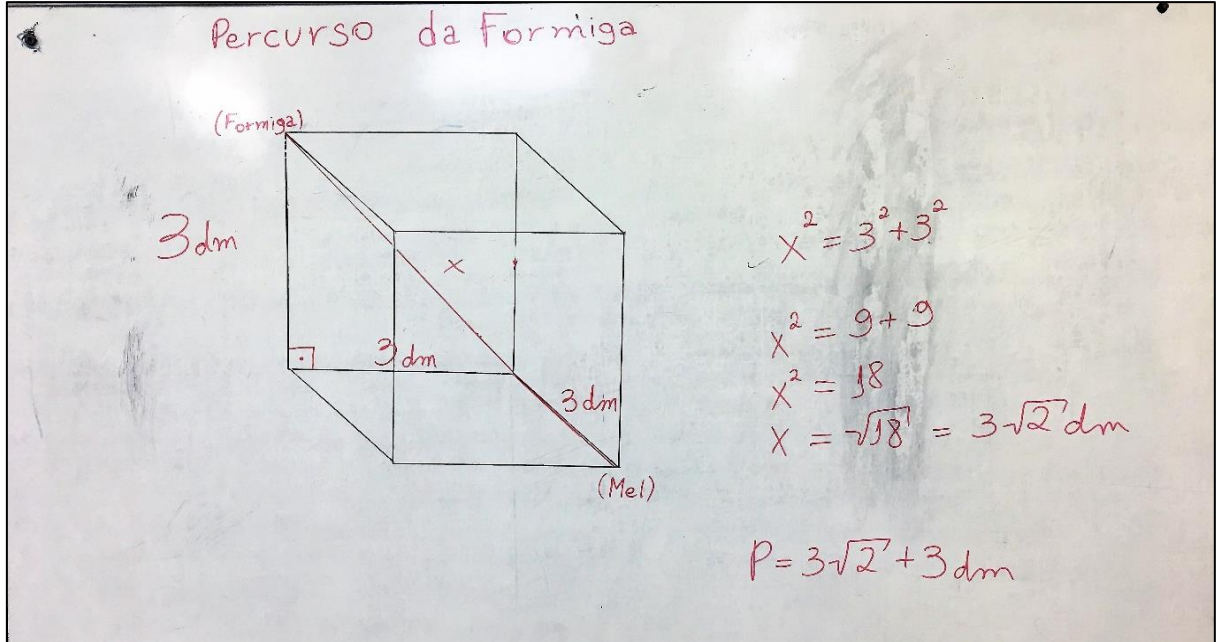
2º caso: A formiga tem seu percurso traçado sobre a diagonal de uma das faces disponíveis e uma das arestas da luminária;

3º caso: A formiga tem seu percurso traçado sobre a planificação de algumas das faces disponíveis, passando pelo ponto médio de uma das arestas da luminária.

Aproveitando a ilustração ou o modelo desenvolvido no percurso da mosca, cada uma das abordagens deu, a sua maneira, início a segunda parte do problema. Conversando entre si, as equipes desenvolveram algumas proposições envolvendo hipóteses (condições suficientes) e teses (condições necessárias), todas essas atreladas aos casos supracitados. Abaixo, algumas imagens provenientes dos modelos discutidos.

Tradicional

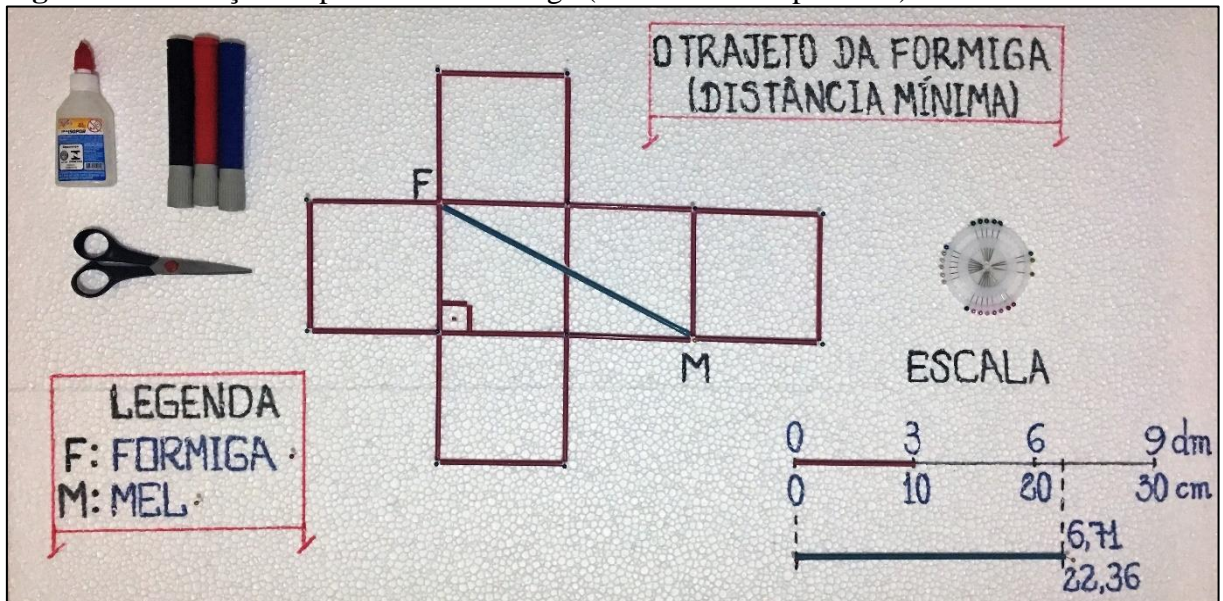
Figura 25 – Solução do percurso da formiga (Tradicional).



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Materiais Manipuláveis

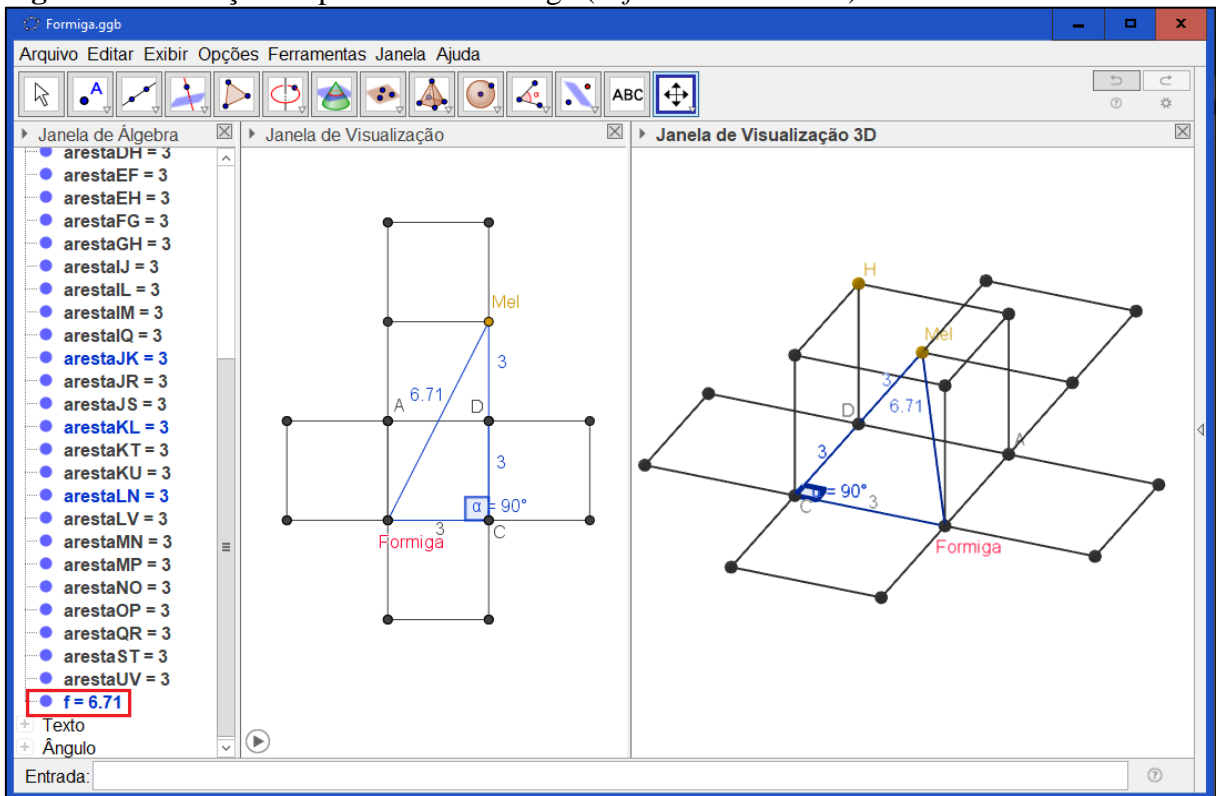
Figura 26 – Solução do percurso da formiga (Materiais Manipuláveis).



