



Universidade de Brasília  
Departamento de Matemática

# VI COLÓQUIO DE MATEMÁTICA DA REGIÃO CENTRO-OESTE

de 17 a 21 de maio de 2021



Foto do prédio por Oscar Neuwirth (UnB - IC)

Foto: Selo Laktan (SBOM/UnB)

## *Comitê Organizador:*

Aline Pinto (UnB)  
Andrea Genovese (UnB)  
Everaldo Bonotto (ICMC/USP)  
Jaqueline Mesquita (UnB) - Coordenadora  
João Paulo dos Santos (UnB)  
Liliane de Almeida Maia (UnB)  
Luís Henrique de Miranda (UnB)  
Ma To Fu (ICMC/USP)  
Paulo Henrique da Costa (UnB)  
Ricardo Ruviano (UnB)  
Susanne Maciel (UnB)  
Vinicius Facó (IFB)

## *Comitê Científico:*

Carolina Araujo (IMPA) - Coordenadora  
Chang Chung Yu Dorea (UnB)  
João Marcos Bezerra do Ó (UFPB)  
Keti Tenenblat (UnB)  
Lorenzo Díaz (PUC/Rio)  
Maria Aparecida Ruas (ICMC/USP)  
Paolo Piccione (IME/USP)  
Pavel Zaleski (UnB)  
Ronaldo Garcia (UFG)

Informações:

<http://www.mat.unb.br/coloquio>

Contato:

[6colmatcentro@gmail.com](mailto:6colmatcentro@gmail.com)

Organização e apoio



UnB Instituto de  
Ciências Exatas



SBM  
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA



FUNDAÇÃO  
DE AMPARO À  
PESQUISA DO  
ESTADO DE GOIÁS

Support: Directorate of Community Organizations Culture and Art - DOCCA/UnB  
Arte inspirada: Athos Bulcão - Painel em azulejo - Ministério das Relações  
Exteriores, Anexo I, 6º andar, Brasília/DF.



# VI Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste

## Livro de Resumos

### Coordenadora

Jaqueline Godoy Mesquita (UnB)

---

### Comitê Científico

Carolina Araujo (IMPA)- Coordenadora

Chang Chung Yu Dorea (UnB)

João Marcos Bezzera do Ó (UFPB)

Keti Tenenblat (UnB)

Lorenzo Díaz (PUC/Rio)

Maria Aparecida Ruas (ICMC/USP)

Paolo Piccione (IME/USP)

Pavel Zalesski (UnB)

Ronaldo Garcia (UFG)

---

### Comitê Organizador

Aline Pinto (UnB)

Andrea Genovese (UnB)

Everaldo Bonotto (ICMC/USP)

João Paulo dos Santos (UnB)

Liliane de Almeida Maia (UnB)

Luís Henrique de Miranda (UnB)

Ma To Fu (ICMC/USP)

Paulo Henrique da Costa (UnB)

Ricardo Ruviaro (UnB)

Susanne Maciel (FUP)

Vinicius Facó (IFB)

---

### Comitê de Apoio

Alessandra Carlos de Souza (UnB)

Ana Flávia Martins de Sá (UnB)

Anna Carolina Martins Machado Lafetá (UnB)

Aryel Kathleen de Araújo Silva (UnB)

Daniel dos Santos Abreu (UnB)

---

Deyfila da Silva Lima (UnB)  
Felipe Gonçalves Netto (UnB)  
Felipe Oliveira Lima (UnB)  
Francisca Lemos Cappelleso (UnB)  
Gabriella Magalhães Valadares (UnB)  
Gabrielle Maria Sousa da Silva e Silva (UnB)  
Janaína Mendes (UnB)  
Jucileide dos Santos (UnB)  
Karla Carolina Vicente de Sousa (UnB)  
Katianny Rosa Freitas (UnB)  
Mateus Malta Fleury (UnB)  
Mirelly Nascimento Oliveira (UnB)  
Vinicius Kobayashi Ramos (UnB)  
Vinicius Pereira Bandeira (UnB)

---

### **Sessões Temáticas**

---

#### **Álgebra**

**Coordenadores: Aline Pinto (UnB) e Raimundo Bastos (UnB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/83585211059?pwd=Ynpld3JkWjUrZzB3QTM2dTk2K1piUT09>

ID da reunião: 835 8521 1059

Senha de acesso: 057099

#### **Análise**

**Coordenadores: Manuela Rezende (UnB) e Simone Bruschi (UnB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/83585211059?pwd=Ynpld3JkWjUrZzB3QTM2dTk2K1piUT09>

ID da reunião: 835 8521 1059

Senha de acesso: 057099

#### **Educação Matemática**

**Coordenadores: Cleyton Gontijo (UnB) e Regina da Silva Pina Neves (UnB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/83018349371?pwd=NTBvbXNtMC9QK0luelVIWTVKaTliUT09>

ID da reunião: 830 1834 9371

Senha de acesso: 671728

#### **Geometria**

**Coordenadores: João Paulo dos Santos (UnB) e José Luis Teruel (UnB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/84290754132?pwd=Q2lxdk5CNzI0cEFDRndnNDNlSTBhQT09>

ID da reunião: 842 9075 4132

Senha de acesso: 458024

### **Matemática Aplicada**

Coordenadores: Daniel Ventura (UFG) e Daniele Nantes (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/83816434427?pwd=QUIYcjFPQW5Xa08wbWdqODJTTm5uZz09>

ID da reunião: 838 1643 4427

Senha de acesso: 224141

### **Matemática e Covid-19**

Coordenadores: Dayse Pastore (CEFET/Rio) e Ma To Fu (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/89553705264?pwd=djVXSk5NTUhkei9wR0M3VjljNz0lQUT09>

ID da reunião: 895 5370 5264

Passcode: 359832

### **Pôsteres**

**Coordenadores: Jhone Caldeira (UFG) e Luciana Ávila (UnB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/81877280212?pwd=Q2RvK1FkRUJpWXBSc1doN0YxTTI3Zz09>

ID da reunião: 818 7728 0212

Senha de acesso: 010469

### **Probabilidade e Sistemas Dinâmicos**

**Coordenadores: Mauro Patrão (UnB) e Paulo Henrique da Costa (UnB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/82999174259?pwd=V1U1L2V0UzFoY2w1aTlzS21uWDIYZz09>

ID da reunião: 829 9917 4259

Senha de acesso: 626260

### **Teoria dos Números**

**Coordenadores: Daiane Veras (IFG) e Vinicius Facó (IFB)**

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/82370772062?pwd=Y2F2UDBpVWxsTENVV0dnVmdlSElEUT09>

ID da reunião: 823 7077 2062

Senha de acesso: 863528

**Palestras Plenárias:**

---

**Plenária 1: A equação de Schrödinger: interação dos termos linear e não linear**

**Plenarista: Profa. Liliane de Almeida Maia (UnB)**

Link: <https://youtu.be/F6AgeB9LRkg>

Data e hora: 17 de maio, 10h às 11h.

**Plenária 2: Um passeio sobre Geometria das superfícies em  $\mathbb{R}^3$**

**Plenarista: Prof. Marcos Petrúcio Calvacante (UFAL)**

Link: <https://youtu.be/d8eBLSaZByg>

Data e hora: 17 de maio, 11h às 12h.

**Plenária 3: Derivação, Análise e Aplicação em transporte de partículas**

**Plenarista: Profa. Liliane Barichello (UFRGS)**

Link: <https://youtu.be/pGQQ9iFpnmY>

Data e hora: 18 de maio, 09h às 10h.

**Plenária 4: EDPs, problemas de fronteira livre e suas teorias de regularidade**

**Plenarista: Prof. João Vitor da Silva (UNICAMP)**

Link: <https://youtu.be/HFtUV2XwEPY>

Data e hora: 18 de maio, 10h às 11h.

**Plenária 5: A Curvatura média e suas primas de ordens mais altas**

**Plenarista: Profa. Maria Fernanda Elbert (UFRJ)**

Link: <https://youtu.be/9iK-e7fnKLY>

Data e hora: 18 de maio, 11h às 12h.

**Plenária 6: Efeitos reais da política de taxa de juros e de compras de ativos arriscados pelo banco central**

**Plenarista: Profa. Susan Schommer (UFRJ)**

Link: <https://youtu.be/CSMUUtkKidw>

Data e hora: 19 de maio de 2021, das 9h às 10h.

**Plenária 7: De sistemas de partículas a equações diferenciais parciais**

**Plenarista: Profa. Adriana Neumann (UFRGS)**

Link: <https://youtu.be/uQFVOD-nPII>

Data e hora: 19 de maio de 2021, das 10h às 11h..

**Plenária 8: Mergulhos simpléticos e teoria dos números**

**Plenarista: Prof. Vinicius Ramos (IMPA)**

Link: <https://youtu.be/PtzadmWJMxs>

Data e hora: 19 de maio de 2021, das 11h às 12h..

**Plenária 9: A construção de Kantor-Koecher-Tits: aplicação de representações de álgebras e superálgebras de Jordan**

**Plenarista: Profa. Iryna Kashuba (USP)**

Link: <https://youtu.be/rq3nuhQMtmU>

Data e hora: 20 de maio de 2021, das 10h às 11h..

**Plenária 10: Ciclos limite e aplicação em Sistemas Dinâmicos Descontínuos**

**Plenarista: Prof. Durval José Tonon (UFG)**

Link: <https://youtu.be/9uCK1et.K3U>

Data e hora: 20 de maio de 2021, das 11h às 12h..

**Plenária 11: Funções Harmônicas para Operadores Positivos e suas Aplicações em Dinâmica e Probabilidade**

**Plenarista: Prof. Leandro Cioletti (UnB)**

Link: <https://youtu.be/lS5evR6NbO8>

Data e hora: 21 de maio de 2021, das 09h às 10h.

---

**Festival da Matemática:**

---

**Construção da Reta Real: dos livros do Ensino Médio à realidade do que é matematicamente possível (Geometria Grega+Livros didáticos+Arte+Sala de Aula)**

**Palestrante: Prof. Daniel Cordeiro (UFCG)**

Link: <https://youtu.be/rr3JRvoX3-0>

Data e hora: 17 de maio de 2021, das 17:30 às 18:30.

**Matemática: da sala de aula à divulgação científica**

**Palestrante: Julia Jaccoud**

Link: <https://youtu.be/m8P1jSgL3yE>

Data e hora: 17 de maio de 2021, das 18:30 às 19:30.

---

**Minicursos:**

---

**Minicurso 1: Soluções de viscosidade e problemas variacionais**

**Ministrante:** Edgard Pimentel (PUC/Rio)

**Mediador:** Luís Henrique de Miranda (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/84185855159?pwd=UkFoR2pGdzNUV0psMnZ6UWFZTZz09>

ID da reunião: 841 8585 5159

Senha: 458518

Data e hora: dias 17, 18 e 19 de maio de 2021, das 14h às 16h.

**Minicurso 2: Curvas de largura constante**

**Ministrantes:** Arlandson Matheus (UEPB) e Emanuela Régia (UEPB)

**Mediador:** João Paulo dos Santos (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/83837136551?pwd=clZHUFBU3h4WVlnUFpLNHBHVzAyQT09>

ID da reunião: 838 3713 6551

Senha de acesso: 263501

Data e hora: dias 17, 18 e 19 de maio de 2021, das 14h às 16h.

**Minicurso 3: O atrator geométrico de Lorenz e suas variantes**

**Ministrante:** Maria José Pacífico (UFRJ)

**Mediador:** Ma To Fu (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/81113308988?pwd=dUZkdG5lM3FiRVpOZ2o1UHFINDJ3QT09>

ID da reunião: 811 1330 8988

Senha de acesso: 291127

Data e hora: dias 17, 18 e 19 de maio de 2021, das 14h às 16h.

**Minicurso 4: Tópicos em Dinâmica Aritmética**

**Ministrante:** Lucas Reis (UFMG)

**Mediador:** Aline Pinto (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/86986127340?pwd=amEvdjh1a2xXeXZucjczcVgvV05idz09>

ID da reunião: 869 8612 7340

Senha de acesso: 063604

Data e hora: dias 17, 18 e 19 de maio de 2021, das 14h às 16h.

**Minicurso 5: Algumas variações, generalizações e aplicações do teorema do valor médio de Lagrange**

**Ministrante:** German Jesus Lozada (IBILCE/UNESP)

**Mediador:** Vinicius Facó (IFB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/82323577707?pwd=WHRMc3h1R2xhNUQwV1o5eW5QcUY4dz09>

ID da reunião: 823 2357 7707

Senha de acesso: 654217

Data e hora: dias 19, 20 e 21 de maio de 2021, das 16:30 às 17:30.

**Minicurso 6: Geometria Fractal**

**Ministrante:** Katrin Gelfert (UFRJ)

**Mediador:** Lucas Seco (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/83700106746?pwd=WUFndWlqdFFPZlRBNFNubjIVYXpyUT09>

ID da reunião: 837 0010 6746

Senha de acesso: 393820

Data e hora: dias 19, 20 e 21 de maio de 2021, das 16:30 às 17:30.

**Minicurso 7: Alunos digitais: os desafios e possibilidades do ensino da matemática à luz da BNCC**

**Ministrantes:** Giancarlo Pereira (rede estadual de ensino do Pará) e Cristiane Ruiz Gomes (UFPA)

**Mediadora:** Andrea Genovese (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/85706379624?pwd=M1U0OGNoUkRYekd1UDNzMGxUc1Rsdz09>

ID da reunião: 857 0637 9624

Senha: 187302

Data e hora: dias 19, 20 e 21 de maio de 2021, das 16:30 às 17:30.

**Minicurso 8: Jogos Combinatórios e Números Surreais**

**Ministrante:** Ralph Costa Teixeira (UFF)

**Mediador:** José Luis Teruel (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/86542060312?pwd=cVpKK2lHN3RaaWszM1VlejRpa21ydz09>

ID da reunião: 865 4206 0312

Senha de acesso: 128258

Data e hora: dias 19, 20 e 21 de maio de 2021, das 16:30 às 17:30.

**Minicurso 9: Uma Introdução ao Cálculo Estocástico com Aplicações em Finanças Quantitativas**

**Ministrante:** Yuri Saporito (FGV)

**Mediador:** Paulo Henrique da Costa (UnB)

Link Zoom:

<https://us02web.zoom.us/j/84080156084?pwd=YnY2MIM0MDhGcGcwaFNCT241N1JxZz09>

ID da reunião: 840 8015 6084

Senha: 197807

Data e hora: dias 19, 20 e 21 de maio de 2021, das 16:30 às 17:30.

---

**Mesas Redondas:**

---

**Mesa Redonda da Sociedade Brasileira de Matemática**

**Participantes:** Christina Brech (USP), Daniel Gonçalves (UFSC), Paolo Piccione (USP), Walcy Santos (UFRJ)

**Mediadora:** Jaqueline Mesquita (UnB)

Link: <https://youtu.be/pd15AqjYkWg>

Data e hora: 17 de maio de 2021, das 16h15 às 17h30.

**Mesa Redonda: “Mídias sociais em prol da diversidade: realidade ou utopia?”**

**Participantes:** Camila Lainetti (USP), Lola Aronovich (UFC), Nádia Junqueira (UNICAMP)

Mediadora: Carolina Tokarski (IPEA)

Link: <https://youtu.be/IJHyhaqrLlw>

Data e hora: 18 de maio de 2021, das 16h30 às 17h30.

---

**Atividades Culturais:**

---

**Apresentação Musical, Samba**

**Apresentadora:** Carol Nogueira

Link Zoom: Em breve

Data e hora: 19 de maio de 2021, das 20h às 21h.

**Apresentação Musical, Samba e Forró**

**Apresentadora:** Carol Nogueira

Link Zoom: Em breve

Data e hora: 21 de maio de 2021, das 19h às 21h.

**Série “A Ciência como ela é”**

**Convidadas:** Carolina Brito (UFRGS) e Marcia Barbosa (UFRGS)

**Mediadoras:** Susanne Maciel (UnB) e Dayse Haime Pastore (CEFET/RJ)

Link YouTube: <https://youtu.be/nCGurGRor8U>

Data e hora: 20 de maio de 2021, das 18:30.

---

**Bate-papo com Marcia Barbosa e Carolina Brito**

Link YouTube: <https://youtu.be/OMm-R11Oo6w>

Data e hora: 20 de maio de 2021, das 20h.

---

**Endereço**

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática  
Campus Darcy Ribeiro  
70910-900 Brasília - DF

## Sumário

<b>Informações Gerais</b>	<b>19</b>
O VI Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste . . . . .	20
<b>Programação Geral</b>	<b>21</b>
<b>Minicursos</b>	<b>25</b>
Arlandson Matheus Silva Oliveira & Emanuela Régia de Sousa Coelho	
Curvas de Largura Constante . . . . .	26
Edgard Pimentel	
Soluções de Viscosidade e Problemas Variacionais . . . . .	27
Giancarlo Pereira e Cristiane Gomes	
Alunos Digitais: Os desafios e Possibilidades do Ensino da Matemática a luz da BNCC	28
German Lozada Cruz	
Algumas Variações, Generalizações e Aplicações do Teorema do Valor Médio de Lagrange	29
Katrin Gelfert	
Geometria Fractal . . . . .	31
Lucas Reis	
Tópicos em Dinâmica Aritmética . . . . .	32
Maria Jose Pacifico	
O Atrator Geométrico de Lorenz e Suas Variantes . . . . .	33
Ralph C. Teixeira	
Jogos Combinatórios e Números Surreais . . . . .	34
Yuri Fahham Saporito	
Uma Introdução ao Cálculo Estocástico com Aplicações em Finanças Quantitativas .	35
<b>Plenárias</b>	<b>36</b>
Adriana Neumann	
De Sistemas de Partículas a Equações Diferenciais Parciais . . . . .	37
Iryna Kashuba	
A Construção de Kantor-Koecher-Tits: Aplicação de Representações de Álgebras e Superálgebras de Jordan . . . . .	38
João Vitor da Silva	
EDPs, Problemas de Fronteira Livre e suas Teorias de Regularidade . . . . .	39
José Tonon Durval	
Ciclos Limite e Aplicação em Sistemas Dinâmicos Descontínuos . . . . .	40
Leandro Cioletti	
Funções Harmônicas para Operadores Positivos e suas Aplicações em Dinâmica e Probabilidade . . . . .	41
Liliane Barichelo	
Derivação, Análise e Aplicação em Transporte de Partículas . . . . .	42
Marcos Petrúcio	
Um Passeio sobre a Geometria das Superfícies em $\mathbb{R}^3$ . . . . .	43
Maria Fernanda Elbert	
A Curvatura Média e suas Primas de Ordem Mais Alta . . . . .	44

Susan Schommer	
Efeitos Reais da Política de Taxa de Juros e de Compras de Ativos Arriscados pelo Banco Central . . . . .	45
Vinicius Ramos	
Mergulhos Simpléticos e Teoria dos Números . . . . .	46
<b>Festival da Matemática</b>	<b>47</b>
Daniel Cordeiro	
Construção da Reta Real: dos Livros do Ensino Médio à Realidade do que é Matematicamente Possível (Geometria Grega+Livros Didáticos+Arte+Sala de Aula) . . . . .	48
Julia Jaccoud	
Matemática: da Sala de Aula à Divulgação Científica . . . . .	49
<b>Sessões Temáticas</b>	<b>50</b>
<b>Álgebra</b>	<b>51</b>
Programação . . . . .	52
Adilson A. Berlatto	
Grupos Nilpotentes Finitamente Gerados e Autossimilares . . . . .	53
Cícero Carvalho	
Sobre Certos Códigos de Avaliação que são Localmente Recuperáveis . . . . .	54
Cristina Acciarri	
Uma Versão Mais Forte do BFC-teorema de Neumann . . . . .	55
Ivonildes Ribeiro Martins Dias	
O Quadrado Tensorial Não Abeliano de um Grupo e uma Externalização de Comutadores	56
Jhone Caldeira	
Sobre a Classe de Nilpotência de Grupos Finitos admitindo Grupos de Frobenius de Automorfismos . . . . .	57
Manuela da Silva Souza	
Graduações, Identidades Polinomiais Graduadas e Propriedade de Specht em Característica 2 . . . . .	59
Thiago Henrique de Freitas	
Números de Betti e Alguns Problemas em Aberto . . . . .	60
Viviana Ferrer	
Componentes do Espaço de Folheações de Codimensão um em $\mathbb{P}^n$ , do Ponto de Vista Enumerativo. . . . .	61
<b>Análise</b>	<b>62</b>
Programação . . . . .	63
Bianca M. R. Calsavara & José Luiz Boldrini	
Boa colocação para um Modelo Matemático para a Propagação de Mosquitos <i>Aedes Aegypti</i> . . . . .	64
Jaqueline Godoy Mesquita, Mateus Fleury & Antonín Slavík	
Teorema de Massera para Vários Tipos de Equações . . . . .	65

Katia Andreia Gonçalves de Azevedo	
Existência e Unicidade de Solução para Equações Diferenciais Abstratas com Tempos de Impulsos Dependendo do Estado . . . . .	66
Marcone C. Pereira & Jean C. Nakasato	
Um Problema de Controle Ótimo em Domínios Tubulares Finos e Rugosos . . . . .	67
Marcos L. M. Carvalho, Y. Ilyasov & C. A. Santos	
Uma Divisão da Variedade de Nehari via Quocientes de Rayleigh Generalizados . . . . .	68
Pierluigi Benevieri, Jaqueline Mesquita & Aldo Pereira	
Resultados de Bifurcação Global para Equações Não Lineares, Dinâmicas, em Escala Temporal . . . . .	69
Raquel Lehrer & Sergio Henrique Monari Soares	
Concentração de Soluções Positivas para um Sistema de Schrödinger Acoplado . . . . .	70
Valéria N. Domingos Cavalcanti, Marcelo M. Cavalcanti, Talita D. Marchiori & Claudete M. Webler	
A Equação da Onda Viscoelástica com Memória Localizada e Não Linearidades Super-críticas . . . . .	72
Willian Cintra, Marcelo Montenegro & Antonio Suárez	
A Equação Logística com Termo de Advecção Não Linear: Existência e Unicidade de Solução Positiva . . . . .	73
<b>Educação Matemática</b>	<b>75</b>
Programação . . . . .	76
Guy Grebot	
Como Auxiliar o Aluno no Desenvolvimento Das Habilidades Necessárias ao Aprendizado do Cálculo? . . . . .	77
Marcelo de Carvalho Borba	
Pandemia, Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Sigmoides . . . . .	79
Wellington Lima Cedro	
Por Uma Educação Matemática Fundamentada na Teoria Histórico-Cultural . . . . .	80
Wesley Well Vicente Bezerra	
Evasão no Ensino Superior e a Avaliação na Disciplina de Cálculo 1 . . . . .	82
<b>Geometria</b>	<b>83</b>
Programação . . . . .	84
Benedito Leandro & Fernando Coutinho	
Mean-stable surfaces in Static Einstein-Maxwell Theory . . . . .	85
Diego Catalano Ferraioli, Tarcísio Castro Silva & Ketí Tenenblat	
A Note on Isometric Immersions and Differential Equations Which Describe Pseudospherical Surfaces . . . . .	86
Hiuri Reis	
Sólitos do Fluxo Redutor de Curvas na Esfera . . . . .	88
Hudson Pina de Oliveira & Xia Changyu	
Rigidity of Complete Minimal Submanifolds in a Hyperbolic Space . . . . .	89
Leandro F. Pessoa, G. Pacelli Bessa & Luquésio P. Jorge	
Stochastic Half-Space Theorems For Minimal Surfaces and $H$ -Surfaces of $\mathbb{R}^3$ . . . . .	90

Maria Andrade	
Resultados de Classificação para Superfícies CMC de Bordo Livre . . . . .	91
Miriam Telichevesky	
Problemas Assintóticos em Variedades de Hadamard . . . . .	92
Valter Borges	
Rigidity of Bach-flat Schouten Solitons . . . . .	93
<b>Matemática Aplicada</b>	<b>94</b>
Programação . . . . .	95
Bruno Lopes	
Raciocinando sobre Sistemas Concorrentes com Reo . . . . .	96
Julliano Rosa Nascimento	
Alguns Parâmetros de Convexidade para Prismas Complementares . . . . .	97
Thaynara Arielly de Lima	
Formalizações Matemáticas via Assistentes de Provas . . . . .	98
Washington Segundo	
Ciência Aberta, Publicações e Dados Científicos . . . . .	99
<b>Matemática e Covid-19</b>	<b>100</b>
Programação . . . . .	101
Claudia Mazza Dias	
Importância das Estratégias de Bloqueio para a COVID-19 no Brasil . . . . .	102
Cristiane M. Batistela, Manuel A. Cabrera, Marien M. Ramos, Giovanni M. Dieguez & José R. C. Piqueira	
Influência da Imunidade temporária na Dinâmica de Propagação do COVID-19 e Sua Relação Com o Isolamento Social e Imunização . . . . .	103
Claudia Sagastizábal	
Otimização como Ferramenta Contra Covid-1 . . . . .	105
Erlandson Ferreira Saraiva.	
A Piecewise Growth Model for Modeling the Accumulated Number of COVID-19 Cases in the City of Campo Grande . . . . .	106
Juliane F. Olivera	
Modelagem Matemática como Guia Estratégico para Evitar o Colapso do Sistema de Saúde Causado pela COVID-19 . . . . .	107
Sergio Muniz Oliva	
Mobilidade Humana como Instrumento para análise dinâmica da Epidemia de COVID-19 no Brasil . . . . .	109
Tarcísio Marciano da Rocha Filho	
Modelo SEIAHR para a da Evolução da Pandemia de COVID-19 . . . . .	110
<b>Sistemas dinâmicos e Probabilidade</b>	<b>111</b>
Programação . . . . .	112
Alberto Ohashi	
Rough Path and Stochastic Stratonovich Integrals Driven by Covariance Singular Gaussian Processes . . . . .	113

Bianca Sousa & Cira E. G. Otiniano	
A Bimodal Generalized Distribution of Extreme Values . . . . .	114
Eduardo A. Silva & Edgar Matias da Silva	
Random Iterations of Maps on $\mathbb{R}^k$ : Asymptotic Stability, Synchronization and Functional Central Limit Theorem . . . . .	115
Lucas Seco	
Escalas Musicais e o Teorema das 3 Lacunas . . . . .	116
Mauro Patrão	
Entendendo a COVID-19 através do SECIAR: um Modelo Didático mais Realista do que o SIR . . . . .	117
Phillipo Lappicy	
Dinâmica em Infinitas Dimensões: um Tour de Sturm, Einstein, Ginzburg e Landau .	118
<b>Teoria dos Números</b>	<b>119</b>
Programação . . . . .	120
Ana Paula Chaves	
Sobre o Comportamento Aritmético de Números de Liouville em Funções Racionais .	121
Daiane Soares Veras	
Valores Exatos da Função $\Gamma^*(k)$ . . . . .	123
Elaine Cristine de Souza Silva	
Números de Liouville e a Conjectura de Schanuel . . . . .	124
Gregory Duran Cunha	
Códigos e Curvas Algébricas . . . . .	125
Michael Knapp	
Equações Aditivas Não Homogêneas . . . . .	126
Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues	
Fatores Primos de Números de Mersenne . . . . .	127
<b>Pôsteres</b>	<b>128</b>
Albérico Henrique dos Santos	
Raiz Quadrada por Meio de Fatoração pelo Processo Inverso Multiplicativo e Análise Combinatória . . . . .	129
Albérico Henrique dos Santos & Warlington dos Santos Silva	
Fatoração de Números Inteiros pelo Processo Inverso Multiplicativo e Análise Combinatória . . . . .	131
Alexssandra Thais Pereira Alves de Souza & Rodrigo Roque Dias	
Espaços de Lindelöf e o Problema de Michael . . . . .	133
Ana Paula de Melo, Ilton Menezes & Romildo Pina	
Espaço-tempo Estático de Einstein-Maxwell Invariante por Translação . . . . .	135
Armando M. V. Corro & Marcelo Lopes Ferro	
Novas Superfícies Planas em $\mathbb{S}^3$ . . . . .	136
Aryel Araújo	
Aplicações das Equações Diferenciais com Retardos em Modelos Populacionais . . . .	137
Benedito Leandro, Rafael Novais & Hiuri F.S. dos Reis	
Soluções Auto-Similares do FCM em $\mathbb{R}^3$ . . . . .	138

Bruno Reis Ramos & Júlio César dos Reis	
G-Graduações para a Álgebra das Matrizes de Ordem 3 . . . . .	140
Caio Tomás de Paula & Lucas Conque Seco Ferreira	
Geometria com Pontos no Infinito Onde Duas Retas Paralelas se Encontram? . . . . .	142
Camila Peres de Souza, Gabriela Lima Canassa & Antonio Carlos Tamarozzi	
Critérios e Divisibilidade Não Habituais . . . . .	143
Carlos Henrique Delmiro de Araújo, Daniel Brandão Menezes & Hermínio Borges Neto	
Situações Generalizáveis para o Ensino do Conceito de Grupo . . . . .	145
Cassinara Gomes Teixeira & Álvaro Luiz De Bortoli	
Equação da Onda Imagem na Análise Sísmica do Subsolo . . . . .	147
César Diogo Bezerra da Silva & Alex Dias Ramos	
Uma Classe de Autômatos Celulares Probabilísticos sem Restrição à Interação do Vizinho mais Próximo . . . . .	148
Daniel Saggiomo de Capri & Renato Mendes Coutinho	
Modelos Matemáticos para o Impacto de Microplásticos sobre Populações Marinhas . . . . .	149
Débora Marília Hauenstein, André Luis Andrejew Ferreira & Guilherme Porto	
A Ressignificação da Educação Matemática no Contexto do Ensino Remoto . . . . .	150
Diego Fernando Batista, Lucas Allan Peixoto Peraro, Rual Franzão, Ademir Pereira Junior, Rosana Volpato & Sandra Regina D'Antonio Verrengia	
A Matemática e o Coronavírus: Pensando a Relação Entre o Ensino e a Aprendizagem Crítica. . . . .	151
Eduardo de Souza Böer & Olímpio H. Miyagaki	
Sobre Existência e Multiplicidade de Soluções para uma Classe de Equações de Cho- quard logarítmicas com Não Linearidade Exponencial Crítica . . . . .	153
Elismar Dias Batista, Levi Rosa Adriano & Willian Isao Tokura	
Sobre Gradiente Ricci-Harmnico Solitons em Espaços Produto Torcido . . . . .	154
Ester Beatriz	
Uma Função de Lyapunov para as Equações Parabólicas Degeneradas . . . . .	156
Evelyn dos Santos Catarina, Diego Nunes Brandão & Ruy Silva do Amaral	
Ensino de Integral Definida: Relato de Experiência em Santo Antônio de Pádua . . . . .	157
Fábio Sodré Rocha	
Sobre a Existência de Soluções de Energia Mínima com Suporte Compacto para Equações Elípticas com Não-Linearidade Não-Lipschitziana . . . . .	159
Fausto Afonso dos Santos & Marcelo Almeida de Souza	
Ensino Remoto Emergencial e as Possibilidades de Inovações Tecnológicas e Educaci- onais no Ensino de Matemática . . . . .	161
Felipe Oliveira Lima	
Método dos Passos para Resolver Equações Diferenciais com Retardamento . . . . .	163
Fernando Soares Coutinho	
A Conjectura da Bola Fluida . . . . .	164
Francisco Alexandre de Lima Sales, Reullyanne Freitas de Aguiar & Jonas Noronha de Oliveira	
Correlação entre as Disciplinas do 1º Ano do Curso de Licenciatura em Matemática e a Conclusão do Curso: Um Estudo de Caso no IFMA-Campus Buriticupu. . . . .	165

Gabriel Ribeiro dos Santos, Reullyanne Freitas de Aguiar, Francisco Alexandre de Lima Sales, Framilson José Ferreira Carneiro, Reginaldo João Assunção Junior, Patricio Torres Costa, Jairo Santos de Araujo, Francisco das Chagas Teixeira, Francisco Estelito Carvalho Neto, Suely Matos Andrade Ferreira, Cleyber Fernando Lima Pessoa, Gabriel de Sousa Leal, Aliciene de Sousa Pinto & Patricia Railane Pereira Martins. Análise dos Resultados Obtidos Através do Preparatório “Vem ser IFMA” . . . . .	167
Gabriella Magalhães Valadares Comportamento Cíclico Descrito por Equações Diferenciais com Retardamento . . . . .	168
Gerardo Jonatan Huaroto Cardenas Equação de Schrödinger Fracionária Não-Linear na Semirreta . . . . .	169
Gislaine Duarte de Souza & Júlio César dos Reis Um Estudo das Estruturas Quocientes: Dos Grupos às Álgebras com Identidades Polinomiais . . . . .	171
Igor Vallis Christ & Victor do Nascimento Martins Bijeções, Funções Geradoras e Representações Matriciais no Estudo de Partições de Inteiros . . . . .	173
Ilton Menezes & Romildo Pina Resultados de Rigidez Sobre os Gradientes Schouten Solitons . . . . .	174
Isadora Nobre Silva & Júlio César dos Reis Curiosidades Numéricas Envolvendo Divisibilidade . . . . .	175
Jairo Farias de Sousa, Reullyanne Freitas de Aguiar, Carlos Alberto Bezerra da Silva, Framilson José Ferreira Carneiro, Reginaldo João Assunção Junior, Francisco Alexandre de Lima Sales, Jairo Santos de Araújo, Cleyber Fernando Lima Pessoa, Gabriel de Sousa Leal, Gabriel Ribeiro dos Santos, Jerry Adriano Almeida da Silva, Kelton do Nascimento Santos, Natanael da Mata Conceição, Raimundo José da Silva Ferreira A Importância do Nivelamento em Matemática Básica para Alunos do Ensino Médio	176
Jhoel Estebany Sandoval Gutierrez Subgrupos Normais em Grupos Limites . . . . .	177
Julia Bernardes Coelho & Dylene Agda Souza de Barros Polinômios Sobre Anéis não Comutativos . . . . .	178
Leonardo Novaes Mesquita Damasceno Estabilidade de Hipersuperfícies com Curvatura de Ordem Superior Constante e Bordo Livre em Formas Espaciais . . . . .	182
Luan Moises dos Santos Valadares & Sergio Henrique de Nogueira Separadores de vértices em Grafos Cordais . . . . .	183
Lucas Matheus de Lima Dal Berto & Jhone Caldeira Correspondências entre Álgebras de Lie e Grupos: um Breve Resumo Sobre as Correspondências de Mal’cev e Lazard . . . . .	184
Luis Duarte Vieira & Cleci Teresinha Werner da Rosa Os princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica no Ensino de Operações Básicas no Ensino Fundamental . . . . .	186
Luiz Fernando Gonçalves, Denis de Carvalho Braga, Alexander Fernandes da Fonseca & Luis Fernando Mello Bifurcação Bifurcação de Ciclos Limites em uma Família de Campos de Vetores Suaves por Partes Hamiltonianos Contendo uma Dobra-Dobra Invisível na Origem . . . . .	188

Marcelo Almeida de Souza, Armando Mauro Vasquez Corro, Armando Mauro Vasquez Corro & Romildo da Silva Pina	
Superfícies Mínimas em Espaços Conformemente Flat . . . . .	190
Mateus Santana dos Reis, Pedro Carvalho Brom & Mateus Gianni Fonseca	
Estudo Sobre o Tempo em que a Sensação de Sucesso Profissional do Professor de Matemática da Rede Pública do Distrito Federal Perdura . . . . .	192
Matheus de Freitas Souza	
Simetrias de Equações Diferenciais . . . . .	194
Maurício de Moraes Fontes	
Ensino de Razão em uma escola pública de ensino médio em Belém do Pará em 2019	195
Nathália Felix Frigo, Elisabeth Cristina de Faria, Marcelo Almeida de Souza & Dianniery Silva de Moraes	
Uma Oportunidade de Aprendizagem e/ou uma Opção de Reforço: Relato de Experiência dos Alunos de Graduação da Disciplina de Matemática Básica na Ead . . .	197
Rayanne Auxiliadora de Oliveira Matos & Jhone Caldeira	
Códigos Corretores de Erros - Uma Experiência no PROFMAT . . . . .	199
Sérgio Henrique Maciel	
Generalização do Volume de Sólidos Geométricos no $\mathbb{R}^n$ . . . . .	200
Sérgio Henrique Maciel	
Generalização do Volume de Sólidos Geométricos no $\mathbb{R}^n$ . . . . .	201
Thais Regina Duarte Marçal & Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues	
Um Estudo Sobre a Oferta da Disciplina Pré-Cálculo nas Instituições de Ensino Superior do Centro-Oeste . . . . .	202
Thais Sampaio Sousa, Francisco Alexandre de Lima Sales, Reullyanne Freitas de Aguiar & Jonas Noronha de Oliveira	
Os Desafios da Dupla Jornada, Trabalho e Estudo, dos Discentes do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Maranhão Campus Buriticupu . . . .	204
Valdênis Martins da Silva Júnior & Prof. Dr. Eudes Mendes Barboza	
Conjuntos Compactos em Espaços Euclidiano . . . . .	206
Victor Hugo S. Daniel & Phillip Lappicy	
Caos no Big Bang e um Mapa do Círculo . . . . .	207
Vinicius José e Joaquim Ferreira & Antonio Carlos Tamrozzi	
A Infinitude dos Números Primos: Demonstrações Alternativas . . . . .	208
Wagner Marcelo Pommer & Bruno Argona Valentini	
Números Irracionais na escolaridade básica: Um Levantamento de Monografias do PROFMAT . . . . .	210
Walter César da Silva Pires, Daniel Moraes Barbosa, Patrick de S. Oliveira & Lucy T. Takahashi	
Um estudo da COVID-19 em Juiz de Fora . . . . .	213
Wesley Quaresma Cota & Ana Cristina Vieira	
$\star$ -Supervarieties de Crescimento Polinomial . . . . .	215
William Debon Pereira, Grasiela Martini & Eneilson Campos	
Grafos de Cayley: Uma família de grafos Relacionada com a Teoria de Grupos . . . .	216

## Informações Gerais

# VI Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste

O Colóquio de Matemática da região Centro-Oeste é um evento promovido pela Sociedade Brasileira de Matemática e neste ano está sendo organizado pela primeira vez pelo Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. O objetivo do colóquio é disseminar a Matemática em todo o Brasil, em todas as suas vertentes: pesquisa, ensino, aplicações, divulgação. O Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste tem um público alvo muito amplo, incluindo os estudantes, em todos os níveis, os professores e pesquisadores de Matemática e de áreas afins, em todo o território nacional, com forte ênfase para região centro-oeste.

Nesta 6<sup>a</sup> edição, o colóquio acontecerá no formato online, no período de 17 a 21 de maio de 2021, no qual serão oferecidos minicursos, palestras plenárias, palestras em sessões temáticas, mesas-redondas, palestras de divulgação matemática, sessão de pôsteres e atividades culturais.

Sejam todo(a)s bem-vindo(a)s. Desejamos a todo(a)s um excelente evento!

# Programação Geral

<b>Horário</b>	<b>Segunda 17/05/2021</b>	<b>Terça 18/05/2021</b>	<b>Quarta 19/05/2021</b>	<b>Quinta 20/05/2021</b>	<b>Sexta 21/05/2020</b>
9h-9h30					
9h30-10h	<b>Mesa de Abertura</b> - Maria Emília Walter (Decana de Pesquisa e Inovação/UnB) - Paolo Piccione (Presidente da SBM) - Ricardo Ruviaro (Diretor do IE/UnB) - Giovany Figueiredo (Chefe do MAT/UnB) - Jaqueline Mesquita (Coordenadora do evento)  Mediadora: Aline Pinto (UnB)	<b>Plenária 3</b> Liliane Barichello (UFRGS)  Mediadora: Andrea Genovese (UnB)	<b>Plenária 6</b> Susan Schommer (UFRJ)  Mediadora: Dayse Pastore (CEFET/RJ)		<b>Plenária 11</b> Leandro Cioletti (UnB)  Mediador: Ma To Fu (UnB)
10h -11h	<b>Plenária 1</b> Liliane Maia (UnB)  Mediadora: Jaqueline Mesquita (UnB)	<b>Plenária 4</b> João Vitor da Silva (UNICAMP) Mediador: Luís Henrique de Miranda (UnB)	<b>Plenária 7</b> Adriana Neumann (UFRGS) Mediador: Paulo Henrique da Costa (UnB)	<b>Plenária 9</b> Iryna Kashuba (USP) Mediadora: Aline Pinto (UnB)	<b>Sessão de Pôsteres</b>
11h-12h	<b>Plenária 2</b> Marcos Petrúcio (UFAL) Mediador: Everaldo Bonotto (USP)	<b>Plenária 5</b> Maria Fernanda Elbert (UFRJ) Mediador: João Paulo dos Santos (UnB)	<b>Plenária 8</b> Vinicius Ramos (IMPA) Mediador: Vinicius Facó (IFB)	<b>Plenária 10</b> Durval Tonon (UFG) Mediador: Mauro Patrão (UnB)	
12h-14h	<b>INTERVALO</b>				
14h-16h	Minicursos 1, 2, 3, 4	Minicursos 1, 2, 3, 4	Minicursos 1, 2, 3, 4	Sessões Temáticas	Sessões Temáticas
16h-16h15	<b>INTERVALO</b>				

16h15-16h30		INTERVALO			
16h30-17h30	<p><b>Mesa da SBM</b>                      - Paolo Piccione                      (Presidente da SBM)                      - Walcy Santos                      (Diretoria da SBM)                      - Daniel Gonçalves                      (Conselho Diretor-SBM)                      - Christina Brech                      (Comissão de Gênero/SBM)</p> <p>Mediadora:                      Jaqueline Mesquita                      (UnB)</p>	<p><b>Mesa redonda</b>                      “Mídias sociais em prol da diversidade: realidade ou utopia?”</p> <p>-Lola Aronovich                      (UFC)                      - Camila Lainetti                      (USP)                      - Nádia Junqueira                      (UNICAMP)</p> <p>Mediadora:                      Carolina Tokarski (IPEA)</p>	<p>Minicursos                      5, 6,7,8,9</p>	<p>Minicursos                      5, 6,7,8,9</p>	<p>Minicursos                      5, 6,7,8,9</p>
17h30-18h30	<p><i>Festival de Matemática</i>                      Daniel Cordeiro – UFCG                      Mediadora: Liliane Maia (UnB)</p>				
18h30-19h	<p><i>Festival de Matemática</i>                      Julia Jaccoud</p> <p>Mediadora:                      Jaqueline Mesquita (UnB)</p>		<p>Bate-papo com Clélia Nogueira (UEM)</p> <p>Mediadoras:                      Christina Brech (USP) e Simone Leal (UNIFAP)*</p> <p>*Atividade Promovida pela Comissão de Gênero da SBM/SBMAC</p>	<p>Breve introdução da série “A Ciência como ela é”</p> <p>Convidadas:                      Marcia Barbosa (UFRGS) e Carolina Brito (UFRGS)</p> <p>Mediadoras:                      Dayse Pastore (CEFET/Rio) e Susanne Maciel (UnB)</p>	<p>Encerramento</p>

19h-19h30				Apresentação da série “ <i>A Ciência como ela é</i> ”	<b><u>Atividade Cultural:</u></b> Show ao vivo Mpb, Samba e Forró
19h30-20h					
20h-21h			<b><u>Atividade Cultural:</u></b> Show ao vivo - Samba  <i>Plataforma Zoom</i>	Bate-papo com <i>Marcia Barbosa (UFRGS) e Carolina Brito (UFRGS)</i>  Mediadoras: <i>Dayse Pastore (CEFET/Rio) e Susanne Maciel (UnB)</i>	<i>Plataforma Zoom</i>

# Minicursos

# Curvas de Largura Constante

**Arlandson Matheus Silva Oliveir**

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)  
Paraíba, Brasil

**Emanuela Régia de Sousa Coelho**

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)  
Paraíba, Brasil

## Resumo

A largura de uma curva planar, numa dada direção, é a largura mínima entre as faixas que contém a curva e que são limitadas por retas ortogonais a essa direção. Assim, a largura de uma curva pode não ser a mesma em todas as direções. Neste minicurso, entretanto, como seu título não se esforça por esconder, trataremos de curvas de largura constante, isto é, curvas cuja largura não muda com a direção, como é o caso do círculo e do triângulo de Reuleaux. Aproveitaremos o ensejo para introduzir o estudo de curvas no plano sob a perspectiva da Geometria Diferencial, o que nos permitirá provar que o perímetro de uma curva convexa de largura constante é igual ao da circunferência com a mesma largura (teorema de Barbier), dentre outras propriedades da classe de curvas de que nos ocuparemos.

