



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JOELMA NOGUEIRA DOS SANTOS

**O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA E ENSINO (LME) NA FORMAÇÃO INICIAL
DO PROFESSOR: ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS COM BASE NA
SEQUÊNCIA FEDATHI**

FORTALEZA
2021

JOELMA NOGUEIRA DOS SANTOS

**O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA E ENSINO (LME) NA FORMAÇÃO INICIAL
DO PROFESSOR: ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS COM BASE NA
SEQUÊNCIA FEDATHI**

Tese apresentada ao programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Educação. Área de concentração: História e Educação Comparada.

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

Coorientadora: Profa. Dra. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro.

FORTALEZA

2021

Página reservada para ficha catalográfica que deve ser confeccionada após apresentação e alterações sugeridas pela banca examinadora.

Para solicitar a ficha catalográfica de seu trabalho, acesse o site: www.biblioteca.ufc.br, clique no banner Catalogação na Publicação (Solicitação de ficha catalográfica)

JOELMA NOGUEIRA DOS SANTOS

**O LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA E ENSINO (LME) NA FORMAÇÃO INICIAL
DO PROFESSOR: ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS COM BASE NA
SEQUÊNCIA FEDATHI**

Tese apresentada ao programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Educação. Área de concentração: História e Educação Comparada.

Orientador: Prof. Dr. Hermínio Borges Neto.

Coorientadora: Profa. Dra. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro.

Aprovada em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Hermínio Borges Neto (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Ana Cláudia Mendonça Pinheiro (Coorientadora)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE)

Profa. Dra. Lis de Maria Martins Torres
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Prof. Dr. Jacques Therrien
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Prof. Dr. Afranio de Araújo Coelho
Universidade Estadual do Ceará (UECE)

A todas professoras e professores no mundo inteiro que perderam a vida para a

Covid-19 enquanto eu escrevia e tentava defender esta tese.

AGRADECIMENTOS

À Inteligência Suprema, causa primária de todas as coisas que me proporcionou a vida e a oportunidade de evoluir.

Ao professor Hermínio Borges Neto pela orientação, aprendizado e convivência e ao professor Cleiton Vasconcelos (*in memoriam*), minha eterna gratidão pela conversa iniciada no ano 2000 e que me trouxe até aqui. Com um e com o outro sempre travei diálogos curtos, porém, significativos. A eles, meu respeito e admiração.

Aos meus João Vítor, José Osório (querido pai), Maria Nilce e Janete que mesmo sem entender, sempre aceitaram os momentos de ausência por causa do doutorado.

À Janaina Holanda, eterna amiga e companheira desta e de outras vidas.

À Ana Cláudia Mendonça Pinheiro, pelas coorientações no doutorado e orientações para o progresso e transformação moral.

À Lis de Maria e Ana Cláudia Uchôa, pessoas cujos laços afetivos estavam em outra época e dimensão, mas que foram retomados na academia.

Aos professores Patrícia Holanda e Jacques Therrien que me fizeram compreender que a pós-graduação, mesmo no contexto da matemática, pode ser humanizada.

À banca examinadora pelas contribuições significativas para esta pesquisa.

Ao Rogério Santana pelas conversas e reflexões iniciadas no mestrado que também me conduziram ao professor Hermínio e que tempos depois, se ampliaram em oportunidades de diálogos na Faced (UFC).

Ao GPEHM, na pessoa da Carol, que sempre me apoiou e me proporcionou três das quatro Escolas de Formação.

Aos companheiros de pós-graduação, da Linha de História e Educação Comparada (LHEC) que comigo conviveram, ajudando e me conduzindo nesta experiência acadêmica, em especial à Lara Saldanha (Larita) por ter cuidado de mim, já que me fiz uma autêntica (des)orientanda.

Aos sujeitos participantes das Escolas de Formação que se dispuseram a conviver comigo para a realização da práxis aqui apresentada.