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Software GeoGebra

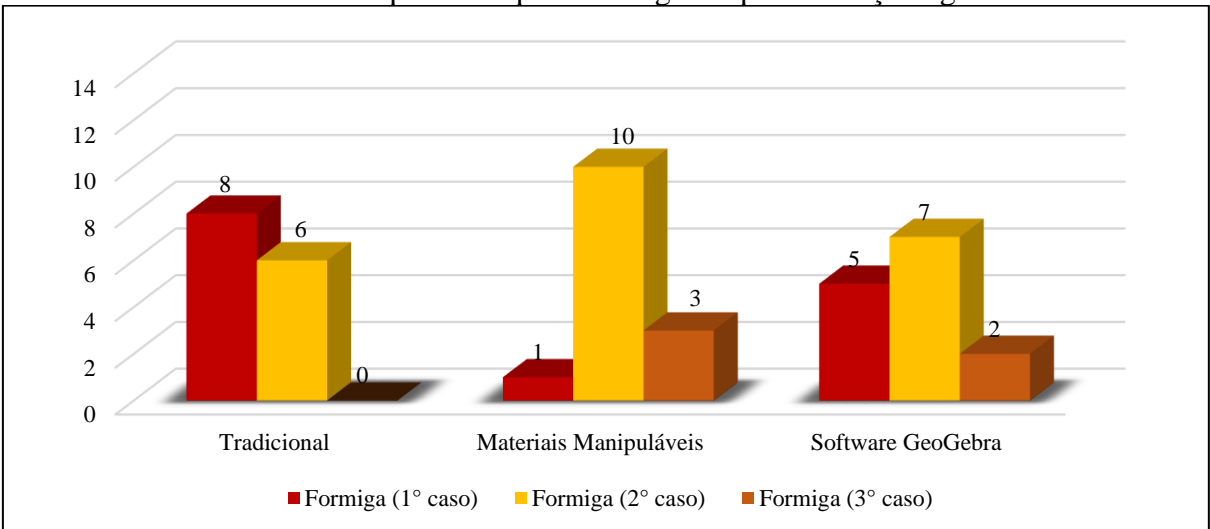
Figura 27 – Solução do percurso da formiga (*Software GeoGebra*).



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

Mais uma vez, como critério de análise, o professor, em consequência dos esquemas, modelos e estruturas apresentadas pelas abordagens e sobre os casos já listados, elaborou um comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito com o menor percurso que a formiga fez para alcançar a gota de mel.

Gráfico 4 – Comparativo entre a quantidade de grupos de uma mesma abordagem que obtiveram êxito com o menor percurso que a formiga fez para alcançar a gota de mel.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

No caso do percurso realizado pela formiga, os grupos que utilizaram os materiais manipuláveis tiveram uma melhor compreensão da questão. O docente, ao se deparar com tais restrições, resolveu acompanhar as propostas de resolução sem intervir nelas. Vale destacar que, durante momento em que os alunos compartilhavam suas propostas umas com as outras, o professor se posicionou afirmando que existe dentre os três casos apenas um que contempla a ideia de distância mínima, que seria o 3º caso.

Por isso, o professor reuniu os grupos, concluindo esta etapa com a recapitulação dos principais pontos relacionados à problemática, discussões sobre as diversas propostas apresentadas, visando a reflexão sobre os erros e estimulando a autonomia do aluno quanto à busca pela solução do problema.

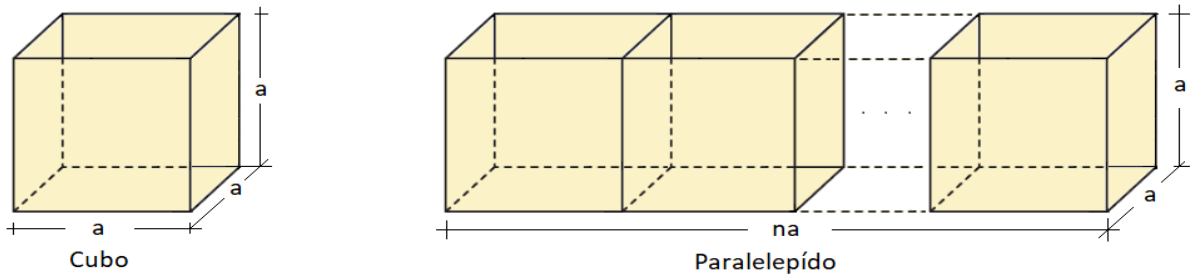
De acordo com a proposta de Sequência Fedathi, na etapa da solução os alunos devem buscar organizar e apresentar modelos para indicar a solução do problema. Nesse caso, o professor deve continuar desenvolvendo as atividades com os alunos, mas como mediador e sem, no entanto, deixar de participar ativamente na construção do conhecimento. Desse forma, segundo Souza (2013), o professor deve estimular os alunos a desenvolver atividades colaborativas, para que dessa forma sejam promovidas interações multilaterais.

6.2.4 Prova

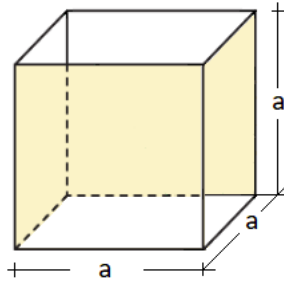
Nessa etapa do estudo, é chegado o momento do professor organizar e formalizar matematicamente as definições dos conceitos e as propostas de soluções construídas e apresentadas pelos grupos. Ao contexto em que a situação-problema está situada, gradativamente, foram inseridos os tópicos considerados relevantes ao caso.

Primeiramente, fora apresentado a forma em que se encontra a luminária da lanchonete. Trata-se do Cubo, um tipo de Poliedro Convexo Regular, onde “qualquer reta não paralela a nenhuma de suas faces o corta em, no máximo, dois pontos e cujas faces são polígonos regulares iguais, de modo que em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas, onde duas destas formam sempre um ângulo reto” (LIMA et al. 2003, p. 98).

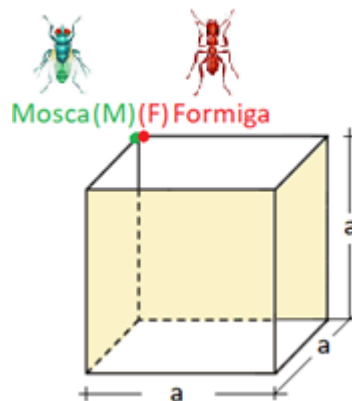
Composto por 6 faces quadradas, 8 vértices e 12 arestas, este Poliedro de Platão difere do paralelepípedo apenas pelo fato deste último possuir pelo menos uma das medidas distintas das demais; porém ambos são considerados tipos de prismas. Para um melhor entendimento desse contexto, apresenta-se, na sequência, os dois sólidos com dimensões proporcionais a uma certa medida (aresta) “a”.



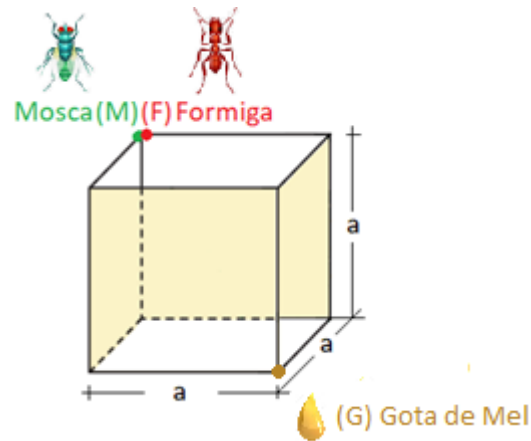
Para uma melhor iluminação do ambiente, as bases da luminária foram subtraídas, o que significa que a superfície (casca) delas devem ser desconsideradas para tal finalidade. Por esse motivo, considerou-se apenas as faces laterais como podem ser vistas a seguir.



Logo após, a mosca e a formiga deverão encontrar-se sobre um mesmo vértice do prisma. É importante lembrar que um vértice é caracterizado por ser o encontro de três ou mais faces (e arestas) de um poliedro. Em vista disso, fora escolhida uma dentre as oito possibilidades para alocá-las, como pode ser visto na figura a seguir.



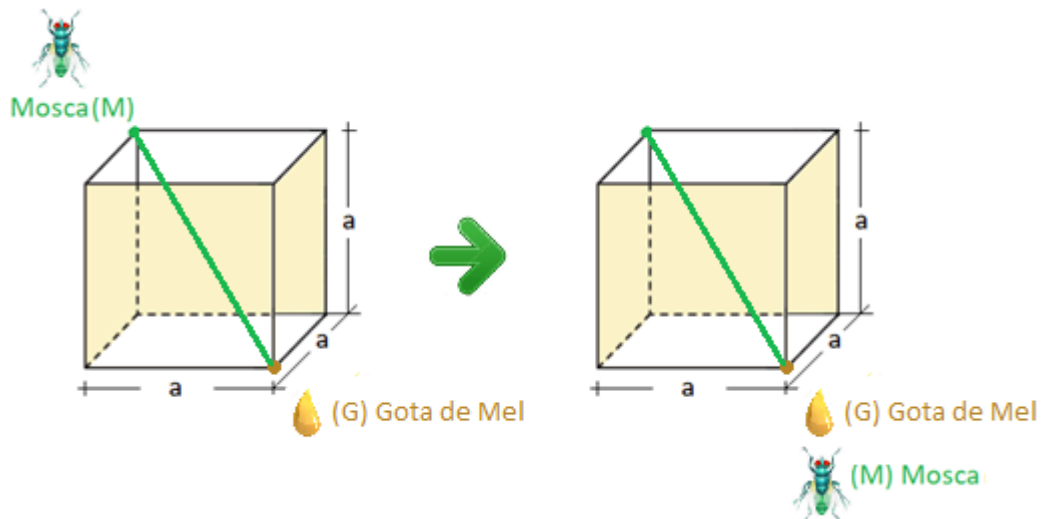
Uma vez definido o vértice em que os insetos ficarão, a gota de mel deverá estar localizada no seu vértice oposto com relação ao cubo. Dessa maneira, as extremidades em questão não podem ser consecutivas, tão pouco pertencerem a uma mesma face.