## Referências

- [1] Elsa Abbena, Simon Salamon, Alfred Gray. *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica. 3rd Edition*. Chapman & Hall CRC, 2006.
- [2] Paulo Ventura Araújo. *Geometria Diferencial*. IMPA, 1988.
- [3] José Luiz Pastore Mello. *Polígonos de Reuleaux e a Generalização de Pi*. RPM 81.
- [4] Lucio Rodríguez. *Introdução à Geometria Diferencial*. IMPA, 1977.
- [5] J. F. Voloch. *Curvas de Largura Constante*. *Matemática Universitária*, nº 5, Junho de 1987, p. 69-75.

# Soluções de Viscosidade e Problemas Variacionais

**Edgard Pimentel**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/Rio)

Rio de Janeiro, Brasil

## **Resumo**

O mini-curso trata de soluções de viscosidade e explora suas conexões com os problemas variacionais. A princípio, esta ligação soa artificial. Entretanto, alguns operadores fundamentais para a Análise admitem tanto soluções viscosas como soluções fracas distribucionais. Mais ainda, em alguns contextos as duas noções coincidem. Este é o caso, por exemplo, do operador Laplaciano e do operador  $p$ -Laplaciano. Uma pergunta fundamental se coloca: é possível abordar problemas variacionais a partir das técnicas das soluções de viscosidade (intrinsecamente não-variacionais)? A resposta, positiva, é o tema deste curso. Vamos introduzir a teoria de soluções de viscosidade contínuas e suas principais propriedades (e.g. princípios do máximo e da comparação, existência de soluções e desigualdade de Harnack), culminando com a regularidade das funções na classe das soluções viscosas. Em seguida, vamos discutir alguns exemplos importantes que conectam o mundo variacional e a teoria de soluções de viscosidade. Estes incluem o operador Laplaciano e o operador  $p$ -Laplaciano, e os sistemas chamados mean-field games.

# Alunos Digitais: Os Desafios e Possibilidades do Ensino da Matemática a Luz da BNCC

**Giancarlo Pereira e Cristiane Gomes**

Secretaria de Educação do Pará  
Pará, Brasil

**Cristiane Gomes**

Universidade Federal do Pará (UFPA)  
Pará, Brasil

## Resumo

O objetivo deste minicurso é apresentar atividades de diferentes tópicos da matemática utilizando Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) que possam auxiliar o professor na apresentação, desenvolvimento e aprofundamento desses conceitos, bem como as possibilidades que essas ferramentas digitais proporcionam e que impactos trazem ao processo de construção do conhecimento. Nesse contexto, aponta-se algumas das características dos alunos desta época e busca-se saber, através da análise do Plano Nacional de Educação (PNE), das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como a legislação educacional vigente tem tratado esse tema. Para a obtenção dos resultados dessa proposta de minicurso direcionamos as pesquisas as palavras-chaves: tecnologias digitais, fluxogramas, programação educativa e recursos pedagógicos digitais. Tomou-se como base teórica o trabalho de Pereira (2019) e os documentos oficiais citados.

## Referências

- [1] LIBÂNEO, J. C. Adeus professor, adeus professora?: novas exigências educacionais e profissão docente. 13. ed. São Paulo: Cortez, 2011. v. 2. (Coleção questões da nossa época)
- [2] PEREIRA, G. S. S. A linguagem de programação educativa Scratch na produção de conteúdos digitais para mediação da aprendizagem de Matemática na educação básica. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.
- [3] PRENSKY, M. Skaitmeninio pasaulio ?iabuviai ir imigrantai. ?e?ios ??sys. Disponível em: <http://sesioszasys.blogspot.com.br/2010/12/marc-prensky-skaitmeninio-pasaulio.html>. Acesso em: 30.set.2019.

# Algumas Variações, Generalizações e Aplicações do Teorema do Valor Médio de Lagrange

German Lozada Cruz  
Universidade Estadual Paulista (UNESP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Sabemos que os *teoremas do tipo valor médio* são resultados básicos da Análise Matemática. Estes teoremas se destacam por sua simplicidade e aplicabilidade em outras áreas, como em Física e Economia por exemplo.

O primeiro contato de nossos alunos dos cursos de graduação em Matemática ou de Engenharia com os teoremas do tipo valor médio é em um curso de cálculo diferencial e integral ou em um primeiro curso de análise real.

Neste minicurso apresentaremos alguns teoremas do tipo valor médio que não são estudados em disciplinas clássicas de cálculo e análise matemática. Também vamos ver algumas variações, generalizações e aplicações do teorema de valor médio de Lagrange.

## Referências

- [1] Andreescu, T.; Gelca, R. *Mathematical olympiad challenges*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2000.
- [2] Bongarti, M.; Lozada-Cruz, G. *Alguns teoremas do tipo valor médio: De Lagrange à Malesevich*. Revista Matemática Universitária. Vol.1, 56–72, 2021.
- [3] Flett, T. M. *A mean value theorem*. Math. Gazette, vol.42 (1958), 38–39.
- [4] S. Lang. *Undergraduate Analysis*. 2a ed. Undergraduate Texts in Mathematics. New York: Springer-Verlag, 2005.
- [5] Lozada-Cruz, G., *Some variants of Lagrange's mean value theorem*. Sel. Mat. 7 (1): 144–150, 2020.
- [6] Lozada-Cruz, G., *Funções auxiliares nos teoremas clássicos do valor médio*. PMO v.8, n.3: 286–400, 2020.
- [7] Lupu, Cezar; Lupu, Tudorel. *Mean value theorems for some linear integral operators*. Electron. J. Diff. Equ., Vol. 2009, No. 117, pp. 1–15.
- [8] Lupu, Cezar. *Mean value problems of Flett type for a Volterra operator*. Electron. J. Diff. Equ., Vol. 2013, No. 53, pp. 1–7.

- [9] Malešević, Branko J. *Some mean value theorems in terms of an infinitesimal function*. Mat. Vesnik 51 (1999), no. 1-2, 9–13.
- [10] Martínez de la Rosa, Félix. *Panorámica de los Teoremas de Valor Medio*. Miscelánea Mat. No. 47 (2008), 23–38.
- [11] Mercer, Peter R. *On a mean value theorem*. The College Mathematics Journal, Vol. 33, No. 1 (2002), pp. 46–48.
- [12] Meyers, R. E. *Some elementary results related to the mean value theorem*, The two-year College Mathematics Journal 8(1977).
- [13] Protter, M.H.; Morrey Jr., C.B. *A first course in real analysis*. Second Edition. Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag New York, Inc., 1991.
- [14] Qazi, M. A. *The mean value theorem and analytic functions of a complex variable*, J. Math. Anal. Appl. 324 (2006), pp. 30–38.
- [15] Sahoo, P. K.; Riedel, T., *Mean value theorems and functional equations*. World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, 1998.
- [16] Tineo, A. *A generalization of Rolle's theorem and an application to a nonlinear equation*, J. Austral. Math. Soc. (Series A) 46 (1989), pp.395–401.
- [17] Tong, J. *On Flett's mean value theorem*. Internat. J. Math. Ed. Sci. Tech. 35 (2004), 936–941.
- [18] Trahan, D. H. *A new type of mean value theorem*. Math. Mag., vol. 39(1966), 264–268, 1966.

# Geometria Fractal

**Katrin Gelfert**

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)  
Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

“Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, litorais não são círculos. A casca não é lisa - e o relâmpago não encontra seu caminho reto.” Nesta frase, Benoît Mandelbrot nos alerta que formas geométricas clássicas - como linhas suaves ou retângulos - não são de forma alguma comuns na natureza. Pelo contrário, muitas vezes observamos formas geométricas ásperas ou fragmentadas que podem ser divididas em partes, onde cada uma delas é (aproximadamente) uma cópia em tamanho reduzido do todo. Esta observação nos leva ao conceito de autosimilaridade, propriedade bastante comum em fractais. Muitos exemplos importantes de fractais estão associados a sistemas de funções iteradas (IFS em inglês). Um aspecto importante na geometria fractal é a descrição e caracterização de como um objeto ré-escala com o seu tamanho. Dimensões fractais são ferramentas que ajudam na quantificação desta propriedade. Além do seu interesse intrínseco, a geometria fractal se caracteriza pelas múltiplas relações com outras áreas como geometria ou teoria de números, dentre outros.

Neste minicurso apresentaremos as definições e as propriedades principais da dimensão de Hausdorff e da dimensão de Minkowski (“box-counting”). Discutiremos algumas técnicas para calcular estas dimensões fractais e veremos alguns exemplos paradigmáticos. Estudaremos o denominado princípio de distribuição de massa que fornece estimativas da dimensão de Hausdorff a base de estimativas de dimensões locais de medidas. Finalmente, consideramos atratores de sistemas de funções iteradas e revisamos resultados clássicos e recentes para determinar suas dimensões.

## Referências

- [1] C. J. BISHOP AND Y. PERES, *Fractals in probability and analysis*, vol. 162 of Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, 2017.
- [2] K. FALCONER, *Fractal geometry*, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, third ed., 2014. Mathematical foundations and applications.
- [3] P. MATTILA, *Geometry of sets and measures in Euclidean spaces*, vol. 44 of Cambridge Studies in Advanced Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, 1995. Fractals and rectifiability.

# Tópicos em Dinâmica Aritmética

**Lucas Reis**

Universidade de Minas Gerais (UFMG)  
Minas Gerais, Brasil

## Resumo

Este minicurso visa introduzir o estudo de iterações de funções sobre estruturas algébricas (finitas). Vamos discutir alguns conceitos e resultados básicos do tema, e passar por dois exemplos interessantes: as funções monomiais sobre grupos abelianos finitos e as transformações lineares sobre espaços vetoriais de dimensão finita sobre um corpo finito.

## Referências

- [1] C. Qureshi and L. Reis, *Dynamics of the  $a$ -map over residually finite Dedekind domains*, **J. Number Theory** (204) pp. 134–154 (2019).
- [2] R. Toledo, *Linear finite dynamical systems*, **Commun. Algebra** (33) pp. 2977–2989 (2005).

# O Atrator Geométrico de Lorenz e Suas Variantes

**Maria José Pacífico**

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Nos anos 60 E. Lorenz exibiu um sistema de três equações diferenciais para modelar a evolução a longo termo do clima. Este sistema, tem um ponto de equilíbrio robustamente acumulado por trajetórias regulares do sistema e apesar de ser constituído por equações simples (polinomiais de grau 2), Lorenz não conseguiu exibir uma solução explícita. A razão desta resistência é tanto conceitual como numérica: do ponto de vista conceitual, não é hiperbólico e do ponto de vista numérico, há acúmulo de erros quando a trajetória se acumula do equilíbrio. No entanto, Lorenz percebeu que as soluções deste sistema deveriam depender sensivelmente das condições iniciais. E conjecturou que sua solução deveria conter um atrator de volume zero, sensível com respeito às condições iniciais. Nos anos 70, Guckenheimer e Williams, introduziram o atrator geométrico de Lorenz, que satisfazia todas as condições e conjecturas dadas por Lorenz. E eu pretendo falar neste minicurso exatamente sobre o atrator geométrico de Lorenz, suas propriedades básicas e alguns resultados mais recentes sobre este tipo de atrator.

## Referências

- [1] Araújo, V.; Pacífico, M. J. , Three-dimensional flows, volume 53, 2010, editora Springer Science & Business Media.
- [2] Araújo, V.; Pacífico, M. J., Pujals, P., Viana, M. , Singular-hyperbolic attractors are chaotic, Trans. Amer. Math. Soc., volume=361, pages 2431–2485, 2009.
- [3] Barros, D.; Bonatti, C., Pacífico, M. J. , Up, down, two-sided Lorenz attractor, collisions, merging and switching, arXiv:2101.07391.
- [4] Guckenheimer, J.; Williams, R. F., Structural stability of Lorenz attractors, Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques, volume 50, pages 59-72, 1979.
- [5] Lorenz, E. N., Deterministic nonperiodic flow, Journal of the atmospheric sciences, volume 20, pages 130-141, 1963.
- [6] Morales, C. A. ; Pacífico, M. J.; Pujals, E. R., Robust transitive singular sets for 3-flows are partially hyperbolic attractors or repellers, Annals of mathematics, pages 375-432, 2004.
- [7] Moreira, C. G., Pacífico, M. J. , Romáña, S., Hausdorff Dimension, Lagrange and Markov Dynamical Spectra for Geometric Lorenz Attractors, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.), 57, no. 2, pages 269-292, 2020.

# Jogos Combinatórios e Números Surreais

Ralph C. Teixeira

Email:ralphct@id.uff.br

Universidade Federal Fluminense (UFF)\*

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Neste minicurso, apresentaremos o início da teoria dos jogos combinatórios (capítulos iniciais de “Winning Ways”), que procura analisar tais jogos usando ferramentas potencialmente mais poderosas que a simples análise direta de suas árvores.

Começaremos introduzindo o jogo Hackenbush (“desmata-mata”) para apresentar os conceitos básicos da teoria; cada posição deste jogo define um número (por um processo similar à construção dos reais via cortes de Dedekind). Veremos como computar e somar tais números. Vale a pena notar que esta construção engloba os números reais e vários outros, levando ao conjunto dos números surreais (incluindo números infinitesimais e infinitos, que serão apenas citados neste minicurso).

Em seguida, passaremos a analisar Jogos Imparciais como o NIM. As posições deste jogo levam à construção dos números (denominados \*1, \*2, \*3, ...). Aprenderemos a somá-los e utilizá-los para resolver rapidamente vários jogos imparciais de dois jogadores – frequentemente sem a necessidade de computadores! Enfim, apresentaremos o Teorema de Sprague-Grundy: “Todo jogo normal imparcial finito (com dois jogadores) é equivalente a um número.”

## Referências

- [1] Elwyn Berlekamp, John Conway, Richard Guy, “Winning Ways for Your Mathematical Plays”, Vol.1, Academic Press, 2001.
- [2] John Conway, “On Numbers and Games”, A K Peters, 2000.
- [3] Ralph Teixeira, “Jogos Combinatórios e Números Surreais”, livreto disponível em <http://www.professores.uff.br/ralph Teixeira/ensino/>.

---

\*24020-140, Niterói, RJ, Brasil

# Uma Introdução ao Cálculo Estocástico com Aplicações em Finanças Quantitativas

**Yuri Fahham Saporito**  
Fundação Getulio Vargas (FGV)  
Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Finanças Quantitativas nasceu em 1900 com o artigo Theory of Speculation de Louis Bachelier. Um dos fatos mais interessantes desse acontecimento foi o desenvolvimento de um dos mais importantes objetos matemáticos, o movimento Browniano. Desde esse início, passando pela prova de sua existência, em 1932 por Robert Wiener, e pela criação do Cálculo de Itô em 1942, o movimento Browniano se consolidou como uma das mais importantes ideias em Matemática Aplicada. Uma das áreas de sua aplicação mais bem sucedidas é Finanças Quantitativas, que serviu também, de certa forma, como o berço da teoria. Um segundo nascimento da área, em tempos mais recentes, foi a publicação do artigo de Fisher Black e Myron Scholes em 1973. Neste minicurso, irei introduzir o movimento Browniano e o Cálculo de Itô com o rigor compatível de um aluno de graduação que saiba probabilidade. No final, iremos exemplificar o uso dessa técnica tão importante no problema de apreamento de derivativos financeiros estudado no *paper* de Black e Scholes.

# Plenárias

# De Sistemas de Partículas a Equações Diferenciais Parciais

**Adriana Neumann**

Email: [aneumann@mat.ufrgs.br](mailto:aneumann@mat.ufrgs.br)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Rio Grande do Sul, Brasil

## **Resumo**

Nesta palestra vamos mostrar como a obtenção de modelos macroscópicos, caracterizados por equações diferenciais parciais parabólicas, pode ser feita através de modelos microscópicos descritos por sistemas de partículas interagentes. Os sistemas de partículas interagentes que vamos apresentar possuem dinâmica descrita pelo processo de exclusão ou pelo modelo em meios porosos com alguma taxa lenta, que vai gerar condições de fronteira no modelo macroscópico associado.

# A Construção de Kantor-Koecher-Tits: Aplicação de Representações de Álgebras e Superálgebras de Jordan

Iryna Kashuba

Email: [kashuba@ime.usp.br](mailto:kashuba@ime.usp.br)

Universidade de São Paulo (USP)

São Paulo, Brasil

## Resumo

Vamos revisar os resultados recentes sobre a determinação do tipo de representação de álgebras de Jordan de dimensão finita. A nossa principal ferramenta é a famosa construção Kantor-Koecher-Tits que fornece uma ponte entre a teoria de Jordan e a teoria de Lie. Se o tempo permitir, também falaremos sobre o uso da mesma abordagem para descrever representações indecomponíveis para superálgebras de Jordan simples que não são completamente redutíveis. É um trabalho conjunto com V. Serganova.

# EDPs, Problemas de Fronteira Livre e suas Teorias de Regularidade

João Vitor da Silva

Email: [jdasilva@unicamp.br](mailto:jdasilva@unicamp.br)

Universidade de Campinas (UNICAMP)

São Paulo, Brasil

## Resumo

Inúmeros modelos governados por processos difusivos aparecem naturalmente na formulação matemática de uma série de fenômenos em ciências puras e aplicadas na forma de certas EDPs (elípticas e parabólicas). Por tal razão, compreender suas teorias de regularidade intrínsecas (versões local e global) desempenha um papel fundamental na análise de problemas oriundos da biologia, ciência de materiais, dinâmica de fluidos, física-matemática, geometria diferencial dentre outras. De um ponto de vista aplicado, tais estudos ajudam a estabelecer resultados de classificação e comportamento de soluções de tais EDPs. Não obstante, quando tais processos difusivos envolvem mudanças descontínuas e múltiplas leis emergem em regiões a priori desconhecidas, novas dificuldades matemáticas tomam lugar. Tais fenômenos dizem respeito ao que hoje conhecemos como problemas de fronteira livre. Estes problemas e suas correspondentes análises matemáticas envolvidas em solucioná-los têm promovido inúmeros avanços na teoria de EDPs (elípticas e parabólicas) nas últimas décadas com uma vasta gama de aplicações.

Portanto, nossa palestra tratará de revisitar o estado da arte dessas duas áreas da Análise matemática contemporânea apresentando os avanços mais recentes das mesmas no que diz respeito a suas teorias de regularidade.

# Ciclos Limite e Aplicação em Sistemas Dinâmicos Descontínuos

**José Tonon Durval**

Email: [djtonon@ufg.br](mailto:djtonon@ufg.br)

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## **Resumo**

Sistemas Dinâmicos Descontínuos é uma recente subárea de Sistemas Dinâmicos, tendo uma formalização matemática mais sólida a partir dos anos 80 através de trabalhos de matemáticos da antiga União Soviética. Nessa palestra vamos tratar do problema de exibir cotas para o número máximo de ciclos limite para campos lineares por partes do plano e no espaço. Aplicaremos a teoria de Sistemas Dinâmicos Descontínuos com o intuito de obter respostas sobre a estabilidade dos sistemas que governam a dinâmica de tratamentos da AIDS.

# Funções Harmônicas para Operadores Positivos e suas Aplicações em Dinâmica e Probabilidade

Leandro Cioletti

Email: cioletti@mat.unb.br  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

## Resumo

Neste seminário vamos introduzir o espaço de funções harmônicas para operadores positivos e mostrar como a dimensão deste espaço está relacionada a um problema clássico em Física-Matemática de transição de fase. Vamos mostrar como esta nova teoria pode ser usada para construir um modelo probabilístico capaz de prever transições de fase da matéria entre três estados físicos. A construção concreta de tal modelo é hoje em dia um dos principais problemas em aberto em Física-Matemática e esta é a principal motivação do estudo a ser apresentado. As técnicas e os resultados são composto bela costura entre resultados clássicos de Análise, Teoria Ergódica, Sistemas Dinâmicos Hiperbólicos, Probabilidade e Mecânica Estatística. O objetivo é varrer todas as tecnicidades envolvidas para baixo do tapete e ajudar o público a entender bem os progressos obtidos neste importante problema e mostrar alguns portas que nossos métodos abrem na busca da solução deste problema.

# Derivação, Análise e Aplicação em Transporte de Partículas

Liliane Barichello

Email: lbaric@mat.ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Rio Grande do Sul, Brasil

## Resumo

A teoria cinética dos gases tem sido, ao longo dos anos, foco de relevante pesquisa matemática. A Equação de Boltzmann, modelo matemático fundamental nesta área, desperta atenção por sua aplicação em muitas áreas e a sua desafiadora complexidade. Apesar da complexidade, intenso trabalho tem permitido avanços científicos e tecnológicos nos vários campos da ciência que se utilizam de simulações computacionais deste modelo. Nesta conferência, discutimos a construção dos chamados núcleos sintéticos de colisão, a partir da Equação Linearizada de Boltzmann, que determinam modelos matemáticos amplamente utilizados em simulações computacionais, particularmente em estudos no campo da nanotecnologia. Derivamos soluções de equações integrais originadas neste processo. Introduzimos, ainda, as condições de contorno de Cercignani-Lampis. Analisamos também esquemas numéricos envolvendo integração na esfera unitária, estes de interesse em aplicações médicas, como a tomografia ótica.

# Um Passeio sobre a Geometria das Superfícies em $\mathbb{R}^3$

**Marcos Petrúcio**

Email: [marcos@pos.mat.ufal.br](mailto:marcos@pos.mat.ufal.br)

Universidade Federal de Alagoas (UFAL)

Alagoas, Brasil

## **Resumo**

Podemos considerar que a Geometria Diferencial nasceu com os trabalhos pioneiros de C.F. Gauss sobre o estudo das superfícies em  $\mathbb{R}^3$ . Desde então essa importante área da matemática se desenvolveu em muitas direções e também serviu de base para muitas pesquisas, inclusive para a Teoria da Relatividade Geral. Contudo, o estudo de superfícies em  $\mathbb{R}^3$  ainda continua servindo de berço para muitos teoremas e também guarda em si a beleza que a visualização nos proporciona. Nesta palestra vamos apresentar alguns resultados importantes dessa teoria, com destaque para as superfícies mínimas e de curvatura média constante.

# A Curvatura Média e suas Primas de Ordem Mais Alta

Maria Fernanda Albert

Email: fernanda@ime.ufrj.br

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Utilizando dois problemas clássicos como fios condutores, o Problema de Hopf e o estudo da estabilidade, vamos traçar relações entre a curvatura média de uma hipersuperfície e suas primas, as curvaturas de ordens mais altas.

# Efeitos Reais da Política de Taxa de Juros e de Compras de Ativos Arriscados pelo Banco Central

Susan Schommer

Email: [susan.schommer@gmail.com](mailto:susan.schommer@gmail.com)

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Consideramos os efeitos da política monetária - taxas de juros nominais de curto prazo e compras de ativos arriscados pelo banco central - em um modelo de equilíbrio geral com precificação de ativos, restrições de colateral endógenas e preços rígidos. Mostramos que a escolha da política de taxas de juros que maximize o bem-estar é diferente dependendo do estado da economia e das restrições de colateral. Na ilustração numérica, mostramos que em um estado "ruim" da economia (em que as restrições de colateral estão ativas), a taxa de juros nominal ótima é zero e as compras de ativos arriscados pelo banco central podem levar a melhorias de Pareto dependendo especificamente do forma na qual os agentes estão restritos. Em um "bom" estado da economia, a taxa de juros ótima é positiva, e se as garantias (colateral) não estiverem ativas, as compras de ativos do banco central não afetam os preços ou as alocações de recursos na economia. Esse artigo é em conjunto com Aloisio Araujo (IMPA e EPGE-FGV) e Michael Woodford (Columbia University).

# Mergulhos Simpléticos e Teoria dos Números

**Vinicius Ramos**

Email: [vgramos@impa.br](mailto:vgramos@impa.br)

Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA)

Rio de Janeiro, Brasil

## **Resumo**

Uma das questões centrais em geometria simplética é o estudo dos mergulhos simpléticos. Nessa palestra, eu falarei sobre a história desse problema que se origina na mecânica clássica e como a sequência de Fibonacci aparece de uma forma surpreendente.

**Festival da Matemática**

# Construção da Reta Real: dos Livros do Ensino Médio à Realidade do que é Matematicamente Possível (Geometria Grega+Livros Didáticos+Arte+Sala de Aula)

**Daniel Cordeiro**

Universidade Federal de Campina Grande\* (UFCG)  
Paraíba, Brasil

## **Resumo**

Os livros do Ensino Médio sempre trazem a construção da reta numérica real e expõem a equivalência dessa reta com o conjunto dos números reais. Com esse procedimento, fica-se com a impressão de que todo número real pode ser marcado na reta real. Será esse fato realmente verdade? Pode-se marcar qualquer número na reta real? Como marcar certos números, bem pouco comuns? O que usar para fazer isso? A palestra almeja “responder” essas perguntas e incitar outras mais instigantes, cujas respostas requerem bem mais Matemática do que o Ensino Médio pode prover! Esse fato deve ser encarado como estímulo à uma formação acadêmica sólida de futuros professores de Matemática. Nesse bate-papo entram os antigos gregos, arte, animações e atividades para sala de aula!

---

\*Cidade Campina Grande

# Matemática: da Sala de Aula à Divulgação Científica

**Julia Jaccoud**

Professora na Roda de Matemática

Criadora do canal no Youtube **A Matemaniaca**

## **Resumo**

Nesta conversa, Julia compartilhará sobre sua trajetória, projetos que está envolvida e instigará reflexões sobre o cenário da divulgação científica.

## Sessões Temáticas

Álgebra

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
14:00	Título: Sobre a Classe de Nilpotência de Grupos Finitos admitindo Grupos de Frobenius de Automorfismos Palestrante: Jhone Caldeira Mediadora: Aline Pinto (UnB)	Título: Uma versão mais forte do BFC-teorema de Neumann Palestrante: Cristina Acciarri Mediador: Raimundo Bastos (UnB)
14:30	Título: Graduações, identidades polinomiais graduadas e propriedade de Specht em característica 2 Palestrante: Manuela Souza Mediadora: Aline Pinto (UnB)	Título: Números de Betti e alguns problemas em aberto Palestrante: Thiago Freitas Mediador: Raimundo Bastos (UnB)
15:00	Título: Componentes do espaço de folheações de codimensão um em $P^n$ , do ponto de vista enumerativo. Palestrante: Viviana Ferrer Mediador: Alex Dantas (UnB)	Título: Sobre certos códigos de avaliação que são localmente recuperáveis Palestrante: Cícero Carvalho Mediadora: Daniela Amato (UnB)
15:30	Título: Grupos nilpotentes finitamente gerados e autossimilares Palestrante: Adilson Berlatto Mediador: Alex Dantas (UnB)	Título: O quadrado tensorial não abeliano de um grupo e uma externalização de comutadores Palestrante: Ivonildes Dias Mediadora: Daniela Amato (UnB)

# Grupos Nilpotentes Finitamente Gerados e Autossimilares

Adilson A. Berlatto

Universidade Federal de Mato Grosso \*  
Mato Grosso, Brasil

## Resumo

O estudo de grupos agindo sobre árvores regulares uni-raízes surgiu nos anos 80, trazendo exemplos importantes em várias áreas da Teoria de Grupos, principalmente relacionados ao problema de Burnside [3, 4]. O aspecto fractal, natural de tais ações, deu origem aos grupos autossimilares (ou fechados por estados). As ações feitas por grupos abelianos livres foram estudadas em [5], via endomorfismos virtuais. A partir daí, ações autossimilares de grupos nilpotentes finitamente gerados foram o próximo passo [1, 2].

Serão abordados aqui principais resultados do tema e algumas conexões teóricas atuais.

## Referências

- [1] BERLATTO, ADILSON; SIDKI, SAID, *Virtual Endomorphisms of Nilpotent Groups*, Groups, Geometry, and Dynamics, 1 (2007), 21-46.
- [2] BONDARENKO, IEVGEN V.; KRAVCHENKO, ROSTYSLAV V., *Finite-state self-similar actions of nilpotent groups*, Geometriae Dedicata, 163 (2013), 339-348.
- [3] GRIGORCHUK, ROSTISLAV, *On the Burnside problem for periodic groups*, Functional Anal. Appl., 14 (1980), 41-43.
- [4] GUPTA, NARAIN; SIDKI, SAID, *On the Burnside problem for periodic groups*, Math Z., 182 (1983), 385-388.
- [5] NEKRASHEVYCH, VOLODIMIR; SIDKI, SAID, *Automorphisms of the binary tree: state-closed subgroups and dynamics of 1/2-endomorphisms*, In T.W.Muller, editor, Groups: Topological, Combinatorial and Arithmetical Aspects, volume 311 of LMS Lecture Note Series (2004), 375-404.

---

\*Campos universitário do Araguaia (UFMT)

# Sobre Certos Códigos de Avaliação que são Localmente Recuperáveis

Cícero Carvalho

Email: cicero@ufu.br

Faculdade de Matemática

Universidade Federal de Uberlândia \* (UFU)

Minas Gérias, Brasil

## Resumo

Nesta palestra gostaríamos de apresentar o conceito de “códigos localmente recuperáveis”, que são códigos onde se pode corrigir um apagamento numa entrada de uma palavra sem necessidade de se recorrer aos dados de todas as demais posições. Vamos construir um código, que será obtido através da avaliação de determinado espaço de polinômios em certos pontos de um espaço  $n$ -dimensional, e que tem a propriedade de ser localmente recuperável. Calculamos a dimensão de tais códigos e também cotas para sua distância mínima. Mostramos ainda que em tais códigos para cada posição  $P$  há um conjunto de outras posições com a propriedade de que um apagamento em  $P$  pode ser recuperado através dos dados desse conjunto, sendo tolerado um certo número de apagamentos nas posições desse conjunto.

---

\*Campus Uberlândia

# Uma Versão mais Forte do BFC-Teorema de Neumann

Cristina Acciarri \*

Email: acciarri@unb.br

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

Um celebrado teorema de B. H. Neumann afirma que se  $G$  é um grupo em que todas as classes de conjugação são finitas com tamanho limitado, então o grupo derivado  $G'$  é finito. Nesta palestra discutiremos uma versão mais forte do resultado de Neumann e alguns corolários para grupos finitos e profinitos. Baseado em um trabalho conjunto com P. Shumyatsky.

## Referências

- [1] C. ACCIARRI AND P. SHUMYATSKY, *A stronger form of Neumann's BFC-theorem*, Israel Journal of Mathematics, to appear. arXiv: 2003.09933.

# O Quadrado Tensorial Não Abeliano de um Grupo e uma Externalização de Comutadores

Ivonildes Ribeiro Martins Dias  
 Instituto de Matemática e Estatística  
 Universidade Federal de Goiás (UFG)  
 Goiás, Brasil

## Resumo

O quadrado tensorial não abeliano de um grupo  $G$ , denotado por  $G \otimes G$ , é um caso particular do produto tensorial não abeliano dos grupos  $G$  e  $H$ , denotado por  $G \otimes H$ , que foi introduzido por Brown e Loday em [1, 2] e surgiu em aplicações na teoria de homotopia de uma generalização do Teorema de Van Kampen. Admitindo que cada grupo age sobre si mesmo por conjugação ( $g_1^g = g^{-1}g_1g$ ) e que cada um age sobre o outro, tal que a seguinte *condição de compatibilidade* seja satisfeita:

$$g_1^{(h^g)} = \left( (g_1^{g^{-1}})^h \right)^g, \quad h_1^{(g^h)} = \left( (h_1^{h^{-1}})^g \right)^h,$$

definimos  $G \otimes H$  como o grupo gerado pelos símbolos  $g \otimes h$  e definido pelas relações

$$gg_1 \otimes h = (g^{g_1} \otimes h^{g_1})(g_1 \otimes h); \quad (1)$$

$$g \otimes hh_1 = (g \otimes h_1)(g^{h_1} \otimes h^{h_1}), \quad (2)$$

para todos  $g, g_1 \in G$  e  $h, h_1 \in H$ . Como a ação por conjugação de um grupo sobre si mesmo é sempre compatível, o quadrado tensorial  $G \otimes G$  de um grupo  $G$  sempre é definido.

Neste trabalho estabeleceremos um paralelo entre as relações obtidas no grupo  $G \otimes G$  e as propriedades de comutadores entre elementos de um grupo ( $[x, y] = x^{-1}xy$ ). Observando que as relações (1) e (2) podem ser vistas como uma externalização das propriedades de comutadores. Além disso, apresentaremos alguns dos principais resultados de  $G \otimes G$ .

## Referências

- [1] BROWN, RONALD; LODAY, JEAN-LOUIS, *Excision homotopique en base dimension*, C.R. Acad. Sci. Paris S.I Math. 298 (1984), No. 15, 353–356.
- [2] BROWN, RONALD; LODAY, JEAN-LOUIS, *Van Kampen theorems for diagrams of spaces*, Topology 26 (1987), no. 3, 311–335.

# Sobre a Classe de Nilpotência de Grupos Finitos admitindo Grupos de Frobenius de Automorfismos

Jhone Caldeira

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Seja  $A$  um grupo agindo por automorfismos sobre um grupo  $G$ . Denotamos por  $C_G(A)$  o centralizador de  $A$  em  $G$ , que é o subgrupo dos pontos fixos dessa ação:  $C_G(A) = \{x \in G : x^a = x, \text{ para todo } a \in A\}$ . Diversos estudos têm mostrado que em muitos casos as propriedades de  $C_G(A)$  exercem interessante influência sobre  $G$ . A partir do *Mazurov's Problem 17.72* posto em *Kourovka Notebook* [10], problemas em que grupos de Frobenius agem por automorfismos sobre grupo finitos têm recebido atenção especial. Nesse sentido, admitimos a seguinte caracterização: um grupo de Frobenius finito  $FH$ , com núcleo  $F$  e complemento  $H$ , é o produto semidireto de um subgrupo normal  $F$  por  $H$  de modo que  $C_F(h) = 1$ , para todo elemento não trivial  $h$  de  $H$ . Tais grupos têm estrutura bem conhecida. Thompson [12] mostrou que o núcleo  $F$  é nilpotente e Higman [4] provou que sua classe de nilpotência é limitada em termos do menor primo dividindo a ordem do complemento  $H$ . Agora, passemos à seguinte situação: suponha que um grupo de Frobenius finito  $FH$  aja por automorfismos sobre um grupo finito  $G$ . No caso particular em que  $C_G(F) = 1$ , temos que  $G$  é solúvel (Belyaev e Hartley, [1]). Importantes resultados foram apresentados por Khukhro, Makarenko e Shumyatsky em [2]: se  $C_G(H)$  é nilpotente, então  $G$  é nilpotente; ainda, provam que no caso de  $F$  ser cíclico, a classe de nilpotência de  $G$  pode ser limitada em termos da ordem de  $H$  e da classe de nilpotência de  $C_G(H)$ . Para além da questão da classe de nilpotência, possivelmente incluindo ou modificando algumas hipóteses, podemos encontrar resultados evidenciando que limitações para ordem, posto, altura de Fitting e expoente de  $G$  podem ser obtidas a partir das propriedades de  $C_G(H)$  e, eventualmente, de  $H$ . Veja, por exemplo, [9, 8, 11, 6, 2, 6]. No caso da limitação da classe de nilpotência, métodos lineares (de Lie) são aplicados. Destaca-se a pergunta se o limitante para a classe de nilpotência pode ser obtido de forma independente da ordem do complemento  $H$ . Recentemente, Iusa [3] traz uma resposta negativa para essa pergunta, apresentando uma classe de grupos nilpotentes, de classe ilimitada.

## Referências

- [1] BELYAEV, V. V.; HARTLEY, B., *Centralizers of finite nilpotent subgroups in locally finite groups*, Algebra Logic, 35 (1996), 217–228.
- [2] CALDEIRA, J.; DE MELO, E.; SHUMYATSKY, P., *On groups and Lie algebras admitting a Frobenius group of automorphisms*, Journal of Pure and Applied Algebra, 216 (2012), 2730–2736.

- [3] CALDEIRA, J.; DE MELO, E., *Supersolvable Frobenius groups with nilpotent centralizers*, Journal of Pure and Applied Algebra, 223 (2019), 1210–1216.
- [4] HIGMAN, G., *Groups and rings having automorphisms without non-trivial fixed elements*, J. Lond. Math. Soc., 32 (1957), 321–334.
- [5] IUSA, V., *On the nilpotency class of finite groups with a Frobenius group of automorphisms*, Monatsh. Math., 189 (2019), 661–673.
- [6] KHUKHRO, E. I., *Fitting height of a finite group with a Frobenius group of automorphisms*, J. Algebra, 366 (2012), 1–11.
- [7] KHUKHRO, E. I.; MAKARENKO, N. Y.; SHUMYATSKY, P., *Frobenius groups of automorphisms and their fixed points*, Forum Math., 26 (2014), 73–112.
- [8] KHUKHRO, E. I.; SHUMYATSKY, P., *Nilpotency of finite groups with Frobenius groups of automorphisms*, Monatsh. Math., 163 (2011), 461–470.
- [9] MAKARENKO, N. Y.; SHUMYATSKY, P., *Frobenius groups as groups of automorphisms*, Proc. Amer. Math. Soc., 138 (2010), 3425–3436.
- [10] MAZUROV, V. D.; KHUKHRO, E. I., *Unsolved Problems in Group Theory. The Kourovka Notebook. No. 18*. Institute of Mathematics, Novosibirsk, 2014.
- [11] SHUMYATSKY, P., *On the exponent of a finite group with an automorphism group of order twelve*, J. Algebra, 331 (2011), 482–489.
- [12] THOMPSON, J. G., *Finite groups with fixed-point-free automorphisms of prime order*, Proc. Natl. Acad. Sci., USA, 45 (1959), 578–581.

# Graduações, Identidades Polinomiais Graduadas e Propriedade de Specht em Característica 2

Manuela da Silva Souza

Email: manuela.dss@gmail.com

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal da Bahia (UFBA)  
Bahia, Brasil

## Resumo

Nesta palestra falarei um pouco sobre graduações, identidades polinomiais graduadas e propriedade de Specht para álgebras não associativas, especialmente para álgebras de Jordan. Farei um apanhado da literatura sobre o assunto destacando os resultados recentes obtidos em colaboração com meu estudante de doutorado Pedro Morais em [1] sobre a álgebra de Jordan das matrizes triangulares superiores de ordem 2 em corpos de característica 2.

## Referências

- [1] MORAES, P; SOUZA, M., *Gradings, graded polynomial identities and Specht property for the Jordan algebras  $UJ_2$  in characteristic 2* (submitted).

# Números de Betti e Alguns Problemas em Aberto

Thiago Henrique de Freitas \*

Universidade Tecnológica Federal do Paraná † (UTFPR)  
Paraná, Brasil

## Resumo

Nesta palestra vamos recordar o conceito dos números de Betti e descrever algumas consequências geométricas que estes números trazem consigo. Além disso, apresentaremos dois famosos e persistentes problemas em aberto, a conjectura de Buchsbaum-Eisenbud-Horrocks e a conjectura Total rank. Estas conjecturas, que a primeira vista são de fácil compreensão, possuem poucas respostas parciais conhecidas. Para uma certa classe de anéis, mostraremos alguns recentes avanços obtidos sobre estes problemas em aberto. Este é um trabalho em conjunto com Victor Hugo Jorge Pérez (ICMC-USP).

## Referências

- [1] L. Avramov and R.-O. Buchweitz, *Lower bounds for Betti numbers*, Compos. Math. **86** (1993), no. 2, 147-158.
- [2] D. A. Buchsbaum, D. Eisenbud, *Algebra structures for finite free resolutions, and some structure theorems for ideals of codimension 3*, Amer. J. Math. **99** (3) (1977) 447-485.
- [3] T. H. Freitas and V. H. Jorge Pérez, *Lower bounds for Betti numbers over fiber product rings*, 2021.
- [4] M. Walker, *Total Betti numbers of modules of finite projective dimension*, Ann. of Math. (2) **186** (2017), no. 2, 641-646.

---

\*Projeto financiado pelo Universal CNPq-Brazil 421440/2016-3

†Cidade Guarapuava

# Componentes do Espaço de Folheações de Codimensão um em $\mathbb{P}^n$ , do Ponto de Vista Enumerativo.

Viviana Ferrer

Instituto de Matemática e Estatística  
 Universidade Federal Fluminense (UFF)  
 Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Para cada  $d$  fixo, o espaço de folheações de codimensão um e grau  $d$  em  $\mathbb{P}^n$  é um subesquema fechado de  $\mathbb{P}(H^0(\mathbb{P}^n, \Omega_{\mathbb{P}^n}(d+2)))$  que denotamos por  $\mathbb{F}(d, n)$ . Para  $n \geq 3$  e  $d > 0$  este espaço não é irredutível, e tem se dedicado bastante trabalho para compreender as suas componentes irredutíveis, cf. [1], [2], [4], [5], [7].

Nesta palestra vamos fazer um resumo do que sabemos até agora das componentes de  $\mathbb{F}(d, n)$ , desde o ponto de vista enumerativo, i.e. vamos mostrar dimensão e fundamentalmente grau destas componentes.

Depois de percorrer os trabalhos já feitos, pretendemos mostrar o resultado publicado em 2020 junto com Israel Vainsencher [6] onde calculamos o grau de uma das componentes: a componente de tipo pull-back linear, que é a componente de  $\mathbb{F}(d, n)$  cujos elementos se obtêm por pull-back linear de folheações em  $\mathbb{P}^2$ .