Não é tarefa do professor de matemática mudar o ensino de todas as disciplinas, resolver o problema da educação de um modo geral. Não é de sua competência e nem de sua capacidade. Mas é de sua competência contribuir para que essa mudança seja feita. Como? Mudando o ensino de matemática (CLEITON BATISTA VASCONCELOS, um dia desses na UECE antes de 25 de março de 2014).

RESUMO

O Laboratório de Matemática é elemento constituinte do curso de licenciatura em matemática e propício para unir o pensar e o fazer matemático na reflexão sobre e com o ensino da matemática. O entrelaçamento do laboratório com o ensino possibilita significativas contribuições para a preparação do licenciando. Sua utilização nesse contexto pode proporcionar uma atuação docente substanciada dos fundamentos matemáticos e de aspectos didático-pedagógicos. A compreensão da conexão estabelecida pelas dimensões aqui apontadas, necessitou de uma estrutura com base em atividades matemáticas envolvendo a ação do professor formador e do licenciando. As questões relacionadas à maneira que o laboratório pode contribuir na formação inicial do professor e no ensino de matemática assim como nas experiências acadêmicas desenvolvidas pelo licenciando, direcionaram a investigação. Logo, este estudo traçou como objetivo a proposta de uma práxis envolvendo o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) para a formação inicial do professor de matemática com base na Sequência Fedathi como proposta metodológica da pesquisa científica em uma parte do trabalho e de ensino, em outra, numa perspectiva mutirreferencial de ações investigativas que possibilitou observar, questionar e descrever os acontecimentos. A partir dos aspectos metodológicos da formação inicial relacionou-se às possibilidades de trabalho, dificuldades e desafios inerentes à prática docente. Como resultado, por meio desta investigação estruturou-se algumas orientações metodológicas para explorar a formação do conceito matemático, a reflexão do ensino e a aplicação do saber matemático escolar no LME no intuito de contribuir significativamente para a prática profissional do professor de matemática.

Palavras-chave: Laboratório de Matemática e Ensino (LME). Ensino de matemática. Formação inicial do professor de matemática. Sequência Fedathi.

ABSTRACT

The Mathematics Laboratory is a constituent element of the degree course in mathematics and is conducive to uniting mathematical thinking and doing in the reflection on and with the teaching of mathematics. The intertwining of the laboratory with teaching makes significant contributions to the preparation of the licensee. Its use in this context can provide a substantive teaching performance of mathematical foundations and didactic-pedagogical aspects. The understanding of the connection established by the dimensions mentioned here, required a structure based on mathematical activities involving the actions of the teacher teacher and the licensee. The questions related to the way that the laboratory can contribute in the initial teacher training and in the teaching of mathematics as well as in the academic experiences developed by and for the licensee directed the investigation. Therefore, the search for answers made this study result in a mathematics and teaching laboratory (LME) model to be used in the preparation of the future mathematics teacher and is based on the Fedathi Sequence as a methodological proposal for scientific research in a part of the work and teaching, in another, from a multi-referential view of investigative actions that made it possible to observe, question and describe the events. Based on the methodological aspects of initial training, it was related to work possibilities, difficulties and challenges inherent to teaching practice. In this way, it was possible to structure some methodological guidelines to explore the formation of the mathematical concept, the reflection of teaching and the application of school mathematical knowledge in the LME in order to contribute significantly to the professional practice of the mathematics teacher.