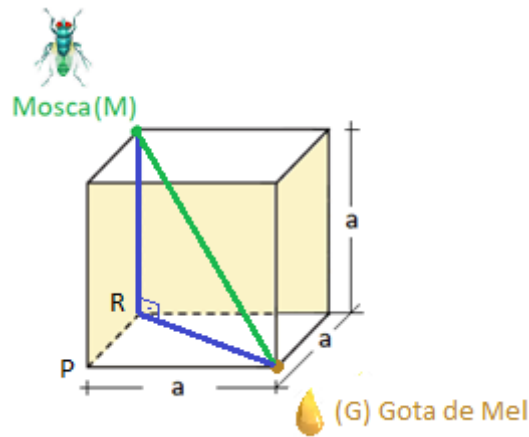
Com as informações do enunciado concretizadas e consolidadas, é dado início a apresentação da solução referente à distância mínima que cada um dos insetos percorrerá para se chegar até a gota de mel. A resolução será dividida em dois casos, descritos a seguir:

1° caso: O percurso da mosca

Como a mosca, segundo o enunciado, tem a vantagem de ter asas e poder voar, seu percurso se dará através da diagonal do cubo.

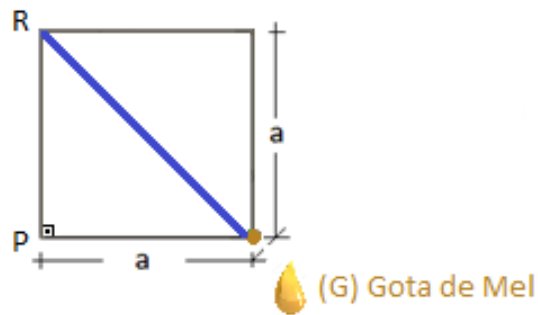


Logo, determinar a medida do seu caminho é equivalente a determinar a medida da diagonal da luminária (cubo), que por sua vez coincide com a hipotenusa do triângulo retângulo abaixo.



No $\triangle MRG$, será utilizado o Teorema de Pitágoras para descobrir o valor da hipotenusa \overline{MG} . Para isso, é necessário que os valores dos catetos \overline{MR} e \overline{RG} estejam bem definidos. De fato, é fácil perceber que $\overline{MR} = a$, pois trata-se de uma das arestas do cubo.

Quanto ao cateto \overline{RG} , em uma outra perspectiva, representa tanto a diagonal de uma das bases retiradas, como a hipotenusa do $\triangle RPG$, com ambos os catetos \overline{RP} e \overline{PG} com medida a , aplicando o teorema supracitado temos:



$$(\overline{RG})^2 = (\overline{RP})^2 + (\overline{PG})^2 \therefore$$

$$(\overline{RG})^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \therefore$$

$$\overline{RG} = \sqrt{2a^2} \therefore$$

$$\overline{RG} = a\sqrt{2}. \text{ (I)}$$

Agora, de volta a questão inicial, ou seja, ao $\triangle MRG$ e com o valor de \overline{RG} definido, podemos novamente aplicar o Teorema de Pitágoras, obtendo a seguinte relação:

$$(\overline{MG})^2 = (\overline{MR})^2 + (\overline{RG})^2 \therefore$$

$$(\overline{MG})^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 = 3a^2, \text{ pois } (a\sqrt{2})^2 = 2a^2 \therefore$$

$$\overline{MG} = \sqrt{3a^2} \therefore$$

$$\overline{MG} = a\sqrt{3}. \text{ (II)}$$

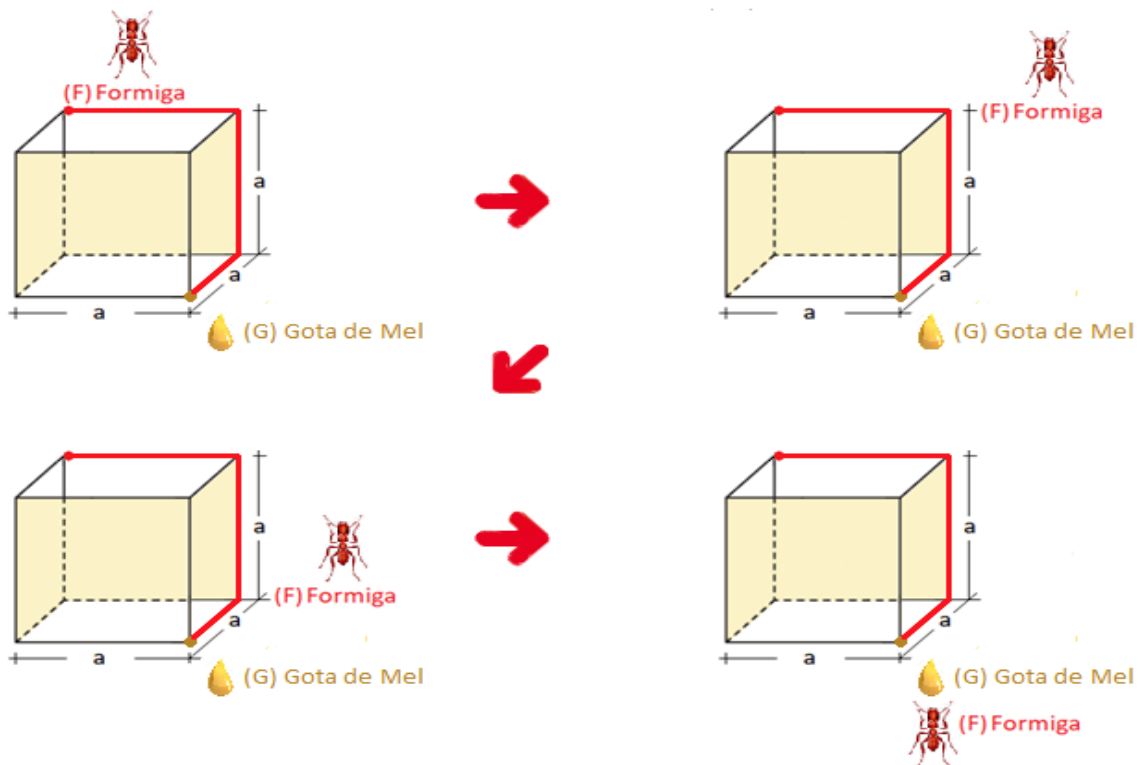
Por fim, vale evidenciar que as medidas das diagonais do quadrado e do cubo encontradas na equação (I) e na equação (II), respectivamente, dependem estritamente do valor escolhido para a medida da aresta. Admitindo-se, em virtude dos dados da questão, $a = 3$ dm, o menor percurso que a mosca irá tomar para conquistar a gota de mel será dado por:

$$\overline{MG} = 3\sqrt{3} \cong 5,20 \text{ dm.}$$

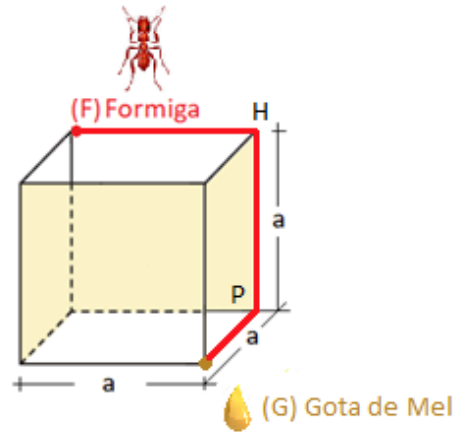
2º caso: O percurso da formiga

Já a formiga, só poderá andar pelas superfícies permitidas e/ou pelas arestas da luminária. Desse modo, seu percurso será dividido e analisado sob três pontos de vista. Que são:

Atenção: A formiga tem seu percurso traçado apenas sobre as arestas da luminária.



Nessas condições, independentemente do caminho escolhido, é incontestável que a distância mínima que a formiga percorrerá até alcançar a gota de mel é dado pela soma das medidas das três arestas a serem identificadas.



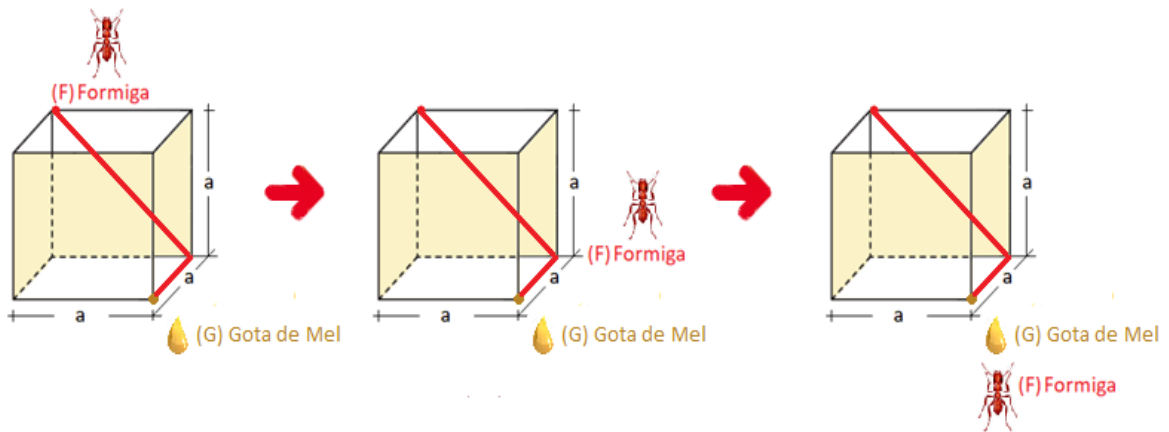
$$\overline{FG} = \overline{FH} + \overline{HP} + \overline{PG} \therefore$$

$$\overline{FG} = a + a + a \therefore$$

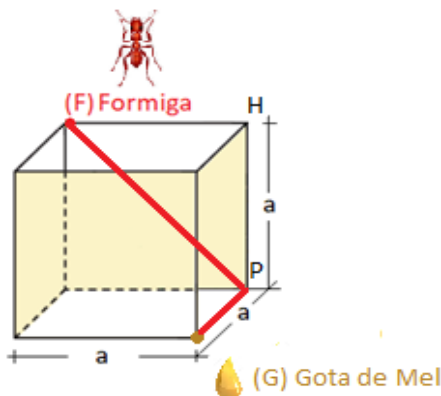
$$\overline{FG} = 3a \text{ . (III)}$$

A seguir, destaca-se um dos trajetos como exemplo e a relação que expressa seu tamanho.