## Referências

- [1] O. CALVO-ANDRADE, *Irreducible components of the space of holomorphic foliations*, Math. Ann. 299 (1994), no. 4, 751-767.
- [2] D. CERVEAU & A. LINS NETO, *Irreducible components of the space of holomorphic foliations of degree two in  $\mathbb{P}^n$ ,  $n \geq 3$* , Ann. of Math., 143, (1996), 577-612 .
- [3] D. CERVEAU, A. LINS NETO & S. J. EDIXHOVEN, *Pull-back components of the space of holomorphic foliations on  $CP(n)$ ,  $n \geq 3$* , J. Algebraic Geom. 10 (2001), no. 4, 695-711.
- [4] F. CUKIERMAN & J.V. PEREIRA, *Stability of holomorphic foliations with split tangent sheaf*, Amer. J. Math. 130 (2008), no. 2, 413-439.
- [5] F. CUKIERMAN, J.V. PEREIRA & I. VAINSENER, *Stability of foliations induced by rational maps*, Ann. Fac. Sci. Toulouse Math. (6) 18 (2009), no. 4, 685-715.
- [6] FERRER, V. VAINSENER, I., *Linear Pullback Components of the Space of Codimension One Foliations*, Bull Braz Math Soc, New Series (2020). <https://doi.org/10.1007/s00574-020-00206-9>.
- [7] F. LORAY, J.V. PEREIRA & F. TOUZET, *Foliations with trivial canonical bundle on Fano 3-folds*, Math. Nachr. 286 (2013), no. 8-9, 921-940.

**Análise**

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
14:00	Título: A equação da onda viscoelástica com memória localizada e não linearidades supercríticas Palestrante: Valéria N. Domingos Cavalcanti Mediador: Luis Henrique de Miranda	Título: Um problema de controle ótimo em domínios tubulares finos e rugosos Palestrante: Marcone C. Pereira Mediadora: Janete Soares de Gamboa
14:30	Título: A equação logística com termo de advecção não linear: existência e unicidade de solução positiva Palestrante: Willian Cintra Mediador: Luis Henrique de Miranda	Título: Boa colocação para um modelo matemático para a propagação de mosquitos <i>Aedes aegypti</i> Palestrante: Bianca M. R. Calsavara Mediadora: Janete Soares de Gamboa
15:00	Título: Concentração de soluções positivas para um sistema de Schrödinger acoplado Palestrante: Raquel Lehrer Mediador: Giovany de Jesus M. Figueiredo	Título: Existência e Unicidade de Solução para Equações Diferenciais Abstratas com Tempos de Impulsos Dependendo do Estado Palestrante: Katia Andreia Gonçalves de Azevedo
15:30	Título: Uma divisão da variedade de Nehari via quocientes de Rayleigh generalizados Palestrante: Marcos Leandro M. Carvalho Mediador: Giovany de Jesus M. Figueiredo	Título: Resultados de bifurcação global para equações não lineares, dinâmicas, em escala temporal Palestrante: Pierluigi Benevieri Mediador: Rogélio Grau
16:00		Título: Teorema de Massera para vários tipos de equações Palestrante: Jaqueline Godoy Mesquita Mediador: Rogélio Grau

# Boa Colocação para um Modelo Matemático para a Propagação de Mosquitos *Aedes Aegypti*

**Bianca M. R. Calsavara**

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica  
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
São Paulo, Brasil

**José Luiz Boldrini**

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Neste trabalho é apresentado um modelo matemático para descrever a dinâmica de uma população de mosquitos *Aedes aegypti* na qual mosquitos machos estéreis (produzidos por irradiação ou transgênicos) são introduzidos como um controle biológico. Além disso, há aplicação de inseticida como controle químico. Aqui são descritas populações de mosquitos na fase aquática, fêmeas antes de acasalar, fêmeas fertilizadas pelos machos “normais”, fêmeas fertilizadas pelos machos estéreis, machos “normais” e machos estéreis (por irradiação ou transgênicos). Este modelo corresponde a uma generalização de um modelo matemático proposto em Thomé, Yang e Lourdes [2010].

O principal objetivo deste trabalho é obter existência e unicidade de solução de um sistema de equações diferenciais parciais parabólicas não lineares correspondente ao modelo mencionado acima.

## Referências

- [1] THOMÉ, ROBERTO C.A.; YANG, HYUN-MO; ESTEVA, LOURDES, *Optimal control of Aedes aegypti mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide*, Mathematical Biosciences 223 (2010) 12–23.

# Teorema de Massera para Vários Tipos de Equações

**Jaqueline G. Mesquita\***

Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

**Mateus Fleury**

Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

**Antonín Slavík**

Charles University  
Faculty of Mathematics and Physics

## Resumo

Nesta palestra, apresentaremos versões do Teorema de Massera para EDOs generalizadas, equações diferenciais em medida, equações dinâmicas em escalas temporais e equações diferenciais impulsivas. Investigaremos uma versão para as equações não lineares, mostrando condições suficientes para garantir que cada solução limitada seja assintótica para uma solução periódica. Para sistemas lineares, mostraremos que a existência de uma solução limitada implica a existência de uma solução periódica. Este trabalho é em colaboração com Mateus Fleury e Antonín Slavík.

# Existência e Unicidade de Solução para Equações Diferenciais Abstratas com Tempos de Impulsos Dependendo do Estado

Katia Andreia Gonçalves de Azevedo  
 Departamento de Computação e Matemática  
 Universidade de São Paulo (USP-FFCLRP)  
 São Paulo, Brasil

## Resumo

Nós estudaremos, motivados por [1] e [2], a existência e unicidade de soluções fracas e clássicas das equações diferenciais abstratas impulsivas com tempos de impulsos dependendo do estado dadas por:

$$u'(t) = Au(t) + f(t, u(t), u(\gamma(t))), \quad t \neq t_j, \quad j = 1, \dots, N, \quad (3)$$

$$u(t_j^+) = g_j(u(\sigma_j(u(t_j^+)))), \quad j = 1, \dots, N, \quad (4)$$

$$u_0 = \varphi \in C([-p, 0]; X), \quad (5)$$

onde  $A : D(A) \subset X \mapsto X$  é o gerador de um semigrupo analítico de operadores lineares limitados  $(T(t))_{t \geq 0}$  sobre um espaço de Banach  $(X, \|\cdot\|)$ ,  $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N < t_{N+1} = a$  são números pré-fixados e  $g_i : X \mapsto X$ ,  $f : [0, a] \times X \times X \mapsto X$ ,  $\gamma : [0, a] \mapsto [-p, a]$  e  $\sigma_i : X \mapsto [-p, a]$ ,  $i = 1, \dots, N$ , são funções que serão especificadas.

## Referências

- [1] HERNANDEZ, E., PIERRI, M., WU, J,  *$C^{1+\alpha}$ -strict solutions and wellposedness of abstract differential equations with state dependent delay*, J. Differential Equations. 261, (2016) 12, 6856–6882.
- [2] LI, X., WU, JIANHONG, *Stability of nonlinear differential systems with state-dependent delayed impulses*, Automatica J. IFA. 2 64 (2016), 63–69.

# Um Problema de Controle Ótimo em Domínios Tubulares Finos e Rugosos

**Marcone C. Pereira\***

Departamento de Matemática Aplicada (IME)  
Universidade de São Paulo (USP)  
São Paulo, Brasil

**Jean C. Nakasato†**

Departamento de Matemática (ICMC)  
Universidade de São Paulo (USP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Nesta palestra, discutiremos o comportamento assintótico de um problema de controle definido por uma equação de convecção-reação-difusão com condições de contorno mistas e definido em um domínio tubular fino com fronteira rugosa. O termo de controle atua em um subconjunto do bordo oscilante onde uma condição de contorno do tipo Robin e um mecanismo de reação catalisadora são definidos. O mecanismo de reação depende de um parâmetro  $\alpha \in \mathbb{R}$  que estabelece diferentes regimes que também dependem do perfil e da geometria do tubo definido por uma função periódica  $g : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ . Vemos que, se  $\partial_2 g$  é não nula (isto é, se  $g$  realmente depende da segunda variável), então três regimes em relação a  $\alpha$  são estabelecidos:  $\alpha < 2$ ,  $\alpha = 2$  (o valor crítico) e  $\alpha > 2$ . Por outro lado, se  $\partial_2 g \equiv 0$ , regimes semelhantes são obtidos, mas agora com valor crítico diferente. De fato, se tivermos  $\partial_2 g \equiv 0$ , então o valor crítico do problema deve ser  $\alpha = 1$ . Para cada um desses seis regimes obtemos o comportamento assintótico do sistema de controle à medida que o domínio fino cilíndrico se degenera num intervalo estendendo resultados anteriores de [1, 2] e referências ali mencionadas. Mostramos que o problema é assintoticamente controlável apenas quando  $\alpha$  assume os valores críticos.

## Referências

- [1] J. C. NAKASATO, I. PAŽANIN AND M. C. PEREIRA, *Roughness-induced effects on the convection-diffusion-reaction problem in a thin domain*, *Applicable Analysis* 100 (2021) 1107-1120.
- [2] J.M. ARRIETA AND M. VILLANUEVA-PESQUEIRA, *Thin domains with non-smooth oscillatory boundaries*, *J. Math. Anal. Appl.* 446 (2017) 130-164.

---

\*CNPq 308950/2020-8, FAPESP 2020/04813-0 (Brasil) e MultiFM IP-2019-04-1140 (Croatia)

†CAPES - INCTmat 465591/2014-0 (Brasil)

# Uma Divisão da Variedade de Nehari via Quocientes de Rayleigh Generalizados

**Marcos L. M. Carvalho**

Email: marcos\_leandro\_carvalho@ufg.br

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Y. Ilyasov**

Email: ilyasov02@gmail.com

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**C. A. Santos \***

Email: csantos@unb.br

Departamento de Matemática  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

## Resumo

Nesta apresentação, trataremos sobre EDP's que têm estrutura variacional e suas variedades de Nehari podem conter dois ou mais tipos de pontos críticos. Propomos um método de separação de pontos críticos na variedade de Nehari baseado no uso do quociente de Rayleigh não linear generalizado. Ilustraremos a supracitada abordagem estabelecendo resultados de existência de soluções positivas, soluções ground states e multiplicidade de soluções para um problema de contorno não linear elíptico com não linearidade polinomial.

## Referências

- [1] Carvalho, M. L., Ilyasov, Y., Santos, C. P., *On a splitting of the Nehari manifold via the generalized Rayleigh quotients*, Topol. Methods Nonlinear Anal. **10** (To appear),
- [2] Y. Ilyasov, *On extreme values of Nehari manifold method via nonlinear Rayleigh's quotient*, Topol. Methods Nonlinear Anal. 49 (2) (2017), 683–714.

---

\*O autor foi parcialmente financiado pelo CNPq

# Resultados de Bifurcação Global para Equações Não Lineares, Dinâmicas, em Escala Temporal

**Pierluigi Benevieri**

E-mail: pluigi@ime.usp.br

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade de São Paulo (USP)\*

São Paulo, Brasil

**Jaqueline G. Mesquita**

E-mail: jgmesquita@unb.br

Departamento de Matemática

Universidade de Brasília (UnB)<sup>†</sup>

Brasília, Brasil

**Aldo Pereira**

E-mail: apereira@ucm.cl

Facultad de Ciencias Básicas

Universidad Católica del Maule <sup>‡</sup>

Talca, Chile

## Resumo

Na palestra apresentamos alguns resultados de bifurcação global para equações não lineares, dinâmicas, em escala temporal. Este tipo de equações estão despertando um significativo interesse nos últimos anos, no Brasil e mundo afora. A bifurcação global provada no nosso problema é tratada com uma abordagem topológica baseada em um conceito de grau topológico, que estende o clássico grau de Leray–Schauder, que é definido para perturbações compactas de mapas não lineares de Fredholm em espaços de Banach e que foi introduzido pelo primeiro autor e M. Furi (veja-se [2]). Os resultados apresentados na palestra podem ser encontrados no artigo recente [1].

## Referências

- [1] Benevieri Pierluigi, Mesquita Jaqueline, Pereira Aldo, *Global bifurcation results for nonlinear dynamic equations on time scales*, J. Differential Equations. 269 **12** (2020), 11252–11278.
- [2] Benevieri Pierluigi, Furi Massimo, *A degree theory for locally compact perturbations of Fredholm maps in Banach spaces*, Abstr. Appl. Anal. (2006), **Art. ID 64764**, 20 pp.

---

\*Rua do Matão 1010, São Paulo - SP - BRASIL - CEP 05508-090

<sup>†</sup>Asa Norte 70910-900, Brasília-DF, BRAZIL

<sup>‡</sup>Avenida San Miguel 3605, Casilla 617, Talca, CHILE

# Concentração de Soluções Positivas para um Sistema de Schrödinger Acoplado

**Raquel Lehrer**

Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)\*  
Paraná, Brasil

**Sergio Henrique Monari Soares**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Universidade de São Paulo (USP)†  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Neste trabalho consideramos um sistema de equações de Schrödinger acoplado com não-linearidades assintoticamente lineares no infinito. Apresentamos um resultado sobre a concentração das soluções de energia positiva, envolvendo o termo de acoplamento e o termo de saturação do sistema. Os resultados são obtidos através de métodos variacionais.

O sistema considerado, em  $\mathbb{R}^N$  para  $N \geq 3$ , é dado por

$$(P_\varepsilon) \begin{cases} -\varepsilon^2 \Delta u + a(x)u &= \frac{u^2 + v^2}{1 + s(u^2 + v^2)} u + \lambda v, \\ -\varepsilon^2 \Delta v + b(x)v &= \frac{u^2 + v^2}{1 + s(u^2 + v^2)} v + \lambda u, \end{cases}$$

com  $u(x), v(x) \rightarrow 0$  quando  $|x| \rightarrow \infty$  e  $u(x), v(x) > 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^N$ .

Assumimos que as funções  $a, b : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  são contínuas e satisfazem as seguintes condições:

(H1) Existe  $\alpha_0 > 0$  tal que

$$a(x), b(x) > \alpha_0 > \lambda > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^N.$$

(H2)  $a(x) < \lim_{|x| \rightarrow \infty} a(x) =: a_\infty$  e  $b(x) < \lim_{|x| \rightarrow \infty} b(x) =: b_\infty, \quad \forall x \in \mathbb{R}^N$ .

O parâmetro  $s \in (0, 1)$  é o parâmetro de saturação do sistema. Assumimos ainda que:

(H3)  $a_\infty < \lambda + \frac{1}{s}$  ou  $b_\infty < \lambda + \frac{1}{s}$ .

(H4)  $1 < s\alpha_0$ .

## Referências

- [1] LEHRER, RAQUEL; SOARES, SERGIO HENRIQUE MONARI, *Existence and concentration of positive solutions for a system of coupled saturable Schrödinger equations*, *Nonlinear Anal.* 197 (2020) 111841, 29pp.

\*Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas - 85819-110, Cascavel/PR

†13560-970, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos/SP

- [2] MAIA, LILIANE DE ALMEIDA; MONTEFUSCO, EUGENIO; PELLACCI, BENEDETTA, *Weakly coupled nonlinear Schrödinger systems: the saturation effect*, Calc. Var. Partial Differential Equations 46 (2013), 325-351.

# A Equação da Onda Viscoelástica com Memória Localizada e Não Linearidades Supercríticas

**Valéria N. Domingos Cavalcanti \***  
Universidade Estadual de Maringá (UEM)  
Paraná, Brasil

**Marcelo M. Cavalcanti<sup>†</sup>**  
Universidade Estadual de Maringá (UEM)  
Paraná, Brasil

**Talita D. Marchiori<sup>‡</sup>**  
Universidade Estadual de Maringá (UEM)  
Paraná, Brasil

**Claudete M. Webler**  
Universidade Estadual de Maringá (UEM)  
Paraná, Brasil

## Resumo

Estabelecemos a existência global de solução, bem como obtemos taxas de decaimento, para a energia associada à equação da onda viscoelástica com história passada e termos de fonte e dissipação com crescimento supercrítico, no espaço euclidiano tridimensional.

## Referências

- [1] CAVALCANTI, MARCELO; DOMINGOS CAVALCANTI, VALÉRIA; JORGE SILVA, MÁRCIO; SOUZA FRANCO, ALISSON, *Exponential stability for the wave model with localized memory in a past history framework*, J. Differential Equations. 264 (2018), 6535–6584.
- [2] FABRIZIO, MAURO; GIORGI, CLAUDIO; PATA, VITTORINO *A new approach to equations with memory*, Arch. Ration. Mech. Anal. 198 (2010), no. 1, 189–232.
- [3] GUO, YANQIU; RAMMAHA, MOHAMMAD; SAKUNTASATHIEN, SAWANYA; TITI, EDRISS; TOUNDYKOV, DANIEL, *Hadamard well-posedness for a hyperbolic equation of viscoelasticity with supercritical sources and damping*, J. Differential Equations. 257 (2014), 3778–3812.

---

\*Pesquisa de Valéria N. Domingos Cavalcanti parcialmente financiada pelo CNPq-Projeto: 304895/2003-2

<sup>†</sup>Pesquisa de Marcelo M. Cavalcanti parcialmente financiada pelo CNPq-Projeto: 300631/2003-0

<sup>‡</sup>Talita D. Marchiori é aluna de Doutorado com bolsa financiada pela CAPES/ARAUCÁRIA

# A Equação Logística com Termo de Advecção Não Linear: Existência e Unicidade de Solução Positiva

**Willian Cintra\***

Departamento de Matemática  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília-DF, Brasil

**Marcelo Montenegro†**

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
São Paulo, Brasil

**Antonio Suárez‡**

Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico y IMUS  
Universidade de Sevilla (US)  
Sevilla, Spain

## Resumo

Nesta palestra falaremos sobre as soluções estacionárias de uma equação logística com fronteira inóspita e a presença de um termo de advecção não linear. Do ponto de vista da Dinâmica de Populações, a advecção descreve a componente do movimento espacial da espécie em uma direção preferencial. Matematicamente, a presença deste termo não linear envolvendo o gradiente acarreta dificuldades técnicas na análise, especialmente por não ter sinal definido. Neste estudo, obtemos existência de solução positiva via método de sub e supersolução e provamos um novo resultado de unicidade utilizando a identidade de Picone. Além disso, também analisamos o comportamento das soluções com respeito a um parâmetro relacionado com a velocidade do movimento advectivo. Nossos resultados mostram que o termo de advecção não linear previne a extinção da espécie que ocorre no caso de advecção linear.

## Referências

- [1] ARCOYA, DAVID; SEGURA DE LEÓN, SERGIO *Uniqueness of solutions for some elliptic equations with a quadratic gradient term*, ESAIM Control Optim. Calc. Var. 16(2010), no. 2, 327–336.
- [2] BELGACEM, FETHI; COSNER, CHRIS, *The effects of dispersal along environmental gradients on the dynamics of populations in heterogeneous environments*, Can. Appl. Math. Q. 3 (1995) 379–397.
- [3] CANTRELL, ROBERT STEPHEN; COSNER, CHRIS, *Diffusive logistic equations with indefinite weights: population models in disrupted environments*, II. SIAM J. Math. Anal. 22(1991), no. 4, 1043–1064.

---

\*Parcialmente financiado pelo projeto CAPES PrInt nº 88887.466484/2019 – 00

†Parcialmente financiado por CNPq e FAPESP

‡Parcialmente financiado por PGC 2018-0983.08-B-I00 (MCI/AEI/FEDER, UE)

- [4] CINTRA, WILLIAN; MONTENEGRO, MARCELO; SUÁREZ, ANTONIO, *The logistic equation with nonlinear advection term*, Manuscript submitted for publication.
- [5] FERNÁNDEZ-RINCÓN, SERGIO; LÓPEZ-GÓMEZ, JULIÁN, *The Picone identity: a device to get optimal uniqueness results and global dynamics in population dynamics*. *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 60 (2021), 103285, 41 pp.

# Educação Matemática

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
	Título: A Educação Matemática como campo de atuação profissional e de pesquisa na graduação na pós-graduação Mediadora: Regina da Silva Pina Neves (UnB)	Título: Contribuições da Educação Matemática para a avaliação da aprendizagem em matemática na educação superior Mediador: Cleyton Hércules Gontijo (UnB)
14:00		Palestrante: João Ricardo Viola dos Santos (UFMS)
14:30	Palestrante: Wellington Lima Cedro (UFG)	Palestrante: Guy Grebot (UnB)
15:00	Palestrante: Marcelo de Carvalho Borba (UNESP)	Palestrante: Wescley Well Vicente Bezerra (UnB)
15:30	Debate	Debate

# Como Auxiliar o Aluno no Desenvolvimento das Habilidades Necessárias ao Aprendizado do Cálculo?

Guy Grebot

Email: [g.grebot@mat.unb.br](mailto:g.grebot@mat.unb.br)

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

Os resultados de uma pesquisa recente, realizada no âmbito da disciplina de Cálculo 1 de uma universidade federal brasileira, mostraram que um nível adequado de proficiência, nessa disciplina, parece depender do desenvolvimento de três habilidades, a saber: 1. Identificar linguagens e traduzir sua significação - Interpretar a linguagem matemática com a precisão e o rigor que lhe são inerentes; 2. Ler e interpretar dados e informações e expressar-se com clareza e precisão; 3. Aplicar métodos adequados para análise e resolução de problemas. Enquanto a terceira habilidade se refere, especificamente, aos conteúdos matemáticos e suas aplicações, as duas primeiras são relativas à linguagem. Essa mesma pesquisa mostrou que praticamente metade dos alunos matriculados nessa disciplina, em média, não conseguem desenvolver essas habilidades. Esses resultados suscitam uma pergunta natural: que tipo de atendimento deve ser dado ao aluno para que ele desenvolva satisfatoriamente essas habilidades? O objetivo deste artigo é tentar fornecer uma resposta exequível, à luz de resultados de pesquisas em educação matemática. O nosso principal interesse está na atuação do professor em sala de aula e como melhorar essas aulas. Em particular, discute-se a possibilidade de adaptação, na análise das aulas da disciplina de Cálculo, dos parâmetros de análise usados na proposta de A. Schoenfeld para o desenvolvimento de “ensino robusto” (teaching for robust understanding – TRU) além dos parâmetros introduzidos por Prediger e Neugebauer, no quadro do uso de estratégias específicas de linguagem. Discute-se também, rapidamente, um tipo de atendimento extra-classe que visa o desenvolvimento específico das três habilidades citadas.

**Palavras-chave:** Avaliação somativa. Teoria de resposta ao item. Disciplina de Cálculo 1. Práticas de sala de aula no ensino superior.

## Referências

- [1] Cavalheiro, A.C. & Grebot, G. (2021): *Learning and teaching of calculus: performance analysis in a unified system*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Disponível em <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1902584>.
- [2] Charalambous, C.Y., & Praetorius, A.K. (2018). *Studying mathematics instruction through different lenses: setting the ground for understanding instructional quality more comprehensively*. ZDM Mathematics Education. Disponível em <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0914-8>.

- [3] Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H., & Wenderoth, Cavalheiro, A.C. Grebot, G. (2021)M. P. (2014). *Active learning boosts performance in STEM courses. Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(23), 8410–8415. Disponível em <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>.
- [4] Mesa, V., Burn, H., & White, N. (2015). *Good teaching of calculus I. In D. Bressoud, V. Mesa C. Rasmussen (Eds.)*, Insights and recommendations from the MAA national study of college calculus (pp. 83–91). Disponível em <https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/cspcc/InsightsandRecommendations.pdf>.
- [5] Prediger, S. & Neugebauer, P. (2020) *Capturing teaching practices in language-responsive mathematics classrooms Extending the TRU framework “teaching for robust understanding” to L-TRU. ZDM Mathematics Education*. Disponível em <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01187-1>.
- [6] H. Schoenfeld, A. H. (2018) *Video analyses for research and professional development: the teaching for robust understanding (TRU) framework. ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0908-y>.
- [7] Sonnert, G., & Sadler, P. (2015). *The impact of instructor and institutional factors on students’ attitudes. In D. Bressoud, V. Mesa, & C. Rasmussen (Eds.)*, Insights and recommendations from the MAA national study of college calculus (pp. 17–29). Disponível em <https://www.maa.org/sites/default/files/pdf/cspcc/InsightsandRecommendations.pdf>.

# Pandemia, Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Sigmoide

Marcelo de Carvalho Borba  
Universidade Estadual Paulista (UNESP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Em um cenário pandêmico, desigual, com dificuldades de acesso, o ensino precisou ser repensado. Borba (2021), traz reflexões a respeito do cenário atual e do papel da Educação Matemática, bem como, Engelbrecht, Llinares e Borba (2020) discutem sobre as transformações que ocorreram na sala de aula. Assim, a Educação Matemática pode ser vista como uma tecelagem de tendências (D'AMBROSIO; BORBA, 2010). Dentre essas tendências há a incorporação das tecnologias digitais em sala de aula. Nesta apresentação mostrarei um arquivo do GeoGebra, no qual apresenta uma temática relevante para a população em geral entender porque é importante “ficar em casa”. Tal arquivo foi construído no formato de uma animação que contém uma sigmoide e sua derivada, apresentando o movimento de “achatar a curva” diante do isolamento social.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. COVID-19. Tecnologias Digitais. Função Exponencial.

## Referências

- [1] BORBA, M. C. *The future of mathematics education since COVID-19: Humans-with-media or humans-with-non-living-creatures*. Education Studies Mathematics. In press. 2021.
- [2] D'AMBROSIO, U.; BORBA, M. C. *Dynamics of change of mathematics education in Brazil and a scenario of current research*. ZDM - International Journal on Mathematics Education, v. 42, n. 3-4, p. 271-279, 2010. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/71691>.
- [3] ENGELBRECHT, J.; LLINARES, S.; BORBA, M. C. *Transformation of the mathematics classroom with the internet*. ZDM - The International Journal on Mathematics Education, v. 52, p. 1-17, 2020a.

# Por Uma Educação Matemática Fundamentada na Teoria Histórico-Cultural

Wellington Lima Cedro  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

O objetivo desta apresentação é discutir as contribuições da psicologia histórico-cultural, que tem como principais representantes Vigotski, Leontiev, Davidov e outros, para a compreensão do processo de organização do ensino da matemática e a sua relação com a atividade pedagógica. (MOURA, 2016, 2017). Acreditamos que essa forma de organização possibilite a todos os indivíduos envolvidos no processo a apropriação dos nexos conceituais que permitam o amplo desenvolvimento da sua condição humana. Essa convicção nos leva a propor um modo de organização do ensino que tenha como objetivo a educação humanizadora do indivíduo e que seja esquematizado em torno da atividade orientadora de ensino. Neste sentido, abordaremos os aspectos históricos, filosóficos e epistemológicos que fundamentam esta abordagem psicológica e as suas implicações sobre as práticas educativas que acontecem na sala de aula de matemática (CEDRO, 2015; MOURA; ARAUJO; CEDRO; LOPES, 2019) e os modos de organização da atividade de pesquisa (MORETTI; CEDRO, 2017) desenvolvida dentro do campo da Educação Matemática. Cremos que a Teoria Histórico-cultural possa fundamentar a organização da atividade pedagógica e conseqüentemente os resultados decorrentes de pesquisas com essa fundamentação podem evidenciar quais conteúdos e qual projeto pedagógico é possível de ser concretizado para determinados objetivos educacionais, para certos sujeitos e em uma determinada realidade educacional.

**Palavras-chave:** Educação matemática. Teoria histórico-cultural. Organização do ensino. Pesquisa. Formação do professor que ensina matemática.

## Referências

- [1] CEDRO, W. L.(Org.). *Clube de matemática: vivências, experiências e reflexões*. 1. ed. Curitiba, PR: CRV, 2015. 124p .
- [2] MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. (Orgs.). *Educação matemática e a teoria histórico-cultural : um olhar sobre as pesquisas*. 1. ed. Campinas, SP: mercado de letras, 2017. 392p .
- [3] MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; CEDRO, W. L.; LOPES, A. R. L. V. *Princípios e práticas da organização do ensino de Matemática em um projeto interinstitucional*. In:
- [4] PEREIRA, P. S.; LOPES, A. R. L. V.; TREVISOL, M. T. C. (Orgs.). *Projetos do Programa Observatório da Educação e o movimento de ensinar e aprender*. 1ed.CAMPO GRANDE, MS: Editora da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul -UFMS, 2019, p. 31-47.

- [5] MOURA, M. O. de (Org.). *Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural*. 1ed. São Paulo: edições Loyola, 2017.
- [6] MOURA, M. O. de (Org.). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural*. 2ed. Campinas, SP: Autores associados, 2016.

# Evasão no Ensino Superior e a Avaliação na Disciplina de Cálculo 1

Wesley Well Vicente Bezerra

Email: [wesley@unb.br](mailto:wesley@unb.br)

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

A disciplina de Cálculo 1 presente em vários cursos superiores brasileiros apresenta, de forma geral, um grande número de reprovações (BEZERRA, 2019). Dessa forma, o objetivo desse trabalho é apresentar, por meio das percepções de alunos de Cálculo 1 de uma universidade pública, de que maneira a avaliação da aprendizagem nessa disciplina pode contribuir com a evasão no Ensino Superior dentro desse contexto nacional. Para isso, foram considerados os dados retirados de uma investigação (BEZERRA, 2019) com uma abordagem qualitativa, com 265 alunos de uma universidade pública brasileira, todos matriculados no segundo semestre de 2018, e lidou com as percepções desses estudantes sobre avaliação na disciplina de Cálculo 1. Para a realização da coleta de dados dessa investigação, foi construído pelos autores, um questionário que buscou informações com os estudantes sobre o processo avaliativo nessa disciplina. A análise dos dados revelou que problemas na formação escolar anterior e decorrentes das relações de ensino-aprendizagem) e próprios das instituições (currículo que não privilegia questões práticas e pouca participação dos docentes esclarecendo dúvidas) estão presentes nos depoimentos dos discentes e são, também, aspectos apontados por (BRASIL, 1996) como causas relacionadas à evasão. Dessa forma, é possível relacionar o processo avaliativo nessa disciplina com a evasão no Ensino superior.

**Palavras-chave:** Evasão Universitária. Avaliação da aprendizagem. Cálculo.

## Referências

- [1] ACESSORIA DE COMUNICAÇÃO DO INEP. *Censo da Educação Superior: em dez anos, 40% dos que iniciaram um curso o concluíram, 2020*. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/censo-da-educacao-superior/em-dez-anos-40-dos-que-iniciaram-um-curso-o-concluíram>. Acesso em 01/03/2021.
- [2] BEZERRA, W. W. V. *Avaliação para aprendizagem na disciplina de Cálculo 1: percepções de discentes e docentes da Universidade de Brasília*. 2019. 200 f. Tese (Doutorado em Educação/área: Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Educação. Universidade de Brasília. Brasília, 2019.
- [3] BRASIL. *Diplomação, Retenção e Evasão nos Cursos de Graduação em Instituições de Ensino Superior Públicas. Comissão Especial de Estudos sobre a Evasão nas Universidades Públicas Brasileiras*. ANDIFES/ABRUEM/SESu/MEC. 1996.
- [4] FERNANDES, Domingos *Avaliar para aprender: fundamentos, práticas e políticas*. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

# Geometria

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
14:00	<p>Título: A note on isometric immersions and differential equations which describe pseudospherical surfaces.                      Palestrante: Tarcisio Castro (UnB)                      Mediador: José Luis Teruel Carretero</p>	<p>Título: Sólitons do Fluxo Redutor de Curvas na Esfera                      Palestrante: Hiuri Reis (IFG)                      Mediador: João Paulo dos Santos</p>
14:35	<p>Título: Problemas assintóticos em variedades de Hadamard                      Palestrante: Miriam Telichevesky (UFRGS)                      Mediador: José Luis Teruel Carretero</p>	<p>Título: Stochastic half-space theorems for minimal surfaces and H-surfaces of <math>\mathbb{R}^3</math>                      Palestrante: Leandro Pessoa (UFPI)                      Mediadora: José Luis Teruel Carretero</p>
15:10	<p>Título: Mean-stable surfaces in Static Einstein-Maxwell theory                      Palestrante: Benedito Leandro (UFG)                      Mediadora: João Paulo dos Santos</p>	<p>Título: Resultados de classificação para superfícies CMC de bordo livre                      Palestrante: Maria Andrade (UFS)                      Mediadora: José Luis Teruel Carretero</p>
15:45	<p>Título: Rigidity of Bach-flat Schouten Solitons                      Palestrante: Valter Borges (UFPA)                      Mediadora: João Paulo dos Santos</p>	<p>Título: Rigidity of complete minimal submanifolds in a Hyperbolic space                      Palestrante: Hudson Pina (UFMT)                      Mediadora: João Paulo dos Santos</p>

# Mean-Stable Surfaces in Static Einstein-Maxwell Theory

**Benedito Leandro**

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás\* (UFG)  
Goiás, Brasil

**Fernando Coutinho<sup>†</sup>**

Centro de Estudos Superiores de Tefé (CEST)  
Universidade do Estado do Amazonas<sup>‡</sup> (UEA)  
Amazonas, Brasil

## Resumo

In this paper we use the theory of mean-stable surfaces (stable minimal surfaces included) to explore the static Einstein-Maxwell space-time. We first prove that the zero set of the lapse function must be contained in the horizon boundary. Then, we explore some implications of it providing some results of nonexistence of stable minimal surfaces in the interior of an electrostatic space, subject to a certain initial boundary data. We finish by proving that the ADM mass is bounded from above by the Hawking quasi-local mass.

Neste trabalho, usamos a teoria das superfícies de curvatura média constante estáveis (superfícies mínimas estáveis também) para explorar o espaço-tempo estático de Einstein-Maxwell. Primeiramente, provamos que a função lapso deve se anular na fronteira tipo horizonte. Então, exploramos algumas implicações deste fato provando resultados de não existência de superfícies mínimas estáveis no fator espacial eletrostático, sujeito a certos dados iniciais. Finalizamos este trabalho provando que a massa ADM é limitado superiormente pela massa quasi-local de Hawking.

## Referências

- [1] COUTINHO, FERNANDO; LEANDRO, BENEDITO: *Mean-stable surfaces in Static Einstein-Maxwell theory*, arXiv:2101.06142.

---

\*CEP: 74690-900

<sup>†</sup>Parcialmente financiada pelo PROPG-CAPES/FAPEAM

<sup>‡</sup>CEP: 69552-315 nº 1085

# A Note on Isometric Immersions and Differential Equations which Describe Pseudospherical Surfaces

**Diego Catalano Ferraioli**

Email: [diego.catalano@ufba.br](mailto:diego.catalano@ufba.br)  
Universidade Federal da Bahia (UFBA)  
Bahia, Brasil

**Tarcísio Castro Silva**

Email: [tarcisio@mat.unb.br](mailto:tarcisio@mat.unb.br)  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

**Keti Tenenblat**

Email: [K.Tenenblat@mat.unb.br](mailto:K.Tenenblat@mat.unb.br)  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

## Resumo

In this talk, we will see families of second order non-linear partial differential equations describing pseudospherical surfaces (**pss** equations), with the property of having local isometric immersions in  $\mathbb{E}^3$ , with principal curvatures depending on finite-order jets of solutions of the differential equation. These equations occupy a particularly special place amongst **pss** equations, since a series of recent papers [1, 2, 3, 4, 5], on several classes of **pss** equations, seemed to suggest that only the sine-Gordon equation had the above property. Explicit examples are given, which include the short pulse equation and some generalizations.

## Referências

- [1] T. Castro Silva and N. Kamran, *Third order differential equations and local isometric immersions of pseudospherical surfaces*, *Communications in Contemporary Math.* **18**, No. 6 (2016) 1650021 (41 pages).
- [2] D. Catalano Ferraioli and L. A. de Oliveira, *Local isometric immersions of pseudospherical surfaces described by evolution equations in conservation law form*, *J.Math. Anal. Appl.* **446** (2017) 1606–1631.
- [3] N. Kahouadji, N. Kamran and K. Tenenblat, *Local isometric immersions of pseudo-spherical surfaces and evolution equations*, *Fields Inst. Commun.* **75** (2015) 369–381.
- [4] N. Kahouadji, N. Kamran and K. Tenenblat, *Second-order equations and local isometric immersions of pseudo-spherical surfaces*. *Comm. Anal. Geom.* **24** (3) (2016) 605–643.

- [5] N. Kahouadji, N. Kamran and K. Tenenblat, *Local isometric immersions of pseudo-spherical surfaces and  $k$ th-order evolution equations*, *Communications in Contemporary Math.* **21**, No. 4 (2019) 1850025 (21 pages).

# Sólitos do Fluxo Redutor de Curvas na Esfera

Hiuri Reis

Email: [hiuri.reis@ifg.edu.br](mailto:hiuri.reis@ifg.edu.br)

Instituto Federal de Goiás \* (IFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

O Fluxo Redutor de Curvas (FRC) estuda a evolução de uma curva sobre uma superfície, pelo seu vetor curvatura geodésica. Ao longo do fluxo, singularidades podem ocorrer e portanto é importante estudar tais singularidades [5]. As soluções autossimilares para o FRC no plano são bem conhecidas. As duas soluções mais simples são as retas, que não são afetadas pelo fluxo, e os círculos que encolhem a um ponto em tempo finito. Outra solução simples é a curva Grim Reaper, gráfico da função  $f(x) = \ln(\cos x)$ , que é a única curva de translação do plano. Em [2], Altschuler obteve um curva que gira a uma velocidade constante, chamada espiral yin-yang. Além dos círculos, há outras curvas que encolhem homoteticamente ao longo do fluxo. Eles foram classificados pela Abresch e Langer em [3]. Uma discussão das curvas que se expandem dessa maneira pode ser encontrada em [9]. Mais recentemente, em [1], Halldorsson deu uma classificação completa das soluções autossimilares do FRC no plano Euclidiano.

Nessa palestra, caracterizamos e descrevemos a geometria de todas as curvas imersas na esfera unitária, que evoluem por isometrias (sólitos) sob o Fluxo Redutor de Curvas. Provamos que uma curva na esfera é uma solução sóliton do FRC se, e somente se, sua curvatura geodésica é proporcional ao ângulo entre seu vetor tangente e um vetor fixo do espaço Euclidiano. Usando esta caracterização, descrevemos a geometria de tais curvas na esfera, estudamos seu comportamento qualitativo e comprovamos a convergência da curva para o equador determinada pelo vetor fixo.

## Referências

- [1] ABRESCH, U.; LANGER, J., *The normalized curve shortening flow and homothetic solutions*. J. Diff. Geom. 23 (1986), no. 2, 175-196. MR 845704.
- [2] ALTSCHULER, S. J., *Singularities of the curve shrinking flow for space curves*. J Diff. Geom. 34 (1991), no. 2, 491-514. MR 1131441.
- [3] HALLDORSSON, H. P., *Self-similar solutions to the curve shortening flow*. Trans. Amer. Math. Soc. 364 (2012), no. 10, 5285-5309. MR 2931330.
- [4] ISHIMURA, N., *Curvature evolution of plane curves with prescribed opening angle*. Bull. Austral. Math. Soc., 52 (1995) no. 2, 287-296. MR 1348488.
- [5] MANTEGAZZA, C., *Lecture notes on mean curvature flow*. Progress in Mathematics, vol. 290, Birkhauser/Springer Basel AG, Basel, 2011. MR 2815949.

---

\*Rua Formosa, Qd 28, Loteamento Santana, Uruaçu

# Rigidity of Complete Minimal Submanifolds in a Hyperbolic Space

**Hudson Pina de Oliveira**

Email: hudsonpina@ufmt.br

Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT)

Mato Grosso, Brasil

**Xia Changyu**

Email: xia@mat.unb.br

Universidade de Brasília (Unb)

Brasília, Brasil

## Resumo

We prove some gap theorem for complete immersed minimal submanifold of dimension no less than six or four, depending on the codimension, in a hyperbolic space  $\mathbb{H}^{n+m}(-1)$ . That is, we show that a high dimensional complete immersed minimal submanifold  $M$  in  $\mathbb{H}^{n+m}(-1)$  is totally geodesic if the  $L^d$  norm of  $|A|$ , for some  $d$ , on geodesic balls centered at some point  $p \in M$  has less than quadratic growth and if either  $\sup_{x \in M} |A|^2$  is not too large or the  $L^n$  norm of  $|A|$  on  $M$  is finite, where,  $A$  is the second fundamental form of  $M$ .

## Referências

- [1] S. Montiel: An integral inequality for compact spacelike hypersurfaces in the de Sitter space and applications to the case of constant mean curvature, *Indiana Univ. Math. J.* 37 (1988) 909-917.
- [2] N. M. B. Neto, Q. Wang and C. Xia: Rigidity of complete minimal hypersurfaces in a hyperbolic space, *Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.* 40 (2015) 659-668.
- [3] H.O. Pina, C. Xia: Rigidity of complete minimal submanifolds in a hyperbolic space, *Manuscripta Math.* pp.1-10 (2018).
- [4] Y. B. Shen, X. H. Zhu: On stable complete minimal hypersurfaces in  $\mathbb{R}^{n+1}$ . - *Amer. J. Math.* 120, 1998, 103-116.
- [5] S.-Y. Cheng and S.-T. Yau: Maximal spacelike hypersurfaces in the Lorentz-Minkowski spaces, *Annals of Mathematics*, 104 (1976), 407-419.
- [6] S. T. Yau: Submanifolds with constant mean curvature. *Amer. J. Math.* 96, 346-366(1974).

# Stochastic Half-Space Theorems for Minimal Surfaces and $H$ -Surfaces of $\mathbb{R}^3$

**Leandro F. Pessoa**

Universidade Federal do Piauí (UFPI)  
Piauí, Brasil

**G. Pacelli Bessa**

Universidade Federal do Ceará (UFC)  
Ceará, Brasil

**Luquésio P. Jorge**

Universidade Federal do Ceará (UFC)  
Ceará, Brasil

## Resumo

In this talk we present a version of the strong half-space theorem between the classes of recurrent minimal surfaces and complete minimal surfaces with bounded curvature of  $\mathbb{R}^3$ . We also show that any minimal hypersurface immersed with bounded curvature in  $M \times \mathbb{R}_+$  equals some  $M \times \{s\}$  provided  $M$  is a complete, recurrent  $n$ -dimensional Riemannian manifold with  $\text{Ric}_M \geq 0$  and whose sectional curvatures are bounded from above. For  $H$ -surfaces we prove that a stochastically complete surface  $M$  can not be in the mean convex side of a  $H$ -surface  $N$  embedded in  $\mathbb{R}^3$  with bounded curvature if  $\sup |H_M| < H$ , or  $\text{dist}(M, N) = 0$  when  $\sup |H_M| = H$ . Finally, a maximum principle at infinity is shown assuming  $M$  has non-empty boundary.