Keywords: Mathematics and Teaching Laboratory (LME). Mathematics teaching. Mathematics teacher initial training. Fedathi Sequence.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | | |
|-----------|---|-----|
| Figura 1 | O saber fazer de Borges Neto (2018) | 29 |
| Figura 2 | Diálogo entre Alice e o Gato de Cheshire..... | 32 |
| Figura 3 | Estrutura do conhecimento matemático com a tríade (F, R, G) | 38 |
| Figura 4 | Método do matemático x método da Sequência Fedathi..... | 45 |
| Figura 5 | Esquema do funcionamento da Sequência Fedathi..... | 49 |
| Figura 6 | Compreensão do ir e vir do pensamento matemático..... | 53 |
| Figura 7 | Modelos matemáticos de portas lógicas criados pelos alunos em aula de Matemática Aplicada..... | 84 |
| Figura 8 | Material Concreto em uma aula na Escola de Atenas..... | 86 |
| Figura 9 | Filme apresentado como recurso didático em uma escola de Educação Básica sob a supervisão da pesquisadora..... | 87 |
| Figura 10 | Material manipulável simbólico e as expressões numéricas em uma aula de monitoria na Escola de Atenas sob a supervisão da pesquisadora..... | 87 |
| Figura 11 | Material Dourado utilizado em uma aula na Escola de Atenas..... | 88 |
| Figura 12 | Materiais manipuláveis passivos da Escola Pitagórica..... | 88 |
| Figura 13 | Palitos de picolé utilizados como recurso didático em uma escola de Educação Básica sob a supervisão da pesquisadora..... | 89 |
| Figura 14 | Ábaco utilizado em uma aula de monitoria com alunos do ensino médio sob a supervisão da pesquisadora em uma escola de Educação Básica..... | 89 |
| Figura 15 | Recurso no livro Didática da Matemática..... | 90 |
| Figura 16 | Laboratório de matemática como depósito-arquivo..... | 92 |
| Figura 17 | A geometria da sala de aula..... | 93 |
| Figura 18 | Laboratório na concepção disciplina da licenciatura..... | 94 |
| Figura 19 | Laboratório na concepção suporte tecnológico..... | 95 |
| Figura 20 | Laboratório na concepção tradicional..... | 96 |
| Figura 21 | Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)..... | 97 |
| Figura 22 | Laboratório de Educação Matemática..... | 98 |
| Figura 23 | O Laboratório de Pesquisa Multimeios (MM)..... | 99 |
| Figura 24 | Laboratório de matemática como espaço físico..... | 100 |
| Figura 25 | Laboratório de matemática itinerante..... | 101 |

| | | |
|-----------|--|-----|
| Figura 26 | Laboratório de matemática virtual..... | 102 |
| Figura 27 | Logo do LabMatEn/UECE..... | 104 |
| Figura 28 | Sequência Fedathi e diálogos na perspectiva multirreferencial..... | 113 |
| Figura 29 | A Sequência Fedathi como metodologia de pesquisa..... | 114 |
| Figura 30 | Contextos e conexões da investigação com a Sequência Fedathi..... | 121 |
| Figura 31 | Orientações metodológicas com o uso do LME..... | 125 |
| Figura 32 | A relação entre <i>amap</i> e <i>amal</i> | 130 |
| Figura 33 | Triângulo retângulo utilizado na oficina..... | 171 |
| Figura 34 | Momento de debruçamento dos alunos..... | 171 |
| Figura 35 | Sobre o uso do recurso didático na formação do conceito..... | 176 |
| Figura 36 | Medições realizadas pelos licenciandos com a fita métrica..... | 183 |
| Figura 37 | Produção de recurso didático na Escola de Alexandria..... | 198 |
| Figura 38 | Produção na Escola de Atenas..... | 203 |

LISTA DE GRÁFICOS

| | | |
|-----------|---|-----|
| Gráfico 1 | Tempo de implantação e funcionamento do laboratório de matemática nas IES CE..... | 106 |
| Gráfico 2 | Experiência com a docência em Matemática na oficina..... | 175 |
| Gráfico 3 | Visão positiva dos licenciandos sobre o uso do recurso didático na formação de conceitos..... | 176 |
| Gráfico 4 | Percepções negativas dos alunos sobre o uso do recurso didático na oficina de Matemática..... | 177 |
| Gráfico 5 | Experiência com a docência em Matemática dos sujeitos da vivência na Escola Platônica..... | 187 |
| Gráfico 6 | Benefícios do uso do recurso didático na visão dos alunos na experiência da Escola Platônica..... | 189 |
| Gráfico 7 | Percepções negativas do uso do recurso didático na visão dos alunos na experiência da Escola Platônica..... | 190 |