Atenção: A formiga tem seu percurso traçado sobre a diagonal de uma das faces disponíveis e uma das arestas da luminária.



Dentro dessas novas condições, também é notória a invariância na escolha da trajetória quando se trata do mínimo percurso designado à formiga na sua busca pela gota de mel. Novamente, é denotado um modelo do caminho e a relação nele alcançada.

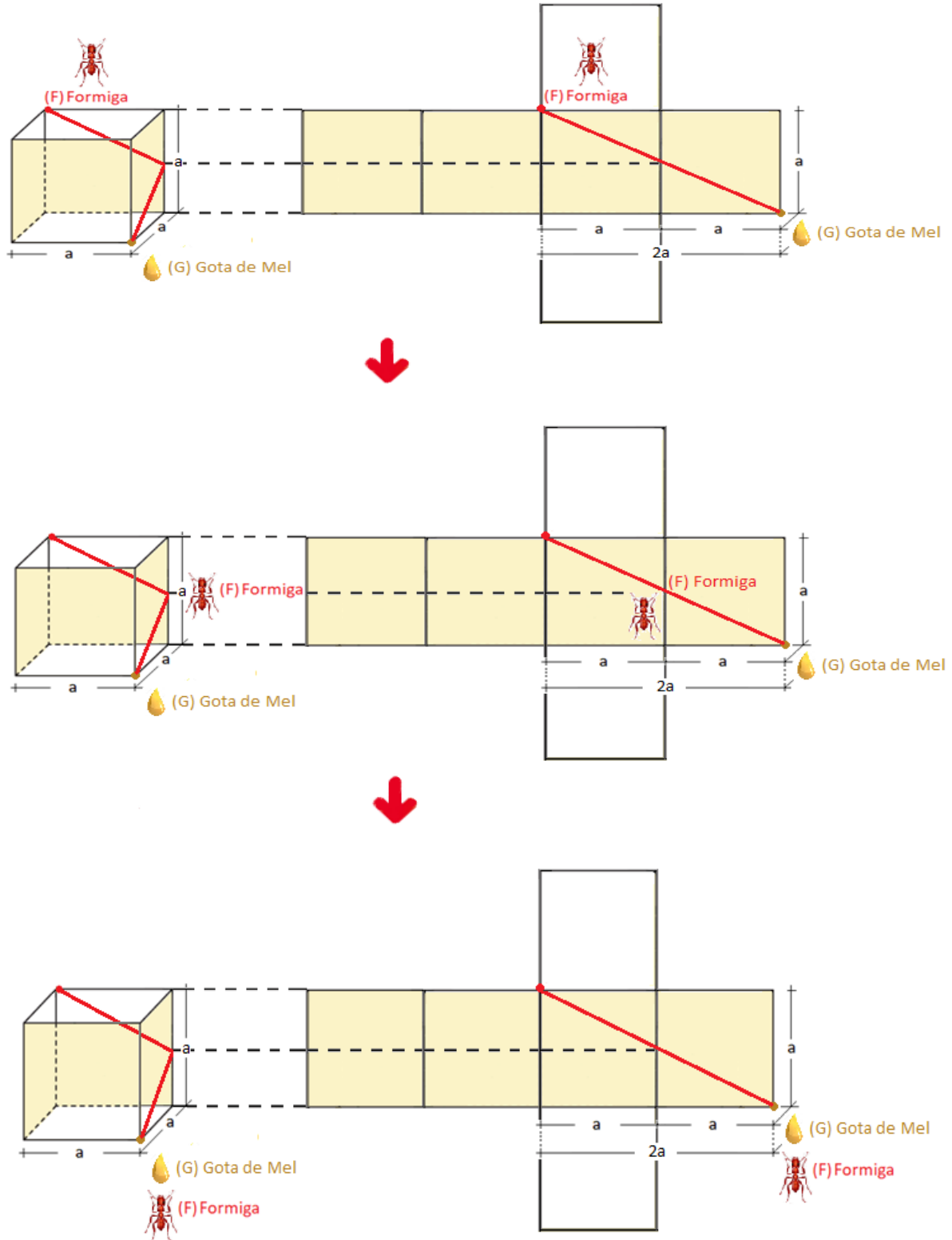


$$\overline{FG} = \overline{FP} + \overline{PG} \therefore$$

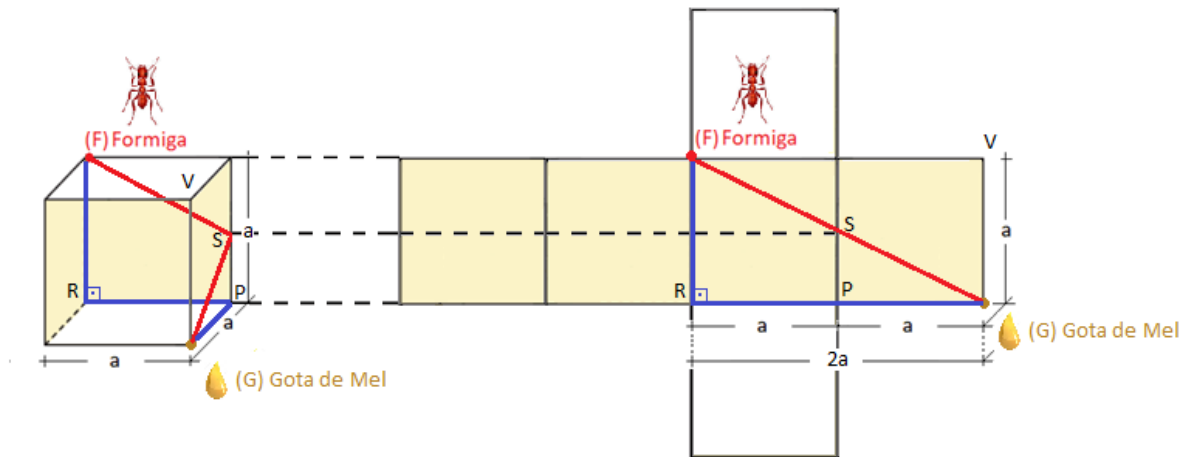
$$\overline{FG} = a\sqrt{2} + a \therefore$$

$$\overline{FG} = (\sqrt{2}+1)a \text{ . (IV)}$$

Atenção: A formiga tem seu percurso traçado sobre a planificação de algumas das faces disponíveis, passando pelo ponto médio de uma das arestas da luminária.



Por conseguinte, o caminho percorrido pela formiga até a gota de mel tem o mesmo tamanho da diagonal do retângulo FVGR, oriundo da planificação de algumas das faces laterais da luminária. Ainda sobre a referida diagonal, esta se trata da hipotenusa do triângulo retângulo FRG.



Observando o $\triangle FRG$, temos os catetos $\overline{FR} = a$ e $\overline{RG} = 2a$, ou seja, $\overline{RG} = 2\overline{FR}$.

Para encontrar o valor da hipotenusa \overline{FG} , recorre-se novamente ao Teorema de Pitágoras obtendo a seguinte relação

$$(\overline{FG})^2 = (\overline{FR})^2 + (\overline{RG})^2 \therefore$$

$$(\overline{FG})^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2, \text{ pois } (2a)^2 = 4a^2 \therefore$$

$$\overline{FG} = \sqrt{5a^2} \therefore$$

$$\overline{FG} = a\sqrt{5}. \text{ (V)}$$

Por fim, achada a terceira e última possibilidade para que a formiga cumpra com o seu propósito, vem a seguinte pergunta: Qual o menor percurso dentre as equações (III), (IV) e (V)? Além disso, qual dos dois insetos chega primeiro até a gota de mel?

Como o valor de \overline{FG} encontrado nas três igualdades acima resulta do produto de uma constante pela medida da aresta a , ao descobrir qual delas é a menor, consequentemente será encontrado o menor percurso proposto a formiga para alcançar a gota de mel. Com efeito, considere as seguintes desigualdades:

$$1 < 2 < 4 \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2 \Rightarrow 2 < \sqrt{2} + 1 < 3. \text{ (VI)}$$

$$4 < 5 < 9 \Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3. \text{ (VII)}$$

Note, das desigualdades (VI) e (VII), que as constantes $\sqrt{2} + 1$ e $\sqrt{5}$ estão compreendidas entre 2 e 3. Como $(2,23)^2 \cong 4,97$ e $(2,24)^2 \cong 5,01$, deduzimos que $\sqrt{5} \cong 2,23$. Analogamente, $(1,41)^2 + 1 \cong 2,98$ e $(1,42)^2 + 1 \cong 3,01$, inferindo $\sqrt{2} + 1 \cong 2,41$.