## Referências

- [1] *Regularity of Difference Equations on Banach Spaces*, Springer, Cham, **10** (2014).
- [2] *Maximal regularity in  $l_p$  spaces for discrete time fractional shifted equations*, J. Differential Equations.236 **14** (2017), 3175–3196.
- [3] A. Hajnal e I. Juhász,  *$\ell_p$ -maximal regularity for fractional difference equations on UMD spaces*, Math. Nach., 288 (17/18) **59**:1 (2015), 2079–2092.

# Resultados de Classificação para Superfícies CMC de Bordo Livre

Maria Andrade

Email: maria@mat.ufs.br

Universidade Federal de Sergipe (UFS)<sup>†</sup>

Sergipe, Brasil

## Resumo

Em 1995, A. Ros e E. Vergasta provaram que uma superfície  $\Sigma$  compacta, orientável, estável com bordo livre na bola fechada  $B \subset \mathbb{R}^3$  deve ser um equador planar, uma calota esférica ou uma superfície de gênero 1 com no máximo duas componentes no bordo. I. Nunes, usando um balanceamento modificado do tipo Hersch, provou que  $\Sigma$  não pode ter gênero 1. Podemos citar ainda trabalhos de classificação via existência de uma função convexa como por exemplo o de L. Ambrozio e I. Nunes no caso de superfície mínima em  $B \subset \mathbb{R}^3$ , ou ainda, E. Barbosa, M. Cavalcante e E. Pereira no caso de superfície CMC em  $B \subset \mathbb{R}^3$ .

Consideramos  $M = (\mathbb{B}_r^3, \bar{g})$  como a bola Euclidiana de dimensão 3 com raio  $r$ , equipada com uma métrica  $\bar{g} = e^{2h}\langle \cdot, \cdot \rangle$  conforme à métrica Euclidiana, onde a função  $h = h(x)$  depende somente da distância de  $x$  ao centro da bola  $\mathbb{B}_r^3$ . Mostramos que uma superfície CMC  $\Sigma$  em  $M$  que satisfaz uma condição de *pinching* do comprimento do tensor da segunda forma sem traço, o qual envolve a função de suporte de  $\Sigma$ , o campo vetorial conforme e sua função potencial, então  $\Sigma$  é um disco ou um anel rotacionalmente simétrico.

Este é um trabalho em parceria com Ezequiel Barbosa (UFMG) e Edno Pereira (UFMG).

## Referências

- [1] AMBROZIO, LUCAS; NUNES, IVALDO, *A gap theorem for free boundary minimal surfaces in the three-ball*. arXiv preprint arXiv:1608.05689 (2016).
- [2] ANDRADE, MARIA; BARBOSA, EZEQUIEL; PEREIRA, EDNO, *Gap Results for Free Boundary CMC Surfaces in Radially Symmetric Conformally Euclidean Three-Balls*, The Journal of Geometric Analysis, publicado on-line.
- [3] ROS, ANTONIO; VERGASTA, ENALDO, *Stability for hypersurfaces of constant mean curvature with free boundary*, Geometriae Dedicata, 56, (1995), 19–33.
- [4] BARBOSA, EZEQUIEL; CAVALCANTE, MARCOS P.; PEREIRA, EDNO, *Gap results for free boundary CMC surfaces in the Euclidean three-ball* arXiv preprint arXiv:1908.09952 (2019).
- [5] NUNES, IVALDO, *On stable constant mean curvature surfaces with free boundary* Mathematische Zeitschrift 287.1 (2017): 473-479.

---

<sup>†</sup>Santo André-SE

# Problemas Assintóticos em Variedades de Hadamard

Miriam Telichevesky \*

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
Rio Grande do Sul, Brasil

## Resumo

Nesta palestra pretendo falar sobre alguns problemas de Dirichlet assintóticos em variedades de Hadamard, incluindo diferentes pontos de vista para a palavra “assintótico”. Especificamente: podemos considerar soluções inteiras de EDPs sobre uma variedade de Hadamard  $M$  e ver como se comportam em seu bordo assintótico. São contínuas até o bordo? Explodem? Se explodem, podemos dizer algo mais sobre suas derivadas, e podemos interpretar de alguma forma conveniente para melhor compreendê-las? Algumas referências são [1], [2], [3] e [4].

## Referências

- [1] BONORINO, L., CASTERAS, J.B., KLASER, P. ET AL., *On the asymptotic Dirichlet problem for a class of mean curvature type partial differential equations*, Calc. Var. 59, 135 (2020). <https://doi.org/10.1007/s00526-020-01795-5>.
- [2] BONORINO, L.P., RIPOLL, J.B., *On the nature of isolated asymptotic singularities of solutions of a family of quasi-linear elliptic pde's on a Cartan–Hadamard manifold.*, Commun. Anal. Geom. 27(4), 791–807 (2019) <https://doi.org/10.1007/s00526-020-01795-5>.
- [3] NIETO, FÉLIX; TELICHEVESKY, MIRIAM, *Geodesic boundary of constant mean curvature surfaces in  $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{R}$* , <https://arxiv.org/abs/1912.13315>.
- [4] RIPOLL, J. B., TELICHEVESKY, M., *Regularity at infinity of Hadamard manifolds with respect to some elliptic operators and applications to asymptotic Dirichlet problems* Transactions of the American Mathematical Society. 367(3):1523-1541 (2015).

---

\*Bolsista de produtividade do CNPq, Processo número 304271/2016-0

# Rigidity of Bach-flat Schouten Solitons

Valter Borges

Universidade Federal do Pará (UFPA)

Pará, Brasil

## Resumo

In this talk we are concerned with the classification of complete  $n$ -dimensional Schouten solitons [4],  $n \geq 3$ . These are the self-similar solutions of an intrinsic flow, called Schouten flow [2, 3]. Assuming that the Ricci tensor of these manifolds have at most two eigenvalues at each point, we are able to show that they are rigid [1]. This allows the classification of complete Bach-flat Schouten solitons. In dimension 3 we are actually able to classify complete Schouten solitons whose Bach tensor is divergence free. As a corollary, we obtain the classification of complete locally conformally flat Schouten solitons for  $n \geq 3$ .

## Referências

- [1] Borges, V. *Rigidity of Bach-flat gradient Schouten solitons*. arXiv preprint arXiv:2103.12796. (2021).
- [2] Bourguignon, J. P. *Ricci curvature and Einstein metrics*. *Global differential geometry and global analysis*. Springer, Berlin, Heidelberg, 42-63 (1981).
- [3] Catino, G., Cremaschi, L., Djadli, Z., Mantegazza, C., Mazzieri, L. *The Ricci-Bourguignon flow*. *Pacific Journal of Mathematics*, v. 287, n. 2, p. 337-370, 2017.
- [4] Catino, G., Mazzieri, L. *Gradient Einstein solitons*. *Nonlinear Analysis* 132, 66-94 (2016).

# Matemática Aplicada

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
14:00	Título: Raciocinando sobre sistemas concorrentes com Reo Palestrante: Bruno Lopes Mediadora: Daniele Nantes	Título: Alguns Parâmetros de Convexidade para Prismas Complementares Palestrante: Julliano Rosa Nascimento Mediador: Daniel Ventura
15:00	Título: Ciência Aberta, Publicações e Dados Científicos Palestrante: Washington Ribeiro Mediadora: Daniele Nantes	Título: Formalizações matemática via assistentes de provas Palestrante: Thaynara Arielly de Lima Mediador: Daniel Ventura

# Raciocinando sobre Sistemas Concorrentes com Reo

**Bruno Lopes**

Instituto de Computação (IC)

Universidade Federal Fluminense (UFF)

Rio de Janeiro, Brasil

## **Resumo**

A modelagem e verificação de sistemas concorrentes apresenta diversos desafios que incluem a comunicação e interação de processos. Reo é uma linguagem gráfica baseada em coordenações desenvolvida para modelar a comunicação desses sistemas. Apresenta-se uma formalização de uma semântica formal para Reo, a automação de procedimentos para raciocínio e um sistema dedutivo. Esses sistemas estão sendo integrados em uma ferramenta livre para modelagem e raciocínio de modelos em Reo.

# Alguns Parâmetros de Convexidade para Prismas Complementares

**Julliano Rosa Nascimento**

Instituto de Informática

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Contextos que envolvem a disseminação de alguma informação/contaminação entre entidades, por exemplo estratégias de marketing, divulgação de opinião e transmissão de doenças, podem ser formulados através de convexidade em grafos. Dados um grafo  $G$  e um subconjunto  $S$  de  $V(G)$ , dizemos que  $S$  é convexo se os vértices de todo caminho mínimo entre dois vértices de  $S$  pertencem a  $S$ . O fecho convexo  $H(S)$  de  $S$  é o menor conjunto convexo contendo  $S$ . Para um grafo  $G$ , o número de envoltória  $h(G)$  é a cardinalidade do menor conjunto  $S$  tal que  $H(S) = V(G)$  e o número de convexidade  $con(G)$  é a cardinalidade do maior conjunto convexo diferente de  $V(G)$ . O prisma complementar  $G\tilde{G}$  de  $G$  é o grafo obtido pela união disjunta de  $G$  e seu complemento  $\tilde{G}$ , adicionando as arestas para obter um emparelhamento perfeito entre vértices de mesmo rótulo em  $G$  e  $\tilde{G}$ . Nesta palestra, apresentamos alguns limites e resultados de complexidade para os parâmetros número de envoltória e número de convexidade para grafos prismas complementares.

# Formalizações Matemáticas via Assistentes de Provas

**Thaynara Arielly de Lima**

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Elaboração de provas matemáticas formais, utilizando assistentes de prova, tem se mostrado de grande valia para estudantes e pesquisadores em Matemática uma vez que: auxiliam no entendimento profundo de uma determinada prova; proveem certificação do resultado formalizado; incrementam bibliotecas de provas formais, que figuram como base de dados para documentar resultados. Ademais, durante o processo de formalização, matemáticos podem ganhar melhor compreensão, mesmo sobre tópicos que já lhes são familiares, uma vez que o processo de formalização exige provas detalhadas e minuciosas.

Nesta palestra, discutiremos a importância de formalizações matemáticas. Apresentaremos alguns recursos e características do assistente de provas PVS, por meio de exemplos que permeiam diferentes áreas da Matemática (Topologia, Álgebra, Teoria dos Números e Geometria). Por fim, mostraremos pesquisas mais recentes, que utilizam, em seu escopo, formalização de teorias.

# Ciência Aberta, Publicações e Dados Científicos

**Washington Segundo\***

Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT)  
Rio de Janeiro, Brasil

## **Resumo**

Acesso Aberto e Ciência Aberta são conceitos que surgem com o aumento do compartilhamento de informações via internet. A restrição de direitos de cópia sobre material acadêmico vem perdendo fôlego, frente a facilidade de acesso de recursos via web e a busca pela democratização do acesso à informação científica. Nesse sentido, serão apresentadas ferramentas e políticas existentes para se realizar e se ter acesso à Ciência Aberta. Serão também apresentados os paradoxos correntes sobre o modo tradicional de se fazer e se avaliar Ciência.

Tópicos abordados: • O que é Acesso Aberto? • O que é Ciência Aberta? • O Portal da CAPES e o SciHub • O que é um repositório? • Repositórios Institucionais de Publicações Científicas • Repositórios de Dados de Pesquisa • Diretório Ciência é Vida (Diretório de Fontes sobre o Coronavírus) • OasisBr, BDTD, LA Referencia, NDLTD, Portal do OpenAIRE, BASE Search, ... • Revistas predatórias • Métricas quantitativas e qualitativas de Revistas Científicas • Revistas científicas de acesso aberto tem qualidade? • Quanto custa o acesso restrito ao Brasil? • O que é e quanto custa um Article Processing Charge (APC)? • Visibilidade da produção científica • Publicação vinculada a dados de pesquisa • Como compartilhar dados e publicações de forma aberta? • Como acessar publicações científicas de forma legal e aberta?

---

\*Coordenador de Tratamento, Análise e Disseminação da Informação Científica - Ibiict

# Matemática e Covid-19

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
14:00	<p>Título: Mobilidade humana como instrumento para análise dinâmica da epidemia de COVID-19 no Brasil Palestrante: Sergio Muniz Oliva Mediador:</p>	<p>Título: Otimização como ferramenta contra Covid-19 Palestrante: Claudia Sagastizábal Mediador:</p>
14:30	<p>Título: Modelagem matemática como guia estratégico para evitar o colapso do sistema de saúde causado pela COVID-19 Palestrante: Juliane F Olivera Mediador:</p>	<p>Título: Modelo SEIAHR para a da evolução da pandemia de COVID-19 Palestrante: Tarcísio Marciano da Rocha Filho Mediador:</p>
15:00	<p>Título: A piecewise growth model for modeling the accumulated number of COVID-19 cases in the city of Campo Grande Palestrante: Erlandson Ferreira Saraiva e Leandro Sauer Mediador:</p>	<p>Título: Importância das estratégias de bloqueio para a COVID-19 no Brasil Palestrante: Cláudia Mazza Dias Mediador:</p>
15:30		<p>Título: Influência da imunidade temporária na dinâmica de propagação do COVID-19 e sua relação com o isolamento social e imunização Palestrante: Cristiane M. Batistela Mediador:</p>

# Importância das Estratégias de Bloqueio para a COVID-19 no Brasil

**Claudia Mazza Dias**

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ)

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

A atual pandemia de COVID-19 está afetando diferentes países de maneiras diferentes. A variedade de fatores como dados imprecisos e restrições orçamentárias, torna a previsão da propagação e letalidade do vírus uma tarefa desafiadora. Esta apresentação baseada em [1], busca compreender melhor como a COVID-19 afeta o Brasil, observando a grande pressão política para que medidas de bloqueio da mobilidade da população, mesmo que parciais, sejam suspensas. Vamos analisar o impacto de tal encerramento na evolução da doença. Para tanto, considera-se o modelo SEIR com uma estratégia de controle liga/desliga.

## Referências

- [1] TARRATACA L, DIAS CM, HADDAD DB, DE ARRUDA EF, *Flattening the curves: on-off lock-down strategies for COVID-19 with an application to Brazil*, J Math Ind. 2021;11(1):2. doi: 10.1186/s13362-020-00098-w. Epub 2021 Jan 6. PMID: 33432282; PMCID: PMC7787424.

# Influência da Imunidade Temporária na Dinâmica de Propagação do COVID-19 e sua Relação com o Isolamento Social e Imunização

**Cristiane M. Batistela**

Email: [cmbatistela@yahoo.com.br](mailto:cmbatistela@yahoo.com.br)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP)  
São Paulo, Brasil

**Manuel A. Cabrera\***

Email: [mmedinac26@gmail.com](mailto:mmedinac26@gmail.com)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP)  
São Paulo, Brasil

**Marien M. Ramos†**

Email: [mresar95@gmail.com](mailto:mresar95@gmail.com)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP)  
São Paulo, Brasil

**Giovanni M. Dieguez**

Email: [giovanni.dieguez@usp.br](mailto:giovanni.dieguez@usp.br)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP)  
São Paulo, Brasil

**José R. C. Piqueira‡**

Email: [piqueira@lac.usp.br](mailto:piqueira@lac.usp.br)

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

O interesse na modelagem matemática de doenças infecciosas tem sido objeto de muitas pesquisas pois permite o entendimento melhor dos mecanismos de transmissão e constituem uma ferramenta importante para fornecer estratégias de controle de disseminação, podendo contribuir para estabelecer políticas públicas de prevenção. A literatura científica é muito diversa em epidemiologia com estudos de aplicação da teoria de controle, controle e sincronismo de caos, estudo de modelos heterogêneos e aplicação do valor crítico em modelos estocásticos ou determinísticos. Os modelos compartimentais são capazes de descrever o comportamento dinâmico da população em função do estado epidemiológico e equações diferenciais são usadas para representar a dinâmica entre os estados devido a taxa de infecção, isolamento social, mortalidade e

---

\*CAPES

†FDTE

‡CNPq

recuperação. Os modelos compartimentais têm contribuído para o estudo do COVID-19 ao mostrarem a influência da quarentena em diferentes estágios da doença [1], do isolamento social [2] e o estudo de casos não reportados [3, 4]. A apresentação tem por objetivo mostrar a influência da reinfeção na dinâmica de propagação do vírus e como ela interfere nas predições. Para isso, é proposto um modelo compartimental Suscetível - Infectado - Removido - Doente (SIRSi), que é uma modificação do modelo clássico Suscetível - Infectado - Removido (SIR) [5]. O modelo proposto considera a possibilidade de casos não notificados ou assintomáticos e diferenças na imunidade dentro de uma população, ou seja, a possibilidade da imunidade adquirida ser temporária. A estabilidade assintótica local e condições de equilíbrio endêmico são apresentadas para o modelo proposto. O modelo é ajustado aos dados de três grandes cidades do estado de São Paulo no Brasil, a saber, São Paulo, Santos e Campinas, fornecendo estimativas de duração e picos relacionados à propagação da doença. Esse estudo revela que a imunidade temporária favorece uma segunda onda de infecção e depende do intervalo de tempo para que uma pessoa recuperada seja suscetível novamente. Também indica a possibilidade de um maior número de pacientes serem infectados com a diminuição do tempo de reinfeção [6]. Além disso, com o uso das estratégias de vacinação, como abordado em [7], o modelo SIRSi tem sido estudado quanto as estratégias de imunização e ao isolamento social.

## Referências

- [1] Mishra, Bimal. K.; Keshri, Ajit. K.; Rao, Yerra. S.; Mishra, Binay. K. Mahato, Buddhadeo, Mahato.; Ayesha, Syeda.; Rukhaiyyar, Bansidhar. P.; Saini, Dinesh. K.; Singh, Aditya. K., *COVID-19 created chaos across the globe: Three novel quarantine epidemic models*, Chaos, Solitons & Fractals **10** (2020), 138.
- [2] Pan, Qiuhui.; Gao, T.; He, Mingfeng, *Influence of isolation measures for patients with mild symptoms on the spread of COVID-19*, Chaos, Solitons & Fractals **14** (2020), 139-110022.
- [3] Cotta, Renato. M.; Naveira-Cotta, Carolina. P.; Magal, Pierre, *Mathematical parameters of the COVID-19 epidemic in Brazil and evaluation of the impact of different public health measures*, Biology **59**:1 (2020), 98-220.
- [4] Lee, Chaeyoung.; Li, Yiabo.; Kim, Junseok., *The susceptible-unidentified infected-confirmed (SUC) epidemic model for estimating unidentified infected population for COVID-19*, Chaos, Solitons & Fractals, **23**:2 (2020), 139-110090.
- [5] Kermack, Willian. O.; McKendrick, A. G, *A contribution to the mathematical theory of epidemics. Proceedings of the royal society of london. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character*, Series A, Containing papers of a mathematical and physical character, **69** (1927), 700-721.
- [6] Batistela, Cristiane. M.; Correa, Diego. P.; Bueno, Átila. M.; Piqueira, José. R. C., *SIRSi compartmental model for COVID-19 pandemic with immunity loss*, Chaos, Solitons & Fractals, **69** (2021), 142-110388.
- [7] Batistela, Cristiane. M.; Cabrera, Manuel. A; Piqueira, José. R. C., *COVID-19: Estudo da imunização usando modelo SIR*, Anais da Sociedade Brasileira de Automática, **69** (2020), 2(1).

# Otimização como Ferramenta Contra Covid-19

**Claudia Sagastizábal**

Universidade de Campinas (UNICAMP)

São Paulo, Brasil

## Resumo

Problemas de evolução epidemiológica de doenças são modelados por equações diferenciais ordinárias que dependem de parâmetros como o nível de transmissão, a quantidade de testes para identificação de infectados e a presença de vacinas. O controle da epidemia se dá pela manipulação desses parâmetros. Isso leva naturalmente a um problema de controle ótimo que pode ser resolvido de forma prática através de uma estratégia de “discretizar e otimizar”.

Nessa palestra iremos descrever o uso dessas ideia no contexto da epidemia de Covid-19. Apresentaremos diferentes modelos desenvolvidos para lidar com a dispersão geográfica da doença, a disponibilidade limitada de testes e vacinas. Otimização é usada para definir estratégias ótimas que ajudem na contenção da doença.

Esse é um trabalho conjunto de Marcelo Córdova (UFSC), Luís Gustavo Nonato (USP-São Carlos), Tiago Pereira (USP-São Carlos), Claudia Sagastizábal (Unicamp), Paulo J. S. Silva (Unicamp) e Cláudio Struchiner (FGV e FioCruz).

# A Piecewise Growth Model for Modeling the Accumulated Number of COVID-19 Cases in the City of Campo Grande

**Erlandson Ferreira Saraiva.**

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

**Leandro Sauer**

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

## **Resumo**

In December of 2019, a new coronavirus was discovered in the city of Wuhan, China. The World Health Organization officially named this coronavirus as COVID-19. Since its discovery, the virus has spread rapidly around the world and is currently one of the main health problems, causing an enormous social and economic burden. Due to this, there is a great interest in mathematical models capable of projecting the evolution of the disease in countries, states and/or cities. This interest is mainly due to the fact that the projections may help the government agents in making decisions in relation to the prevention of the disease. By using this argument, the health department of the city (HDC) of Campo Grande asked the UFMS for the development of a mathematical study to project the evolution of the disease in the city. In this paper, we describe a modeling procedure used to fit a piecewise growth model for the accumulated number of cases recorded in the city. From the fitted model, we estimate the date in which the pandemic peak is reached and project the number of patients who will need treatment in intensive care units. Weekly, was sent to HDC a technical report describing the main results.

# Modelagem Matemática como Guia Estratégico para Evitar o Colapso do Sistema de Saúde Causado pela COVID-19

**Juliane F Olivera.**

Centro de Integração de Dados de Conhecimento para a Saúde (Fiocruz)

Bahia, Brasil

Centro de Matemática da Universidade do Porto

Porto, Portugal

## Resumo

Após a descoberta, em dezembro de 2019, de que um novo coronavírus (identificado como SARS-CoV-2) estava circulando e causando doenças respiratórias, cientistas de todo o mundo juntaram esforços para compreender as múltiplas facetas deste patógeno [1, 2, 4]. No Brasil, sua dimensão gigantesca, condições políticas e as fortes desigualdades sociais tornam a luta contra a COVID-19 um desafio ainda mais assustador. Para começar, embora o Sistema Único de Saúde esteja em vigor desde 1988, o acesso aos serviços de saúde ainda é limitado, principalmente quando é necessário atendimento especializado. Pacientes com sintomas graves de COVID-19 geralmente requerem esse tipo de cuidado, além de ventilação mecânica e outros equipamentos disponíveis apenas em Unidades de Terapia Intensiva (UTI). Motivados por isso, em nosso trabalho [5] buscamos responder à seguinte questão central: Pode-se utilizar um modelo matemático para prever com precisão a necessidade de hospitalização durante o desdobramento desta epidemia? [5].

Este modelo pode ser uma ferramenta valiosa para os gestores em saúde, com um elevado potencial para ajudar a informar escolhas estratégicas sobre a necessidade de abrir novos leitos de enfermaria e de UTI para apoiar as necessidades de cuidados de saúde à medida que aumenta o número de casos de COVID-19. Nosso modelo é denominado SEIIHURD, um acrônimo para os 8 estágios ("compartimentos", no jargão matemático), pelos quais os indivíduos podem passar: **S**uscetíveis (pessoas que podem se infectar pela Covid-19), **E**xpostos (pessoas infectadas e que não transmitem a doença no período de incubação), **I**nfeccioso (sintomático ou assintomático), **H**ospitalizado em enfermaria clínica, hospitalizado em **U**TI, **R**ecuperado ou **M**orto devido à doença grave, inserindo efetivamente na dinâmica do modelo a gama de resultados clínicos relacionados a requisitos de hospitalização e mortalidade ao COVID-19.

A fim de medir as forças para atingir as metas de proteção do sistema de saúde local, o modelo incorpora uma taxa de transmissão variável no tempo que leva em conta o comportamento humano influenciado pelas intervenções e políticas locais de saúde implementadas. Isso significa que reconhecemos que a propagação da doença é profundamente influenciada por nossas atitudes e comportamentos coletivos (ou seja, um resultado composto de redução da mobilidade individual; uso de máscaras; distanciamento social; entre outros), que por sua vez é ditado pelo conjunto de ações governamentais em vigor - como a ordem de permanência em casa - ou a falta dela [6, 6]. O aumento da adesão da população ao distanciamento social e medidas mais

rígidas podem reduzir a taxa de transmissão mais rapidamente, enquanto o oposto deve ocorrer quando nenhuma restrição for decretada.

Neste contexto, apresentarei neste seminário pontos teóricos relacionados à construção do modelo SEIHRD, seu ajuste aos dados em tempo real, como determinar as suas incertezas e por fim ilustrar o impacto de sua aplicabilidade.

Mostramos que um modelo matemático simples pode antecipar as necessidades de hospitalizações relacionadas à COVID-19 e pode ser usado como uma ferramenta para informar as ações públicas de mitigação da transmissão da doença. Nosso modelo é um dos muitos que foram produzidos e aplicados ao estudo desta crise sem precedentes [7, 8, 9], e esperamos que a utilidade e as aplicações de tais métodos para salvar vidas sejam consideradas um dos legados positivos desta pandemia.

## Referências

- [1] ANFINRUD ET AL., *Visualizing Speech-Generated Oral Fluid Droplets with Laser Light Scattering.*, N Engl J Med 2020; 382:2061-2063
- [2] WHO SOLIDARITY TRIAL CONSORTIUM. *Repurposed Antiviral Drugs for Covid-19 — Interim WHO Solidarity Trial Results.* DOI: 10.1056/NEJMoa2023184. 2020.
- [3] POLAND ET AL. *SARS-CoV-2 immunity: review and applications to phase 3 vaccine candidates.* Lancet. 2020; 396(10262):1595-1606.
- [4] OLIVEIRA, J.F. ET AL. *Mathematical modeling of COVID-19 in 14.8 million individuals in Bahia, Brazil.* Nat Commun 12, 333 (2021).
- [5] JORGE, D.C.P., RODRIGUES, M.S., SILVA, M.S., ET AL. *Assessing the nationwide impact of COVID-19 mitigation policies on the transmission rate of SARS-CoV-2 in Brazil.* bioRxiv (2020). Pre-print.
- [6] HAUG, N., GEYRHOFFER, L., LONDEI, A. ET AL. *Ranking the effectiveness of worldwide COVID-19 government interventions.* Nat Hum Behav 2020; 4:1303-1312.
- [7] LI, R., PEI, S., CHEN B. ET AL. *Substantial undocumented infection facilitates the rapid dissemination of novel coronavirus (SARS-CoV-2).* Science 2020; 368(6490):489-493.
- [8] NATURE HUMAN BEHAVIOR "COVID-19 AND HUMAN BEHAVIOR COLLECTION" available at <https://www.nature.com/collections/gdjdibibfg>
- [9] BRITTON ET AL. *A MATHEMATICAL MODEL REVEALS THE INFLUENCE OF POPULATION HETEROGENEITY ON HERD IMMUNITY TO SARS-CoV-2.* Science 2020; 369(6505):846-849.

# Mobilidade Humana como Instrumento para Análise Dinâmica da Epidemia de COVID-19 no Brasil

**Sergio Muniz Oliva**

Universidade de São Paulo (USP)

São Paulo, Brasil

## **Resumo**

A pandemia de COVID-19 tem se mostrado um desafio para inúmeras áreas da ciência, além de ter impactado sobremaneira a população e seu dia a dia. Sem vacinas ou medicamentos comprovados, a doença se espalhou de maneira rápida e desafiou a sociedade e os governantes. As únicas medidas de prevenção eram profiláticas e de mitigação, como isolamentos e uso de máscaras. Nosso interesse de pesquisa é a dinâmica espacial dessa doença, utilizando dados anonimizados de mobilidade no Brasil, proveniente de celulares, exploramos alguns aspectos da epidemia. Entre esses aspectos temos uma previsão de como seria o espalhamento da doença no começo da epidemia e a relação entre um índice de isolamento social, proveniente de nossos dados, e os parâmetros dinâmicos da epidemia. Esta relação se mostra extremamente complexa e rica.

# Modelo SEIAHR para a da Evolução da Pandemia de COVID-19

**Tarcísio Marciano da Rocha Filho**

Email: [marciano@fis.unb.br](mailto:marciano@fis.unb.br)

Centro Internacional de Física da Matéria Condensada e

Instituto de Física

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## **Resumo**

Apresentarei um modelo SEIAHR (Suscetível, Exposto, Infectado, Assintomático, Hospitalizado e Recuperado) para a evolução temporal da pandemia de COVID-19. O modelo é composto por equações diferenciais com atraso para levar em conta o tempo entre primeiro sintoma e hospitalização e morte, e leva em conta diferentes faixas etárias, considerando vacinação, e os prespectivos parâmetros epidemiológicos. Explicarei como o modelo é ajustado a partir de dados reais e como utilizá-lo para estimativas realistas da taxa de ataque. Mostrarei prognósticos com diferentes cenários de vacinação para a pandemia no Brasil, estados e algumas cidades.

# **Sistemas Dinâmicos e Probabilidade**

# Programação

	<b>quinta-feira, 20/05/2021</b>	<b>sexta-feira, 21/05/2021</b>
<b>14:00</b>	Título: Entendendo a COVID-19 através do SECIAR: um modelo didático mais realista do que o SIR Palestrante: Mauro Patrão Mediador: Manoel Reis	Título: A bimodal generalized distribution of extreme values Palestrante: Cira Guevara (UnB) Mediador: Paulo Henrique Costa
<b>14:40</b>	Título: Escalas Musicais e o Teorema das 3 Lacunas Palestrante: Lucas Seco Mediador: Manoel Reis	Título: Random iterations of maps on $\mathbb{R}^k$ : asymptotic stability, synchronization and functional central limit theorem Palestrante: Eduardo Silva (UnB) Mediador: Paulo Henrique Costa
<b>15:20</b>	Título: Dinâmica em Infinitas Dimensões: um tour de Sturm, Einstein, Ginzburg e Landau Palestrante: Phillippo Lappicy Mediador: Manoel Reis	Título: Rough path and stochastic Stratonovich integrals driven by covariance singular Gaussian processes Palestrante: Alberto Ohashi (UnB) Mediador: Paulo Henrique Costa

# Rough Path and Stochastic Stratonovich Integrals Driven by Covariance Singular Gaussian Processes

Alberto Ohashi

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

In this talk, we will show a connection between rough path integrals and symmetric - Stratonovich integrals for a large class of Gaussian processes with singular covariance structure. This encompasses many important examples such as fractional Brownian motion with  $H > 1/3$ , bifractional Brownian motion with  $HK > 1/3$  and other types of Gaussian processes not necessarily with stationary increments. One important consequence of our result is to express the difference between the rough and Skorohod integral in terms of a trace term specified in terms of Malliavin derivatives.

# A Bimodal Generalized Distribution of Extreme Values

**Bianca Sousa**

Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

**Cira E. G. Otiniano \***

Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

## Resumo

The generalized distribution of extreme values, known as GEV, is widely used in hydrology and finance to model extreme events. In this work we propose the bimodal GEV model, or BGEV, which generalizes a GEV distribution. The behavior of the BGEV model was studied through the study of its descriptive measures such as: fashion, moments and quantiles. We used the maximum likelihood (MV) method to estimate BGEV parameters. O performance of MV estimators was verified through Monte Carlo simulation experiments. Finally, an application for meteorological data was added.

## Referências

- [1] Otiniano, Cira; Gonçalves, Cátia; Dorea, Chang, *Mixture of extreme-value distributions: identifiability and estimation*, Communications in Statistics - Theory and Methods, **46** (2016), 6528–6542.
- [2] P. S. Alexandroff e P. S. Urysohn, *Modelling Extremal Events: for Insurance and Finance*. 3a Ed. Springer (1929).
- [3] Rathie, Pushpa; Swamee, *On a new invertible generalized logistic distribution approximation to normal distribution*, Technical Research Report in Statistics, Department of Statistics, University of Brasília, Brasília (2006).

---

\*This work was partially financed by CAPES - Brazil

# Random Iterations of Maps on $\mathbb{R}^k$ : Asymptotic Stability, Synchronization and Functional Central Limit Theorem

Eduardo A. Silva

Edgar Matias da Silva \*

## Resumo

We study independent and identically distributed random iterations of continuous maps defined on a connected closed subset  $S$  of the Euclidean space  $\mathbb{R}^k$ . We assume the maps are monotone (with respect to a suitable partial order) and a 'topological' condition on the maps. Then, we prove the existence of a pullback random attractor whose distribution is the unique stationary measure of the random iteration, and we obtain the synchronisation of random orbits. As a consequence of the synchronisation phenomenon, a functional central limit theorem is established.

## Referências

- [1] E. MATIAS; E. A. SILVA, *Random Iterations of Maps on  $\mathbb{R}^k$ : Asymptotic Stability, Synchronization and Functional Central Limit Theorem*, Nonlinearity, Volume 34, Number 3, p. 1577-1597 (2021).
- [2] BHATTACHARYA, R. N., AND LEE, O., *Asymptotics of a Class of Markov processes which are not in general irreducible*, Ann. Probab. 16, 3 (1988), 1333-1347.
- [3] KUDRYASHOV, Y. G., *Bony attractors*, Funktsional. Anal. i Prilozhen. 44, 3 (2010), 73-76.
- [4] GORDIN, M. I., AND LIFŠIC, B. A., *Central limit theorem for stationary Markov processes.*, Dokl. Akad. Nauk SSSR 239, 4 (1978), 766-767.
- [5] DUBINS, L. E., AND FREEDMAN, D. A., *Invariant probabilities for certain Markov processes*, Ann. Math. Statist. 37 (1966), 837-848.
- [6] L. CIOLETTI, L. MELO, R. RUVIARO AND E. A. SILVA, *On the Dimension of the Space of Harmonic Functions on Transitive Shift Spaces*, To appear in Advances in Mathematics (2021)

---

\*Esse trabalho foi parcialmente financiado pela FAPDF

# Escalas Musicais e o Teorema das 3 Lacunas

Lucas Seco

Email: lseco@unb.br

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

De onde vem o padrão de teclas brancas e pretas do piano? Veremos que esse padrão vem de um tipo de dinâmica bem conhecida: rotação irracional no círculo. Mais precisamente de uma propriedade pouco conhecida dessa dinâmica: o Teorema das 3 Lacunas.

## Referências

- [1] Peter Shiu, *A Footnote to the Three Gaps Theorem*, Soviet Mathematics. Amer. Math. Monthly 125(3), 2018.
- [2] William Mathieu, *Harmonic experience: tonal harmony from its natural origins to its modern expression*, Inner Traditions International, 2nd edition, 1997.
- [3] Arthur H. Benade, *Horns, Strings and Harmony*, Dover Publ., Reprint, 1992.

# Entendendo a COVID-19 Através do SECIAR: um Modelo Didático mais Realista do que o SIR

Mauro Patrão

Email: mauropatrao@gmail.com

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

Por que a SARS (2002) e a MERS (2012) não causaram tantos problemas quanto a atual pandemia? Vamos tentar responder essa pergunta através de uma extensão do clássico modelo SIR que denominamos modelo SECIAR e da análise de sua dinâmica global.

## Referências

- [1] Patrão, Mauro; Reis, Manoel, *Analisando a pandemia de COVID-19 através dos modelos SIR e SECIAR*, *Biomatemática*. **30** (2020), 111–140.
- [2] Martcheva, Maia, *An Introduction to Mathematical Epidemiology*, Springer, New York, 2015.
- [3] Hirsch, Morris; Smale, Stephen; Devaney, Robert, *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*, Elsevier, San Diego, 2013.

# Dinâmica em Infinitas Dimensões: um Tour de Sturm, Einstein, Ginzburg e Landau

Phillipo Lappicy\*

Universidade de São Paulo (USP)

São Paulo, Brasil

## Resumo

Diversos fenômenos naturais são modelados através de equações diferenciais parciais, que por sua vez geram sistemas dinâmicos em espaços de infinitas dimensões. Portanto, estamos interessados na seguinte questão dinâmica: o que acontece com as possíveis soluções de um modelo quando o tempo é suficientemente grande? Exploraremos a construção de uma função de energia (também chamada de *função de Lyapunov*) e a construção de atratores globais (também conhecidos como *atratores de Sturm*). Duas aplicações serão mencionadas: (i) a construção de condições iniciais de certos buracos negros para serem evoluídos através das equações de Einstein, e (ii) a existência de vórtices, espirais e estados de transição para as equações de Ginzburg-Landau.

Estes resultados são em grande parte colaborações com B. Fiedler (Freie Universität Berlin), J. Fernandes (UFRJ) e J.-Y. Dai (National Taiwan University).

## Referências

- [1] P. Lappicy. *Sturm attractors for quasilinear parabolic equations*. J. Diff. Eq., **265**, 4642–4660, (2018).
- [2] P. Lappicy. *Space of initial data for self-similar Schwarzschild solutions of the Einstein equations*. Phys. Rev. D **99**, 043509, (2019).
- [3] P. Lappicy and B. Fiedler. *A Lyapunov function for fully nonlinear parabolic equations in one spatial variable*. São Paulo J. Math. Sci. **13** 283–291, (2019).
- [4] P. Lappicy. *Sturm attractors for quasilinear parabolic equations with singular coefficients*. J. Dyn. Diff. Eq. **32**, 359–390, (2020).
- [5] P. Lappicy and J. Fernandes. *Unbounded Sturm attractors for quasilinear parabolic equations*. arXiv:1809.08971.
- [6] P. Lappicy and J.-Y. Dai. *Ginzburg-Landau patterns in circular and spherical geometries: vortices, spirals and attractors*. arXiv:1901.11496.

---

\*FAPESP número 17/07882-0

**Teoria dos Números**

# Programação

	quinta-feira, 20/05/2021	sexta-feira, 21/05/2021
<b>14:00</b>	Título: Números de Liouville e a Conjectura de Schanuel Palestrante: Elaine Cristine de Souza Silva Mediador: Vinícius Facó Ventura Vieira	Título: Valores Exatos da Função $\Gamma^*(k)$ Palestrante: Daiane Soares Veras Mediador: Vinícius Facó Ventura Vieira
<b>14:40</b>	Título: Sobre o Comportamento Aritmético de Números de Liouville em Funções Racionais Palestrante: Ana Paula de Araújo Chaves Mediador: Vinícius Facó Ventura Vieira	Título: Fatores Primos e Números de Mersenne Palestrante: Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues Mediadora: Daiane Soares Veras
<b>15:20</b>	Título: Códigos e Curvas Algébricas Palestrante: Gregory Duran Cunha Mediadora: Daiane Soares Veras	Título: Equações aditivas Não-Homogêneas Palestrante: Michael Knapp Mediadora: Daiane Soares Veras

# Sobre o Comportamento Aritmético de Números de Liouville em Funções Racionais

Ana Paula Chaves

Email: apchaves@gmail.com

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

A gênese da *Teoria Transcendente dos Números*, ocorreu em 1844, com o famoso Teorema de Liouville sobre a “má” aproximação de números algébricos por racionais. Mais precisamente, se  $\alpha$  é um número algébrico de grau  $n > 1$ , então existe uma constante positiva  $C$ , tal que  $|\alpha - p/q| > Cq^{-n}$ , para todo  $p/q \in \mathbb{Q}^*$ . Utilizando esse fato memorável, ele foi capaz de construir um conjunto não-enumerável de números transcendentos chamados *números de Liouville*. Desde então, diversas classificações de números transcendentos foram desenvolvidas, uma delas proposta por Kurt Mahler em 1932. Ele dividiu o conjunto dos números transcendentos em três classes disjuntas:  $S$ - $T$ - e  $U$ -números. Em um certo sentido,  $U$ -números generalizam o conceito de números de Liouville. Além disso, o conjunto dos  $U$ -números pode ser dividido em  $U_m$ -números, que são aqueles “muito bem” aproximados por algébricos de grau  $m$ .

Em 1972, Alniaçik mostrou que um tipo específico de número de Liouville (conhecidos como *strong Liouville*), sempre é levado em  $U_m$ -números por funções racionais não constantes, com coeficientes em um corpo de números algébricos de grau  $m$ . Nessa palestra, vamos apresentar uma generalização desse resultado, estendendo a classe de números de Liouville (que em particular contém os números strong Liouville) que possuem a mesma propriedade (esse conjunto é “sharp” em um certo sentido).

## Referências

- [1] Alniaçik, K.: *On the subclasses  $U_m$  in Mahler’s classification of the transcendental numbers*, İstanb. Univ. Sci. Fac. J. Math. Phys. Astronom. 44, 39–82 (1972).
- [2] Bugeaud, Y.: *Approximation by Algebraic Numbers*, *Cambridge Tracts in Mathematics*, 160. Cambridge University Press, Cambridge (2004).
- [3] Chaves, A. P., Marques, D.: *An Explicit family of  $U_m$ -numbers*, Elem. Math., 69, 18–22 (2014).
- [4] Chaves, A. P., Marques, D., Trojovský, P.: *On the Arithmetic Behavior of Liouville Numbers Under Rational Maps. To appear on Bull Braz Math Soc, New Series* (2021).
- [5] Erdős, P.: *Representations of real numbers as sums and products of Liouville numbers*, Michigan Math. J., 9, 59–60 (1962).
- [6] LeVeque, W. J.: *On Mahler’s  $U$ -numbers*, J. Lond. Math. Soc., 1, 220–229 (1953).

- [7] Liouville, J.: *Sur des classes très-étendues de quantités dont la Valeur n'est ni algébrique ni même réductible à des irrationnelles algébriques*, C. R. Acad. Sci. Paris, 18, 883–885 (1844).
- [8] Mahler, K.: *Zur approximation der exponentialfunktion und des logarithmus*. Teil I., J. Reine Angew. Math., 166, 118–150 (1932).
- [9] Petruska, G.: *On strong Liouville numbers*, Indag. Math., 3, 211–218 (1992).

# Valores Exatos da Função $\Gamma^*(k)$

**Daiane Soares Veras**  
Instituto Federal de Goiás (IFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Considere um polinômio homogêneo da forma  $F(x) = a_1x_1^k + a_2x_2^k + \cdots + a_sx_s^k$  cujos coeficientes são todos inteiros. A função  $\Gamma^*(k)$  é definida como sendo o menor número de variáveis que garantem que  $F$  tem zeros não triviais para todo corpo  $p$ -ádico  $\mathbb{Q}_p$ , independentemente dos coeficientes. Trabalhos de diversos autores trazem os valores de  $\Gamma^*(k)$  para  $k \leq 32$ . Nesta palestra mostraremos os valores de  $\Gamma^*(k)$ , para  $k \leq 64$  obtidos em [1] e que ainda não eram conhecidos.

## Referências

- [1] Broll, C.; Jennings, J.; Knapp, M.; Rodrigues, P.; Veras, D., *More Exact Values of the Function  $\Gamma^*(k)$* . Submitted.