LISTA DE QUADROS

| | | |
|----------|--|-----|
| Quadro 1 | Estrutura da Sequência Fedathi..... | 56 |
| Quadro 2 | Análise comparativa das práticas docentes no ensino de matemática e as ações na e da Sequência Fedathi..... | 61 |
| Quadro 3 | Materiais manipuláveis..... | 86 |
| Quadro 4 | Material didático no laboratório da licenciatura em matemática no Ceará apontado na pesquisa com as IES..... | 107 |
| Quadro 5 | Experiências nas Escolas de Formação..... | 123 |
| Quadro 6 | Proposições originadas da vivência na Escola Pitagórica..... | 178 |
| Quadro 7 | Proposições originadas da vivência na Escola Platônica..... | 191 |

SUMÁRIO

| | | |
|---------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 13 |
| 1.1 | Justificativa..... | 18 |
| 1.2 | Objetivos..... | 23 |
| 2 | A MATEMÁTICA ESCOLAR E O PENSAR SOBRE O FAZER MATEMÁTICO..... | 25 |
| 2.1 | A matemática no contexto escolar e o conceito de ferramenta matemática, raciocínio matemático e gambiarra como instrumentos de auxílio ao trabalho docente: argumentos do pensar no fazer matemático..... | 25 |
| 2.1.1 | <i>O conceito de ferramenta matemática.....</i> | 29 |
| 2.1.1.1 | <i>A ideia de instrumento ou ferramenta no contexto da matemática.....</i> | 30 |
| 2.1.2 | <i>O conceito de raciocínio matemático.....</i> | 32 |
| 2.1.3 | <i>O conceito de gambiarra de Hermínio Borges Neto.....</i> | 36 |
| 2.1.3.1 | <i>A Gambiarra no contexto do ensino para a aprendizagem da matemática.....</i> | 37 |
| 2.1.3.1 | <i>Gambiarra x transposição didática.....</i> | 40 |
| 2.2 | A Sequência Fedathi como proposta metodológica para o ensino de matemática..... | 42 |
| 2.2.1 | <i>A Sequência Fedathi é uma proposta lógica-dedutiva.....</i> | 48 |
| 2.2.2 | <i>A Sequência Fedathi é uma proposta construtiva.....</i> | 50 |
| 2.2.3 | <i>A Sequência Fedathi como ação mediadora da prática docente..</i> | 52 |
| 3 | SOBRE AS AULAS DE MATEMÁTICA E OS (DES)COMPASSOS ENTRE O QUE E O COMO ENSINAR..... | 62 |
| 3.1 | O ensino de matemática e a relação entre a Sequência Fedathi e o pensamento de Felix Klein: algumas interseções..... | 62 |
| 3.1.1 | <i>O pensamento de Felix Klein e o ensino da matemática: os primeiros questionamentos rumo à modernização.....</i> | 63 |
| 3.1.2 | <i>Entretecimentos da Sequência Fedathi e o pensamento de Felix Klein para a prática docente.....</i> | 66 |
| 4 | A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA E OS ASPECTOS FORMATIVOS..... | 72 |
| 4.1 | A formação inicial do professor de matemática e os aspectos legais..... | 72 |