Posto isso, verifica-se, a seguir, a boa ordenação entre as três constantes, ao passo dos valores traçados pela formiga em cada um dos casos cogitados anteriormente, quando substituídos pela unidade de medida apontada na questão, isto é, em decímetros.

$$\sqrt{5} < \sqrt{2} + 1 < 3 \Rightarrow a\sqrt{5} < (\sqrt{2} + 1)a < 3a.$$

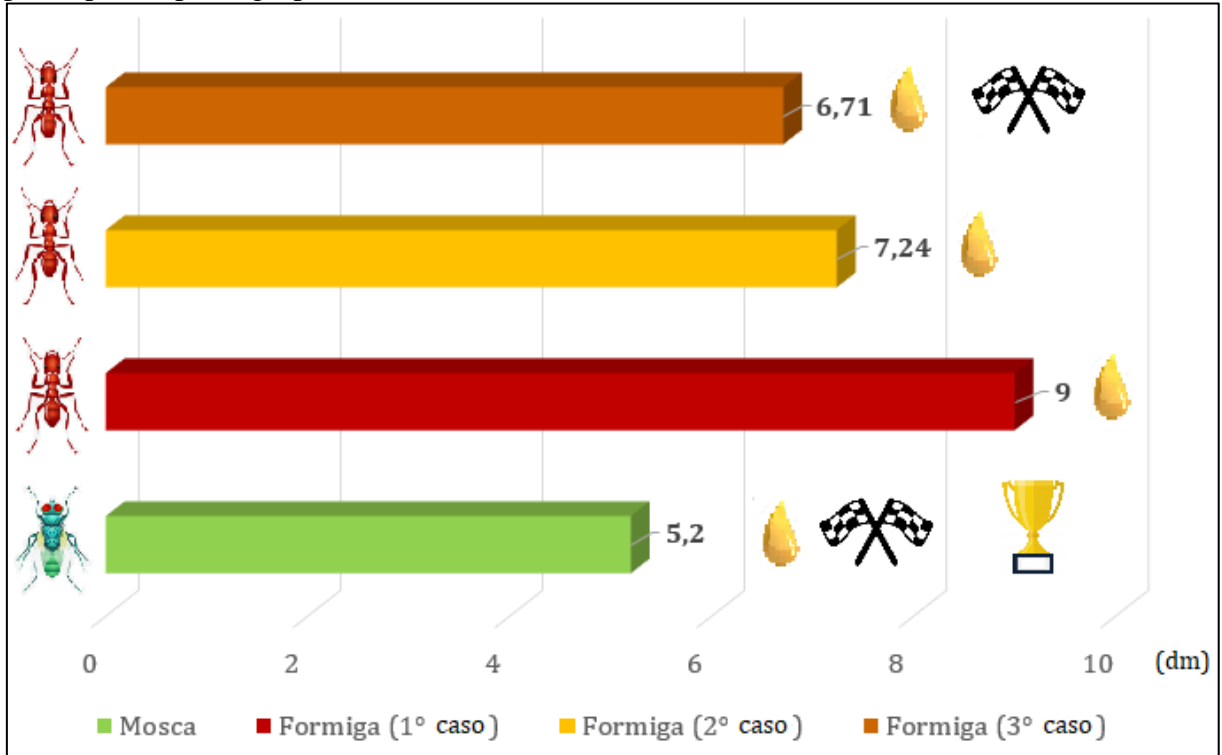
Formiga	Percurso	Para a = 3	Valores (dm)
1º caso	3a	3.3	9
2º caso	$(\sqrt{2} + 1)a$	$(\sqrt{2} + 1).3$	7,24
3º caso	$a\sqrt{5}$	$3\sqrt{5}$	6,71

Portanto, o menor percurso tomado pela formiga para alcançar a gota de mel será dado por:

$$\overline{FG} = 3\sqrt{5} \cong 6,71 \text{ dm.}$$

No entanto, com base no gráfico 5 e nas medidas versadas anteriormente, a mosca atingirá primeiro o objetivo que ambos os insetos têm em comum, pois dados dois pontos distintos, a menor distância entre eles é o segmento de reta que os relaciona.

Gráfico 5 – Percurso mínimo desenvolvido por cada inseto de acordo com os casos pressupostos pelos grupos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2018).

6.3 PERCEPÇÃO DOS ALUNOS SOBRE A METODOLOGIA PROPOSTA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI

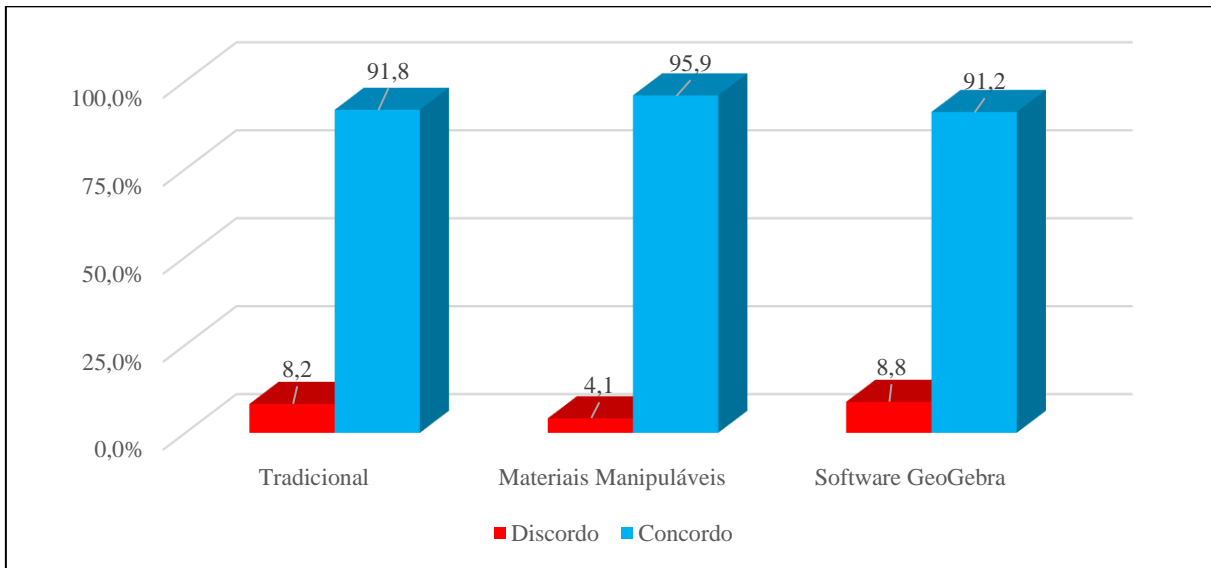
Após a realização das atividades pelos alunos, foi aplicado um questionário com quatro perguntas para analisar a percepção destes quanto à proposta pela Sequência Fedathi. Assim, inicialmente, os alunos foram indagados se o uso da Sequência Fedathi oportuniza a construção do conhecimento geométrico através da autonomia do aluno diante da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”, sendo observado que mais de 90% dos alunos afirmaram em concordar, como mostram, a seguir, a tabela 1, e na sequência, o gráfico 6.

Tabela 1 – O uso da Sequência Fedathi oportuniza a construção do conhecimento geométrico através da autonomia do aluno diante da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”?

Respostas	Tradicional	Materiais Manipuláveis	Software GeoGebra
Discordo totalmente	5,1%	1,1%	1,9%
Discordo parcialmente	3,1%	3,0%	6,9%
Concordo parcialmente	17,3%	12,3%	14,3%
Concordo totalmente	74,5%	83,6%	76,9%

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

Gráfico 6 – O uso da Sequência Fedathi oportuniza a construção do conhecimento geométrico através da autonomia do aluno diante da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”⁵



Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

No entendimento de Sousa *et al.* (2013), a proposta da Sequência Fedathi permite que o aluno desenvolva habilidades para atuar como protagonista do conhecimento, sendo o professor um mediador e assistente nessa descoberta e construção, junto com o aluno. Souza (2013) complementa essa temática destacando que a Sequência Fedathi promove nos discentes o desenvolvimento do raciocínio matemático, de modo que os resultados esperados na aprendizagem sejam alcançados.

Na sequência, os alunos foram indagados se a postura de mediação exercida pelo professor, durante a aplicação da Sequência Fedathi, à problemática em questão torna-o relevante para o estímulo dessa autonomia, como mostram, a seguir, a tabela 2 e, na sequência, gráfico 7. Novamente, aproximadamente 96% dos alunos, concordaram com essa indagação.

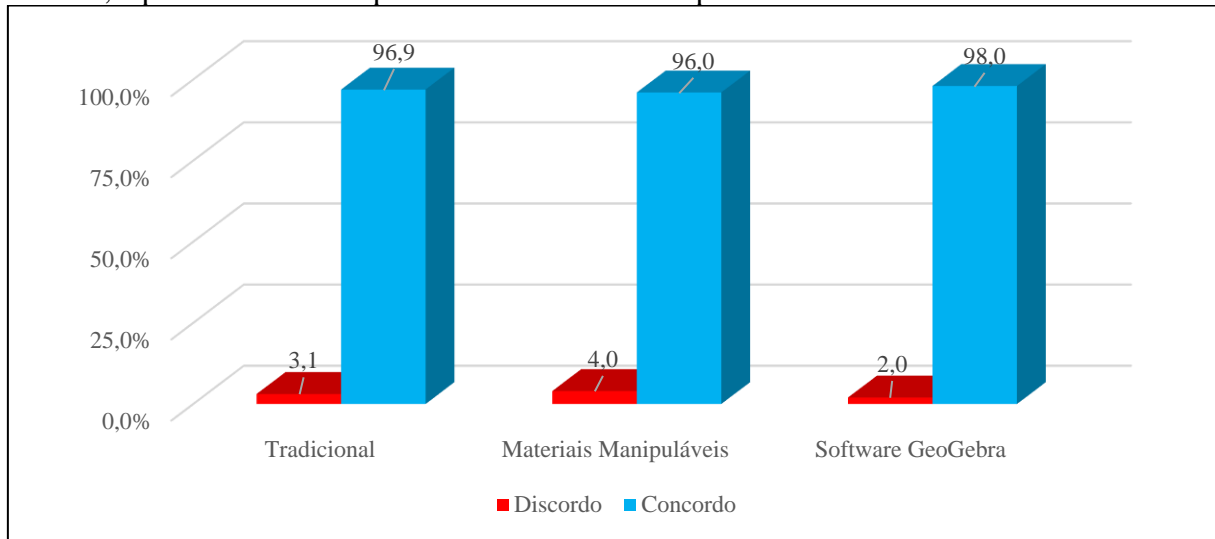
Tabela 2 – A postura de mediação exercida pelo professor, durante a aplicação da Sequência Fedathi, à problemática em questão torna-o relevante para o estímulo dessa autonomia?