# Números de Liouville e a Conjectura de Schanuel

**Elaine Cristine de Souza Silva**  
Email: elaine.silva@im.ufal.br  
Instituto de Matemática  
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)  
Alagoas, Brasil

## Resumo

A Teoria dos Números Transcendentes teve início em maio de 1844, quando o matemático francês Joseph Liouville exibiu os primeiros exemplos de números transcendentos, hoje chamados *números de Liouville*. A partir de então foram surgindo novos exemplos, teoremas, conjecturas, etc. Em especial, destacamos a *Conjectura de Schanuel*, que é um dos principais problemas em aberto dessa teoria. Nesta palestra, veremos a relação dessa conjectura com importantes teoremas, além de resultados recentes que relacionam essa conjectura com os números de Liouville.

## Referências

- [1] D. Marques, *Teoria dos Números Transcendentes*, 1 ed., Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- [2] J. Liouville, *Nouvelle démonstration du n théorème sur irrationnelles algébriques inséré dans le compte rendu de la dernière séance*, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **18** (1844), 910–911.
- [3] J. Liouville, *Remarques relatives à des classes très-étendues de quantités dont la valeur n'est ni algébrique, ni même réductible à des irrationnelles algébriques*, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **18** (1844), 883–885.
- [4] J. Liouville, *Sur des classes très-étendues de quantités dont la valeur n'est ni algébrique, ni même réductible à des irrationnelles algébriques*, *J. Math. Pures Appl.*, **16** (1851), no. 1, 133–142.
- [5] K. Alniaçik, E. Saias, *Une remarque sur les  $G_\delta$ -denses*, *Arch. Math.*, **62** (5) (1994), 425–426.
- [6] K. S. Kumar, R. Thangadurai, M. Waldschmidt, *Liouville numbers and Schanuel's Conjecture*, *Arch. Math.*, **102** (1) (2014), 59–70.
- [7] P. Erdős, *Representations of real numbers as sums and products of Liouville numbers*, *Michigan Math. J.*, **9** (1962), 59–60.
- [8] P. Ribenboim, *My Numbers, My Friends: Popular Lectures on Number Theory*, Springer-Verlag, 2000.

# Códigos e Curvas Algébricas

**Gregory Duran Cunha**

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Códigos algébricos geométricos são códigos lineares construídos via curvas algébricas definidas sobre um corpo finito  $\mathbb{F}_q$ . Tal construção foi originalmente introduzida por Goppa [4] e assim estes códigos ficaram também conhecidos por códigos de Goppa. Estes códigos são construídos a partir de certas funções racionais, cujos polos se concentram em um dado divisor  $\mathbb{F}_q$ -racional  $F$ , por avaliando elas em algum conjunto de pontos  $\mathbb{F}_q$ -racionais disjunto de  $\text{Supp}(F)$ . O dual destes códigos pode ser obtido utilizando os resíduos de formas diferenciais. Neste trabalho, consideramos uma família de curvas planas não singulares  $\mathcal{X}$  tal que existem três retas distintas que cortam em  $\mathcal{X}$  os divisores  $nP_1 + P_2, nP_2 + P_3, enP_3 + P_1$ . Fazendo um estudo sobre semi-grupos de Weierstrass e lacunas puras em  $\mathcal{X}$ , construímos códigos de Goppa com uma boa cota para a distância mínima em relação à cota de Goppa.

## Referências

- [1] C. Carvalho; F. Torres, *On Goppa codes and Weierstrass gaps at several points*, Des. Codes and Cryptogr.. 35 (2) (2005), 211–225.
- [2] H. Stichtenoth, *Algebraic function fields and codes*, Springer-Verlag, Berlin, (1993).
- [3] M. Homma; S. J. Kim, *Goppa codes with Weierstrass pairs*, J. Pure Appl. Algebra. 162 (2-3) (2001), 273–290.
- [4] V.D. Goppa, *Codes associated with divisors*, Problemy Peredachi Informatsii. 13 (1977), 33–39.

# Equações Aditivas Não Homogêneas

**Michael Knapp**

Loyola University Maryland

Baltimore, MD, USA

## Resumo

Sejam  $k$  e  $n$  inteiros positivos e distintos, e seja  $\Delta^*(k, n)$  o menor número  $s$  que garanta que a equação

$$a_1x_1^k + \cdots + a_sx_s^k + b_1y_1^n + \cdots + b_sy_s^n = 0$$

tenha soluções não triviais em cada um dos corpos  $p$ -ádicos  $\mathbb{Q}_p$ , para qualquer escolha dos coeficientes. Esta função está relacionada à função bem conhecida  $\Gamma^*(k)$  de Davenport & Lewis (veja [1]), na qual todas as variáveis possuem o mesmo grau. Nesta palestra, vamos dar alguns resultados simples sobre  $\Delta^*(k, n)$ , incluindo uma cota superior ótima para valores da função.

## Referências

- [1] Davenport, H.; Lewis, D.L., *Homogeneous additive equations*, Proc. Royal Soc. London Ser. A (274) (1963), 443-460.

# Fatores Primos de Números de Mersenne

**Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues**

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Seja  $(M_n)_{n \geq 0}$  a sequência de Mersenne definida por  $M_n = 2^n - 1$ . Seja  $\omega(n)$  o número de fatores primos distintos em  $n$ . Neste apresentação damos a descrição dos números de Mersenne que satisfazem  $\omega(M_n) \leq 3$ . Além disso, provamos que a desigualdade, dado  $\epsilon > 0$ ,  $\omega(M_n) > 2^{(1-\epsilon)\log \log n} - 3$ , vale para quase todo inteiro positivo  $n$ . Também apresentamos as soluções inteiras  $(m, n, a)$  da equação  $M_m + M_n = 2p^a$  com  $m, n \geq 2$ ,  $p$  um primo ímpar e  $a$  um inteiro positivo.

**Pôsteres**

# Raiz Quadrada por Meio de Fatoração pelo Processo Inverso Multiplicativo e Análise Combinatória

Albérico Henrique dos Santos\*

Email: [aej400aej@gmail.com](mailto:aej400aej@gmail.com)  
Cesar School

Warlington dos Santos Silva†

Email: [wss@cesar.school](mailto:wss@cesar.school)  
Cesar School

## Resumo

Será demonstrado como fatorar quadrados cujas raízes são inteiras ou números decimais finitos, por meio do processo inverso da multiplicação padrão e análise combinatória. Para isso será reordenada a tabuada de multiplicação no intervalo de zero a nove em ordem crescente do último algarismo do produto, bem como a ordenação de uma tabuada da soma de dois produtos em ordem crescente do último algarismo do resultado final da soma. Partindo do último algarismo do produto em direção ao primeiro, por meio da combinatória, será montado, um a um, os  $n$  algarismos dos fatores. Para finalizar, será implementado um algoritmo em linguagem natural para cálculos de raízes quadradas pequenas, conseqüentemente, será implementado na linguagem de programação Python 3 para viabilizar o cálculo de raízes quadradas na casa dos milhares de dígitos de forma instantânea em qualquer computador ou smartphone pessoal com pouco poder de processamento. Palavras-chaves: Raiz quadrada, fatoração, análise combinatória.

## Referências

- [1] SANTOS, ALBÉRICO HENRIQUE E SILVA, WARLINGTON DOS SANTOS. *Fatoração de Números Inteiros pelo Processo Inverso Multiplicativo e Análise Combinatória*. VI Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste, 2021.
- [2] AGRAWAL, MANINDRA, SAXENA, NITIN, AND SRIVASTAVA, SHUBHAM SAHAI. *Integer Factoring Using Small Algebraic Dependencies*. International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science, 2016.
- [3] ERATÓSTENES IN: *WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre*. Wikimedia, 2017. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Erat%C3%B3stenes>. Acesso em: 12 abr. 2021.
- [4] FERMAT. P. IN: *WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre*. Wikimedia, 2017. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Pierre\\_de\\_Fermat](https://pt.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat). Acesso em: 13 abr. 2021.

---

\*Mestrando em Engenharia de Software pela Faculdade de Tecnologia Cesar School, Porto Digital, Recife-PE, Brasil.

†Mestrando em Engenharia de Software pela Faculdade de Tecnologia Cesar School, Porto Digital, Recife-PE, Brasil.

- [5] JERABEK, EMIL. *Integer factoring and modular square roots*. Institute of Mathematics of the Academy of Sciences, 2015.
- [6] MARQUES, N. A. S. *Fatoração de Inteiros. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)*.
- [7] RSA . P. IN: *WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre*. Wikimedia, 2017. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/RSA\\_\(sistema\\_criptogr%C3%A1fico\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/RSA_(sistema_criptogr%C3%A1fico)). Acesso em: 13 abr.2021.
- [8] YANG, L. T.; HUANG, Y.; PAN, J. F. Q.; CHUNSHENG, Z.. *An improved parallel block Lanczos algorithm over  $GF(2)$  for integer factorization*. Science Direct, 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0020025516310362>. Acesso em: 13 abr. 2021.

# Fatoração de Números Inteiros pelo Processo Inverso Multiplicativo e Análise Combinatória

**Albérico Henrique dos Santos\***

Email: [aej400aej@gmail.com](mailto:aej400aej@gmail.com)

Faculdade de Tecnologia Cesar School, Porto Digital  
Pernambuco, Brasil

**Warlington dos Santos Silva†**

Email: [wss@cesar.school](mailto:wss@cesar.school)

Faculdade de Tecnologia Cesar School, Porto Digital  
Pernambuco, Brasil

## Resumo

Este trabalho objetiva demonstrar como fatorar números inteiros por meio do processo inverso da multiplicação padrão e análise combinatória. Para isso será reordenada a tabuada de multiplicação no intervalo de zero a nove em ordem crescente do último algarismo do produto, bem como a ordenação de uma tabuada da soma de dois produtos em ordem crescente do último algarismo do resultado final da soma. Partindo do último algarismo do produto em direção ao primeiro, por meio da combinatória, será montado, um a um, os algarismos de todos os fatores. Para finalizar, será implementado um algoritmo em linguagem natural para calcular os fatores pequenos. Conseqüentemente, será implementado na linguagem de programação Python 3 para viabilizar o cálculo de fatores na cada das dezenas de dígitos.

**Palavras-chaves:** Números inteiros, fatoração, análise combinatória.

## Referências

- [1] SANTOS, ALBÉRICO HENRIQUE E SILVA, WARLINGTON DOS SANTOS. - *Raiz Quadrada por Meio de Fatoração pelo Processo Inverso Multiplicativo e Análise Combinatória*. VI Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste, 2021.
- [2] AGRAWAL, MANINDRA, SAXENA, NITIN, AND SRIVASTAVA, SHUBHAM SAHAI. - *Integer Factoring Using Small Algebraic Dependencies..* International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science, 2016.
- [3] ERATÓSTENES. - *WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre..* Wikimedia, 2017. Disponível em: < <https://pt.wikipedia.org/wiki/Erat%C3%B3stenes> >. Acesso em: 12 abr. 2021.

---

\*Mestrando em Engenharia de Software pela Faculdade de Tecnologia Cesar School, Porto Digital, Recife-PE, Brasil.

†Mestrando em Engenharia de Software pela Faculdade de Tecnologia Cesar School, Porto Digital, Recife-PE, Brasil.

- [4] FERMAT. P. - *WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre..* Wikimedia, 2017. Disponível em: < [https://pt.wikipedia.org/wiki/Pierre\\_de\\_Fermat](https://pt.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat) >. Acesso em: 13 abr. 2021.
- [5] JERABEK, EMIL. -*Integer factoring and modular square roots..* Institute of Mathematics of the Academy of Sciences, 2015.
- [6] MARQUES, N. A. S. -*Fatoração de Inteiros. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática.*
- [7] RSA . P. - *WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre..* Wikimedia, 2017. Disponível em: < [https://pt.wikipedia.org/wiki/RSA\\_\(sistema\\_criptogr%C3%A1fico\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/RSA_(sistema_criptogr%C3%A1fico)) >. Acesso em: 13 abr. 2021.
- [8] YANG, L. T.; HUANG, Y.; PAN, J. F. Q.; CHUNSHENG, Z. *An improved parallel block Lanczos algorithm over  $GF(2)$  for integer factorization..* Science Direct, 2017. Disponível em: < <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0020025516310362> >. Acesso em: 13 abr. 2021.

# Espaços de Lindelöf e o Problema de Michael

Alexssandra Thais Pereira Alves de Souza \*

Universidade Federal do ABC (UFABC)

São Paulo, Brasil

Rodrigo Roque Dias †

Universidade Federal do ABC (UFABC)

São Paulo, Brasil

## Resumo

O conceito de espaço de Lindelöf é uma generalização natural da noção de espaço topológico compacto, a qual manifesta comportamento drasticamente diferente de compacidade já em suas propriedades básicas. Por exemplo, a propriedade de Lindelöf (ao contrário da compacidade) em geral não é preservada em produtos topológicos; em particular, pode-se perguntar se o produto topológico de um espaço de Lindelöf com o espaço dos números irracionais deve necessariamente ser um espaço de Lindelöf. Esta pergunta é conhecida como Problema de Michael, e é hoje um dos principais problemas em aberto na área de topologia geral. Um espaço de Lindelöf regular cujo produto com o espaço dos irracionais não é de Lindelöf recebe o nome de espaço de Michael; há diversas construções de exemplos consistentes de espaços de Michael, porém uma resposta definitiva para o Problema de Michael ainda não foi obtida.

O objeto de estudo neste projeto são espaços de Lindelöf e alguns problemas em aberto relacionados a eles. Mostramos algumas construções consistentes de um espaço de Michael — assumindo hipóteses adicionais a ZFC, como a Hipótese do Contínuo, que é a afirmação  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ . Tratamos também do problema de Arkhangel'skiĭ sobre a cardinalidade de espaços de Lindelöf satisfazendo o primeiro axioma de enumerabilidade e também do problema de Hajnal e Juhász a respeito da reflexão da propriedade de Lindelöf para subespaços de cardinalidade  $\aleph_1$ . E ainda, estudamos algumas condições suficientes para que um espaço seja produtivamente de Lindelöf (que é uma propriedade acerca da preservação da propriedade de Lindelöf por produtos topológicos).

## Referências

- [1] ALEXANDROFF, P. S.; URYSOHN, P. S., *Mémoire sur les espaces topologiques compacts*, Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Series A **14** (1929), 1–96.
- [2] ALSTER, K., *On the class of all spaces of weight not greater than  $\omega_1$  whose Cartesian product with every Lindelöf space is Lindelöf*, Fundamenta Mathematicae **129:2** (1988), 133–140.

---

\*Projeto financiado pela FAPESP, processo número 19/11642-0.

†Orientador do projeto.

- [3] ARKHANGEL'SKII, A., *On the cardinality of bicompacta satisfying the first axiom of countability*, Soviet Mathematics. Doklady **10** (1969), 951–955.
- [4] BAUMGARTNER, J. E.; TALL, F. D., *Reflecting Lindelöfness*, Topology and its Applications **122** (2002), 35–49.
- [5] CIESIELSKI, K., *Set theory for the working mathematician*, Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [6] HAJNAL, A.; JUHÁSZ, I., *Remarks on the cardinality of compact spaces and their Lindelöf subspaces*, Proceedings of the American Mathematical Society **59**:1 (1976), 146–148.
- [7] HODEL, R., *Cardinal functions I*, in: Handbook of set-theoretic topology (K. Kunen and J. E. Vaughan, eds.). Amsterdam: North-Holland (1984). pp. 1–61.
- [8] KAPLANSKY, I., *Set theory and metric spaces*, Boston: Allyn and Bacon, Inc. (1972), xii+140 pp.
- [9] MICHAEL, E. A., *Paracompactness and the Lindelöf property in finite and countable Cartesian products*, Compositio Mathematica **23**:2 (1971), 199–214.
- [10] MICHAEL, E. A., *The product of a normal space and a metric space need not be normal*, Bulletin of the American Mathematical Society **69** (1963), 375–376.

# Espaço-Tempo Estático de Einstein-Maxwell Invariante por Translação

Ana Paula de Melo\*

Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

Ilton Menezes†

Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

Romildo Pina ‡

Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Neste trabalho, estudamos o espaço-tempo estático de Einstein-Maxwell quando o fator espacial é conforme a um espaço pseudo-Euclidiano  $n$ -dimensional, que é invariante sob ação de um grupo de translação  $(n - 1)$ -dimensional. Obtemos uma classificação completa para as soluções das Equações Estáticas de Einstein-Maxwell, além disso demos um método para construir novas soluções exatas para o sistema eletrostático, incluindo novas soluções geodesicamente completas.

## Referências

- [1] LEANDRO, BENEDITO; DE MELO, ANA PAULA; MENEZES, ILTON; PINA, ROMILDO, *Static Einstein-Maxwell space-time invariant by translation*, arXiv:2010.10708.

---

\*Ana Paula de Melo teve apoio financeiro de PROPG-CAPES

†Ilton Menezes teve apoio financeiro de PROPG-CAPES

‡Romildo Pina teve apoio financeiro de CNPq/Brasil [Grant number: 305410/2018-0]

# Novas Superfícies Planas em $\mathbb{S}^3$

Armando M. V. Corro<sup>‡</sup>

Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

Marcelo Lopes Ferro<sup>§</sup>

Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Consideramos um método de construção de superfícies planas baseado nas transformações de Ribaucour em  $\mathbb{S}^3$ . Aplicando a teoria ao toro plano, obtemos uma família de superfícies planas completas em  $\mathbb{S}^3$  que é determinada por vários parâmetros. Fornecemos exemplos explícitos.

## Referências

- [1] Bianchi, L.: *Lezioni di geometria Differenziale*. Terza Edizione, Nicola Zanichelli Editore (1927).
- [2] Corro, A. M. V.; Ferreira, W. P.; Tenenblat, K.: *Ribaucour transformations for Constant mean curvature and linear Weingarten surfaces*. Pacific Journal of Mathematics. 212, 2, (2003), 265-296.
- [3] Martinez A.; Santos, J.; Tenenblat, K.: *Helicoidal flat surfaces in hyperbolic 3-space*. Pacific Journal of Mathematics. 264, 1, (2013), 195-211.
- [4] Manfio, F.; Santos, J.: *Helicoidal flat surfaces in 3-sphere*. Mathematische Nachrichten. 292, 127-136, (2019).
- [5] Tenenblat, K.; Wang, Q.: *Ribaucour Transformations for Hypersurfaces in Space Forms*. Annals of Global Analysis and Geometry, 29, (2006), 135-162.

---

<sup>‡</sup>Caixa Postal 131, 74001-970, Goiânia, GO, Brazil

<sup>§</sup>Caixa Postal 131, 74001-970, Goiânia, GO, Brazil

# Aplicações das Equações Diferenciais com Retardos em Modelos Populacionais

Aryel Araújo \*

Departamento de Matemática  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

## Resumo

Nesse trabalho iremos investigar modelos populacionais envolvendo retardamento, como é o caso da Equação de Hutchinson, dada por:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N(t - \tau)}{K} \right)$$

onde  $N$  é o tamanho da população,  $r > 0$  é a taxa de natalidade e  $K > 0$  é a capacidade máxima do meio ambiente.

O modelo proposto por Hutchinson é uma reformulação da Equação Logística e foi um dos primeiros modelos a considerar retardamento na equação, onde esse pode ser interpretado como período entre o nascimento e a fase de reprodução.

O comportamento da solução muda drasticamente quando consideramos a reformulação de Hutchinson, passando de um comportamento sem oscilação para um comportamento altamente oscilatório.

Além disso, apresentamos alguns exemplos de populações que possuem comportamento oscilatório, como a população de lemingues e de moscas varejeiras, cujo experimento acarretou na Equação de Blowfly, uma reformulação da equação de Hutchinson, inserindo o retardo no início da equação.

## Referências

- [1] Thomas Erneux, *Applied Delay Differential Equations*, Springer-Verlag-New York., 2009.
- [2] Barbarossa, M, *On a class of neutral equations with state-dependent delay in population dynamics.*, Tese (Doutorado em Ciências Naturais) - Technische Universität München Zentrum Mathematik, 2012.

---

\*Este trabalho teve o apoio financeiro do CNPq, processo: 134825/2020-9.

# Soluções Auto-Similares do FCM em $\mathbb{R}^3$

**Benedito Leandro**

Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)\*  
Goiás, Brasil

**Rafael Novais<sup>†</sup>**

Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)<sup>‡</sup>  
Goiás, Brasil

**Hiuri F. S. dos Reis**

Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)<sup>§</sup>  
Goiás, Brasil

## Resumo

Neste artigo fazemos uma análise das soluções auto-similares do fluxo de curvatura média (FCM) por superfícies de revolução e superfícies regradas em  $\mathbb{R}^3$ . Provamos que soluções auto-similares do FCM por superfícies não-cilíndricas e superfícies cônicas em  $\mathbb{R}^3$  são triviais. Além disso, caracterizamos as soluções auto-similares do FCM por superfícies de revolução sob um movimento homotético helicoidal em  $\mathbb{R}^3$  em termos da curvatura da curva geratriz. Por fim, caracterizamos as soluções auto-similares do FCM por superfícies cilíndricas sob um movimento homotético helicoidal em  $\mathbb{R}^3$ . Famílias explícitas de soluções exatas do FCM por superfícies cilíndricas também são dadas.

## Referências

- [1] M. P. do Carmo - *Differential geometry of curves and surfaces*: revised and updated second edition. Courier Dover Publications, (2016). MR3837152
- [2] T. H. Colding, W. P. Minicozzi II & E. K. Pedersen - *Mean Curvature Flow*. Bull. AMS. 52.2 (2015): 297-333. MR3312634
- [3] A. A. Cintra, B. Leandro & H. dos Reis - *A family of MCF solutions for the Heisenberg Group*. to appear. Diff. Geom. Appl. 71 (2020): 101633. MR4091907
- [4] H. P. Halldorsson - *Self-similar solutions to the curve shortening flow*. Transactions AMS. (2012): 5285-5309. MR2931330

---

\*Goiania, CEP 74690-900

<sup>†</sup>Rafael Novais was partially supported by PROPG-CAPES [Finance Code 1811476].

<sup>‡</sup>Goiania, CEP 74690-900

<sup>§</sup>Goiania, CEP 74690-900

- [5] H. P. Halldorsson - *Helicoidal surfaces rotating/translating under the mean curvature flow*. Geom. dedicata 162.1 (2013): 45-65. MR3009534
- [6] H. P. Halldorsson - *Self-similar solutions to the mean curvature flow in the Minkowski plane  $\mathbb{R}^{1,1}$* . J. Reine Angew. Math. 2015.704 (2015): 209-243. MR3365779
- [7] N. Hungerbühler & K. Smoczyk - *Soliton solutions for the mean curvature flow*. Diff. Int. Eq. vol 13 (10-12), (2000): 1321-1345. MR1787070
- [8] F. Martín, J. Pérez-García, A. Savas-Halilaj & K. Smoczyk - *A characterization of the grim reaper cylinder*. J. Reine Angew. Math. no. 746, (2019): 209-234. MR3895630
- [9] H. dos Reis & K. Tenenblat - *Soliton solutions to the curve shortening flow on the sphere*. Proc. AMS. 47.11 (2019): 4955-4967. MR4011527
- [10] H. dos Reis & K. Tenenblat - *The mean curvature flow by parallel hypersurfaces*. Proc. AMS. 146 (2018): 4867-4878. MR3856153

# G-Gradações para a Álgebra das Matrizes de Ordem 3

**Bruno Reis Ramos** <sup>¶</sup>

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)  
Bahia, Brasil

**Júlio César dos Reis**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)  
Bahia, Brasil

## Resumo

Quando estudamos um novo ramo da matemática e nos deparamos com os objetos dessa teoria bem como as suas respectivas definições, uma pergunta natural que geralmente é feita é a quantos ou quais são todas as configurações possíveis que tais objetos podem admitir dada as definições e os objetos que estão sendo trabalhados, tal problema tem raízes em aspectos combinatórios da teoria. Por exemplo, quando estudamos aritmética nos deparamos com uma propriedade muito interessante dos números naturais: eles podem ser decompostos como produto de fatores primos, após provarmos esse resultado, nos perguntamos quantas são e, eventualmente, quais são as possíveis fatorações que um natural pode ter. O teorema fundamental da aritmética nos diz que existe apenas uma única forma de realizar tal propriedade. Outra propriedade relevante é decompor números naturais como soma de outros naturais, nesse caso, encontrar quantas e quais são todas as possíveis combinações é um trabalho mais árduo. Podemos ainda generalizar essas idéias para estruturas mais gerais que o conjunto dos números naturais, como para grupos, podemos citar o teorema fundamental dos grupos abelianos, que não apenas responde quantos grupos abelianos de ordem  $n$  existem, como também quais são. Podemos observar, por tanto, que esses problemas de quantidade e identificações variam conforme as estruturas em que estão sendo trabalhadas, bem como as operações definidas na mesma, se for o caso. Nesse sentido, o seguinte problema, conhecido como problema de Zelmanov, se torna interessante: “encontrar todas as  $G$ -gradações para a álgebra das matrizes”. Para entender esse problema, vamos tomar  $\mathbb{K}$  um corpo,  $A$  uma  $\mathbb{K}$ -álgebra e  $G$  um grupo, em seguida definimos o seguinte conceito de  $G$ -gradação: “uma  $G$ -gradação em  $A$  é uma decomposição  $A = \bigoplus_{g \in G} A_g$  como soma direta de  $\mathbb{K}$ -subespaços vetoriais de  $A$ , tal que  $A_g A_h \subseteq A_{gh}$ , para quaisquer  $g$  e  $h \in G$ . Visto que as matrizes desempenham um papel importante na teoria de anéis se torna interessante fazer essa análise de quantidade e identificação de todas as  $G$ -gradações na álgebra das matrizes de ordem qualquer sobre um corpo qualquer. O trabalho de descrever essas gradações se mostrou nada simples, de modo que ele apenas foi resolvido para casos muito particulares, Bathurin em 2001 resolveu o problema quando  $\mathbb{K}$  é algebricamente fechado e  $G$  é abeliano. Tal problema, foi resolvido em condições gerais por Dascalescu e Crina Boboc, porém, apenas para matrizes de ordem 2 e 3 em 2002 e 2007, respectivamente. É aqui que o nosso trabalho se encontra, em analisar essas artigos e os resultados que decorrem dos mesmos, bem como sua aplicação em outras áreas, tal como na teoria de identidades polinomiais. Fizemos um estudo completo do artigo e efetuamos um trabalho de pesquisa minuciosa que nos permitiu

---

<sup>¶</sup>Afiliação - DCET

identificar as técnicas usada pelos autores, além disso, a partir dos conceitos presente no artigo, avaliamos certos comportamentos quando se trabalha com corpos de natureza distinta, e podemos citar as diferenças quando estamos trabalhando em  $\mathbb{R}$  ou em  $\mathbb{Z}_3$ .

## Referências

- [1] LANG, SERGE, Algebra: A graduate course. Nova York: Spring Verlag (2002).
- [2] BOBOC, CRINA AND DĂSCĂLESCU, S, *Group Gradings on  $M_3(k)$*  , Communications in Algebra, 35: 9,2654 — 2670.
- [3] HOFMANN, KENNETH, *Linear Algebra.* , Pearson.
- [4] GONÇALVES, ADILSON, *Introdução à Álgebra.*, Rio de Janeiro: IMPA (2007).

# Geometria com Pontos no Infinito Onde Duas Retas Paralelas se Encontram?

Caio Tomás de Paula\*

Universidade de Brasília (Unb)  
Brasília, Brasil

Lucas Conque Seco Ferreira†

Universidade de Brasília (Unb)  
Brasília, Brasil

## Resumo

A geometria projetiva é um tema de estudo amplo e muito bonito. Nosso objetivo nesse trabalho é dar uma visão intuitiva e sobretudo geométrica das ideias centrais do tema. Nesse contexto, nosso foco é tentar mostrar o mais intuitivamente possível, mas com certo rigor, que no plano projetivo todas as seções cônicas (elipse, parábola e hipérbole) são dadas pela mesma curva, a saber, uma elipse.

## Referências

- [1] Barros, Abdênago; Andrade, Plácido, *Introdução à Geometria Projetiva*, SBM: Textos Universitários, 2010.
- [2] Seco, Lucas, *Cônicas*, vAnotações, 2017.
- [3] Berger, Marcel, *Geometry I*, Springer, 1987.
- [4] Hitchin, Nigel, *Projective Geometry*, Lecture notes, 2003.

---

\*Bolsista pelo MEC/FNDE do PETMAT-UnB

†Professor do Departamento de Matemática - UnB

# Critérios e Divisibilidade Não Habituais

**Camila Peres de Souza\***

Campus de Três Lagoas (CPTL)  
Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

**Gabriela Lima Canassa †**

Campus de Três Lagoas (CPTL)  
Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

**Antonio Carlos Tamarozzi ‡**

Campus de Três Lagoas (CPTL)  
Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

## Resumo

O grupo PET Matemática de Educação Tutorial, vinculado ao curso de Licenciatura em Matemática da UFMS/CPTL, realiza atividades regulares de monitoria e oficinas para auxiliar os alunos calouros do curso, em particular em uma disciplina que aborda noções introdutórias da Teoria dos Números. Durante o planejamento e a execução destas atividades, surgiram questionamentos da equipe participante em relação aos critérios de divisibilidade. Esses critérios auxiliam e facilitam verificar se um dado número inteiro é divisível por outro número inteiro, por meio de algoritmos algébricos simples, despertando o interesse em estudantes iniciantes na Matemática. Este fato se faz importante ao proporcionar resoluções rápidas de problemas que envolvem divisibilidade, congruência e fatorações. Acontece que no ensino, os critérios mais comuns restringem-se a testes de divisões com os números no intervalo de 2 a 11 e contemplam as aplicações numéricas de sua utilização, não dando a devida importância às demonstrações da validade dos resultados. Entretanto, de acordo com G. Stylianides J. Stylianides, citados por N. Amado, J. Sanchez e J. Pinto(2014,p.02) "A demonstração é considerada a base da compreensão em Matemática e é essencial para desenvolver, criar e comunicar o conhecimento matemático". Então, surgiu um trabalho de ensino e pesquisa inserido no grupo, com o objetivo de apresentar a demonstração de alguns critérios de divisibilidade com valores não convencionais e também, o projeto proporciona material educativo para minicursos e palestras no meio acadêmico. Isto será feito utilizando os métodos de demonstração com base em congruências, classes de resto, fatorações e na expansão de qualquer número positivo  $a_n...a_1a_0$  na base 10: existem únicos inteiros  $0 \leq a_i \leq 9$  e  $n \geq 1$  de modo que,  $a_n...a_1a_0 = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \dots + a_n \cdot 10^n$ . Foram demonstrados os critérios de divisibilidade por 3 e 17, porém é possível ampliar os testes

---

\*Autora, bolsista do Programa de Educação Tutorial PET Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, FNDE

†Autora, bolsista do Programa de Educação Tutorial PET Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, FNDE

‡Orientador, bolsista do Programa de Educação Tutorial PET Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, FNDE

de divisibilidade para outros valores e as justificativas dos funcionamentos também podem ser apresentadas. Pode-se concluir que feito isto fica provada a validade e a funcionalidade desses critérios.

## Referências

- [1] HEFEZ, ABRAMO, Elementos de aritmética. Sociedade Brasileira de Matemática: Textos universitários, 2006.
- [2] ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M., Praticando matemática: 3. ed. ren. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.
- [3] DOMINGUES, H.; LEZZI, G., Fundamentos de Aritmética. 2 ed. reform. São Paulo: Atual, 1991.
- [4] IEZZI, G.; DOLCE, O., Machado A. Matemática e realidade: 60 ano. 6 ed. São Paulo: Atual, 2009.
- [5] NETO, HULTON, Critérios de Divisibilidade. Orientador: Me. Rafael Afonso Barbosa. 2016. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade Federal da Grande Dourados, [S. l.], 2016. Disponível em: <https://portaldabmep.impa.br/uploads/msg/7svpyg59srok0.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2021.
- [6] AMADO, NÉLIA; SANCHEZ, JUAN; PINTO, JORGE, The Use of Geogebra in Mathematical Proof in the Classroom: studying the Euler line. Proof. Geometry. Geogebra. Triangle. Euler Line., [s. l.], 2014. DOI <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a11>. Disponível em: [https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2015000200012script=sci\\_arttext](https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2015000200012script=sci_arttext). Acesso em : 19abr.2021.

# Situações Generalizáveis para o Ensino do Conceito de Grupo

**Carlos Henrique Delmiro de Araújo**

Email: [delmiro@multimeios.ufc.br](mailto:delmiro@multimeios.ufc.br)

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Ceará, Brasil

**Daniel Brandão Menezes**

Email: [danielbrandao@multimeios.ufc.br](mailto:danielbrandao@multimeios.ufc.br)

Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA)

Ceará, Brasil

**Hermínio Borges Neto**

Email: [herminio@multimeios.ufc.br](mailto:herminio@multimeios.ufc.br)

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Ceará, Brasil

## Resumo

Esta é uma pesquisa em nível de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal do Ceará que aborda o ensino da estrutura algébrica Grupo pautado em situações generalizáveis contextualizadas. Estudos atentam que o professor deve evitar iniciar a aula pelas definições dessas estruturas, visto que a apresentação de situações-problema propicia padrões que generalizem esses problemas a partir da definição. Dessa forma, o objetivo desse trabalho é investigar o desenvolvimento de um curso de extensão para o ensino do conceito de Grupo, à luz da metodologia de ensino Sequência Fedathi. Assim, a pesquisa buscará um teor quantitativo, abordando respostas aos questionários de pré-teste e pós-teste, e coleta de dados em relação aos feedbacks dos cursistas por meio da Escala de Likert para averiguar a performance dos estudantes após as mediações fundamentadas na proposta metodológica. O meio da investigação de estudo é um curso de extensão no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual Vale do Acaraú para alunos que ainda não cursaram a disciplina de Estruturas Algébricas. Espera-se obter um aumento significativo na média de notas do pré-teste para o pós-teste, como também uma interatividade e colaboração entre os discentes para a descoberta e construção do conceito de grupo. Além disso, acredita-se que será possível abordar as ideias de demonstrações na temática partindo das situações-problema, já que serão situações generalizáveis e contextualizadas. Portanto, esse estudo pretende contribuir com uma alternativa de ensino para o conceito de Grupo, com a ideia de generalização para as outras estruturas algébricas.

## Referências

- [1] ALBUQUERQUE, IZABEL MARIA BARBOSA, **O Conceito de Grupo: sua formação por alunos de matemática**. 2005. 333 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/3111>. Acesso em: 06 mar. 2021.

- [2] BORGES NETO, HERMÍNIO, **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. 136 p.
- [3] LIKERT, RENSIS, **A Technique for the Measurement of Attitudes**. New York: Archives of Psychology, 1932.

# Equação da Onda Imagem na Análise Sísmica do Subsolo

Cassinara Gomes Teixeira †

Email: [cassinara.gomes@ufrgs.br](mailto:cassinara.gomes@ufrgs.br)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Rio Grande do Sul, Brasil

Álvaro Luiz De Bortoli

Email: [dbortoli@mat.ufrgs.br](mailto:dbortoli@mat.ufrgs.br)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Rio Grande do Sul, Brasil

## Resumo

Neste trabalho, estuda-se a equação da onda imagem e sua utilização para o problema da reconstrução de imagens das camadas geológicas do subsolo a partir de uma imagem previamente migrada (remigração). O objetivo é investigar o uso de métodos numéricos na solução da equação da onda imagem, e para isso realizou-se investigação teórica e análise numérica. Os testes numéricos mostram que o uso de diferenças finitas centrais é eficiente e as implementações mostram a similaridade das equações da onda clássica e onda imagem.

## Referências

- [1] FOMEL, SERGEY, *Time-migration velocity analysis by velocity continuation*, Geophysics, 68(2003), 1662–1672.
- [2] HUBRAL, PETER; TYGEL, MARTIN; SCHLEICHER, JÖRG, *Seismic image waves*, Geophys J. Int.. 125(1996), 431–442.
- [3] THOMAZ, JAMES W., *Numerical partial differential equations*, Springer Science & Business Media, 1995.

---

†Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada

# Uma Classe de Autômatos Celulares Probabilísticos sem Restrição à Interação do Vizinho mais Próximo

**César Diogo Bezerra da Silva**

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Pernambuco, Brasil

**Alex Dias Ramos**

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)  
Pernambuco, Brasil

## Resumo

Estudamos uma classe de autômatos celulares probabilísticos cujo a interação não é restrita ao vizinho mais próximo. Cada componente pode assumir o estado *zero* ou *um* e tem dois vizinhos. Se seus vizinhos estiverem no mesmo estado, então a componente assume este mesmo estado. Quando seus vizinhos estão em estados diferentes, então pode ocorrer: se o vizinho direito está no estado *um*, então a componente assume o estado *um* com probabilidade  $\alpha$  ou o estado *zero* com probabilidade  $1 - \alpha$ ; se o vizinho direito está no estado *zero*, então a componente assume o estado *um* com probabilidade  $\beta$  ou o estado *zero* com probabilidade  $1 - \beta$ . Consideramos um conjunto de medidas iniciais para nosso processo. Para essas medidas, quando seus vizinhos estão ambos colocados no lado direito (respectivamente estão ambos no lado esquerdo), provamos que o processo sempre converge fracamente para a medida concentrada na configuração em que todas as componentes são zeros,  $\delta_0$ . Seja  $N$  a distância euclidiana entre os vizinhos de uma componente. Quando um vizinho está posicionado à esquerda e o outro à direita, provamos que se  $\beta < f_N(\alpha)$ , o processo converge para  $\delta_0$ . Mostramos que o tempo médio de convergência apresenta transição de fase. Por um lado, se  $\beta \geq 1 - \alpha$ , o tempo médio é infinito; por outro lado, se  $\beta < f_N(\alpha)$  então este tempo médio é finito. Em particular, quando  $N = 1$ , obtemos um limite superior para o tempo médio de convergência, o qual é uma função linear da medida inicial. A partir de nossos resultados, foi possível estabelecer uma nova observação em um processo bem conhecido na literatura. Além disso, apresentamos algumas análises numéricas do nosso processo.

## Referências

- [1] RAMOS, A. D.; LEITE, A. Convergence Time and Phase Transition in a Non-monotonic Family of Probabilistic Cellular Automata. *Journal of Statistical Physics*, v. 168, n. 3, p. 573-594, 2017.
- [2] TAGGI, L. Critical probabilities and convergence time of percolation probabilistic cellular automata. *Journal of Statistical Physics*, v. 159, n. 4, p. 853-892, 2015.
- [3] TOOM, A. Contornos, Conjuntos Convexos e Autômatos Celulares. 23° Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, RJ, 2001.

# Modelos Matemáticos para o Impacto de Microplásticos sobre Populações Marinhas

**Daniel Saggiomo de Capri**

Universidade Federal do ABC (UFABC)  
São Paulo, Brasil

**Renato Mendes Coutinho**

Universidade Federal do ABC (UFABC)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Neste projeto buscamos estimar o impacto dos microplásticos nas populações marinhas, utilizando ferramentas matemáticas para isto. Ainda não se sabe o real impacto que os microplásticos têm sobre as cadeias marinhas, e buscamos modelá-las para um melhor entendimento e visualização.

Inicialmente modelamos, através de sistemas de equações diferenciais, sistemas marinhos com três espécies: Copépodes e algas de dois tamanhos distintos, nos baseando no artigo "The Impact of Polystyrene Microplastics on Feeding, Function and Fecundity in the Marine Copepod /*Calanus helgolandicus*" para compreender a interferência do microplástico no comportamento dos Copépodes e na dinâmica destas populações. Posteriormente formulamos modelos mais complexos com cinco espécies, em que incorporamos desde a base da cadeia alimentar até um predador de topo.

Com o modelo para três espécies pudemos observar as alterações nas dinâmicas das populações para diferentes quantidades de microplásticos e a partir de qual valor é mais benéfico que os Copépodes evitem comer algas grandes e passem a preda exclusivamente algas pequenas. Descobrimos que com o aumento de microplásticos no ambiente ocorre a possibilidade da invasão por um dos tipos de algas em um ambiente já em equilíbrio. Ainda, com o incremento de microplásticos, a coexistência dos dois tipos de algas que se relacionavam por competição aparente é favorecida. Já em modelos mais elaborados de cinco espécies vimos que dependendo de como o modelo é estruturado a propensão para ele apresentar caos é grande, o que é raramente observado na natureza. Com isso estruturamos um modelo mais complexo, que leva em conta mais interações tróficas, que deve ser mais estável que o anterior.

## Referências

- [1] COLE, M.; LINDEQUE, P.; FILEMAN, E.; HALSBAND, C.; GALLOWAY, T. S., *The impact of polystyrene microplastics on feeding, function and fecundity in the marine copepod calanus helgolandicus*, Environmental Science Technology, 49 (2) (2015), 1130-1137.
- [2] GOTELLI, N. J., Ecologia, 4.ed., PLANTA, 2009.
- [3] KOT, M., Elements of mathematical ecology, New York, Cambridge University Press, 2001.

# A Ressignificação da Educação Matemática no Contexto do Ensino Remoto

**Débora Marília Hauenstein**

Email: [debora.hauenstein@ufrgs.br](mailto:debora.hauenstein@ufrgs.br)  
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)  
Rio Grande do Sul, Brasil

**André Luis Andrejew Ferreira**

Email: [andrejew.ferreira@gmail.com](mailto:andrejew.ferreira@gmail.com)  
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)  
Rio Grande do Sul, Brasil

**Guilherme Porto**

Email: [guilherme.porto@iffarroupilha.edu.br](mailto:guilherme.porto@iffarroupilha.edu.br)  
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)  
Rio Grande do Sul, Brasil

## Resumo

Neste trabalho estudamos os impactos provocados pela pandemia do novo coronavírus (COVID-19) no regime de trabalho de duas escolas públicas estaduais do Rio Grande do Sul e seus efeitos no ensino da matemática. Nosso objetivo é investigar os novos significados da prática docente dos professores, que estavam habituados ao ensino presencial, e que ingressaram no ensino remoto da matemática por meio da análise de suas experiências. Escolhemos a história oral temática [2] como metodologia de pesquisa e realizamos entrevistas com professores que atuam em duas escolas públicas estaduais, uma do município de Porto Alegre e outra do município de Novo Hamburgo. Realizamos uma análise das narrativas dos participantes contextualizando suas experiências com referenciais teóricos que abordam a introdução de novas tecnologias no processo de ensino, a mediação do docente para a construção do conhecimento matemático com ferramentas didáticas digitais e as consequências do ensino remoto na prática docente [1, 3]. Por fim, apresentamos nossas conclusões sobre as temáticas analisadas e do panorama atual do ensino de matemática nas escolas públicas estaduais visando contribuir para o desenvolvimento dos estudos e reflexões sobre o assunto.

## Referências

- [1] LEITE, MARLI QUADROS, *Interação pela linguagem: o discurso do professor*, Ensino de língua portuguesa: oralidade, escrita, leitura. (2011), 55–66.
- [2] MEIHY, JOSÉ CARLOS SEBE BOM; RIBEIRO, SUZANA LOPES SALGADO, *Guia prático de história oral: para empresas, universidades, comunidades, famílias*, Contexto, 2011.
- [3] SHIMAZAKI, ELSA ; MENEGASSI, RENILSON JOSÉ; FELLINI, DINÉIA, *Ensino remoto para alunos surdos em tempos de pandemia*, *Práxis Educativa*. 15 (1) (2020), 1–17.