| | | |
|---------|--|------------|
| 4.2 | A formação inicial do professor de matemática e o desenvolvimento de competências..... | 75 |
| 5 | DESENVOLVENDO A CONCEPÇÃO DE LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA E ENSINO (LME)..... | 80 |
| 5.1 | O Laboratório e alguns elementos constituintes..... | 80 |
| 5.1.1 | <i>A investigação como ação de um laboratório.....</i> | <i>81</i> |
| 5.1.2 | <i>Modelos matemáticos, instrumentos e instrumentalização também compõem um laboratório.....</i> | <i>83</i> |
| 5.2 | Algumas concepções de laboratório de matemática..... | 91 |
| 5.3 | O porquê do Laboratório de Matemática e Ensino (LME) e sua concepção..... | 103 |
| 5.4 | A realidade do Laboratório de Educação Matemática nas IES do Ceará..... | 105 |
| 6 | CAMINHOS DELINEADOS DO COMO FAZER..... | 110 |
| 6.1 | Argumentos da Multirreferencialidade para o percurso metodológico..... | 110 |
| 6.2 | A Sequência Fedathi como proposta metodológica para a investigação da pesquisa..... | 113 |
| 6.3 | A estrutura externa da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica..... | 116 |
| 6.4 | A estrutura interna da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica..... | 117 |
| 6.4.1 | <i>A pesquisa na tomada de posição.....</i> | <i>118</i> |
| 6.4.2 | <i>A pesquisa na maturação.....</i> | <i>120</i> |
| 6.4.3 | <i>A pesquisa na solução.....</i> | <i>124</i> |
| 6.4.4 | <i>A pesquisa na prova.....</i> | <i>124</i> |
| 7 | O USO DO LABORATÓRIO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: ALGUMAS ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS COM BASE NA SEQUÊNCIA FEDATHI..... | 125 |
| 7.1 | Dimensão 1: a formação do conceito matemático..... | 125 |
| 7.1.1 | <i>Estrutura 1: o uso do recurso didático como subsídio à formação do conceito.....</i> | <i>131</i> |
| 7.1.1.1 | <i>O recurso didático.....</i> | <i>132</i> |
| 7.1.2 | <i>Estrutura 2: o fundamento matemático e o pedagógico como subsídio à formação do conceito.....</i> | <i>139</i> |

| | | |
|-------|--|-----|
| 7.2 | Dimensão 2: a reflexão dos aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar..... | 142 |
| 7.2.1 | <i>Estrutura 3: o método de ensino.....</i> | 143 |
| 7.3 | Dimensão 3: a aplicação do saber matemático escolar..... | 146 |
| 7.3.1 | <i>Estrutura 4: o fazer matemático no LME.....</i> | 148 |
| 8 | CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 150 |
| | REFERÊNCIAS..... | 155 |
| | APÊNDICE A – A EXPERIÊNCIA DA OFICINA DE MATEMÁTICA NA ESCOLA PITAGÓRICA..... | 168 |
| | APÊNDICE B - A EXPERIÊNCIA DO MINICURSO NA ESCOLA PLATÔNICA..... | 181 |
| | APÊNDICE C - A DISCIPLINA LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA DE ALEXANDRIA EM UM CURSO PRESENCIAL..... | 193 |
| | APÊNDICE D - EXPLORANDO A PRÁTICA DE ENSINO NA DISCIPLINA LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA DE ATENAS EM UM CURSO NA MODALIDADE À DISTÂNCIA..... | 200 |

1 INTRODUÇÃO

Os avanços científicos e tecnológicos que caracterizam a sociedade atual exigem cada vez mais sujeitos pensantes, reflexivos e autônomos. No campo educacional, o ensino de matemática¹ aparece como um dos elementos relevantes para o processo da formação intelectual, social e cultural do indivíduo, pois segundo Caraça (2010), independentemente, do que o homem faça ou onde viva, se está ou não lidando com a mais avançada tecnologia ou, se vive em algum lugar remoto de nosso planeta, utiliza o pensamento matemático em várias situações do dia a dia, mesmo que seja apenas para uma simples contagem. Daí a necessidade de aprender matemática, ou muito, ou pouco.