Respostas	Tradicional	Materiais Manipuláveis	Software GeoGebra
Discordo totalmente	0,0%	2,0%	2,0%
Discordo parcialmente	3,1%	2,0%	0,0%
Concorde parcialmente	7,1%	7,2%	10,2%
Concorde totalmente	89,8%	88,8%	87,8%

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

⁵ Os dados representados numericamente no gráfico referem-se ao somatório das opções discordo e concordo.

Gráfico 7 – A postura de mediação exercida pelo professor, durante a aplicação da Sequência Fedathi, à problemática em questão torna-o relevante para o estímulo dessa autonomia?⁶



Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

Sobre a Sequência Fedathi, Souza (2013) destaca uma das principais características que se refere a sua aplicação sequencial, pois somente dessa forma o aluno alcançará os resultados esperados. Além disso, segundo o autor, o papel do professor é estimular o raciocínio e autonomia do aluno, trocando ideias, opiniões e discussões.

Santos, Santos e Silva (2015) complementa essa ideia mencionando que o professor deve conhecer seus alunos, o ritmo de aprendizagem, que, embora seja diferente, o professor deve buscar ajustar o tempo de acordo com a situação estudada, para que o aluno, no tempo total da aula, consiga alcançar a proposta, que é compreender e solucionar o problema.

Na questão seguinte, os alunos foram indagados se a metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria a outras competências e habilidades na Matemática. Como mostram os dados, a seguir, na tabela 3 e, na sequência, no gráfico 8, cerca de 83% afirmaram concordar também com essa indagação.

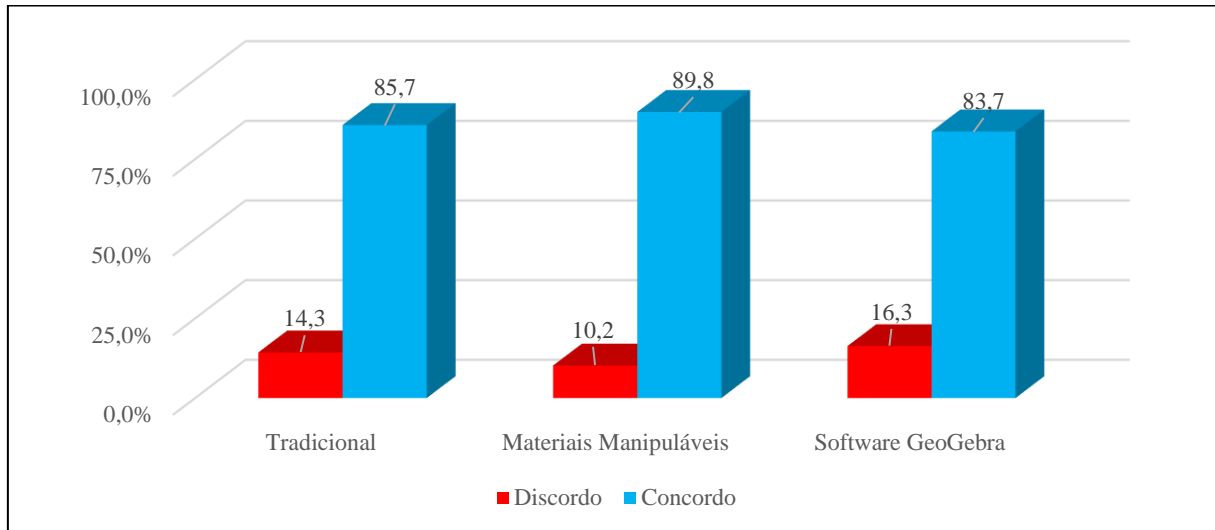
Tabela 3 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria a outras competências e habilidades na Matemática?

Respostas	Tradicional	Materiais Manipuláveis	Software GeoGebra
Discordo totalmente	6,1%	5,1%	8,2%
Discordo parcialmente	8,2%	5,1%	8,1%
Concordo parcialmente	28,5%	29,6%	34,8%
Concordo totalmente	57,2%	60,2%	48,9%

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

⁶ Os dados representados numericamente no gráfico referem-se ao somatório das opções discordo e concordo.

Gráfico 8 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria a outras competências e habilidades na Matemática?⁷



Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

Sobre essa temática, Souza (2013) menciona que a Sequência Fedathi vem apresentando resultados significativos nas aulas de Matemática, no sentido de ampliar o conhecimento dos alunos, utilizando recursos para que estes construam seus próprios conhecimentos, e o professor atue como mediador entre os discentes e os saberes matemáticos.

Finalizando essa etapa do estudo, foi perguntado aos alunos se a metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria às competências e habilidades de outras áreas do conhecimento, sendo que nesse caso, um pouco mais de 75% afirmaram que concordam com essa indagação, como podem ser vistos, a seguir, na tabela 4 e, na sequência, no gráfico 9.

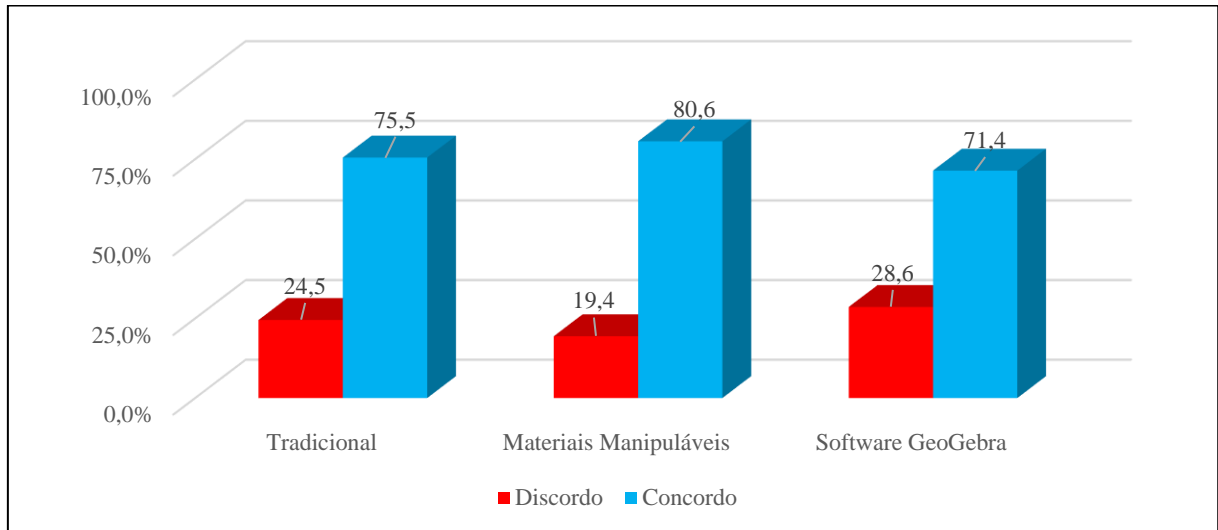
Tabela 4 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria às competências e habilidades de outras áreas do conhecimento?

Respostas	Tradicional	Materiais Manipuláveis	Software GeoGebra
Discordo totalmente	11,3%	5,1%	14,3%
Discordo parcialmente	13,2%	14,3%	14,3%
Concordo parcialmente	13,3%	15,2%	15,3%
Concordo totalmente	62,2%	65,4%	56,1%

Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

⁷ Os dados representados numericamente no gráfico referem-se ao somatório das opções discordo e concordo.

Gráfico 9 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria às competências e habilidades de outras áreas do conhecimento?⁸



Fonte: Elaborado pelo autor com base nos dados coletados (2018).

Inicialmente, a Sequência Fedathi foi proposta para o ensino da Matemática, mas devido as contribuições alcançadas, professores já vêm vendo a possibilidade de aplicar em outras disciplinas. Soares e Nobre (2017), desenvolveram atividades de física fazendo uso da metodologia da Sequência Fedathi, sendo ao final constatado que os objetivos propostos foram alcançados, e principalmente, houve participação, questionamentos e discussões por parte dos alunos. Percebe-se, assim, que a Sequência Fedathi pode contribuir para o aprendizado em outras áreas do conhecimento.

Sousa et al. (2013) lembra que, no processo de ensino e aprendizagem, o professor tem um importante e desafiador papel, sendo necessário que ele busque sempre um aprendizado continuado, com o objetivo de desenvolver novas técnicas para ajudar ao aluno a compreender o conteúdo, tornando autônomo e crítico no desenvolvimento de atividades em sala de aula.

6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ao fazer uma análise dos resultados obtidos com o estudo, é importante mencionar que, na Matemática, o processo de ensino e aprendizagem vem, ao longo dos anos, passando um grande processo de renovação, não somente com relação ao conteúdo ministrado; mas também, em relação aos objetivos e a metodologia aplicada, como mostra os Parâmetro Curriculares Nacionais:

⁸ Os dados representados numericamente no gráfico referem-se ao somatório das opções discordo e concordo.

(...) a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (BRASIL, 1998, p. 27).