# A Matemática e o Coronavírus: Pensando a Relação Entre o Ensino e a Aprendizagem Crítica

**Diego Fernando Batista**

Email: ra103694@uem.br

**Lucas Allan Peixoto Peraro**

Email: 104588@uem.br

**Rual Franzão**

Email: ra1104302@uem.br

**Rosana Volpato**

Email: rosana.volpato@escola.pr.gov.br

**Sandra Regina D'Antonio Verrengia**

Email: srdantonio@uem.br

## Resumo

Neste trabalho apresentamos algumas reflexões a respeito de uma atividade desenvolvida no âmbito do projeto Residência Pedagógica de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM) em duas escolas públicas do noroeste do Paraná com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio. A experiência aqui descrita se enquadra na categoria de relato de experiência tendo como objetivo principal o pensar a Matemática de forma crítica, no sentido de os conceitos matemáticos desenvolvidos em sala de aula tornarem-se uma ferramenta para a leitura, interpretação e compreensão do mundo a nossa volta. A atividade intitulada: “O Covid presente na Matemática da vida” consistiu na aplicação de uma situação-problema aos discentes do Ensino Fundamental II e Médio (elaborada pelos autores discentes do curso de Licenciatura em Matemática), englobando aspectos relacionados à taxa de transmissão do COVID-19 no Brasil, com o intuito de desenvolver nos discentes a capacidade de interpretar situações do cotidiano, generalizar conceitos matemáticos, relembrar questões relacionadas a matemática básica e suas propriedades, bem como, fazer a leitura das informações que circulam nas redes sociais e televisivas de forma crítica, percebendo a importância de seguir as orientações preventivas frequentemente sugeridas (utilização de máscara, álcool em gel, distanciamento social, entre outros). A partir da atividade desenvolvida foi possível observar a importância da utilização de situações-problema para a discussão crítica de questões sociais vigentes levando os discentes a pensar a respeito da matemática para além dos cálculos, operações e equações algébricas e, por meio das conjecturas, estratégias e soluções por eles apresentadas, discutir e formalizar os conceitos matemáticos presentes na situação-problema proposta. Outro fator, não menos importante refere-se à comunicação, isto é, as interações estabelecidas entre professor-aluno e entre alunos que, se alicerçada em questionamentos provocadores, incentivam a participação dos discentes auxiliando de forma mais qualificada na aprendizagem dos estudantes.

## Referências

- [1] ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p.160.
- [2] BUTANTAN, Canal. COVID-19. Youtube, 6 de Mar. de 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Atv1fJrfIg8>. Acesso em: 19 de abril de 2021.
- [3] ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.
- [4] SKOVSMOSE, O. Educação matemática crítica: a questão da democracia. São Paulo: Papirus, 2001. 160.

# Sobre Existência e Multiplicidade de Soluções para uma Classe de Equações de Choquard Logarítmicas com Não Linearidade Exponencial Crítica

Eduardo de Souza Böer \*  
Departamento de Matemática  
Universidade Federal de São Carlos  
São Paulo, Brasil

Olímpio H. Miyagaki †  
Departamento de Matemática  
Universidade Federal de São Carlos  
São Paulo, Brasil

## Resumo

No presente trabalho estudamos a existência e multiplicidade de soluções para a seguinte classe de equações de Choquard logarítmicas  $(-\Delta)^{\frac{1}{2}}u + u + (\ln|\cdot| * |u|^2)u = f(u)$  em  $\mathbb{R}$ , onde  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma não linearidade contínua com crescimento exponencial crítico. Considerando sobre  $f$  condições usuais no estudo de não linearidades do tipo Moser-Trudinger e por meio da aplicação de técnicas variacionais, obtemos a existência de uma solução no nível do Passo da Montanha e uma solução do tipo *ground state*. Além disso, fazendo uso da teoria de gênero e considerando que  $f$  possui crescimento exponencial subcrítico, provamos a existência de infinitas soluções.

## Referências

- [1] BÖER, EDUARDO DE SOUZA; MIYAGAKI, OLÍMPIO HIROSHI, *The Choquard Logarithmic Equation Involving Fractional Laplacian Operator and a Nonlinearity with Exponential Critical Growth*, 2020. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2011.12806v2>.
- [2] CINGOLANI, SILVIA; WETH, TOBIAS, *On the Planar Schrödinger-Poisson System*, *Annales de l'Institut Henri Poincaré C, Analyse Non Linéaire*, v. 33, n. 1, p. 169-197, 2016.
- [3] DU, MIAO; WETH, TOBIAS, *Ground states and high energy solutions of the planar Schrödinger-Poisson system*, *Nonlinearity*, v. 30, n. 9, p. 3492-3515, 2017.
- [4] OZAWA, TOHRU, *On Critical Cases of Sobolev's Inequalities*, *Journal of Functional Analysis*, v. 127, n. 2, p. 259-269, .

---

\*CAPES - Código 001 e FAPESP - Processo # 2019/22531-4

†FAPESP - Processo # 2019/24901-3 e CNPq - Código # 307061/2018-3

# Sobre Gradiente Ricci-Harmnico Solitons em Espaços Produto Torcido

**Elismar Dias Batista\***

Email: [elismardb@gmail.com](mailto:elismardb@gmail.com)

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

**Levi Rosa Adriano†**

Email: [levi@ufg.br](mailto:levi@ufg.br)

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

**Willian Isao Tokura†**

Email: [williamisaotokura@hotmail.com](mailto:williamisaotokura@hotmail.com)

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Neste trabalho, estudamos gradiente Ricci-Harmnico soliton com estrutura de produto torcido. Obtemos alguns resultados de trivialidade para a funo potencial, funo toro, e mapa harmnico quando estas atingem um mximo ou mnimo. A fim de fornecer exemplos no triviais de gradiente Ricci-harmnico soliton produto torcido, consideramos a base e a fibra conforme a um espao semi-euclidiano, que invariante sob a ao de um grupo de translao de co-dimenso um. Esta abordagem nos permite produzir uma infinidade de exemplos de gradiente Ricci-Harmnico soliton geodesicamente completos semi-Riemannianos no presentes na literatura.

## Referências

- [1] C. Bang-yen. *Differential geometry of warped product manifolds and submanifolds*. World Scientific, 2017.
- [2] A. L. Besse. *Einstein manifolds*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [3] R. L. Bishop and B. O'Neill. *Manifolds of negative curvature*. Transactions of the American Mathematical Society, 145:1-49, 1969.
- [4] M. L. de Sousa and R. Pina. *Gradient Ricci solitons with structure of warped product*. Results in Mathematics, 71(3-4):825-840, 2017.

---

\*Instituto Federal de Educação do Tocantins, Rodovia TO 040 - Km 349 Loteamento Rio Palmeira, 77300- 000, Dianópolis, TO Brazil.

†Universidade Federal de Goiás, IME, 131, 74001-970, Goiânia, GO, Brazil.

†Universidade Federal de Goiás, IME, 131, 74001-970, Goiânia, GO, Brazil.

- [5] F. Dobarro and E. Lami Dozo. *Scalar curvature and warped products of Riemannian manifolds*. Transactions of the American Mathematical Society, 303(1):161-168, 1987.
- [6] E. Fernández - López, M. & García-Río *A remark on compact Ricci solitons*. In Math. Ann., page 340: 893. Springer, 2008. D. Gilbarg and N. S. Trudinger. *Elliptic partial differential equations of second order*. springer, 2015.
- [7] D. Gilbarg and N. S. Trudinger. *Elliptic partial differential equations of second order*. springer, 2015.
- [8] P. Grisha. *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications ar-Xiv:math/0211159, 2002*.
- [9] T. Ivey. *New examples of complete Ricci solitons*. Proc. Amer. Math. Soc., 122(1):241-245, 1994.
- [10] H. X. Guo, R. Philipowski, and A. Thalmaier. *On gradient solitons of the Ricci-harmonic flow*. Acta Math. Sin. (Engl. Ser.), 31(11):1798-1804, 2015. T. Ivey. *New examples of complete Ricci solitons*. Proc. Amer. Math. Soc., 122(1):241-245, 1994.
- [11] D.-S. Kim and Y. H. Kim. *Compact einstein warped product spaces with nonpositive scalar curvature*. Proceedings of the American Mathematical Society, 131(8):2573-2576, 2003.
- [12] S. D. Lee, B. H. Kim, and J. H. Choi. *Warped product spaces with Ricci conditions*. Turkish Journal of Mathematics, 41(6):1365-1375, 2017.
- [13] B. O'Neill. *Semi-Riemannian geometry with applications to relativity*. volume 103. Academic press, 1983.
- [14] P. Petersen and W. Wylie. *On gradient Ricci solitons with symmetry*. Proc. Amer. Math. Soc., 137(6):2085-2092, 2009.
- [15] P. Petersen and W. Wylie. *Rigidity of gradient Ricci solitons*. Pacific J. Math., 241(2):329-345, 2009.
- [16] W. Tokura, L. Adriano, R. Pina, and M. Barboza. *On warped product gradient Yamabe*. Journal solitons. J. Math. Anal. Appl., 473(1):201-214, 2019.
- [17] M. Zhu. *On the relation between Ricci-Harmonic solitons and Ricci solitons*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 447(2):882-889, 2017.

# Uma Função de Lyapunov para as Equações Parabólicas Degeneradas

Ester Beatriz \*\*

Email: esterbiaeb@usp.br

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
Universidade de São Paulo (USP)  
São Carlos, Brasil

## Resumo

Neste trabalho busco compreender se equações parabólicas degeneradas possuem uma função de Lyapunov (ou de Energia), que decai ao longo de soluções de tais equações parabólicas, tendo como base o que já foi feito no artigo [2] para equações não degeneradas. Note que certas equações degeneradas já possuem energia, como a Equação do  $\rho$ -laplaciano:

$$u_t = (\rho - 1)|u_x|^{\rho-2}u_{xx}, \text{ com energia } E = \int_0^1 \frac{|u_x|^\rho}{\rho} dx,$$

onde  $\rho \in \mathbb{N}$  e  $\rho > 2$ , e a Equação do Meio Poroso:

$$u_t = (|u|^m)_{xx}, \text{ com energia } E = \int_0^1 \frac{|u|^{m+1}}{m+1},$$

onde  $m \in \mathbb{N}$  e  $m > 1$ .

O objetivo principal é propor uma função de Lyapunov para equações degeneradas não lineares que generalizam as equações apresentadas a cima.

## Referências

- [1] H. Matano. Asymptotic behavior of solutions of semilinear heat equations on  $S^1$ . *Nonlinear Diffusion Equations and Their Equilibrium States II*, eds. W.-M. Ni, L. A. Peletier, J. Serrin, 139–162, (1988).
- [2] P. Lappicy and B. Fiedler. A Lyapunov function for fully nonlinear parabolic equations in one spatial variable. *São Paulo J. Math. Sci.* **13** 283–291, (2019).
- [3] K. Ecker and G. Huisken. Mean curvature evolution of entire graph *Annals of Mathematics*, Second Series, Vol. 130, 453–47, *Massachusetts*(1989)
- [4] L. Evans. *Partial Differential Equations* - 1998

---

\*\*Bolsista PIBIC pelo Cnpq, processo: 135896/2020-7.

# Ensino de Integral Definida: Relato de Experiência em Santo Antônio de Pádua

**Evelyn dos Santos Catarina**

Email: [profevelynmat@gmail.com](mailto:profevelynmat@gmail.com)

Universidade do Estado da Bahia (UNEB)\*

Bahia, Brasil

**Diego Nunes Brandão**

Email: [diegobrandao@cefet-rj.br](mailto:diegobrandao@cefet-rj.br)

Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, (CEFET)‡

Rio de Janeiro, Brasil

**Ruy Silva do Amaral**

Email: [ruydoamaral@globocom.com](mailto:ruydoamaral@globocom.com)

Universidade Federal Fluminense (UFF)‡

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

A evasão é um dos maiores problemas no ensino superior brasileiro. Segundo dados da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico [OECD, 2020], 24% dos estudantes abandonam os cursos de ingresso nos dois primeiros anos letivos. Em cursos da área de exatas esses números são até maiores [Santos et. al, 2020]. A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é uma das principais responsáveis por estes números [Rafael e Escher, 2015]. Ela está presente na grade curricular da maioria dos cursos da área de exatas e por isso tem sido foco de estudo de diversas pesquisas na área de educação em engenharia e matemática [Rezende, 2003; Curry, 2009; Rafael e Escher, 2015]. Neste contexto, o presente trabalho apresenta um relato de experiência de ensino-aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral na Universidade Federal Fluminense campus Santo Antônio de Pádua, especificamente no curso de Licenciatura em Matemática. Para tanto, desenvolvemos uma abordagem baseada na descrição dos conceitos envolvidos na definição de Integral Definida, partindo de uma abordagem geométrica. Tal abordagem mostrou consubstanciar em linguagem matemática o aprendizado do conceito de integral definida, auxiliando os estudantes na compreensão da sua importância, bem como em suas aplicações tanto no decorrer do curso de graduação quanto em situações reais de pesquisa e inovação.

## Referências

- [1] OECD (2020). *Education at a Glance 2020*,

---

\*Cidade de Paulo Afonso.

‡Cidade do Rio de Janeiro.

‡Cidade de Santo Antônio de Pádua.

- [2] RAFAEL, R. C. ; ESCHER, M. A. *Redução da não Aprovação em Cálculo: Intervenções realizadas por Universidades Públicas e Privadas.*, In: XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. Anais do 12o. ENEM. São Paulo: Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, 2016. v. 1. p. 1-12.
- [3] SANTOS, G. A. S. ; BELLOZE, K. T. ; TARRATACA, L. ; BORDIGNON, A. ; HADDAD, D. B. ; BRANDÃO, D. *EvolveDTree: Analyzing Student Dropout in Universities.*, In: International Conference on Systems, Signals and Image Processing, 2020, Niterói. v. 1. p. 173-178.

# Sobre a Existência de Soluções de Energia Mínima com Suporte Compacto para Equações Elípticas com Não-Linearidade Não-Lipschitziana

Fábio Sodré Rocha

Email: fabiosodre@ufg.br

Instituto de Matemática e Estatística.\*

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Neste trabalho provamos a existência e multiplicidade de soluções de energia mínima com suporte compacto de uma equação semilinear elíptica não-Lipschitz. A saber, lidamos com a seguinte equação:

$$-\Delta_x u - u_{zz} = f_\lambda(u), \quad (6)$$

sujeita às condições periódicas de bordo sobre uma variável, a qual podemos denominar "variável temporal":

$$u(-T, x) = u(T, x), \quad x \in \Omega, \quad (7)$$

$$u_z(-T, x) = u_z(T, x), \quad x \in \Omega, \quad (8)$$

e com a condição de bordo de Dirichlet sobre  $\partial\Omega$ :

$$u(z)|_{\partial\Omega} = 0, \quad z \in (-T, T). \quad (9)$$

Aqui,  $f_\lambda$  é uma não-linearidade não-Lipschitziana localmente em zero e as soluções pertencem a um espaço especial de Sobolev, mais especificamente, procuramos soluções em  $W_{\Omega_0, per}^{1,2}(D_T)$ , o espaço de Sobolev das funções obedecendo à periodicidade (7) e condições de fronteira nula (9). O intuito é analisar o impacto dos parâmetros  $\lambda > 0$  e  $T > 0$  sobre a existência das soluções de energia mínima de (6)-(9). As técnicas principais para as demonstrações desses resultados são um tipo da Identidade de Pohozaev e o método dos quocientes de Rayleigh não-lineares generalizados.

## Referências

- [1] Berestycki, Henry, and P-L. Lions, Nonlinear scalar field equations, I existence of a ground state. *Archive for Rational Mechanics and Analysis* 82, no. 4 (1983): 313-345.

---

\*Cep:74001-970, Goiania, Brazil

- [2] Bobkov, Vladimir, Pavel Drábek, and Yavdat Ilyasov. "On partially free boundary solutions for elliptic problems with non-Lipschitz nonlinearities." *Applied Mathematics Letters* 95 (2019): 23-28.
- [3] Ya. Sh. Il'yasov, On the existence of periodic solutions of semilinear elliptic equations, *Mat. Sb.*, 184:6 (1993), 67-82; *Russian Acad. Sci. Sb. Math.*, 79:1 (1994), 167-178
- [4] Il'yasov, Ya Sh. On periodic non-trivial solutions of the equation  $-\Delta u = g(u)$  in  $\mathbb{R}^{N+1}$ . *Izvestiya: Mathematics* 59, no. 1 (1995): 101-119.
- [5] Il'yasov, Ya Sh., *On the curve of critical exponents for nonlinear elliptic problems in the case of a zero mass. Computational Mathematics and Mathematical Physics* 57, no. 3 (2017): 497-514.
- [6] Y. Ilyasov and Y. Egorov, *Hopf maximum principle violation for elliptic equations with non-Lipschitz nonlinearity*, *Nonlin. Anal.* 72 (2010) 3346-3355.
- [7] Pohozaev, S.I., *Eigenfunctions of the equation  $\Delta u + \lambda f(u) = 0$* . *Sov. Math. Doklady* **5**, (1965), 1408-1411.
- [8] H. Kaper and M. Kwong, Free boundary problems for Emden-Fowler equation, *Differential and Integral Equations*, **3**, (1990), 353-362.
- [9] H. Kaper, M. Kwong and Y. Li, *Symmetry results for reaction-diffusion equations*, *Differential and Integral Equations*, **6**, (1993), 1045-1056.
- [10] Struwe, M., *Variational Methods, Application to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems*. Springer- Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 1996.
- [11] Ilyasov, Yavdat. *On extreme values of Nehari manifold method via nonlinear Rayleigh's quotient. Topological Methods in Nonlinear Analysis* 49, no. 2 (2017): 683-714.

# Ensino Remoto Emergencial e as Possibilidades de Inovações Tecnológicas e Educacionais no Ensino de Matemática

**Fausto Afonso dos Santos\***

Email: [fausto\\_pereira@discente.ufg.br](mailto:fausto_pereira@discente.ufg.br)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Marcelo Almeida de Souza**

Email: [msouza@ufg.br](mailto:msouza@ufg.br)  
Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Apresentamos um estudo sobre como foi o ensino em tempo de crise devido a pandemia da Covid-19. A maioria das instituições de ensino adotaram emergencialmente uma forma de ensinar não presencial. Mas ser remoto não é o mesmo que Educação a Distância (EaD). Esse trabalho tem o objetivo de compreender um pouco sobre a EaD e o ensino remoto emergencial, e como ele pode possibilitar inovações educacionais. Consideramos que neste tempo de crise é preciso termos mais afeto e empatia, pois o momento é de muita dificuldade para todos, de exclusão para alguns, e de inclusão digital para outros, muito desafiador, prejudicial, mas que também é uma oportunidade forçada para o uso de inovações tecnológicas e educacionais no ensino e aprendizagem. Acreditamos que essas inovações terão um impacto positivo no ensino, a longo prazo, que podem tornar o ensino mais atrativo, interessante, produtivo e satisfatório. Para isso, pesquisamos sobre como foi o Regime Especial de Aulas Não Presenciais (REANP) na rede pública estadual de ensino do Estado de Goiás, e o Ensino Remoto Emergencial (ERE), no Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal de Goiás (UFG). Quanto à metodologia, esta pesquisa é de cunho qualitativo e utilizamos o procedimento bibliográfico e documental. Um dos resultados desse trabalho é uma discussão e conhecimento levantado acerca de inovações educacionais, sobre o ensino remoto, as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) disponíveis para ministrar uma aula remotamente.

## Referências

- [1] BORBA, M.C.; MALHEIROS, A.P.S.; AMARAL, R.B. -*Educação a distância online*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.
- [2] GOIÁS. 1017 escolas estaduais de Goiás aderem ao regime especial de aulas não presenciais. Secretaria de Estado da Educação - SEDUC. 2020. Disponível em: <https://site.educacao.go.gov.br/coronavirus-1017-escolas-estaduais-de-goias-aderem-ao-regime-especial-de-aulas-nao-presenciais/>. Acesso em: 27 mar. 2021.

---

\*Aluno do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- PROFMAT - Goiânia - GO

- [3] LEITE, S.A.S. - *Afetividade nas práticas pedagógicas*. Temas em Psicologia, **Vol. 20**, n. 2, 355 – 368, 2012.
- [4] SEVERINO, A.J. - *Metodologia do Trabalho Científico*. Cortez Editora, São Paulo, 2011.
- [5] TEIXEIRA, C.M.F. - *Inovar é preciso: concepções de inovação em educação*. 2010. Disponível em:  
< [https://portal.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/14.02\\_2011\\_13.47.21.977d2f60a39aa3508f154136c6b7f6d9.pdf](https://portal.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/14.02_2011_13.47.21.977d2f60a39aa3508f154136c6b7f6d9.pdf) >. Acesso em: 19 fev. 2021.

# Método dos Passos para Resolver Equações Diferenciais com Retardamento

Felipe Oliveira Lima \*  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil

## Resumo

As equações diferenciais com retardamento têm atraído a atenção de diversos matemáticos por serem capazes de modelar uma variedade de fenômenos. Para ser mais preciso, essas equações modelam fenômenos onde existe um lapso de tempo entre causa e efeito, dependendo não só de um instante inicial, mas sim do histórico de estado dos fenômenos. Neste trabalho, será apresentada a definição de uma equação diferencial com retardamento bem como iremos mostrar técnicas para resolver estas equações. Encontrar soluções para estas equações é bem mais complicado do que para as equações diferenciais ordinárias (veja [3]), pois o retardo exerce uma grande influência no comportamento da solução. Portanto, é necessário usar um método que considere e investigue a solução em cada intervalo, este método é conhecido como *Método dos Passos*. Iremos mostrar como aplicá-lo nesse trabalho, bem como evidenciaremos as diferenças entre as equações diferenciais com retardos e as equações diferenciais ordinárias.

## Referências

- [1] CLAUDIUS I. DOERING E ARTUR O. LOPES, *Equações Diferenciais Ordinárias*, IMPA, 2016.
- [2] THOMAS ERNEUX, *Applied Delay Differential Equations*, Springer-Verlag New York, 2009.
- [3] HAL SMITH, *An Introduction to Delay Differential Equations with Sciences Applications to the Life*, Springer-Verlag New York, 2009.

---

\*Agradeço pelo apoio da FAPDF

# A Conjectura da Bola Fluida

**Fernando Soares Coutinho**<sup>\*†</sup>

Email: fcoutinho@uea.edu.br

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

A conjectura da bola fluida afirma que um espaço-tempo fluido perfeito estático é esfericamente simétrico. Neste trabalho construímos uma fórmula de divergência de Robinson para o espaço-tempo fluido perfeito estático. Inspirado por esta conjectura, obtemos um resultado de rigidez para o espaço-tempo fluido perfeito estático considerando válidas algumas condições no bordo e uma equação de estado. Trabalho em conjunto com Leandro, B. and Reis, H. F.S. [1].

## Referências

- [1] COUTINHO, F. AND LEANDRO, B. AND REIS, H. F.S. *On the fluid ball conjecture*. arXiv:2004.14240

---

<sup>\*</sup>Fernando Soares Coutinho was partially supported by PROPG-CAPES/FAPEAM.

<sup>†</sup>Doutorando em Matemática pela Universidade Federal de Goiás, IME, CEP 74690-900, Goiânia, GO, Brazil. Docente da Universidade do Estado do Amazonas, CEST, 1085, CEP 69552-315, Tefé, AM, Brazil.

# Correlação entre as Disciplinas do 1º Ano do Curso de Licenciatura em Matemática e a Conclusão do Curso: Um Estudo de Caso no IFMA-Campus Buriticupu.

**Francisco Alexandre de Lima Sales\***  
Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

**Reullyanne Freitas de Aguiar†**  
Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

**Jonas Noronha de Oliveira‡**  
Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

## Resumo

A formação de professores é um tema recorrente em discussões da atualidade, e com isso outra temática é levantada por todos os cursos das universidades, principalmente nos de licenciatura. A evasão nos cursos relacionado às ciências exatas e na matemática é um problema recorrente nas Instituições de ensino público e particular em todo o Brasil, a evasão é uma consequência de múltiplos fatores, uma decisão tomada muitas vezes impulsivamente e sem vinculação a novas escolhas é fator preponderante no abandono nos cursos[1]. Com o objetivo de encontrar a relação entre evasão e reprovação em disciplinas, diversos autores identificaram, em seus estudos, que o processo de evasão está relacionado ao alto índice de reprovação em disciplinas do ciclo básico, possivelmente nos primeiros semestres[2][3]. Sendo assim, essa pesquisa teve como objetivo a investigação sobre quais disciplinas tem maior fator de correlação com a conclusão do curso, realizando um estudo de caso com o curso de Licenciatura em Matemática do IFMA, Campus Buriticupu, utilizando como população, os discentes ingressantes entre os anos de 2014 à 2016. Para isso, foi realizada uma análise em árvore de decisão, com a coleta das notas adquiridas em sistema específico, e relacionando a conclusão do curso em licenciatura em matemática, com o coeficiente de rendimento, e com os resultados das disciplinas do primeiro ano do curso, sendo divididas em disciplinas do núcleo de formação comum-NFC (Geometria euclidiana plana, Elementos de matemática I, Desenho geométrico e geometria descritiva, Elementos de matemática II, Trigonometria e números complexos, e Cálculo Vetorial e geometria analítica) e as não integrantes desse núcleo-nNFC (Português Instrumental, Informática Básica, Metodologia da Investigação Educacional, História da Educação, Sociologia da educação, e Filosofia da Educação). A seleção dos parâmetros foi realizada em função da importância da variável e a poda das árvores em função da complexibilidade, sendo todas as análises realizadas no Rstudio.

---

\*Professor do curso de licenciatura em matemática, campus Buriticupu.

†Professora do curso de licenciatura em matemática, campus Buriticupu.

‡Graduando em matemática, campus Buriticupu.

Na coleta de dados foram identificados 79 discentes, sendo 30 com ingresso em 2014, 17 em 2015, e 32 em 2016, sendo que apenas 6 desses concluíram seus estudos no período adequado, o que corresponde a 7,6%. Tais dados são similares ao apresentado por [4] o qual arma que do total de alunos ingressantes em licenciaturas em Matemática, somente 6,2% as concluem. Para uma maior abrangência da análise foram constituídos quatro cenários distintos, sendo um apenas com as disciplinas do NFC, outro com NFC analisado junto com as nNFC, outro com NFC e rendimento, e outro, relacionando juntos, NFC, nNFC e rendimento. Quando analisado o coeficiente de rendimento dos alunos em todas as análises, essa se apresentou como a mais significativa para a conclusão do curso, sendo que aqueles que apresentam um rendimento superior a 8,4 tiveram probabilidade de 100% de conclusão do curso. Analisando apenas as disciplinas do NFC, aqueles que apresentaram os melhores resultados em Cálculo Vetorial e Geometria Analítica (acima de 9,8) e Elementos de matemática II (menor ou igual a 9,4), apresentam uma possibilidade de 50% com relação a colação de grau. Quanto ao estudo de todas as disciplinas sem o rendimento acadêmico, o componente que se mostrou mais ligado à conclusão dos cursos foi a de Metodologia da Investigação Educacional, e Cálculo Vetorial e Geometria Analítica, sendo que os discentes que obtiveram notas maiores, respectivamente, que 9,3, e 5,7 tiveram 50% de conclusão do curso. Com isso foi observado que um dos parâmetros de maior relevância que pode servir de predição para a conclusão do curso de licenciatura em matemática no período correto é o rendimento escolar.

## Referências

- [1] BARDAGI, Marucia Patta; HUTZ, Cláudio Simon. *"Não havia outra saída": percepções de alunos evadidos sobre o abandono do curso superior.*, Psico-USF, 14:95 105, 04 2009.
- [2] MARI, M. M. et al. *Análise evasão e reprovação de alunos em cursos a distância: um estudo empírico.*, Apresentado em XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Blumenau ,2011. Disponível em <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2011/sextoestec/art2027.pdf>
- [3] ZIMMERMANN, C.C. et al. *Análise estatística dos fenômenos de reprovação e evasão no curso de graduação em engenharia civil da —Universidade Federal de Santa Catarina.*, apresentado em XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Blumenau, 2011. Disponível em <http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2011/sextoestec/art2057.pdf>
- [4] BITTAR, M.; SANTOS, R. M.; BURIGATO, S. M. A. *A evasão em um curso de Matemática em 30 anos.*, em Teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol.3 n.1. 2012.

# Análise dos Resultados Obtidos Através do Preparatório “Vem ser IFMA”

Gabriel Ribeiro dos Santos, Reullyanne Freitas de Aguiar, Francisco Alexandre de Lima Sales, Framilson José Ferreira Carneiro, Reginaldo João Assunção Junior, Patricio Torres Costa, Jairo Santos de Araujo, Francisco das Chagas Teixeira, Francisco Estelito Carvalho Neto, Suely Matos Andrade Ferreira, Cleyber Fernando Lima Pessoa, Gabriel de Sousa Leal, Aliciene de Sousa Pinto & Patricia Railane Pereira Martins.

Email: gabrielleirbag1998@gmail.com

Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação do Maranhão (IFMA)\*  
Maranhão, Brasil

## Resumo

O preparatório “Vem ser IFMA!” foi ofertado como um curso preparatório para o seleto do IFMA–2020, e desenvolvido pelos professores que compõem o Colegiado do Curso de Matemática, contando com professores de Português, Matemática e alunos da graduação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia –Campus Buriticupu. O curso teve como intuito preparar os alunos do ensino fundamental, que se inscreveram para as provas do Processo Seletivo do IFMA, assim como melhorar os conhecimentos dos jovens nas atividades das disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. A metodologia adotada foi a resolução de questões das avaliações anteriores, e contou com 65 alunos. Obteve um resultado positivo, ao verificar que 43% dos discentes cursistas obtiveram êxito na avaliação.

**Palavras Chaves:** Educação. Ensino Médio. Seleção.

## Referências

- [1] BARBOSA, M. *O papel da escola: Obstáculos e Desafios Para Uma Educação Transformadora*. Porto Alegre: UFRGS, 2004.
- [2] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2005.
- [3] LAPA, J. S., NEIVA, C. C. *Avaliação e Políticas Públicas em Educação*. Ensaio, v. 8, n. 29, p. 459-493, out./dez. 1996.
- [4] PINTO, J. M. R. O Ensino Médio. In: OLIVEIRA, R. P; ADRIÃO, T. (org.). *Organização do Ensino no Brasil*. São Paulo: Xamã, 2002, p. 1-151.
- [5] PORTES, É. *Trajetórias Escolares e vida acadêmica do estudante da UFMG – um estudo a partir de cinco casos*. Belo Horizonte:2001.Tese de Doutorado- UFMG.

---

\*Campus Buriticupu

# Comportamento Cíclico Descrito por Equações Diferenciais com Retardamento

Gabriella Magalhães Valadares

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

As equações diferenciais com retardamento são muito importantes para descrever fenômenos que não acontecem instantaneamente, mas que decorrem um certo tempo entre a causa e o efeito. Mesmo que este tempo seja muito pequeno, é de extrema importância descrevê-lo na equação, pois ele pode exercer uma grande influência no comportamento da solução da equação, mudando-a completamente, passando de estável para instável, podendo ter um comportamento oscilatório que antes não tinha, entre outros.

Essas equações podem ser usadas para descrever diversos fenômenos na natureza e em nosso dia-a-dia. Por exemplo, o efeito deste retardo em uma situação cotidiana pode ser descrito quando tentamos ajustar a temperatura da água do chuveiro. Sabemos que, na maioria das vezes, assim que o registro é aberto não entramos imediatamente na água antes de escolher uma temperatura ideal, mas vamos ajustando o chuveiro até atingir uma temperatura agradável. Isso não acontece instantaneamente, mas demora um certo tempo entre ajustar o chuveiro e a água atingir a temperatura desejada. Este tempo é descrito por *retardos* e a equação que modela este tipo de situação pode ser dada conforme abaixo:

$$T' = -k(T(t - \tau) - T_d)$$

onde  $T(t)$  é a temperatura no tempo  $t$  e  $T_d$  é a temperatura ideal, o  $\tau$  descreve o tempo que o chuveiro leva pra atingir a temperatura correspondente ao registro e  $k$  representa a nossa reação a uma temperatura ruim. Quando  $k$  é muito pequeno, a temperatura irá se ajustar lentamente e quando  $k$  é grande, pode ocorrer oscilações.

## Referências

- [1] THOMAS ERNEUX, *Applied Delay Differential Equations*, Springer-Verlag New York, 2009.

# Equação de Schrödinger Fracionária Não-Linear na Semirreta

Gerardo Jonatan Huaroto Cardenas  
Universidade Federal de Alagoas (UFAL)  
Alagoas, Brasil

## Resumo

Neste trabalho foi estudado a existência local da solução para o problema fracionário de Schrödinger não-linear na semirreta

$$\begin{cases} i\partial_t u(x,t) + (-\Delta^+)^{\alpha/2} u(x,t) = -\lambda |u(x,t)|^{p-1} u(x,t), & (x,t) \in \mathbb{R}^+ \times (0,T), \\ u(x,0) = u_0(x), & x \in \mathbb{R}^+, \\ u(0,t) = f(t), & t \in (0,T), \end{cases} \quad (10)$$

onde  $\lambda = \pm 1$ . Aqui a função complexa  $u(x,t)$  é a função desconhecida definida em  $\mathbb{R}^+ \times (0,T)$ . O operador  $(-\Delta^+)^{\alpha/2}$  é o Laplaciano fracionário em  $\mathbb{R}^+$  para condição de Dirichlet não-homogeneous. Este operador não-local é motivado no trabalho de Caffarelli e Stinga [2], e ela pode ser escrita como segue

$$(-\Delta^+)^{\alpha/2} u(x) = c_\alpha \int_{\mathbb{R}^+} (u(x) - u(z)) \left( \frac{1}{|x-z|^{1+\alpha}} + \frac{1}{|x+z|^{1+\alpha}} \right) dz, \quad x \in \mathbb{R}^+$$

onde  $0 < \alpha < 2$  e  $0 < c_\alpha$ . Este operador é o gerador infinitesimal para algum processo de Levy [1]. Para mostrar a existência local de solução é usado algumas ferramentas incluídas por Colliander e Kenig [3] (ver também [4])

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N(t-\tau)}{K} \right)$$

onde  $N$  é o tamanho da população,  $r > 0$  é a taxa de natalidade e  $K > 0$  é a capacidade máxima do meio ambiente.

O modelo proposto por Hutchinson é uma reformulação da Equação Logística e foi um dos primeiros modelos a considerar retardamento na equação, onde esse pode ser interpretado como período entre o nascimento e a fase de reprodução.

O comportamento da solução muda drasticamente quando consideramos a reformulação de Hutchinson, passando de um comportamento sem oscilação para um comportamento altamente oscilatório.

Além disso, apresentamos alguns exemplos de populações que possuem comportamento oscilatório, como a população de lemingues e de moscas varejeiras, cujo experimento acarretou na Equação de Blowfly, uma reformulação da equação de Hutchinson, inserindo o retardo no início da equação.

## Referências

- [1] J. BERTOIN Lévy processes, volume 121 of Cambridge Tracts in Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [2] L. A. CAFFARELLI AND P. R. STINGA Fractional elliptic equations, Caccioppoli estimates and regularity, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, 33(3):767-807, 2016.
- [3] J. COLLIANDER AND C. KENIG, The generalized Korteweg-de Vries equation on the half line, Comm. Partial Differential Equations, Vol.27 (2002), 2187-2266.
- [4] J. HOLMER, The initial-boundary value problem for the 1D nonlinear Schrödinger equation on the half-line, Differential and Integral Equations, Vol.18 (2005), 647-668.

# Um Estudo das Estruturas Quocientes: Dos Grupos às Álgebras com Identidades Polinomiais

**Gislaine Duarte de Souza**

Email: [gislaine.gdds@gmail.com](mailto:gislaine.gdds@gmail.com)

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia- UESB  
Bahia, Brasil

**Júlio César dos Reis**

Email: [julio@uesb.edu.br](mailto:julio@uesb.edu.br)

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia- UESB  
Bahia, Brasil

## Resumo

Este trabalho têm como objetivo estudar o quociente de diferentes estruturas algébricas, começando com grupos, passando por anéis e espaços vetoriais, e chegando às álgebras. Destacaremos de forma muito especial o quociente nas álgebras com identidades polinomiais. Além disso, ao longo do trabalho buscamos fazer comparações entre a construção do quociente dessas estruturas, observando as diferenças e semelhanças presentes. Por fim, trazemos alguns exemplos de álgebras relativamente livres e álgebras relativamente livres graduadas. Destacamos que em álgebras com identidades polinomiais a estrutura quociente desempenha um papel muito importante na busca por identidades polinomiais da álgebra de matrizes.

Na construção do grupo quociente, tomamos um subgrupo  $H$  normal à um grupo  $G$ , ou seja, suas classes laterais à esquerda e à direita são iguais. O conjunto dessas classes laterais, munido de uma operação bem definida é também um grupo, chamado de grupo quociente.

A construção dos anéis quocientes se dá de forma semelhante à de grupos. Tomamos um subanel  $I$  que seja um ideal do anel  $A$ , e definimos as classes laterais de  $I$  em relação à  $A$ . O conjunto dessas classes laterais, munido das operações de adição e multiplicação bem definidas é também um anel, chamado de anel quociente.

Se tratando de espaços vetoriais, a ideia é a mesma. No entanto, os subespaços utilizados aqui não possuem uma característica especial, como ocorre em grupos e anéis. Tomando um subespaço vetorial  $W$  de um espaço vetorial  $V$  sobre um corpo  $F$ , definimos as classes laterais de  $W$ . O conjunto dessas classes laterais, munido das operações de adição e multiplicação por escalar é também um espaço vetorial, chamado de espaço quociente.

Por fim, o processo de construção das álgebras quocientes se dá de forma análoga ao que é feito em anéis e espaços vetoriais, uma vez que, a grosso modo, trata-se de uma estrutura algébrica que é simultaneamente um anel e um espaço vetorial.

Um dos problemas centrais das álgebras com identidades polinomiais é encontrar geradores para o conjunto  $T(R)$  das identidades polinomiais de uma álgebra  $R$ . O  $T(R)$  é um ideal da álgebra associativa livre  $K[X]$ , chamada de álgebra dos polinômios em variáveis não comutativas. Para encontrar os geradores de  $T(R)$  de  $M_2(K)$ , por exemplo, usamos um isomorfismo entre um quociente e uma subálgebra  $F(M_2(K))$  das matrizes genéricas  $M_2(K[Y])$ . Esse isomorfismo facilita as contas e nos permite encontrar os geradores procurados.

## Referências

- [1] Drensky, Vesselin, *Free Algebras and PI-Algebras*, Springer, Singapore, **10** (2000).
- [2] Domingues, H.H.; Iezzi, G. *Álgebra Moderna*, 2ª edição. Saraiva, São Paulo, **14** (1982).
- [3] Garcia, A.; Lequain, Y. *Elementos de álgebra*, 2ª edição, Projeto Euclides, Rio de Janeiro, **59:1** (2003).
- [4] Halmos, P. R. *Finite - Dimensional Vector Spaces*, Springer, New York, **23:2** (1987).
- [5] Hoffman, K.; Kunze, R. *Álgebra Linear*, 2ª edição, Polígono, São Paulo, **69** (1970).
- [6] Reis, J. C. *Graduações e Identidades Graduadas para Álgebras de Matrizes*, . Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, São Paulo, **69** (2012).

# Bijeções, Funções Geradoras e Representações Matriciais no Estudo de Partições de Inteiros

Igor Vallis Christ<sup>††</sup>

Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)  
Espírito Santo, Brasil

Victor do Nascimento Martins

Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)  
Espírito Santo, Brasil

## Resumo

Na teoria aditiva dos números, as partições de um inteiro positivo  $n$  são as maneiras de somar-se  $n$  através do uso exclusivo de inteiros positivos. Já  $p(n)$  representa o número de maneiras diferentes de se fazer isso, de forma que a ordem das partes, ou seja, os inteiros positivos que compõem esta soma, não importa. Conforme  $n$  cresce torna-se mais difícil calcular  $p(n)$ , uma vez que esta função  $p$  cresce indefinidamente. Porém, por vezes conseguimos mostrar igualdades entre dois conjuntos de partições dadas determinadas restrições. Estas igualdades são chamadas identidades e os dois principais métodos de prova para estas são as provas bijetivas e as provas através do uso de funções geradoras. Em uma abordagem mais recente nesta teoria, a representação matricial tem contribuído tanto para o surgimento de novas identidades, quanto tem se firmado como uma nova ferramenta para auxiliar as demonstrações. Desta maneira, neste trabalho nos preocupamos em abordar alguns conceitos básicos da teoria das partições, bem como expor alguns resultados e métodos de provas desta.

## Referências

- [1] CHRIST, I. V. *A importância dos problemas em matemática: um exemplo na teoria das partições de inteiros*. Trabalho de conclusão de curso. Departamento de Matemática Pura e Aplicada - UFES, 2021.
- [2] CHRIST, I. V.; MARTINS, V. N. *Provas bijetivas e funções geradoras no estudo de partições de inteiros*. Revista de Matemática de Ouro Preto, v. 2, p. 94–137, 2020.
- [3] SANTOS, J. P. O.; SILVA, R. *Aspectos combinatórios da teoria aditiva dos números*. Colóquio de Matemática da Região Sul, 2012.
- [4] WAGNER, A. *Novos Resultados na Teoria de Partições obtidos por meio da Representação Matricial*. Tese (Doutorado) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - UNICAMP, 2016.

---

<sup>††</sup>Bolsista de iniciação científica do PIIC 2019/2020 e PIIC 2020/2021 da Universidade Federal do Espírito Santo sob orientação do segundo autor e agradece a UFES e ao CNPq pelo suporte financeiro.