Davis e Hersh (1985) afirmam que a matemática pode ser entendida como a ciência que estuda as quantidades e o espaço referindo-se, respectivamente, à aritmética e à geometria a partir de uma linguagem simbólica que é própria desta ciência. Essa visão foi se constituindo ao longo do tempo e da história e mostra que, atreladas a ela, estão os processos de técnicas capazes de explicar fenômenos que ocorrem na realidade.

Analisando a história da humanidade situada no tempo e no espaço, pode-se perceber que a matemática começou a caracterizar-se como uma ciência quando o homem deixou de apenas pensar *com* para pensar *sobre* o mundo ao seu redor, tornando-a, ao longo do tempo, elemento essencial que o auxilia em suas ações. Esta nasceu com as primeiras experiências humanas. Na antiguidade, as pessoas a utilizavam em suas práticas do cotidiano e, segundo Boyer (1974), a partir das necessidades diárias. Ou seja, desde cedo o homem cria modelos para compreender os fenômenos naturais que ocorrem em sua volta.

Sob esse ponto de vista, pode-se perceber que o conhecimento matemático se desenvolveu à medida em que as sociedades também foram se desenvolvendo. Vários são os feitos dos povos antigos. Os sumérios, por exemplo, transformaram a Babilônia em grande centro comercial; a astronomia e a arquitetura foram contempladas com o avançado conhecimento matemático dos babilônios; os

¹ Fiorentini e Oliveira (2013) defendem o uso do termo matemática com 'm' minúsculo porque há uma multiplicidade de ideias envolvidas enquanto a Matemática fecha o sentido e o campo de atuação. Esta tese, acata a visão dos autores e usará *matemática* onde for possível e necessário.

egípcios o utilizaram em suas necessidades agrícolas; os maias também buscavam aplicar o conhecimento matemático na agricultura e na religião. Os feitos desses povos antes do séc. VI A.E.C. mostram que o pensamento matemático se utilizou de bases puramente empíricas e de algumas singularidades para se desenvolver em vários campos, como a arquitetura, as artes, o comércio, a religião, a agricultura e a astronomia (BIEMBEGUT; HEIN, 2014; BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

Porém, no séc. III A.E.C., embora a visão utilitarista também fosse trabalhada, Aragão (2009, p. 19) afirma que os gregos aparecem no cenário da humanidade como “os primeiros a conceber a ideia de formulações e demonstração de teoremas gerais de Geometria”. Para Kline (1976), eles iniciaram o trabalho com a matemática dedutiva. Não estavam interessados nas artes, nem no comércio e nem na astronomia, demonstrando inclusive, certa indiferença a essas áreas. Analisando os trabalhos de Arquimedes², percebe-se que no pensamento grego já havia uma maior abstração das ideias por meio dos sentidos e da razão (DAVIS; HERSH, 1985).

Nessa perspectiva, desde os primeiros feitos helênicos até o pensamento euclidiano, utilizaram-se de sua capacidade de pensar para organizar o conhecimento matemático desenvolvido até sua época. Em outro momento da história, no período do desenvolvimento da álgebra pelos hindus e árabes, o pensar sobre o fazer matemático continuou oscilando entre a invenção, a descoberta e a necessidade de refletir sobre as ações cotidianas.

A relevância da comunicação e do contexto político-social foi predominante para estruturar um sistema de numeração que funcionasse efetivamente como uma invenção a qual se estabeleceu de forma definitiva nas relações comerciais no séc. XIII E.C. mas, embora as descobertas ou invenções continuassem a ser resultados do pensar sobre as necessidades de desvendar os fenômenos naturais ou criar modelos para explicá-los, foi apenas por volta do séc. XV E.C. que a matemática adentrou definitivamente no mundo da abstração.