Como educadores de Matemática, é preciso ter ciência de que essa disciplina, especialmente para as turmas do Ensino Médio, apresenta um valor formativo relevante para o desenvolvimento do aluno; uma vez que vai contribuir também para seu crescimento no dia a dia, proporcionando um melhor entendimento em relação aos problemas propostos, dando-lhe maior competência, habilidades para enfrentar novos desafios.

As mudanças que vêm sendo propostas no sistema de ensino, em que os professores, além do método tradicional, complementam colocando em prática também atividades lúdicas, que são usados materiais manipulados e usando os novos recursos tecnológicos. Essas novas metodologias impõem grandes desafios aos professores, assim como oportunidades através das abordagens alternativas.

Segundo Lorenzato (2010), o sistema de ensino vem exigindo uma maior atenção, sobretudo na disciplina de Matemática, sendo necessário complementar a tradicional forma de ensinar, conseqüentemente, aprimorando os conhecimentos e práticas dos docentes.

Para efetivar o processo de ensino e aprendizagem, são propostos novos métodos e metodologias, que podem ser colocados em prática em grupo ou individualmente. No caso em estudo, foram propostas três metodologias de ensino: a tradicional, a abordagem utilizando materiais manipulados e a tecnológica, em que foi usado o *Software GeoGebra*, todas regidas pela Sequência Fedathi.

Assim, com o desenvolvimento das atividades em grupo, pôde-se perceber que a Sequência Fedathi apresentou melhores resultados nas abordagens com materiais manipulados e com o *Software GeoGebra*. Isso porque, os alunos tiveram a possibilidade de ter uma melhor dinâmica com a manipulação do sólido para a busca da solução, proposta esta, que na abordagem tradicional, tem suas limitações.

Fontenele (2013) lembra que o ensino não deve limitar-se ao tratamento dos objetivos propostos pela Matemática, mas também fazer uso de conversões sempre que for possível. Assim, nas abordagens propostas de ensino, buscou-se estimular a autonomia do aluno, em que o modelo tradicional pode ser complementado com outros, de modo que o aluno adquira novos conhecimentos matemáticos.

No entendimento de Alves (2012), o método proposto para o aluno deve instigar sua autonomia e curiosidade, de modo que ele apresente suas próprias conclusões. Sabe-se que não é uma tarefa fácil e deve ser discutida a potencialidade de exploração do GeoGebra no ensino da Matemática.

Com o desenvolvimento das atividades realizadas pelos grupos, percebeu-se que em todos os métodos, houve uma melhora na interpretação do problema após a explicação do professor; o que mostra que todos os métodos são importantes no aprendizado do aluno, embora entre aqueles que utilizaram os materiais manipuláveis e o *Software* GeoGebra houve mais êxito.

Pavanello (2012) destaca que o professor deve buscar conhecer seus alunos, suas dificuldades e limitações, pois cada discente caminha de forma distinta, e uma determinada abordagem pode não ser suficiente para que ele possa visualizar e solucionar um determinado problema.

7 CONCLUSÃO

Com o desenvolvimento do estudo, em que foi aplicada a Sequência Fedathi, pôde-se constatar que em todas as etapas propostas aos alunos houve um aporte quanto a situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”. Observou-se também que os alunos, ao utilizarem a abordagem aplicando os materiais manipuláveis e o *Software* GeoGebra, tiveram um destaque maior em relação àqueles que fizeram uso do método tradicional.

No entanto, é importante lembrar que todos têm sua importância no aprendizado dos alunos, podendo ser utilizando para complementar um ao outro, haja vista que cada aluno tem uma forma de ver os problemas, podendo utilizar metodologias diferentes para facilitar seu aprendizado.

Sobre a Sequência Fedathi, esta contribuiu para desenvolver a autonomia construída pelo aluno através do comportamento estimulante proveniente de uma boa orientação do professor. É importante mencionar que essa sequência tem como propósito apresentar ao aluno um novo modelo de ensino, fazendo com que ele tenha uma participação mais ativa durante todo o processo.

Durante as atividades, houve plena participação dos alunos, interagindo, questionando, debatendo e, principalmente, incorporando um novo saber. Nesse contexto, destaca-se também o papel do professor em conhecer as necessidades dos seus alunos, levando em consideração os conhecimentos prévios de cada discente, com o propósito de propor a melhor atividade para identificação e solução do problema, buscando incorporar a melhor prática, a fim de transformar o aluno em pesquisador de seus próprios estudos.

Diante dos resultados obtidos, pode-se dizer que essa sequência de ensino alcançou a proposta apresentada inicialmente no estudo em todas as suas etapas. Nesse contexto, sugere-se que os professores façam uma reflexão sobre a proposta de ensino e, que de acordo com as necessidades dos seus alunos, promovam inovações para complementar o ensino tradicional dentro da sala de aula.

É importante destacar que a aprendizagem e a satisfação dos alunos foram atendidas com êxito, e a Sequência Fedathi foi um recurso importante para motivá-los na solução do problema.

REFERÊNCIAS

- ABREU, Kelsei de. **Uma aplicação de inteligências múltiplas no aprendizado de Matemática**: representação gráfica de funções de 1º e 2º graus. 2002. 130f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.
- ALVES, Francisco Régis Vieira. Interpretação geométrica de definições e teoremas: o caso da análise real. In: **Conferência Latinoamericana de GeoGebra**. Montevideu, p: 322-329, 2012. Disponível em: <<http://www.geogebra.org.uy/2012/home.php>>. Acesso em: 01 mai. 2018.
- ARAÚJO, Antônio Pinheiro de. Educação matemática: importância, problemas e consequências. In: **Ciência e Cultura**, v. 35, n. 5, maio, 2010.
- BARANAUSKAS, Maria Cecília Calani; MARTINS, Maria Cecília; ASSIS, Rosangela de. **XO na escola**: construção compartilhada de conhecimento. Lições Aprendidas. NIED/Unicamp. Campinas: São Paulo, 2012.
- BARISON, Maria Bernadete. **Poliedros Regulares**: Por que são apenas cinco? Disponível em: <<http://www.mat.uel.br/geometrica>>. Acessado em 3 dez. 2017.
- BEZERRA, Maria da Conceição Alves; ASSIS, Cibelle Castro de. **Atividades com o GeoGebra**: possibilidades para o ensino e aprendizagem da Geometria no Fundamental. XIII CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 2011.
- BORDENAVE, Juan Enrique Díaz. **O que é participação?** São Paulo: Brasiliense, 1983. (Coleção Primeiros Passos).
- BORGES NETO, Hermínio; CUNHA, Francisco Gêvane Muniz; LIMA, Ivoneide Pinheiro de; SOUZA, Maria José Araújo. **A Sequência Fedathi como proposta metodológica no ensino-aprendizagem de Matemática e sua aplicação no ensino de retas paralelas**, 15 EPENN - Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, São Luis, 2001.
- _____.; SANTANA, José Rogério. Fundamentos epistemológicos da teoria de fedathi no ensino de matemática. São Luiz/MA: **XV Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste**, 2001.
- BRASIL. Secretaria de ensino fundamental. (SEF/MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.
- _____. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio**. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75-76.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, Brasília: 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencias.pdf>>. Acesso em 03 ago. 2016.

_____. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

CARDOSO, Giovanna Marget Menezes. **Tecendo considerações sobre o *software* como ferramentas de aprendizagem**: o que faz um *software* ser educativo. Disponível em: <<http://www.partes.com.br/educacao/tecendo.asp>>. Acesso em: 03 ago. 2016.

CHAVES, Juliana de Oliveira. **Geometria espacial no ensino fundamental**: uma reflexão sobre as propostas metodológicas. 2013, 78f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, 2013.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica. 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. **Cadernos Cedes**. História e Educação Matemática. n. 40, p.9. Campinas: Papyrus, 2012.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da matemática elementar**: geometria plana. V. 9. 9ª ed. São Paulo: Atual, 2013.

DUARTE, Newton. **Sociedade do Conhecimento ou Sociedade das Ilusões?**: Quatro ensaios crítico-dialéticos em filosofia da educação. Campinas: Autores Associados, 2009.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Aurélio século XXI**: o dicionário da língua portuguesa. 8. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2014.

FINI, Maria Inês; GRANJA, Carlos Eduardo de Souza Campos; MELLO, José Luiz Pastore; MACHADO, Nílson José; MOISÉS, Roberto Perides; SPINELLI, Walter. **Caderno do professor**: matemática, ensino médio. - 2ª série, v. 4. São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. São Paulo: SEE, 2009.

FINO, Carlos Nogueira. Avaliar *software* “educativo”. **Actas da III Conferência Internacional de Tecnologia de Informação e Comunicação na Educação**. Braga: Universidade do Minho, 2003.

FIORENTINI, Dario. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 2012, 231f. Tese de Doutorado. Unicamp, 2012.

FONTENELE, Francisca Cláudia Fernandes. **A sequência fedathi no ensino da álgebra linear**: o caso da noção de base de um espaço vetorial. 2013. 96f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2013.

GADOTTI, Moacir. **Boniteza de um sonho**: ensinar-e-aprender com sentido. Novo Hamburgo: Feevale, 2003.

_____. **Concepção Dialética da Educação**: um estudo introdutório. 15. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

GHIRALDELLI JÚNIOR, Paulo. **O Que é Pedagogia?** 3 ed. São Paulo: Brasiliense, 1996.

GOMES, Alex Sandro; PADOVANI, Stephania. Usabilidade no ciclo de desenvolvimento de *software* educativo. In: Simpósio Brasileiro de Informática na Educação SBIE´2005, 2005, Juiz de Fora (MG). **Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação SBIE´2005**, 2005. v. 1.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. Em: **XII Congresso Brasileiro de Informática na Educação**, 2013. Anais do Congresso, Belo Horizonte, 2013.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; TIMM, Úrsula Tatiana. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br>>. Acesso em: 02 nov. 2016.