# Resultados de Rigidez Sobre os Gradientes Schouten Solitons

**Ilton Menezes**

Email: [iltomenezesufg@gmail.com](mailto:iltomenezesufg@gmail.com)  
Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Romildo Pina**

Email: [romildo@ufg.br](mailto:romildo@ufg.br)  
Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Com a utilização do fluxo de Ricci para resolver a Conjectura de Poincaré, problemas envolvendo a curvatura de Ricci ganhou grande notoriedade no meio científico e vários pesquisadores estão estudando estruturas geométricas envolvendo tal curvatura, dentre elas podemos citar: Ricci Solitons,  $\rho$ -Einstein solitons, gradiente Schouten solitons, Variedades de Einstein, Equação de campo de Einstein, tensores de Ricci e de Einstein prescritos e várias outras estruturas que foram surgindo ao longo da última década. Em [2], os autores consideram -Einstein solitons que são conformes ao espaço pseudo-Euclidiano e invariante pela ação de um grupo pseudo-orthogonal. Eles forneceram todas as soluções para o caso dos gradiente Schouten solitons. Além disso, foi provado que se um gradiente Schouten soliton é completo, conforme a métrica Euclidiana, e rotacionalmente simétrico, então este é isométrico a  $\mathbb{S}^{n-1} \times \mathbb{R}$ . O objetivo deste artigo é generalizar os resultados obtidos em [2], considerando um -Einstein soliton do tipo  $M = (B^n, g) \times (F^m, gF)$ , onde  $(B^n, g)$  é conforme ao espaço pseudo-Euclidiano e invariante sob a ação do grupo pseudo-orthogonal, e  $(F^m, gF)$  é uma variedade de Einstein. Determinamos todas as soluções para o caso gradiente Schouten soliton. Além disso, no caso Riemanniano, provamos que se  $M = (B^n, g) \times (F^m, gF)$  é um gradiente Schouten soliton completo, então  $(B^n, g)$  é isométrico a  $\mathbb{S}^{n-1} \times \mathbb{R}$  e  $F^m$  é uma variedade de Einstein compacta.

## Referências

- [1] Romildo Pina and Ilton Menezes - *Rigidity results on gradient Schouten solitons*,, arXiv (2020).
- [2] Menezes I. Pina, R., *On Gradient Schouten Solitons conformal to a pseudo-Euclidean space*,, manuscripta math. 163 (2020), 395–406.

# Curiosidades Numéricas Envolvendo Divisibilidade

**Isadora Nobre Silva**

Email: [isanobre98@gmail.com](mailto:isanobre98@gmail.com)

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)  
Bahia, Brasil

**Júlio César dos Reis**

Email: [julio@uesb.edu.br](mailto:julio@uesb.edu.br)

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)  
Bahia, Brasil

## Resumo

O presente trabalho tem por objetivo apresentar a constante de Kaprekar que consiste no número 6174 obtido por meio de qualquer número de quatro dígitos (em que ao menos dois sejam diferentes, incluindo o zero) após uma quantidade limitada de passos. Para encontrar a constante de Kaprekar, deve-se escolher qualquer número de quatro dígitos, que obedeça às características citadas anteriormente, e organizá-lo em ordem decrescente, em seguida, em ordem crescente, depois subtrair o menor número do maior. Repete-se novamente esse algoritmo com o número da subtração anterior até que o resultado seja 6174, pois a partir daí começará a repetir a constante. O trabalho de pesquisa foi de natureza qualitativa e descritiva. Foi demonstrado que a constante é obtida com um número máximo de sete etapas, estudando todos os 33 casos restantes após a primeira subtração.

## Referências

- [1] GOMES, ALEXANDRA; MALHEIRO, CATARINA, *RPM 76 – A rotina de Kaprekar*, disponível em <https://rpm.org.br/cdrpm/76/1.html> . Acesso em: 2021/04/07.
- [2] *Número misterioso 6174*, disponível em <https://plus.maths.org/content/os/issue38/features/nishiyama/index>. Acesso: 2021/04/11.
- [3] SANTOS, JOSÉ PLÍNIO, *Introdução a Teoria dos Números*, 3 ed. Rio de Janeiro: IMPA (2011).

# A Importância do Nivelamento em Matemática Básica para Alunos do Ensino Médio

Jairo Farias de Sousa, Reullyanne Freitas de Aguiar, Carlos Alberto Bezerra da Silva, Framilson José Ferreira Carneiro, Reginaldo João Assunção Junior, Francisco Alexandre de Lima Sales, Jairo Santos de Araújo, Cleyber Fernando Lima Pessoa, Gabriel de Sousa Leal, Gabriel Ribeiro dos Santos, Jerry Adriano Almeida da Silva, Kelton do Nascimento Santos, Natanael da Mata Conceição & Raimundo José da Silva Ferreira

Email: jairodesousa97@gmail.com \*

Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação do Maranhão †  
Maranhão, Brasil

## Resumo

Visando melhorar uma problemática voltada ao ensino médio, é que o trabalho de Nivelamento se objetiva, pois um grande número de alunos chegam ao Ensino Médio e nas graduações com grandes dificuldades na matemática, e a consequência dessa defasagem irá se repercutir em toda a sua trajetória acadêmica, ocasionando reprovações, e ainda a evasão escolar. Para atender estes novos desafios foi proposto um curso de nivelamento, para reforçar e dar suporte ao aluno do ensino médio que estudam no IFMA, campus Buriticupu, e na escola Dr. Fernando Castro. Ao fim do trabalho, percebeu-se que os alunos que deram continuidade ficaram mais motivados nos estudos e melhoraram seu rendimento acadêmico.

**Palavras Chaves:** Nivelamento. Educação. Ensino Médio.

## Referências

- [1] INEP/MEC. Estatísticas do IDEB. 2014. SCHEFFER, N. F. As Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Matemática: Um Relato de Pesquisas nos Diferentes Níveis de Ensino. In: XI Encontro Gaúcho de Educação Matemática. Lajeado, 2012. Anais. Lajeado: Editora Univates, 2012. p. 40 - 41.

---

\*Telefone: (98) 98433-6355

†Campus Buriticupu

# Subgrupos Normais em Grupos Limites

Jhoel Estebany Sandoval Gutierrez \*

Universidade Federal Mato Grosso do Sul<sup>†</sup> (UFMS)

Mato Grosso do Sul, Brasil

## Resumo

Um grupo é dito limite se é isomorfo a um subgrupo finitamente gerado de uma extensão de centralizador de um grupo livre. Nessa apresentação, demonstraremos que um subgrupo normal  $U$  de índice primo de um grupo limite  $G$  não abeliano, satisfaz a seguinte relação  $\dim(\otimes U) > \dim(\otimes G)$ . De este resultado podemos concluir que  $d(U) > d(G)$ , se a abelianização  $G$  de  $G$  é livre de torsão e  $d(G) = d(G)$ .

## Referências

- [1] KOCHLOUKOVA, DESSLAVA; ZALESSKII, PAVEL, Subgroups and homology of extensions of centralizers of pro- $p$  groups, *Mathematische Nachrichten*, 2015, 604-618.
- [2] WEIGEL, THOMAS; GUTIERREZ, JHOEL, Normal subgroups in limit groups of prime index, *Journal of Group Theory*, 2018, 83-100.

---

\*O autor agradece ao CNPq-Brasil.

<sup>†</sup>Campus de Nova Andradina

# Polinômios Sobre Anéis não Comutativos

**Julia Bernardes Coelho**

Email: [julia.bernardes@ufu.br](mailto:julia.bernardes@ufu.br)  
 Faculdade de Matemática - FAMAT  
 Universidade Federal de Uberlândia (UFU)  
 Minas Gerais, Brasil

**Dylene Agda Souza de Barros**

Email: [dylene@ufu.br](mailto:dylene@ufu.br)  
 Faculdade de Matemática - FAMAT  
 Universidade Federal de Uberlândia (UFU)  
 Minas Gerais, Brasil

## Resumo

## Introdução

É comum em cursos de graduação o estudo dos anéis de polinômios sobre corpos como um importante exemplo de anéis euclidianos. Nesse trabalho abordamos os anéis de polinômios sobre anéis de divisão e como consequência da falta de comutatividade nos deparamos com os conceitos de raiz a direita e pseudorraiz de um polinômio.

## Anéis de Divisão dos Quatérnios Reais

A palavra 'anel' significa um anel com elemento unidade 1. Um anel de divisão  $R$  é um anel no qual para todo elemento não nulo  $a$  de  $R$  existe  $b$  em  $R$  tal que  $ab = ba = 1$ .

Vejamos um exemplo de um anel não comutativo, o anel de divisão dos quatérnios reais  $\mathbb{H}$ , seja  $R$  o corpo dos números reais e os símbolos  $1, i, j, k$ . Seja os  $\mathbb{H} = \{a_01 + a_1i + a_2j + a_3k \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\}$ .

Temos  $a_01 + a_1i + a_2j + a_3k = b_01 + b_1i + b_2j + b_3k$  se, e somente se,  $a_i = b_i, \forall i$ .

A adição é dada em  $\mathbb{H}$  por:

$$(a_0 + a_1i + a_2j + a_3k) + (b_0 + b_1i + b_2j + b_3k) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)i + (a_2 + b_2)j + (a_3 + b_3)k$$

Definimos a multiplicação dos quatérnios por:

$$(a_0 + a_1i + a_2j + a_3k)(b_0 + b_1i + b_2j + b_3k) = (a_0b_0 - a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3) + (a_0b_1 + a_1b_0 + a_2b_3 - a_3b_2)i + (a_0b_2 + a_2b_0 + a_3b_1 - a_1b_3)j + (a_0b_3 + a_3b_0 + a_1b_2 - a_2b_1)k$$

Esta fórmula do produto  $\mathbb{H}$  é obtida multiplicando as somas formais termo a termo, sujeita as seguintes relações:

1. associatividade;
2.  $ri = ir; rj = jr; rk = kr (\forall r \in \mathbb{R})$ ;

$$3. i^2 = j^2 = k^2 = -1;$$

$$4. ij = -ji = k; jk = -kj = i; ki = -ik = j.$$

Com este produto  $\mathbb{H}$  é um anel de divisão não comutativo no qual o inverso multiplicativo de  $\alpha = a_0 + a_1i + a_2j + a_3k \neq 0$  é  $\beta = (\frac{a_0}{d}) - (\frac{a_1}{d})i - (\frac{a_2}{d})j - (\frac{a_3}{d})k$ , onde  $d = a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$ .

## Polinômios sobre Anéis Não Comutativos

Para qualquer anel  $R$ ,  $R[t]$  denota o anel dos polinômios em uma variável  $t$  sobre  $R$ , onde  $t$  é elemento central, isto é,  $t$  comuta com todos os elementos de  $R$ . Para um polinômio  $f(t) = \sum_{i=0}^n a_i t^i \in R[t]$ , e um elemento  $r \in R$ , definimos  $f(r)$  como elemento  $\sum_{i=0}^n a_i r^i \in R$ . Notemos que embora  $\sum_{i=0}^n a_i t^i = \sum_{i=0}^n t^i a_i \in R[t]$ , os dois elementos  $\sum_{i=0}^n a_i r^i, \sum_{i=0}^n r^i a_i$  sobre  $R$  podem ser diferentes.

Para avaliar  $f(t)$  em um elemento  $r \in R$ , devemos primeiro expressar  $f$  na forma  $\sum_{i=0}^n a_i t^i$ , e então substituir  $t$  por  $r$ .

**Exemplo 1** Seja  $f_1(t) = (t - j)(t - i) \in \mathbb{H}[t]$ . Desenvolvendo  $f_1(t)$  temos que  $f_1(t) = t^2 - (i + j)t + ji$ . Assim,  $f_1(i) = 0$  e  $f_1(j) = -2ij$ . Por outro lado, escrevemos  $f_1(t) = t^2 - t(i + j) + ji$ , temos que  $f_1(i) = -2ij$  e  $f_1(j) = 0$ .

Afirmamos que  $i$  é a única raiz de  $f_1$ . Suponhamos que  $f_1(z) = 0$  onde  $z \neq i$  em  $\mathbb{H}$ . Daí,  $f_1(z) = z^2 - (i + j)z + ji = 0$ . Logo,  $z^2 i(i + j)z = ji$  assim  $(zi)z = j(zi)$ . Isto mostra que  $z$  é conjugado a  $j$  por  $(zi)$ . Em particular  $z^2 = j^2 = 1$ . Temos então,  $ji = (i + j)z - z^2 = (i + j)z + 1$ . Resolvendo essa equação linear em  $z$ , obtemos que  $z = i$ . Logo,  $f_1$  é um polinômio quadrático em  $\mathbb{H}[t]$  que possui uma única raiz. **Exemplo 2** Analisaremos o seguinte polinômio de grau 3:  $f(t) = (t - i)(t - j)(t - k)$ . Portanto,

$$f(t) = (t^2 - (i + j)t + k)(t - k)$$

$$f(t) = t^3 - kt^2 - (i + j)t^2 + (i + j)kt + kt - k^2$$

$$f(t) = t^3 - (i + j + k)t^2 + (-j + i + k)t + 1$$

Agora, iremos fazer  $t = i, j, k$ .

$$f(k) = k^3 - (i + j + k)k^2 + (-j + i + k)k + 1$$

$$f(k) = -k + i + j - k - jk + ik + k^2 + 1$$

$$f(k) = +i + j - i - j - 1 + 1 = 0$$

$$f(i) = i^3 - (i + j + k)i^2 + (-j + i + k)i + 1$$

$$f(i) = -i + i + j + k + (-ji) + i^2 + ki + 1$$

$$f(i) = j + 2k - 1 + j + 1 = 2j + 2k$$

Para  $t = j$

$$f(j) = j^3 - (i + j + k)j^2 + (-j + i + k)j + 1$$

$$f(j) = -j + i + j + k + 1 + ij + kj + 1$$

$$f(j) = i + k + 1 + k - i + 1 = 2 + 2k$$

Dessa forma, concluímos que  $k$  é raiz desse polinômio e  $i, j$  não são.

**Definição 3** Um elemento  $r \in R$  é dito uma raiz à direita de  $f(t) \in R[t]$  se  $f(r) = 0$ .

Observação: Ao longo deste texto, o termo 'raiz' significa 'raiz à direita'.

**Proposição 4 (Forma não-comutativa do Teorema do Resto)** Um elemento  $r \in R$  é uma raiz de um polinômio não nulo  $f(t) \in R[t]$  se, e somente se,  $(t - r)$  é um divisor à direita de  $f(t)$  em  $R[t]$ . O conjunto de polinômios em  $R[t]$  tendo  $r$  como uma raiz é o ideal à esquerda  $R[t](t - r)$ .

Se  $f(t) = \sum c_i t_i(t - r) = \sum c_i t_i + 1 - \sum c_i r t^i$ , então  $f(r) = \sum c_i r_{i+1} - \sum c_i r^{i+1} - \sum c_i r r^i = 0$ . Reciprocamente assuma  $f(r) = 0$ . Pelo algoritmo de Euclides  $f(t) = g(t)(t - r) + s$  para algum  $g(t) \in R[t]$  e algum  $s \in R$ . A primeira parte mostra que  $r$  é uma raiz de  $g(t)(t - r)$ .

Assim,  $0 = f(r) = s$ , isto é,  $f(t) = g(t)(t - r)$ .

**Proposição 5** Seja  $D$  um anel de divisão e seja  $f(t) = g(t)h(t) \in D[t]$ . Seja  $d \in D$  tal que  $a := h(d) \neq 0$ . Então:  $f(d) = g(ad a^{-1})h(d)$ . Em particular, se  $d$  é uma raiz de  $f$  mas não de  $h$ , então  $ad a^{-1}$  é uma raiz de  $g$ .

Por indução sobre  $n$ .

i) Para  $n = 1$ , a raiz do polinômio  $f(t) = a_1 t + a_2 \in D[t]$  é única e pertence a uma única classe de conjugação de  $D$ . (Se  $r$  raiz, então  $a_1 r + a_2 = 0$ . Logo,  $a_1 r = -a_2$  e  $r = \frac{-a_2}{a_1}$ ).

ii) Suponhamos que o teorema é válido para todo polinômio de grau menor ou igual a  $n - 1$  sobre  $D$ .

Para  $n \geq 2$ , seja  $c \in D$  uma raiz de  $f$ . Pela proposição  $f(t) = g(t)(t - c)$ . Suponha que  $d \neq c$  é outra raiz de  $f$ . Pela outra proposição  $d$  é conjugado a uma raiz de  $g(t)$ . Como o grau de  $g$  é  $n - 1$ , pela hipótese de indução,  $d$  fica numa união de no máximo  $n - 1$  classes de conjugação de  $D$ . Desta forma, as raízes de  $f$  ficam em no máximo  $n$  classes de conjugação de  $D$ . A segunda conclusão segue-se analogamente.

**Definição 6** Uma classe de conjugação  $A$  é algébrica sobre  $F$  se um (e portanto todos) de seus elementos é algébrico sobre  $F$ . Neste caso, os elementos de  $A$  têm o mesmo polinômio minimal sobre  $F$ , que o chamaremos polinômio minimal de  $A$ .

**Teorema 7** Na notação acima, um polinômio  $h(t) \in D[t]$  se anula sobre  $A$  se, e somente se,  $h(t) \in D[t]f(t)$ .

Para qualquer  $a \in A$ ,  $f(a) = 0$  implica que  $f(t) \in D[t](t - a)$ , ou seja,  $f(t) = g_1(t)(t - a)$ , onde  $g_1(t) \in D[t]$ . Se  $h(t) \in D[t]f(t)$ , isto é,  $h(t) = g_2(t)f(t)$ , então também temos que  $h(t) \in D[t](t - a)$  de forma que  $h(A) = 0$ .

Reciprocamente assumamos que  $h(A) = 0$  onde  $0 \neq h(t) \in D[t]$ . Pelo Algoritmo de Euclides, podemos escrever  $h(t) = g(t)f(t) - h_1(t)$ , onde  $h_1(t) = 0$  ou  $\text{gr}h_1(t) < \text{gr}f(t)$ . Mas  $h(A) = 0$  implica que  $h_1(A) = 0$ , de modo que pelo lema anterior,  $h_1 = 0$ , isto é,  $h(t) = g(t)f(t)$ .

**Teorema 8** Sejam  $a, b$  dois elementos em um anel de divisão  $D$ , ambos algébricos sobre  $F = Z(D)$ . Então  $a, b$  são conjugados em  $D$  se, e somente se, eles têm o mesmo polinômio minimal sobre  $F$ .

**Teorema 9** Seja  $D$  um anel de divisão com centro  $F$ , e seja  $A$  uma classe de conjugação de  $D$  que é algébrica sobre  $F$  com um polinômio minimal  $f(t)$  e  $F[t]$  de grau  $n$ . Então existem  $a_1, \dots, a_n \in A$  tal que  $f(t) = (t - a_n) \cdots (t - a_1) \in D[t]$ . Também,  $f(t)$  é o produto dos mesmos fatores lineares, permutados ciclicamente. O elemento  $a_1 \in A$  aqui pode ser arbitrariamente escolhido.

A prova desse teorema se encontra na referência [2].

**Teorema 10** *Se  $a$  é um elemento não central em um anel de divisão  $D$ , então  $a$  tem um número infinito de conjugados em  $D$ .*

Observação: A fatoração do polinômio minimal  $f(t)$  em  $D[t]$  no 9 está muito longe de ser única, pois  $a_1$  pode ser escolhido para ser qualquer elemento de  $A$ . Se o elemento  $a_1$  não é central, pelo 10.  $A$  é infinito, então  $f(t)$  tem infinitos fatorações distintas em fatores lineares em  $D[t]$ .

**Teorema 10** *Seja  $D$  um anel de divisão e  $c_1, \dots, c_n$   $n$  elementos de  $D$  dois a dois não conjugados. Então existe um único polinômio  $g(t) \in D[t]$ , mônico de grau  $n$ , tal que  $g(c_1) = \dots = g(c_n) = 0$ . Além disso,  $g(t)$  tem as seguintes propriedades:*

a)  $c_1, \dots, c_n$  são todas raízes de  $g$  em  $D$ .

b) Se  $h(t) \in D[t]$  se anula sobre todos os  $c_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , então  $h(t) \in D[t]g(t)$ .

A prova deste teorema se encontra na referência [2].

**Teorema 11** *Seja  $D$  um anel de divisão com centro  $F$ , e seja  $A$  uma classe de conjugação de  $D$  que tem polinômio minimal quadrático  $\lambda(t) \in F[t]$ . Se  $f(t) \in D[t]$  tem duas raízes em  $A$ , então  $f(t) \in D[t]\lambda(t)$  e  $f(A) = 0$ .*

Escreva  $f(t) = q(t)\lambda(t) + (at + b)$ , onde  $q(t) \in D[t]$  e  $a, b \in D$ . Como  $\lambda(A) = 0$  e  $f(t) \in D[t]$  tem duas raízes em  $A$ , então  $at + b$  tem duas raízes em  $A$  e assim,  $a = b = 0$ . Logo,  $f(t) = q(t)\lambda(t)$ , que se anula identicamente sobre  $A$ .

**Exemplo 13** *Seja  $f_2(t) = (t - (j - i))(t - i) = t^2 - jt + (1 - k) \in \mathbb{H}[t]$ .*

*Com simples cálculos, vemos que  $f_2(i) = f_2(i + j) = 0$ . Também  $i$  e  $i + j$  não são conjugadas em  $\mathbb{H}$ , pois  $(i + j)^2 \neq 1$ . O teorema 11 implica que  $i$  e  $i + j$  são as únicas raízes de  $f_2$  em  $\mathbb{H}$ .*

## Referências

- [1] HEIRTEIN, I. N. - *Topics in Algebra*. United States of America - University of Chicago. 1975.
- [2] PIRES, R. M. - *Quase-determinantes e o Teorema de Vieta*. 2004. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal de Goiás, Goiânia: 2004.

# Estabilidade de Hipersuperfícies com Curvatura de Ordem Superior Constante e Bordo Livre em Formas Espaciais

Leonardo Novaes Mesquita Damasceno

Email: damasceno@im.urfj.br

Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Rio de Janeiro, Brasil

## Resumo

Hipersuperfícies mínimas e CMC com bordo livre são um tema de grande interesse na pesquisa recente em Geometria Diferencial. Essas hipersuperfícies podem ser caracterizadas como pontos críticos do funcional de área com respeito a uma classe específica de variações da imersão original. Além disso, a partir de sua caracterização variacional, pode-se definir a noção de estabilidade para essas hipersuperfícies. Apesar de não haver uma caracterização variacional para hipersuperfícies de bordo livre com curvatura média de ordem superior constante, é possível definir o conceito de estabilidade quando a sua fronteira está contida em uma hipersuperfície totalmente umbílica de uma forma espacial. Neste trabalho, feito em conjunto com Maria Fernanda Elbert (UFRJ), definimos uma noção de estabilidade para esta classe de hipersuperfícies e estendemos alguns resultados de rigidez obtidos em [2, 3, 4] para o caso de curvatura média de ordem superior.

## Referências

- [1] DAMASCENO, LEONARDO; ELBERT, MARIA FERNANDA. *Stability of free boundary hypersurfaces with constant higher order curvature in space forms (in preparation)*, 2021.
- [2] PYO, JUNCHEOL. *Rigidity theorems of hypersurfaces with free boundary in a wedge in a space form*, Pacific Journal of Mathematics 299, No. 2, 489-510, 2019.
- [3] ROS, ANTONIO; VERGASTA, ENALDO. *Stability for hypersurfaces of constant mean curvature with free boundary*, Geometriae Dedicata 56, 19–33, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [4] SOUAM, RABAH. *On stability of stationary hypersurfaces for the partitioning problem for balls in space forms*, Mathematische Zeitschrift 224, 195–208, Springer-Verlag, 1997.

# Separadores de Vértices em Grafos Cordais

**Luan Moises dos Santos Valadares**

Email: luanmoises.sv@gmail.com

Universidade Federal de Vicosa(UFV)\*

Minas Gerais, Brasil

**Sergio Henrique de Nogueira**

Email: sergiohrog@gmail.com

Universidade Federal de Vicosa(UFV)†

Minas Gerais, Brasil

## Resumo

Um grafo  $G$  e um par ordenado  $(V(G); E(G))$ , onde  $V(G)$  e o conjunto de vertices e  $E(G)$  e o conjunto de arestas. Muitos problemas abstratos podem ser modelados em um grafo, que tem um forte apelo geometrico, o que facilita a compreensao de muitos conceitos mais complexos, bem como a demonstracao de muitos resultados importantes. No estudo de grafos, um conceito importante tanto em questoes mais teoricas quanto em aspectos praticos e o conceito de separadores de vertices. Um conjunto  $SV \subset (G)$  e um separador de vertices em  $G$  se existem vertices  $u, v \in G$  tais que  $S$  desconecta  $u$  e  $v$  em  $G$ . Dizemos que um grafo e um grafo cordal se todo ciclo de comprimento maior que tres tiver uma corda. Neste trabalho estudamos resultados de separadores de vertices em grafos cordais. Separadores de vertices sao uteis para resolver uma grande variedade de problemas em grafos. Neste trabalho utilizaremos os separadores minimais de vertices para caracterizarmos a classe de grafos cordais. Este trabalho apresenta nossos estudos sobre separadores de vertices em uma determinada classe de graficos, os grafos cordais e, com base no relacoes entre pares de conjuntos desta familia, pudemos caracterizar estas subclasses atraves de subgrafos induzidos proibidos.

## Referências

- [1] DIRAC, G.A. *On rigid Circuit graphs*. Math.Sem.Univ. HamDurg, 1961.
- [2] GAVRIL, F. *the intersection graphs of subtrees in trees are exactly the chordal Graphs*. [S.l.]: Jounal of combinatory theory, 1974.
- [3] HABIB, M.; STACHO. *Reduced Clique graphs of chordal graphs*. [S.l.]: European Journal of combinatorics, 2012.
- [4] NOGUEIRA, Sergio H; SANTOS, Vinicius F dos. *Characterization by forbidden induced subgraphs of some subclasses of chordal graphs*. Electronic Notes in Discrete Mathematics, Elsevier, v. 69, p. 77–84, 2018.

---

\*Campus Florestal

†Campus Florestal

# Correspondências entre Álgebras de Lie e Grupos: um Breve Resumo Sobre as Correspondências de Mal'cev e Lazard

Lucas Matheus de Lima Dal Berto\*

Email: lucasmatheusdelimadalberto@gmail.com

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

Jhone Caldeira

Email: jhone@ufg.br

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Seja  $A$  um grupo agindo por automorfismos em um grupo  $G$ . Resultados históricos mostram que propriedades de  $G$  são influenciadas pelo centralizador de  $A$  em  $G$ , denotado por  $C_G(A)$ . Por exemplo, sabemos por [2], que considerando  $FH$  um grupo de Frobenius de automorfismos agindo em um grupo finito  $G$ , de modo que  $C_G(F) = 1$  e  $C_G(H)$  é nilpotente, então  $G$  é nilpotente. E adicionando a hipótese de  $F$  ser cíclico, temos que a classe de nilpotência de  $G$  é limitada em termos da ordem de  $H$  e da classe de nilpotência do  $C_G(H)$ . Esse limitante foi obtido através do uso de métodos de Lie, cujas três etapas principais podem ser encontradas em [1]. Podemos associar um grupo à uma Álgebra de Lie de diversas maneiras, destacamos aqui duas correspondências importantes que fazem o uso da fórmula de Baker-Hausdorff, que é usada para estabelecer um isomorfismo entre Álgebras de Lie nilpotentes e grupos finitos nilpotentes, sendo a classe de nilpotência a mesma para ambos e sua definição pode ser encontrada em [1, p. 104]. Quando o isomorfismo é entre uma  $\mathbb{Q}$ -Álgebra de Lie nilpotente e um grupo admitindo expoentes racionais, temos a correspondência de Mal'cev, cuja aplicação pode ser encontrada em [2, Teorema 5.5]. A partir da fórmula de Baker-Hausdorff também estabelecemos um isomorfismo entre uma  $\mathbb{Q}_\pi$ -Álgebra de Lie com classe de nilpotência no máximo  $p - 1$  e um  $p$ -grupo finito de mesma classe, onde  $p$  é um número primo,  $\pi$  é o conjunto de números primos menores que  $p$  e  $\mathbb{Q}_\pi$  é o conjunto dos números racionais onde o denominador é um  $\pi$ -número. Essa equivalência é conhecida como correspondência de Lazard, cuja aplicação pode ser encontrada em [3], mostrando a dependência essencial da ordem do complemento de Frobenius  $H$  na classe de nilpotência de um grupo  $G$ , considerando certas hipóteses.

## Referências

- [1] KHUKHRO, EVGENY IVANOVICH,  $p$ -Automorphisms of Finite  $p$ -Groups, Cambridge University Press, 1998.

---

\*Afiliação - Programa de Pós-Graduação em Matemática

- [2] KHUKHRO, EVGENY IVANOVICH; MAKARENKO, NATALIA YU; SHUMYATSKY, PAVEL, *Frobenius groups of automorphisms and their fixed points*, Forum Mathematicum. 26 (1) (2011), 73–112.
- [3] IUSA, VALENTINA, *On the nilpotency class of finite groups with a Frobenius group of automorphisms*, Monatshefte für Mathematik. 189 (2019), 661–673.

# Os princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica no Ensino de Operações Básicas no Ensino Fundamental

**Luis Duarte Vieira\***

Universidade de Passo Fundo (UPF)  
Rio Grande do Sul, Brasil

**Cleci Teresinha Werner da Rosa †**

Universidade de Passo Fundo (UPF)  
Rio Grande do Sul, Brasil

## Resumo

A problemática foco desse estudo considera a atualidade da política educacional do país, marcado pela BNCC e a orientação de que toda a educação deve organizar-se para desenvolver competências e habilidades. Considera ainda que desde 2020 vive-se a pandemia da COVID-19, que além de ceifar milhares de vidas, alterou profundamente os processos educativos. Como atesta Oliveira e Pereira Junior, a pandemia “impôs medidas restritivas de circulação às pessoas, tendo afetado diretamente diversos setores em todo o mundo, entre os quais a educação” (2020, p. 720). Esse novo cenário desafia professores e exige, que ou em aulas presenciais ou em aulas remotas, haja um profundo compromisso com a vivência de processos de aprendizagem que sejam significativos e críticos. Como afirma Moreira é preciso que “a aprendizagem seja subversiva e crítica” (2005, p. 4). Considerando tal necessidade, buscou-se o aporte teórico na Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica (TASC), de Marco Antônio Moreira, a fim de responder o seguinte questionamento: “Como gerar aprendizagens significativas e críticas de operações básicas em turmas de sexto ano do ensino fundamental?”. Posta essa problemática, o objetivo desse trabalho foi identificar elementos metodológicos da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica que contribuam para o ensino de operações básicas no sexto ano do ensino fundamental. Para tal, analisou-se os princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica (TASC), proposta por Moreira, segundo o qual “a aprendizagem significativa crítica que permitirá ao sujeito fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, não ser subjugado por ela, por seus ritos, mitos e ideologias” (MOREIRA, 2015, p. 227). Os resultados obtidos indicam que todos os onze princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica podem contribuir para que o ensino de operações básicas no sexto ano do ensino fundamental gere aprendizagens significativas e críticas. A TASC possui onze princípios, segundo Moreira (2015): princípio da

---

\*Luis Duarte Vieira - Licenciado em Matemática pela UEG à Universidade Estadual de Goiás. Doutorando e mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade de Passo Fundo. Docente de matemática na rede estadual de Educação em Santa Catarina.

†Cleci Teresinha Werner da Rosa - Docente do Curso de Física (LP) e dos Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (PPGECM) e matemática e em Educação (PPGEdu) na UPF - Universidade de Passo Fundo. Doutora em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina com estudos na Universidad de Alcalá à Espanha. Mestre em Educação; Especialista em Educação Matemática e em Ensino de Física. Licenciada em Matemática e Física. Pós-doutorado pela Universidad de Burgos à Espanha na temática Metacognição aplicada ao campo da Educação em Ciências

interação social e do questionamento, princípio da não centralidade do livro texto, Princípio do aprendiz como preceptor/representador, princípio do conhecimento como linguagem, princípio da consciência semântica, princípio da aprendizagem pelo erro, princípio da desaprendizagem, princípio da incerteza do conhecimento, princípio da não utilização do quadro-de-giz, princípio do conhecimento prévio e princípio de deixar o aluno falar. Esses onze princípios são muito aplicáveis nas salas de aula em todo o país e trazem indicações metodológicas valiosas para haver aprendizagens significativas e críticas.

**Palavras-chave:** BNCC. TASC. Operações básicas.

## Referências

- [1] OLIVEIRA, DALILA ANDRADE. PEREIRA JUNIOR, EDMILSON., Trabalho docente em tempos de pandemia: mais um retrato da desigualdade educacional brasileira. *Revista Retratos da Escola, Brasília*, v. 14, n. 30, p. 719-735, set./dez. 2020.
- [2] MOREIRA, Marco Antonio. *Aprendizagem significativa crítica*. São Leopoldo: Impressos Portão Ltda., 2005.
- [3] MOREIRA, Marco Antonio. *Teorias de Aprendizagem*. 2. ed. ampliada. São Paulo: EPU, 2015.

# Bifurcação de Ciclos Limites em uma Família de Campos de Vetores Suaves por Partes Hamiltonianos Contendo uma Dobra-Dobra Invisível na Origem

**Luiz Fernando Gonçalves**

Email: luizfernandonando011@gmail.com

Instituto de Biciências, Letras e Ciências Exatas (IBILCE)  
Universidade Estadual Paulista (UNESP)  
São Paulo, Brasil

**Denis de Carvalho Braga**

Instituto de Matemática e Computação  
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)  
Minas Gerais, Brasil

**Alexander Fernandes da Fonseca**

Instituto de Matemática e Computação  
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)  
Minas Gerais, Brasil

**Luis Fernando Mello**

Instituto de Matemática e Computação  
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)  
Minas Gerais, Brasil

## Resumo

Neste trabalho estudamos a existência de ciclos limites em um desdobramento de uma família de campos vetoriais suaves por partes Hamiltonianos possuindo uma dobra-dobra invisível na origem. Mais precisamente, dado um inteiro positivo  $k$ , provamos que esta família tem exatamente  $k$  ciclos limites de costura em uma vizinhança desta singularidade. Posteriormente, buscamos relacionar esta família descontínua com a família de campos vetoriais suaves obtidos pelo método de regularização. Uma relação é obtida estudando a equivalência entre os sinais dos coeficientes de Lyapunov da família de campos vetoriais suaves por partes e os de sua regularização.

## Referências

- [1] D. C. Braga, A. F. Fonseca, L. F. Gonçalves, and L. F. Mello. *Limit cycles bifurcating from an invisible fold-fold in planar piecewise Hamiltonian systems.*, Journal of Dynamical and Control Systems, 27:179204, 2021.

- [2] A. F. Filippov. *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides*, volume 18 of Mathematics and its Applications. Springer Netherlands, first edition, 1988.
- [3] M. Guardia, T. M. Seara, and Marco Antonio Teixeira. *Generic bifurcations of low codimension of planar Filippov systems*, Journal of Differential Equations, 250(4):19672023, 2011.

# Superfícies Mínimas em Espaços Conformemente Flat

**Marcelo Almeida de Souza**

Email: msouza@ufg.br

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Armando Mauro Vasquez Corro**

Email: corro@ufg.br

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Romildo da Silva Pina**

Email: romildo@ufg.br

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Kelcio Oliveira Araújo**

Email: kellcioaraujo@gmail.com

Departamento de Matemática  
Universidade de Brasília (UnB)  
Brasília, Brasil.

## Resumo

Apresentamos uma classe de variedades Riemannianas

$$\mathbb{E}_F = (\mathbb{R}^3, \langle \cdot, \cdot \rangle_g),$$

onde  $\langle \cdot, \cdot \rangle_g$  é uma métrica conforme à métrica euclidiana  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ . Caracterizamos superfícies mínimas que são invariantes sob movimento helicoidal ao longo do eixo  $x_3$  em  $\mathbb{E}_F$ . Mostramos que uma superfície mínima no espaço euclidiano e ao mesmo tempo em  $\mathbb{E}_F$ , para todos fatores cilíndricos  $F(x_1^2 + x_2^2)$ , deve estar contida ou: em um plano contendo o eixo  $x_3$ ; ou em um plano que é perpendicular ao eixo  $x_3$ ; ou no helicóide ao longo do eixo  $x_3$ . Obtemos uma equação diferencial parcial não linear de segunda ordem que caracteriza as superfícies mínimas que são gráficos de uma função em  $\mathbb{E}_F$ . Obtemos uma equação diferencial ordinária não linear de segunda ordem que caracteriza as superfícies mínimas cilíndricas ao longo do eixo  $x_3$  em  $\mathbb{E}_F$ . Mostramos que, dada qualquer superfície cilíndrica  $M$ , existe um fator conforme  $F$ , de modo que  $M$  é uma superfície mínima em  $\mathbb{E}_F$ . Finalmente, como aplicação: obtemos explicitamente uma família a dois parâmetros de superfícies mínimas completas no espaço produto  $\mathbb{H}^2 \times \mathbb{S}^1$ ; obtemos ainda, explicitamente, uma família a dois parâmetros de superfícies mínimas completas no espaço do produto torcido warped (torcido)  $\mathbb{H}^2 \times_f \mathbb{R}$ .

## Referências

- [1] ARAÚJO, K.O., CORRO, A.M.V., PINA, R.S. AND SOUZA, M.A., *Complete surfaces with zero curvatures in conformally flat spaces*, Publicationes Mathematicae Debrecen, Vol. **96**/3-4 (2020), 363-376.
- [2] CORRO, A.M.V., PINA, R.S. AND SOUZA, M.A., *Classes of Weingarten Surfaces in  $S^2 \times \mathbb{R}$* , Houston Journal of Mathematics, Vol. **46**, no 3 (2020), 651-664.
- [3] PINA, R.S.; ARAÚJO, K.O.; CUI, N. - *Helicoidal minimal surfaces in a conformally flat 3-space*. Bulletin of the Korean Mathematical Society, v. **53**, (2016) 531-540.
- [4] CORRO, A. V., PINA, R.S. AND SOUZA, M.A. - *Surfaces of Rotation with Constant Extrinsic Curvature in a Conformally Flat 3-Space*, Results. Math. **60** (2011), 225-234.

# Estudo Sobre o Tempo em que a Sensação de Sucesso Profissional do Professor de Matemática da Rede Pública do Distrito Federal Perdura

**Mateus Santana dos Reis \***

Instituto Federal de Brasília (IFB)

Brasília, Brasil

**Mateus Gianni Fonseca †**

Instituto Federal de Brasília (IFB)

Brasília, Brasil

**Mateus Santana dos Reis ‡**

Instituto Federal de Brasília (IFB)

Brasília, Brasil

## Resumo

O presente trabalho teve como principal objetivo estimar o período de tempo em que a sensação de sucesso profissional na área de educação perdura em um grupo de professores de matemática. Compreende-se que a definição de sucesso profissional, de acordo com Maia (2000), é um conceito plurifacetado se diferenciando em cada grupo da Sociedade e que para os docentes de matemática essa definição está ligada, segundo Ponte (1994), ao que é dito ser professor e a visão destes profissionais sobre a profissão. Para recolher as informações necessárias para realizar a estimação, utilizou-se um questionário distribuído eletronicamente onde os professores informaram o ano que concluíram a graduação e responderam se sentiam-se profissionais bem sucedidos. Foi empregado o estimador de Kaplan-Meier para verificar o tempo que, em média, os professores se consideram bem-sucedidos. A amostra utilizada compreendeu 50 professores de Matemática do Distrito Federal que atuam na Secretaria de Estado de Educação (SEEDF) ou no Instituto Federal de Brasília (IFB). A análise dos resultados evidenciou um período de tempo relativamente grande em que a sensação de sucesso profissional no campo da educação perdura. O estudo é finalizado com a evidenciação das limitações e com a apresentação de proposições para novas investigações. Assim, espera-se que este estudo possa colaborar com gestos e políticas de valorização dos professores de matemática e, de modo análogo, aos demais professores.

## Referências

- [1] MAIA, N. Á. V. As representações sociais do sucesso: efeito do meio profissional e do sexo de pertença na representação do sucesso profissional. 2000.

---

\*Discente do curso de Licenciatura em Matemática.

†Professor Especialista em Matemática e Estatística

‡Professor Doutor.

- [2] PONTE, J. P. d. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Educação e matemática**, p. 9–20, 1994.

# Simetrias de Equações Diferenciais

Matheus de Freitas Souza \*

Orientador: Guy Grebot †

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

Apresentamos uma breve introdução às simetrias de equações diferenciais. Trata-se de um método, muitas vezes chamado de método de Lie para equações diferenciais, para encontrar soluções de equações diferenciais que considera grupos de transformações que as deixam invariantes. As simetrias têm a sua principal importância no fato de permitirem um método que depende de um algoritmo e, de modo algum, em nenhum tipo de genialidade de quem o emprega. Podemos, por exemplo, classificar as equações ordinárias de ordem 2 que admitem um determinado grupo de simetrias. Essa classificação permite estabelecer estratégias para lidar com cada uma delas.

## Referências

- [1] FLESSAS, G. P., LEACH, P. G. L., *Generalisations of the Laplace–Runge–Lenz Vector*, Journal of Nonlinear Mathematical Physics, Reino Unido, 2003.
- [2] MACCALLUM, Malcom, STEPHANI, Hans, *Differential Equations: Their solution using symmetries*, Cambridge University Press, 1989.
- [3] OLVER, Peter J., *Applications of Lie groups to differential equations*, Springer-Verlag, 1986.
- [4] TENENBLAT, Keti, *Introdução à Geometria Diferencial*, Blucher, 2008.

---

\*Bolsista PETMAT UnB

†Professor do Departamento de Matemática - UnB

# Ensino de Razão em uma escola pública de ensino médio em Belém do Pará em 2019

Maurício de Moraes Fontes

Email: mauriciofontes@gmail.com

Secretaria de Estado da Educação do Pará (SEDUC-PA)

Pará, Brasil

## Resumo

O ensino de Razão tem várias aplicações no cotidiano dos alunos, entre elas destacamos: densidade demográfica, escala, densidade de um objeto, velocidade média, consumo médio de um automóvel, entre outras. Este trabalho teve como objetivo proporcionar os conhecimentos básicos de Razão aos alunos de uma escola pública de Ensino Médio Técnico em Belém do Pará em 2019. A metodologia aplicada foi a Qualitativa com estudo descritivo. A amostra foi não probabilística formada por cinco turmas da terceira série do ensino médio. O processo avaliativo foi formado de três etapas: a primeira de um teste inicial de cinco questões discursivas para verificar os conhecimentos prévios desses discentes sobre razão. A segunda etapa foi de atividades didáticas construídas e aplicadas para resgatar os conhecimentos básicos desse assunto e a terceira foi um teste final congruente ao anterior para averiguar se esses estudantes melhoraram seus rendimentos sobre razão. Os resultados demonstram que inicialmente muitos desses educandos apresentaram diversas lacunas sobre os fundamentos do tópico de razão. As atividades didáticas trabalhadas em sala de aula colaboraram para uma melhora significativa no rendimento deles no teste final. Em determinada turma, o percentual de acerto chegou a aproximadamente 94% no pós-teste. O percentual de questões resolvidas erradamente e sem resolução diminuiu bastante entre as duas medições. Palavras-chave: Ensino de Razão, Alunos, Ensino Médio, Calculadora.