HOHENWARTER, Markus. **GeoGebra Quickstart**: Guia rápido de referência sobre o GeoGebra. Disponível em: <http://www.geogebra.org/help/geogebraquickstart_pt_PT.pdf>. Acesso em: 05 dez. 2016.

JONASSEN, David H. **Computadores, Ferramentas Cognitivas - Desenvolver o pensamento crítico nas escolas**. Porto: Porto Editora, 2007.

JULIANI, Kleber Sebastião. **Geometria espacial**: uma visão do espaço para a vida. 2008. 134p. Proposta de produção didática pedagógica apresentada ao Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria de Estado da Educação do Paraná –Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do através de quebra-cabeças e outros materiais concretos. Ed. UFF, 2013.

KUSIAK, Rita Salete; PRETES, Rosangela Ferreira; SCHIMIDT, Daniela; FRANZIN, Rozelaine de Fátima. A utilização do software Geogebra no ensino da geometria plana: uma experiência PIBID. In: **Anais do 1º Seminário Nacional de Inclusão Digital**. 2012. UPF: Passo Fundo. Disponível em: <<http://senid.upf.br/2012/anais/96196.pdf>>. Acesso em 26 jan. 2017.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos da metodologia científica**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2001.

LIBÂNEO. José Carlos. **Didática e formação de professores**: perspectivas e inovações. Goiânia: CEPED, 2012.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A Matemática do Ensino Médio – Vol. 02**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 2003.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas: Autores associados, 2010.

LUNGARZO, Carlos. **O que é Matemática**. 5. ed. São Paulo: Brasiliense, 2013.

LYRA, André Ricardo de Lima; LEITÃO, Daniel Almeida; AMORIM, Guilherme Barros Corrêa de; GOMES, Alex Sandro. Ambiente Virtual para Análise de *Software* Educativo. **IX Workshop de Informática na Escola - WIE** - 2003 Workshop em Informática na Educação. Disponível em: <<http://www.br-ie.org/pub/index.php/wie/article/viewFile/792/778>>. Acesso em: 02 ago. 2016.

MACHADO, Helena Beatriz Witte Cruz. **O uso de recursos tecnológicos como auxiliares na cognição espacial**. 2015, 63f. Dissertação apresentada ao PROFMAT. Rio de Janeiro, 2015.

MARTINS, Manoel Aparecido. **O Lúdico como Disciplina nos Cursos de Licenciatura em Matemática**: um estudo Necessário à Formação dos Futuros Educadores. 17 de junho de 2016. Disponível em: <<http://www.artigonal.com/educacaoartigos/o-ludico-como-disciplina-nos-cursos-de-licenciatura-em-matematica-umestudo-necessario-a-formacao-dos-futuros-educadores-978278.html>>. Acesso em: 23 jan. 2017.

MASETTO, Marcos Tarciso. **Competência pedagógica do professor universitário**. São Paulo: Ed. Summus, 2012.

MATOS, João Filipe (Org.). In.: **Matemática e Realidade**: que papel na Educação e no currículo? Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. São Paulo, 2013.

MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didática da Matemática**. Universidade Aberta :Lisboa, 2007.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **O Ensino da matemática no primeiro grau**. 4. ed. São Paulo: Atual, 2012.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediada pelas TICs. In: Lorenzato, S.(Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2009.

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED/UFMG, 2013.

MOREIRA, Mário Wedney de Lima; SANTANA, José Rogério. Situações surpresa no ensino de geometria utilizando *software* de geometria dinâmica. **REnCiMa**, v. 3, n. 1, p. 54-67, jan/jul 2012.

NUNES, Marlene. **Os poliedros de Platão**. Disponível em: <<http://desafiosdeensinarmatematica.blogspot.com.br/2013/06/os-poliedros-de-platao.html>>. Acesso em: 23 out. 2017.

OLIVEIRA, Gabriel Rodrigues Furtado de. **Construção do conceito de volume no ensino fundamental**: um estudo de caso. 2013 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

OLIVEIRA, Silvio Luiz de. **Tratado de metodologia científica**. São Paulo: Pioneira, 2001.

PAPERT, Seymour. **Máquinas das crianças, repensando a escola na era da informática**. Editora Artmed, Porto Alegre, 2008.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, v. 2, n. 3, p: 7-17, 2012.

PELUSO, Ângelo. **Informática e Afetividade**. São Paulo: EDUSC, 2011.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte, Minas gerais: Autêntica, 2009.

RÊGO, Rômulo Marinho; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de Matemática. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39-56.

ROCHA, Elizabeth Matos; et al. **O uso da informática educativa como conhecimento possível na formação continuada do docente de matemática**. 2011. Disponível em: <<http://www.isecure.com.br/anpae/139.pdf>>. Acesso em: 25 set. 2016.

SANCHO, Juana María. **Para uma tecnologia educacional**. Porto Alegre: Editora ArtMed, 2001.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial**. (Dissertação de Mestrado). Fortaleza: UFC, 2007.

SANTOS, Romilson Gomes dos. **A sequência fedathi na formação matemática do pedagogo: reflexões sobre o ensino de geometria básica e frações equivalentes com o uso do software GeoGebra**. 2015, 116f. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira. Fortaleza, 2015.

_____.; SANTOS, Maria José Costa dos; SILVA, Marta Alves. A Sequência Fedathi na Formação Inicial do Pedagogo para o Ensino de Geometria Básica: A Importância da Sessão Didática. **XIV CIAEM-IACME**, Chiapas, México, 2015.

SAVIANI, Dermeval. Estruturalismo e educação brasileira. In: _____. **Educação: do senso comum à consciência filosófica**. 17. ed. Campinas: Autores Associados, 2010, pp. 143-156.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **O que são polígonos convexos e regulares?**; Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-poligonos-convexos-regulares.htm>>. Acesso em: 18 dez. 2017.

SIQUEIRA, Regiane Aparecida Nunes de. **Tendências da educação matemática na formação de professores**. 2007. Disponível em:

<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_regiane.pdf>. Acesso em 25 set. 2016.

SOARES, Thiago Arrais; NOBRE, Francisco Augusto Silva. A contribuição da sequência de ensino Fedathi no processo de ensino aprendizagem em física. **Revista do Professor de Física**, Brasília, v. 1, n. 2, p: 37-53, 2017.

SOUSA, Francisco Edisom Eugenio de; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; BORGES NETO, Hermínio; et al. (Orgs). **Sequência Fedathi**: uma proposta pedagógica para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza – Ceará: Edições UFC, 2013.

SOUZA, Antonio Marcos de; SOUSA, Joilson Pedrosa de; SANTOS, Maria José Costa dos. **A Sequência Fedathi para uma Aprendizagem Significativa da função afim**: uma proposta didática com o uso do *software* GeoGebra. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015. Disponível em: <http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1439/554>. Acesso em: 9 jan. 2017.

SOUZA, Maria José Araújo. Sequência FEDATHI: apresentação e caracterização. In: SOUZA, Francisco Edisom Eugenio de; VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima; BORGES NETO, Hermínio; et al. [organizadores]. **Sequência Fedathi**: uma proposta para o ensino de matemática e ciências. – Fortaleza: Edições UFC, 2013.

VALENTE, José Armando. Análise dos Diferentes Tipos de *Softwares* Usados na Educação, NIED-UNICAMP - In: **III Encontro Nacional do PROINFO – MEC**, Pirenópolis, 1998.

VAN DE WALLE, John Arthur. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre, Rio Grande do Sul: Artmed, 2009.

VIANA, Odaléa Aparecida. A avaliação em geometria espacial feita pelo SIMAVE. **Estudos em Avaliação Educacional**. (Impresso), v. 21, p. 505-528, 2010.

VIANNA, Ilca Oliveira de Almeida. **Metodologia do trabalho científico**: um enfoque didático da produção científica. São Paulo: EPU, 2001.

VIEIRA, Fábila Magali Santos. **Avaliação de Software Educativo**: Reflexões para uma Análise Criteriosa. Disponível em: <<http://penta.ufrgs.br/~pavani/Artigos/softavli1/softavli1.htm>>. Acesso em: 3 ago. 2016.

VIEIRA, Rosângela Souza. **O papel das tecnologias da informação e comunicação na educação**: um estudo sobre a percepção do professor/aluno. Formoso - BA: Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF), 2011. v.10, p. 66-72.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO: PERCEPÇÃO DOS GRUPOS EM SUAS RESPECTIVAS ABORDAGENS QUANTO À METODOLOGIA PROPOSTA PELA SEQUÊNCIA FEDATHI

1 – O uso da Sequência Fedathi oportuniza a construção do conhecimento geométrico através da autonomia do aluno diante da situação-problema “A mosca, a formiga e a gota de mel”?

- () Discordo totalmente
- () Discordo parcialmente
- () Concordo parcialmente
- () Concordo totalmente

2 – A postura de mediação exercida pelo professor durante a aplicação da Sequência Fedathi à problemática em questão torna-o relevante para o estímulo dessa autonomia?

- () Discordo totalmente
- () Discordo parcialmente
- () Concordo parcialmente
- () Concordo totalmente

3 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria a outras competências e habilidades na Matemática?

- () Discordo totalmente
- () Discordo parcialmente
- () Concordo parcialmente
- () Concordo totalmente

4 – A metodologia proposta pela Sequência Fedathi se adequaria as competências e habilidades de outras áreas do conhecimento?

- () Discordo totalmente
- () Discordo parcialmente
- () Concordo parcialmente
- () Concordo totalmente