## Referências

- [1] BIANCHINI, E. *Matemática. 7 ano.*, 8 ed. São Paulo: Moderna, 2015.
- [2] BIGODE, A. J. L. *Matemática do cotidiano. 7 ano*, 1. ed. São Paulo: Scipione, 2015.
- [3] CHAVANTE, E. R. *Convergências: Matemática. 7 ano: anos iniciais: ensino fundamental*, 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2015.
- [4] DANTE, L. R. *Tudo é matemática*, São Paulo: Ática, 2003.
- [5] FONTES, M. M. *Usar ou não usar a Calculadora no Ensino da Matemática?*, In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. Anais do XI ENEM. Curitiba – PR, 2013.
- [6] FONTES, M. M. *Matemática Financeira no Ensino Médio: Um estudo exploratório*, In: COINSPIRAÇÃO - Revista de Professores que ensinam Matemática – SBEM/Mato Grosso V. 1, No. 2. Julho/Dezembro de 2018. pp. 116 – 130. <http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/>.

- [7] GIOVANNI, J. R. GIOVANNI JÚNIOR, J. R. *Matemática: pensar e descobrir. 7 ano*, São Paulo: FTD, 2010.
- [8] GIOVANNI, J. R. PARENTE, E. *Aprendendo Matemática.*, São Paulo: FTD, 1999.
- [9] KRIST, B. J. *Logaritmos, calculadoras e ensino da álgebra intermediário*. In: COXFORD, A. F. SHULTE, A. P. (Orgs.). *As ideias da álgebra*. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1995. p. 213 – 220.
- [10] COXFORD, A. F. SHULTE, A. P. (Orgs.). *As ideias da álgebra*. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1995. p. 213 – 220.
- [11] McMILLAN, J. SHUMACHER, S *Investigación Educativa: una introducción conceptual*, 5.ed. Pearson Educación, S. A. Madrid, 2005.
- [12] MORI, I. ONAGA, D. S. *Matemática: ideias e desafios. 7 ano.*, 15 ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

# Uma Oportunidade de Aprendizagem e/ou uma Opção de Reforço: Relato de Experiência dos Alunos de Graduação da Disciplina de Matemática Básica na Ead

**Nathália Felix Frigo**

Email: [nathaliafelix@discente.ufg.br](mailto:nathaliafelix@discente.ufg.br)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

**Elisabeth Cristina de Faria**

Email: [beth@ufg.br](mailto:beth@ufg.br)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

**Marcelo Almeida de Souza**

Email: [msouza@ufg.br](mailto:msouza@ufg.br)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

**Dianniery Silva de Moraes**

Email: [diannymorais@discente.ufg.br](mailto:diannymorais@discente.ufg.br)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade Federal de Goiás (UFG)

Goiás, Brasil

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo relatar a experiência do desenvolvimento da disciplina de Núcleo Livre "Matemática Básica - EAD" (MBNL). Em execução desde o ano de 2014, esta disciplina utiliza como recurso didático a plataforma virtual Moodle Ipê - UFG e é ofertada pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás (IME/UFG) aos alunos de todos os cursos da Universidade. De acordo com Alvarenga, Dorr e Vieira (2016), cerca de 39% dos alunos matriculados em disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e afins que permanecem até o final das disciplinas são reprovados por média na UFG (dados do primeiro semestre de 2015). Pensando nisso, a MBNL se faz como uma alternativa para a reversão desse quadro preocupante, objetivando preparar melhor os graduandos que apresentam dificuldade nos conteúdos ditos "pré-cálculo". Sua ementa é composta por 15 sessões: Números Naturais e Inteiros; Números Racionais; Potenciação e Radiciação; Logaritmos; Produtos Notáveis; Operações Algébricas; Estudo das Equações; Equações de Segundo Grau; Plano Cartesiano; Funções Afins; Funções Quadráticas; Funções Polinomiais; Funções

Logarítmicas e Exponenciais; Introdução à Trigonometria; e Funções Trigonométricas. Cada uma delas possui um fórum de interação e cerca de duas Atividades Avaliativas. Ao final de cinco sessões é desenvolvida uma monitoria on-line e uma Prova que reúne os conteúdos que estão sendo trabalhados. Atualmente, a equipe executora é composta por 11 estagiários e um supervisor, que atuam como tutores, avaliando e auxiliando os alunos matriculados. A metodologia empregada pelos tutores tem foco no diálogo ativo e no desenvolvimento do conhecimento matemático por meio do questionamento. Os alunos são estimulados a expor suas dúvidas nos fóruns de interação (que são utilizados também como forma de avaliação) e responder as dúvidas dos demais. O papel do tutor é mediar essa interação, fazendo com que ela se mantenha de forma proveitosa, bem como sugerir estratégias de resolução para os exercícios, sem dar as respostas finais. Os recursos didáticos utilizados são vários: mesa digitalizadora, fotos de resoluções parciais feitas à mão, vídeos com resolução na lousa ou no papel, textos direcionadores, entre outros, sempre prestando atenção à cordialidade e respeito mútuo entre tutores e alunos. Segundo Palloff e Pratt (2005), o professor virtual precisa prestar atenção às dificuldades dos alunos. É importante que não se deixe passar despercebidas situações como: mudança no nível de participação e domínio das discussões de maneira inadequada. Essas são constantemente monitoradas pelos tutores, em forma de levantamentos sobre a frequência de acesso de cada aluno, bem como a média de desempenho em cada uma das avaliações e, mais especificamente, em cada uma das questões presentes nas avaliações. De modo geral, pode-se dizer que a disciplina tem tido um desempenho satisfatório no momento atual, no qual, dos 160 alunos inicialmente matriculados, 147 permanecem ativos e participativos em todas as sessões. O desempenho geral nas avaliações tem sido bastante positivo, com a maioria dos alunos acima da média mínima. É importante ressaltar que as participações nos fóruns são volumosas e os alunos têm buscado responder às dúvidas dos outros, o que demonstra que as interações se dão com objetivos de desenvolvimento do conhecimento de fato e não apenas como forma de obtenção de nota.

## Referências

- [1] *Quem é o aluno virtual? In: O aluno virtual: um guia para trabalhar com estudantes on-line.*, 1. ed. Porto Alegre: ArtMed, **10** (2005), p 23-35.
- [2] *O ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro.* REBES - Rev. Brasileira de Ensino Superior, **14** (2016), p 46-57.

# Códigos Corretores de Erros - Uma Experiência no PROFMAT

**Rayanne Auxiliadora de Oliveira Matos**  
Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

**Felipe Oliveira Lima**  
Instituto de Matemática e Estatística (IME)  
Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Goiás, Brasil

## Resumo

Neste trabalho são apresentados os conceitos básicos para a construção de Códigos Corretores de Erros, em especial, a Construção de Códigos Lineares. Tais códigos são utilizados para garantir a confiabilidade de mensagens enviadas por longas distâncias, por diferentes canais, para isso, é necessário que existam maneiras de detectar e corrigir erros. Um código corretor de erros é, em essência, um modo organizado de acrescentar dados adicionais (redundâncias) a cada informação que se deseja transmitir ou armazenar, que permita, ao recuperar a informação, detectar e corrigir erros. Isso se faz necessário, pois ao transmitir uma informação por um determinado canal (por exemplo, canal de radiofrequência, cabo, canal de micro-ondas, cabo, circuito integrado digital, disco de armazenamento, etc.) essa pode sofrer alguma interferência (ruído), fazendo com que a mensagem enviada possa não ser igual a recebida. Cabe então ao código corretor de erros, através das redundâncias inseridas, detectar e corrigir esses erros. Para que possamos ter um código, precisamos de um conjunto de símbolos (alfabeto) que serão utilizados para escrever as palavras (sequência de símbolos do alfabeto). Nesse sentido, é de fundamental importância que tenhamos uma estrutura sobre o alfabeto que nos permita utilizar ferramentas matemáticas disponíveis para que possamos desenvolver bons algoritmos de codificação e decodificação e que seja possível calcular sua distância mínima. Por isso é bastante conveniente utilizar corpos finitos. Assim, podemos verificar como um problema, a princípio “aplicado” se relaciona tão intimamente com vários tópicos da Matemática “pura”. Esse estudo foi realizado no trabalho de dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no polo da Universidade Federal de Goiás.

## Referências

- [1] HEFEZ, ABRAMO; VILLELA, MARIA LÚCIA T, *Códigos corretores de erros*, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2008.
- [2] MASUDA, Ariane M.; PANARIO, Daniel. *Tópicos de Corpos Finitos com Aplicações em Criptografia e Teoria de Códigos*, IMPA, 2007.
- [3] NIEDERREITER, HARALD; LIDL, RUDOLF, *Introduction to finite fields and their applications*, Cambridge University Press, 1994.

# Generalização do Volume de Sólidos Geométricos no $\mathbb{R}^n$

Sérgio Henrique Maciel

Email: [sergiomaciel@usp.br](mailto:sergiomaciel@usp.br)

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade de São Paulo (USP)

São Paulo, Brasil

## Resumo

O  $\mathbb{R}^n$  permite a generalização do conceito de volume baseado na própria métrica e ainda possibilita o processo de construção de objetos análogos aos sólidos geométricos do  $\mathbb{R}^3$ . Apresentaremos a definição de três objetos no  $\mathbb{R}^n$  que são análogos ao prisma retangular, ao tetraedro e à esfera no espaço tridimensional. Além disso, com o novo e mais amplo conceito de volume, vamos calcular o equivalente ao volume dos sólidos construídos em dimensões mais altas.

## Referências

- [1] MÁRQUEZ, Viviane, *The Gamma Function*. 2017. Disponível em: <https://nbviewer.jupyter.org/github/vivianamarquez/Math-Undergrad-Lecture-Notes/blob/master/MiscellaneousGamma%20function.pdf>. Acesso em: 11 mai. 2021.
- [2] PETERSON, Peter, *Classical Differential Geometry*. [20??]. [S.I]. 250 p. Notas de Aula.

# Generalização do Volume de Sólidos Geométricos no $\mathbb{R}^n$

Sérgio Henrique Maciel  
Universidade de São Paulo (USP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Através da construção da noção do volume no  $\mathbb{R}^n$ , podemos computar o chamado  $n$ -volume de objetos análogos a sólidos geométricos no  $\mathbb{R}^3$ . O trabalho apresenta as noções principais das estratégias usadas para obter as fórmulas do volume dos objetos  $n$ -dimensionais análogos a paralelepípedos, tetraedros e esferas.

## Referências

- [1] MÁRQUEZ, VIVIANE, *The Gamma Function*. 2017. Disponível em: <https://nbviewer.jupyter.org/github/vivianamarquez/Math-Undergrad-Lecture-Notes/blob/master/Miscellaneous/Gamma%20function.pdf>. Acesso em: 11 mai. 2021.
- [2] PETERSON, PETER, *Classical Differential Geometry*. [20??]. [S.I.]. 250 p. Notas de Aula.

# Um Estudo Sobre a Oferta da Disciplina Pré-Cálculo nas Instituições de Ensino Superior do Centro-Oeste

Thais Regina Duarte Marçal\*

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues†

Universidade de Brasília (UnB)

Brasília, Brasil

## Resumo

Neste estudo, fizemos um levantamento sobre a oferta da disciplina de Pré-Cálculo nas Instituições de Ensino Superior (IES) Públicas da região Centro-Oeste. As disciplinas foram procuradas em IES que ofertam o curso de Licenciatura em Matemática na modalidade presencial. O Pré-Cálculo, como comumente é chamado, é uma disciplina básica da graduação que busca preparar o aluno, nivelando e revisando os conhecimentos necessários para o curso de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). A transição do Ensino Médio para o Ensino Superior tem se mostrado cheia de dificuldades. Muitas universidades brasileiras apresentam o problema de retenção e evasão de alunos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), nos cursos da área de Ciências Exatas. A disciplina Pré-Cálculo nasceu como uma possível solução para esse problema, junto à outros projetos criados nas Universidades, buscando preparar esses alunos para o Cálculo 1. Nosso objetivo é entender o que têm sido feito para amenizar os problemas vistos em meio à transição dos alunos ingressantes na graduação. Buscamos saber onde tem sido ofertada a disciplina Pré-Cálculo e como se dá essa oferta. Nossa pesquisa é de natureza quantitativa e qualitativa, onde foram analisados alguns dados obtidos por meio de Projetos Pedagógico do curso (PPC' s), planos de curso e ementários de disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática. Ao todo encontramos 13 IES públicas que ofertam o curso de Licenciatura em Matemática na modalidade presencial. Dentro dessas IES, analisamos dados de 35 unidades universitárias, vimos aproximadamente 65 disciplinas entendidas pelas pesquisadoras como "Pré-Cálculo".

## Referências

- [1] Andrade, F. C.; Esquinca, A. C. ; Oliveira, A. T. C. C. . *O Pré-Cálculo nas Licenciaturas em Matemática das Instituições Públicas do Rio de Janeiro: O Prescrito*. VIDYA (Santa Maria. ONLINE), v. 39, p. 131-151, 2019.
- [2] Andrade, F. C.; Esquinca, A. C. ; Oliveira, A. T. C. C. . *Un estado del conocimiento de las investigaciones sobre pré-cálculo en Brasil*. UNIÓN (San Cristobal De La Laguna), v. 16, p. 48-63, 2020.

---

\*Bolsista PET/MEC/FNDE

†Tutora e bolsista PET/MEC/FNDE

- [3] Bellettini, M. T.; Souza, S. . *A implantação da disciplina de Pré-cálculo como política pedagógica de permanência nos cursos de graduação do centro tecnológico da UFSC*. In: XVIII Colóquio Internacional de Gestão Universitária, 2018, Florianópolis.
- [4] Rodrigues, Luciana Ávila; Neves, Regina da Silva Pina. *O Cálculo Diferencial e Integral na Universidade de Brasília: Estratégia Metodológica em Estudo*. REEnCiMa. 2019.

# Os Desafios da Dupla Jornada, Trabalho e Estudo, dos Discentes do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Maranhão Campus Buriticupu

**Thais Sampaio Sousa\***

Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

**Francisco Alexandre de Lima Sales†**

Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

**Reullyanne Freitas de Aguiar‡**

Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

**Jonas Noronha de Oliveira§**

Instituto Federal do Maranhão (IFMA)  
Maranhão, Brasil

## Resumo

Poucas vezes o pensamento de um futuro melhor e a vontade de vencer falam mais alto que o cansaço e estresse do trabalho, o que gerou a conveniência da pesquisa sobre essa relação. Então, a pergunta que se busca responder é: como se dá a trajetória do aluno-trabalhador do curso de matemática no Instituto Federal do Maranhão Campus Buriticupu. É evidente a busca do mercado de trabalho por profissionais cada vez mais capacitados, e, conseqüentemente, com formação acadêmica para os setores que exigem perícia mais elevada, o que acaba por gerar um aumento da busca por cursos prossi-onalizantes e de graduação, onde uma parcela dos participantes já possui algum tipo de emprego. Trabalhar possibilita estudar e estudar possibilita trabalhar[1], contudo, equilibrar as duas atividades é uma complexa e árdua missão, assim, para o desenvolvimento desta pesquisa foi realizada a aplicação de um questionário com 20 questões, 11 objetivas e 9 discursivas nas turmas de 2º, 4º, 6º e 8º período do curso de licenciatura em matemática da instituição, que ingressaram no curso entre 2015 e 2018, onde das 42 pessoas que responderam o questionário aplicado, 29 são homens e 13 mulheres. Foi indagado se o trabalhador-aluno sente que seu trabalho interfere na sua aprendizagem, 30 alunos responderam que se sentem prejudicados no desenvolvimento de suas atividades acadêmicas, representando 71,43% dos entrevistados, apesar disso, relacionando a média do Índice de Rendimento Acadêmico (IRA) dos estudantes que trabalham e dos que não trabalham, observa-se que aqueles que trabalham e estudam tem o IRA 7,37 e os demais 6,43, o que contradiz a opinião popular de que aqueles que trabalham e estudam tem menor rendimento acadêmico em relação àqueles que apenas estudam. Consoante a isso é válido armar que a grande motivação

---

\*Graduada no curso de licenciatura em matemática, campus Buriticupu.

†Professor do curso de licenciatura em matemática, campus Buriticupu.

‡Professora do curso de licenciatura em matemática, campus Buriticupu.

§Graduando em matemática, campus Buriticupu.

do ingresso no ensino superior atualmente está diretamente relacionada ao mercado de trabalho. Anal, Aqueles que não estudam têm poucas chances de obter e manter, no mercado de trabalho, uma ocupação profissional que lhes dê satisfação e remuneração condigna[2]. A idade dos que constituíram a pesquisa varia entre 19 e 49 anos. Quando levamos em conta o estado civil dos estudantes, constatamos que eram 22 casados e 20 solteiros. Ao relacionar o estado civil com o IRA, foi possível analisar que a média das notas dos alunos que são casados é 2,17% mais baixa em comparação aos solteiros, onde os casados apresentam IRA de 7,2 e os solteiros 7,36. Os resultados enunciam que 17 alunos sentem dificuldades para dormir e 29 dizem não ter tempo para descansar durante a semana, correspondendo a 76% destes estudantes, o que pode vir a ser negativo até para a saúde mental dos mesmos. O lado psicológico do estudante sofre transformações diante de tantas questões pendentes a resolver: nanceira, preocupação com os estudos, cansaço físico associado a um dia estressante de trabalho[3]. Os participantes da pesquisa reforçaram as dificuldades destacadas ao longo do texto, de conseguir permanecer na universidade e concluir o curso superior, sendo unânimes ao pensamento de que seria muito melhor se pudessem apenas estudar, o rendimento dos estudos seria mais elevado e de melhor valia, facilitando alcançar melhores setores no mercado de trabalho.

## Referências

- [1] SIQUEIRA, T. J. F., *Trabalhar para estudar / estudar para trabalhar: realidade e possibilidades.*, Florianópolis: UFSC, 2011.
- [2] OLIVEIRA, M. A. G., *O novo mercado de trabalho, Guia para iniciantes e sobreviventes.*, 2. ed. Rio de Janeiro: Senac Rio., 2004.
- [3] CARVALHAL, M., *A Arte de Trabalhar e Estudar.*, Bahia: [s.n.], 2008.
- [4] DALY APUD AQUINO, F. *Quem foi São José de Anchieta?*, Cleofas, 1961; 2019. Disponível em: <https://cleofas.com.br/quem-foi-sao-jose-de-anchieta-2/>. Acesso em: 24 Maio 2019.

# Conjuntos Compactos em Espaços Euclidianos

**Valdênis Martins da Silva Júnior\***

Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)  
Pernambuco, Brasil

**Prof. Dr. Eudes Mendes Barboza †**

Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)  
Pernambuco, Brasil

## Resumo

Nos espaços euclidianos, um conjunto é dito compacto quando é limitado e fechado. A partir dessa definição, podemos citar como exemplos de conjuntos compactos o intervalo  $[a, b] \subset \mathbb{R}$ , e também as bolas fechadas em  $\mathbb{R}^n$ . Falando em conjuntos compactos no  $\mathbb{R}^n$ , decorre as seguintes equivalências, a primeira diz que  $K \subset \mathbb{R}^n$  é compacto se, e somente, toda sequência de pontos  $x_k \in K$  possui uma subsequência que converge para um ponto de  $K$ . A outra equivalência é dada pelo Teorema de Borel-Lebesgue, que diz que um conjunto é compacto se, e somente se, toda cobertura aberta admite uma subcobertura finita. Assim, nesse trabalho, temos como objetivo apresentar e discutir diferentes definições de conjuntos compactos em espaços euclidianos, que são topologicamente equivalentes.

## Referências

- [1] LIMA, Elon Lages. **Análise Real Volume 1**. Rio de Janeiro. Editora Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 1989.
- [2] LIMA, Elon Lages. **Análise Real Volume 2**. Rio de Janeiro. Editora Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2004.

---

\*Dicante do curso de Licenciatura em Matemática - UFRPE

†Orientador e professor do Departamento de Matemática - UFRPE

# Caos no Big Bang e um Mapa do Círculo

**Victor Hugo S. Daniel**

Universidade de São Paulo (USP)  
São Paulo, Brasil

**Phillipo Lappicy\***

Universidade de São Paulo (USP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Segundo a conjectura BKL, as equações de Einstein da Relatividade Geral podem ser aproximadas por EDOs. Esse sistema contínuo origina um sistema dinâmico discreto no círculo unitário, chamado mapa de Kasner, que depende de um parâmetro  $v \in (0, 1)$ . Sabe-se que para  $v = \frac{1}{2}$  ele é caótico [1, 2] e que para  $v > \frac{1}{2}$  ele é caótico num conjunto de Cantor invariante de medida nula [3]. No caso  $v < \frac{1}{2}$ , o mapa é multivaluado, e desejamos desenvolver uma noção de caos e investigar a caoticidade para essa família de parâmetros, comparando com os resultados conhecidos.

## Referências

- [1] BELINSKI, V. A.; KHALATNIKOV, I. M.; LIFSHITZ, E. M. *Oscillatory approach to a singular point in the relativistic cosmology*, Adv. Phys. 19, 525, 1970.
- [2] KHALATNIKOV, I. M.; KHANIN, K. M.; LIFSHITZ, E. M.; SHUR L. N.; SINAI, Y. G. *On the stochasticity in relativistic cosmology*, J. Stat. Phys. 38, 97, 1985.
- [3] HELL, J.; LAPPICY, P.; UGGLA C. *Bifurcations and Chaos in Hořava-Lifshitz Cosmology*, preprint arXiv:2012.07614, 2020.

---

\*Orientador(a)

# A Infinitude dos Números Primos: Demonstrações Alternativas

**Vinicius José Joaquim Ferreira\***

Email: [jf.vinicius21@gmail.com](mailto:jf.vinicius21@gmail.com)

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul( UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

**Antonio Carlos Tamrozzi †**

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul(UFMS)  
Mato Grosso do Sul, Brasil

## Resumo

Os números sempre intrigaram o homem ao longo da história. Na filosofia ocidental a metafísica sempre buscou encontrar uma resposta lógica sobre a natureza do homem e o seu percurso na sua própria história. Os gregos — que foram um dos precursores da Matemática e da Filosofia no ocidente — foram responsáveis pelo desenvolvimento da Matemática axiomática, como conhecemos atualmente. Acredita-se que por volta do ano 530 a.C. os pitagóricos deram início a um estudo sistemático dos números primos. Estes acreditavam que o número era a essência do homem e de todas as coisas. Não é a toa que é atribuída a essa escola o desenvolvimento de muitos conceitos da Teoria dos Números como os números perfeitos, números amigáveis, abundantes, deficientes e também os números racionais. Séculos mais tarde, com a publicação de Os elementos de Euclides, podemos apreciar uma coletânea de resultados desenvolvidos ao longo do tempo por diferentes matemáticos gregos precursores de Euclides. Euclides, porém, foi o primeiro matemático que se tem registros que demonstrou a infinitude dos números primos. A prova apresentada consiste em uma simples redução ao supor que os números primos são finitos. Apesar de ser uma prova de fácil entendimento para a matemática moderna, por usar somente conceitos de divisibilidade, o uso do teorema fundamental da aritmética era duvidoso para a época uma vez que esse só foi provado efetivamente por Gauss em 1796. Outra demonstração sobre a infinitude dos números primos, apresentada mais de um milênio depois de Euclides, é devida a Euler. Para sua prova, supondo que o conjunto dos números primos é finito, Euler chega em uma contradição, a de que a série harmônica é convergente. Acontece que Euler morreu antes sequer de Gauss ter demonstrado o TFA (Teorema fundamental da aritmética) assim como aconteceu com Euclides. Com a demonstração do TFA, as provas feitas tanto por Euclides como Gauss se tornaram mais bem estruturadas. Com o desenvolvimento da Matemática durante séculos, muitas novas áreas surgiram e se tornaram de suma importância como foi o caso da Topologia. No ano de 1955, usando apenas conceitos de abertos e fechados, o ainda graduando Hillel Furstenberg publicou na revista American Mathematical Monthly uma demonstração alternativa para a infinitude dos números primos. A demonstração consiste simplesmente em construir uma topologia que tem como base os conjuntos aritméticos e mostrar que com a suposição de que os números primos são finitos, chegamos em uma contradição para

---

\*Aluno regular do curso de licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Campus de Três Lagoas; Bolsista do grupo PET à Matemática (Programa de Educação Tutorial)

†Professor titular do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul Campus de Três Lagoas; Tutor do grupo PET à Matemática (Programa de Educação Tutorial)

a topologia definida. Um diferencial dessa demonstração é o fato de não fazer uso do teorema fundamental da aritmética. A demonstração de Furstenberg não foi vista como um grande marco para o desenvolvimento da Matemática uma vez que já haviam demonstrações feitas por Euclides e Euler Apesar disso, podemos ver como a Matemática se comporta muito bem como uma unidade de conhecimento e como suas bases estão bem estabelecidas não gerando contradições em diferentes contextos. Também, podemos enxergar que um mesmo problema pode ser solucionado de diferentes formas, por diferentes pontos de vista e conhecimentos, e essa variedade não altera nos resultados.

## Referências

- [1] AHMET G.; COLIN R., FLETCHER, *The fundamental theorem of arithmetic dissected..* The Mathematical Gazette, v. 81, p. 53-57, Mar 1997.
- [2] BOYER, BENJAMIM CARL., *História da Matemática*. São Paulo: USP, 1974. 488p.
- [3] HEFEZ, ABRAMO, *Elementos de aritmética*. Sociedade Brasileira de Matemática: Textos universitários, 2006.
- [4] LIMA, ELON, *Curso de Análise, vol. 1*. Rio de Janeiro: Projeto Euclides - IMPA, 2017
- [5] Munkres, J. R., *Topology: A first Course*. Prentice Hall-New Jersey, 1974.

# Números Irracionais na Escolaridade Básica: Um Levantamento de Monografias do PROFMAT

**Wagner Marcelo Pommer\***

Email: [wagner.pommer@unifesp.br](mailto:wagner.pommer@unifesp.br)

Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)  
São Paulo, Brasil

**Bruno Argona Valentini†**

Email: [brunoargona@hotmail.com](mailto:brunoargona@hotmail.com)

Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)  
São Paulo, Brasil

**Mariana Chiccolli Pereira de Rezende‡**

Email: [mariana.rezende@unifesp.br](mailto:mariana.rezende@unifesp.br)

Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP)  
São Paulo, Brasil

## Resumo

Os Parâmetros Curriculares Nacionais fazem uma discussão com relação ao ensino de Matemática dos números irracionais na escolaridade básica [1]. O documento menciona que, usualmente, há o trabalho tão somente de cálculos operatórios com raízes enésimas irracionais (geralmente as raízes quadradas e cúbicas com radicandos inteiros positivos), a apresentação de alguns poucos números irracionais emblemáticos (como é o caso do número PI, e eventualmente, o número de Euler e o número de Ouro), assim como uma parca ilustração de alguns números irracionais na reta real e, por último, a demonstração da irracionalidade de raiz quadrada de 2 por meio do Teorema de Pitágoras [1]. A recente Base Nacional Comum Curricular reitera, em geral, as deliberações do referido documento anterior e propõe a introdução dos números irracionais no 9o ano do Ensino Fundamental por meio da exploração de quatro habilidades: reconhecer situações da insuficiência dos números racionais; reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica; estimar a localização de alguns poucos números irracionais na reta real; efetuar cálculos com radicais (potências com expoentes fracionários)[2]. Frente a este cenário, há pouca ênfase na apresentação e desenvolvimento dos números irracionais na escolaridade básica [3].

Os eixos constitutivos dos números reais (Pares: Discreto-Contínuo Finito-Infinito Exato-Aproximado-estimado) podem contribuir com tal questão [3;5]. Estas considerações curriculares não permitem caracterizar a essência dos números irracionais: (a) a infinitude desses elementos no âmbito dos Números Reais; (b) as diversas possibilidades de caracterizá-lo por meio da comensurabilidade/incomensurabilidade entre segmentos, o trabalho com as frações contínuas simples para definir os números racionais e os números irracionais de modo simples, inequívoco

---

\*Professor Adjunto do Departamento de Ciências Exatas e da Terra

†Aluno da Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

‡Aluna da Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

e sem esbarrar na definição circular usual dos livros didáticos (Um número irracional é todo número real que não é racional!), a ideia da metáfora do corte de Dedekind, a aproximação dos números irracionais por meio dos números racionais; o estudo dos números algébricos e transcendentais (c) a apresentação de outros números irracionais (o número de ouro; o número de Liouville, dentre outros) [3; 4; 5; 6; 7;8]. Estas possibilidades de exploração podem se situar no trabalho didático da escolaridade básica, inseridas na ideia da transposição didática e na possibilidade de atualizar o ‘saber a ser ensinado’, fatos destacados em Chevallard [9]. Em face desses apontamentos, o objetivo dessa comunicação foi realizar um levantamento de dissertações de mestrado profissional para verificar quais são os conceitos matemáticos desenvolvidos e qual a forma didática de apresentação dos números irracionais na escolaridade básica que foram propostos. A metodologia utilizada foi a pesquisa documental em dissertações profissionais brasileiras e, para esse texto, expusemos a busca vinculada ao PROFMAT, no período entre 2010 e 2020. Neste processo, foram identificadas dezenove monografias de mestrado profissional entre 2010 a 2020, obtidas a partir do site do PROFMAT (<http://www.profmatt-sbm.org.br>). Neste mote, inventariamos que os conceitos matemáticos envolvidos nas monografias analisadas realizaram uma abordagem axiomática da aproximação dos números irracionais por racionais, as provas da irracionalidade, o estudo dos ‘Cortes de Dedekind’ para abordar a construção axiomática dos Números Reais, a discussão do ‘Problema da Medida’, o desenvolvimento dos números irracionais por meio da dízima não periódica, a exposição dos números algébricos e transcendentais, a fração contínua simples para expor uma definição dos números racionais e irracionais, a abordagem dos segmentos comensuráveis e incomensuráveis e a apresentação de alguns números irracionais notáveis, principalmente situando o caso de do número PI, o número de Euler e o número de Liouville. Porém, apesar do necessário tratamento matemático das monografias que intentaram, essencialmente, aprofundar a formação matemática dos professores da escolaridade básica, as monografias não apresentaram um debate mais aprofundado sobre as formas didáticas de abordagem desses assuntos, o que dificulta a transposição desses conhecimentos para o trabalho do professor de Matemática no ambiente de sala de aula na escolaridade básica [9].

## Referências

- [1] BRASIL. -*Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental): Matemática..* Brasília: MEC/SEF. 1998.
- [2] BRASIL. -*Base Nacional Comum Curricular (BNCC - 3a versão)*. Brasília, DF: MEC, (2017).
- [3] POMMER, WAGNER MARCELO. - *A construção de significados dos Números Irracionais no ensino básico: Uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos Números Reais*. 2012. 247 f. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, (2012).
- [4] RIPOLL, CYDARA CAVEDON. - *A Construção dos Números Reais nos Ensinos Fundamental e Médio*. In: Anais ... II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, Salvador, (2004).
- [5] POMMER, WAGNER MARCELO. - *Números irracionais na escolaridade básica: um olhar pelo viés dos eixos constitutivos dos números reais*. Revista de Educação Matemática, v.15, (2018), 610 - 628.

- [6] FISCHBEIN, EFRAHIM; JEHIAM, RUTE; COHEN, DORIT. - *The Concept of Irrational Numbers in High-School Students and Prospective Teachers*. Educational Studies in Mathematics. (1995), 29 (1), 29-44.
- [7] LEVIATHAN, TALMA. - *Introducing real numbers: when and how?*. Proceedings of ICME 10, (2004), 1-13.
- [8] HILBERT, DAVID. - *Sobre o Infinito. Tradução de Marcelo Papini*. In: Anais ... Münster: Encontro de Matemáticos. Sociedade de Matemática de Westfalen, (1925), 1-11.
- [9] CHEVALLARD, YVES. - *CHEVALLARD, Yves*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19 (2), (1.999), 221-266.

# Um estudo da COVID-19 em Juiz de Fora

**Walter César da Silva Pires \***

Email: waltercesar0@gmail.com

Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)

Minas Gerais, Brasil

**Lucy Tiemi Takahashi**

Email: ltiemi@gmail.com

Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF)

Minas Gerais, Brasil

**Patrick de Souza Oliveira**

Email: patrick-oliveira@ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Minas Gerais, Brasil

**Daniel Moraes Barbosa**

Email: danieldgbm68@gmail.com

Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

São Paulo, Brasil

## Resumo

Neste estudo é apresentado um modelo epidemiológico compartimental, por meio do qual busca-se descrever a dinâmica da primeira onda da COVID-19 no município de Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil. Consideramos  $N$  a população total a qual está dividida em nove compartimentos: suscetíveis, latentes, pré-sintomáticos, assintomáticos, sintomáticos com sintomas leves, sintomáticos com sintomas moderados, sintomáticos com sintomas severos, recuperados e mortos. O primeiro compartimento considerado é o dos indivíduos Suscetíveis,  $S$ , que após serem expostos ao SARS-CoV-2 devido ao encontro com  $I_M$ ,  $I_H$  ou  $\tilde{I}$ , ( $\tilde{I} = I_a + I_s + I_L$ ), em períodos  $\beta_M^{-1}$ ,  $\beta_H^{-1}$  e  $\beta(b)^{-1}$ , respectivamente, podem se tornar Infectados latentes,  $I$ . Os indivíduos em  $I$  após o período de incubação  $\alpha^{-1}$ , tornam-se Infeciosos Assintomáticos,  $I_a$ , em uma proporção  $\varphi$ , ou Infeciosos pré-sintomáticos,  $I_s$ , numa proporção  $(1 - \varphi)$ . Os indivíduos em  $I_s$  migram, após um período  $\nu^{-1}$ , de acordo com os sintomas que venham a apresentar, para o compartimento dos Infeciosos com sintomas Leves,  $I_L$ , numa proporção  $\phi_1$ , ou para o de Infeciosos com sintomas Moderados,  $I_M$ , numa proporção  $\phi_2$ , ou ainda, para o de Infeciosos com sintomas Severos,  $I_H$ , numa proporção  $(1 - \phi_1 - \phi_2)$ . Os indivíduos em  $I_a$  e em  $I_L$  não necessitam de cuidados especiais, se recuperam e migram para o compartimento dos Recuperados,  $R$ , após um período  $\gamma_1^{-1}$ . Já os indivíduos em  $I_M$  e em  $I_H$  necessitam de internações hospitalares em leitos e em UTI's, respectivamente. Após um período  $\gamma_2^{-1}$  uma proporção  $\sigma$  dos  $I_M$  se recupera e migra para  $R$ , enquanto que os demais  $(1 - \sigma)I_M$  vêm a óbito, sendo então transferidos para o compartimento de Mortos,  $D$ . Por fim, na subpopulação  $I_H$  temos uma proporção  $\eta$  que se recupera enquanto demais  $(1 - \eta)I_H$  vêm a óbito, donde são transferidos

---

\*PROPP/UFJF

para  $R$  e  $D$ , respectivamente. Todos os parâmetros considerados são constantes e positivos, exceto a taxa  $\beta(b)$  que depende diretamente da mudança de comportamento da população relacionada a ocupação dos leitos e das Unidades de Tratamento Intensivos hospitalares destinados aos pacientes com COVID-19, na cidade.

Concluimos, portanto, por meio das simulações, que os valores das taxas de transmissão dos infecciosos  $\tilde{I}$  têm grande impacto no número total de casos, ou seja, esses indivíduos têm uma forte influência na dinâmica da COVID-19, segundo o modelo proposto. Aliás, nas simulações os números totais de infectados e de mortos ficaram, ao longo do tempo, próximos aos números oficiais fornecidos pela Prefeitura de Juiz de Fora e pela Secretaria de Estado de Saúde de Minas Gerais.

## Referências

- [1] Brasil, Ministério da Saúde, Conselho Nacional de Saúde, “Brasil confirma primeiro caso do novo coronavírus porém não há motivo para pânico.” Disponível em: <http://conselho.saude.gov.br/ultimas-noticias-cns/1042-brasil-confirma-primeiro-caso-do-novo-coronavirus-porem-nao-ha-motivo-para-panico>. Acesso em: 15 de fev. de 2021.
- [2] IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), “Panorama da população de Juiz de Fora.” Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg/juiz-de-fora/panorama>. Acesso em 15 de fev. de 2021.
- [3] BOLETIM INFORMATIVO DO COES MINAS COVID-19. Boletim informativo diário, Juiz de Fora. Disponível em: [https://coronavirus.saude.mg.gov.br/images/boletim/03-marco/14032020\\_Boletim\\_epidemiologico\\_COVID-19\\_MG.pdf](https://coronavirus.saude.mg.gov.br/images/boletim/03-marco/14032020_Boletim_epidemiologico_COVID-19_MG.pdf). Acesso em 15 de fev. de 2021.
- [4] P. de Juiz de Fora, “Painel gerencial - principais dados covid,,” 2020. Disponível em: <https://covid19.pjf.mg.gov.br/>. Acesso em: 30 de out. de 2020.
- [5] Brasil, Ministério da Saúde, Secretaria de Estado de Saúde de Minas Gerais, “Painel de monitoramento de casos.” Disponível em: <http://coronavirus.saude.mg.gov.br/>. Acesso em: 30 de out. de 2020.
- [6] Plano Minas Consciente – Retomando a economia do jeito certo. Estado de Minas Gerais. Disponível em: [https://www.mg.gov.br/sites/default/files/paginas/imagens/minasconsciente/plano\\_minas\\_consciente\\_3.3\\_v.5.pdf](https://www.mg.gov.br/sites/default/files/paginas/imagens/minasconsciente/plano_minas_consciente_3.3_v.5.pdf). Acesso em 15 de fev. de 2021.
- [7] M. R. P. Maurão, “Analisando a pandemia de COVID-19 através dos modelos SIR e SECIAR,” *Biomatemática* 30, vol. [http://www.ime.unicamp.br/biomas/Bio30\\_art5.pdf](http://www.ime.unicamp.br/biomas/Bio30_art5.pdf), no. Submitted, pp. 111–140, 2020.
- [8] LIMA, M. Leão, J. Cabral, C. Dias, S. Silva, Diego. STEINMETZ, A. Costa, J. Bitar, S. Almeida, A. Duczmal, L., “Relatório técnico: resposta ao ofício n.0174/2020 - gp/fapeam - curva de contaminação covid-19 estado do amazonas,” tech. rep., 2020.

# ★-Supervarieties of Polynomial Growth

Wesley Quaresma Cota

Ana Cristina Vieira\*

## Resumo

Um método bem estabelecido para investigar o crescimento das identidades polinomiais satisfeitas por uma álgebra é o estudo da sequência numérica que associamos a uma dada PI-álgebra, a sequência de codimensões. O clássico Teorema de Kemer, provado em 1979, nos diz que uma variedade tem crescimento polinomial da sequência de codimensões se, e somente se,  $UT_2, \notin$ , onde  $UT_2$  denota a álgebra das matrizes triangulares superiores  $2 \times 2$  e a álgebra de Grassmann de dimensão infinita. A caracterização apresentada por Kemer foi estendida por outros autores para álgebras munidas de estruturas adicionais. Nesse intuito, em 2016, Giambruno, dos Santos e Vieira estenderam o resultado de Kemer para álgebras munidas de uma  $\mathbb{Z}_2$ -gradação e de uma involução invariante a essa graduação, as chamadas  $*$ -superalgebras. Os autores mostraram ser necessário e suficiente excluir as  $*$ -superalgebras  $D_*$ ,  $M_*$ ,  $D^{gr}$ ,  $D^{gri}$  e  $M^{gri}$  da  $*$ -supervariety para garantir crescimento polinomial da sequência de  $*$ -codimensões graduadas, em que  $D_*$  denota a álgebra  $D := F \oplus F$  com graduação trivial e involução troca;  $M_*$  a álgebra  $M := F(e_{11} + e_{44}) + F(e_{22} + e_{33}) + Fe_{12} + Fe_{34}$  com graduação trivial e involução reflexão;  $D^{gr}$  a álgebra  $D$  com graduação  $(F(1, 1), F(1, -1))$  e involução trivial;  $D^{gri}$  a álgebra  $D$  com graduação  $(F(1, 1), F(1, -1))$  e involução troca;  $M^{gri}$  a álgebra  $M$  com graduação  $(F(e_{11} + e_{44}) + F(e_{22} + e_{33}), Fe_{12} + Fe_{34})$  e involução reflexão. O objetivo principal desse trabalho consiste expor de maneira clara e objetiva os resultados apresentados pelos autores.

## Referências

- [1] A. Giambruno and S. Mishchenko. *On star-varieties with almost polynomial growth*. Algebra Coll. **8** (2001) 33-42.
- [2] A. Giambruno; S. Mishchenko and M. Zaicev. *Polynomial Identities on superalgebras and almost polynomial growth*, Special issue dedicated to Alexei Ivanovich Kostrikin, Comm. Algebra **29** (2001), 3787-3800.
- [3] A. Giambruno, R. B. dos Santos and A. C. Vieira. *Identities of  $*$ -superalgebras and almost polynomial growth*. Linear and Multilinear Algebra. (2016), 64:3, 484-501.
- [4] A. R. Kemer. *Varieties of finite rank*. Proc. 15th All the Union Algebraic Conf., Krasnoyarsk **2** (1979) (in Russian).

---

\*Orientador(a)

# Grafos de Cayley: Uma família de Grafos Relacionada com a Teoria de Grupos

**William Debon Pereira\***

Email: [williamdebom123@hotmail.com](mailto:williamdebom123@hotmail.com)

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)  
Rio Grande do Sul, Brasil

**Grasiela Martini†**

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)  
Rio Grande do Sul, Brasil

**Eneilson Campos‡**

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)  
Rio Grande do Sul, Brasil

## Resumo

As estruturas conhecidas como grafos de Cayley possuem associação direta com a Teoria de Grupos, pois surgem para representar grupos abstratos de forma gráfica. Sua definição parte de um grupo  $G$ , um subconjunto  $B$  de  $G$  tal que o elemento neutro de  $G$  não pertença à  $B$ ,  $B = B^{-1}$  e um outro conjunto definido da seguinte forma:  $E = \{ab; ab^{-1} \in B \wedge a, b \in G\}$ . Diante desses elementos, denotamos o grafo de Cayley como  $X' = \text{Cay}(G, B)$ , onde  $V(X') = G$  e  $E(X') = E$  serão os conjuntos de vértices e arestas do grafo  $X'$ , respectivamente. No que tangência a aplicabilidade desse conceito, temos que eles estão nas áreas de Engenharia e Matemática, mas também fazem-se presentes na área da Ciência da Computação aparecendo para à obtenção de grupos de permutações para representar as simetrias nas estruturas de redes de computadores. Nosso objetivo com este trabalho será representar esses grafos de forma gráfica e apresentar algumas de suas principais propriedades, mas para isto iremos introduzir inicialmente alguns conceitos básicos da Teoria de Grafos.

## Referências

- [1] JURKIEWICZ, SAMUEL. *Grafos: Uma introdução*. Brasil: OBMEP, 2009.
- [2] ORTIZ, ABEL; MOREIRA, THIAGO. *Tópicos na intersecção entre a teoria dos grafos e Álgebra*. Editora: SBM, 2016.

---

\*Graduado em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal do Rio Grande

†Professora Doutora da Universidade Federal do Rio Grande

‡†Professor Doutor da Universidade Federal do Rio Grande