Matemáticos como René Descartes (1596–1650), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) e Isaac Newton (1643–1727) passaram a contribuir significativamente para um sentido mais geral. Em determinado período do desenvolvimento da matemática a ideia do leigo começou a não fazer mais sentido e a compreensão de

² Arquimedes viveu no séc. III a.C. e seus estudos favoreceram à Mecânica, especificamente a Estática e a Hidrostática.

mundo e sua relação com o indivíduo deu espaço a uma visão mais absolutista. O matemático René Descartes a considerava como uma ciência geral que acompanha o homem desde as primeiras formas de pensar (BOYER, 1974, EVES, 2004; MACHADO, 2001).

Porém, entender a matemática apenas como uma ciência exata pode limitá-la, assim como imaginá-la tratando apenas de números, quantidades, formas e medidas sem considerar as relações existentes, os operadores, as regras, os axiomas, os teoremas, as consequências e as causas. É necessário compreendê-la em conexão com o cotidiano, com as técnicas e processos que o homem precisa para viver em grupo e que envolve as principais concepções a respeito de sua natureza, da relação com o mundo concreto e com suas origens e as formas como seu conhecimento é produzido nas diversas áreas de conhecimento, no campo acadêmico e na escola (OLIVEIRA; SILVA, (20--); DAVIS; HERSH, 1985).

No contexto do ensino e da aprendizagem, a matemática escolar sempre foi alvo de discussão servindo de contraponto à matemática acadêmica. Porém, essa discussão não é recente, no final do século XIX, o matemático alemão Felix Klein (1849–1925) já questionava a atuação dos professores que ensinavam matemática em sala de aula. Ele acreditava que os estudantes do ensino superior que estavam se preparando para a sala de aula, não vivenciavam em sua formação, situações que tinham relação com a prática docente, por isso não sabiam trabalhar a matemática elementar de maneira adequada ao nível de ensino que iriam lecionar.

Devido à má preparação, não conseguiam estabelecer essa relação, e logo passavam para o ensino em que o conteúdo prevalecia em detrimento do método. Em sua visão, a matemática deveria estar presente na vida das pessoas, e a sua formação estar rebuscada de conhecimento científico, pois só assim, teriam condições de pensar matematicamente sobre o mundo (KLEIN, 2009).

Schubring (2014) mostra que suas ideias ainda são um modelo a ser seguido para o ensino de matemática, principalmente, no que se refere à ação de refletir sobre as ações metodológica quando os conteúdos são selecionados para serem ensinados, ou seja, a preparação dos professores de matemática é condição necessária e suficiente para o pensar sobre o fazer matemático em sala de aula.

Professores buscam inovar seus modos de ensinar no intuito de melhorar sua prática docente levando para a realidade da sala de aula atividades de ensino que

proporcionem uma aprendizagem mais significativa. Porém, sua formação inicial ainda se apresenta como obstáculo no avanço de seu trabalho pedagógico.

Para Machado (2001), não é fácil ensinar matemática, tem-se tentado trabalhar com ideias e conceitos que estão presentes em nossas ações cotidianas de forma muito teórica e que ainda habita na dimensão platônica do conhecimento. Embora muitos alunos desenvolvam a compreensão da aritmética, não conseguem ter a mesma visão para a álgebra, a geometria e a trigonometria nem tampouco para a relação entre elas.

No ensino, essa ciência desenvolve-se não apenas em conceitos e princípios, mas também pela sua relação com o mundo e essa afirmação é baseada no fato de que está culturalmente inserida nele, significando também, considerar o pensar sobre o fazer matemático e fazendo com que o aluno se utilize dela à medida que for se familiarizando com o seu universo (BRASIL, 1998; D'AMBROSIO, 1998; MACHADO, 2001).

Para Kline (1976), não é didático criar perspectiva no ensino de matemática, argumentar que um dia os alunos precisarão do seu conhecimento, nem afirmar que no futuro todos terão alguma profissão que empregue ou aplique esses conteúdos. O aluno deve ser motivado a estudar matemática no decorrer de uma vida escolar para perceber a relação com sua realidade sociocultural e não porque serão matemáticos, cientistas ou engenheiros.

Quando percebemos a aprendizagem da matemática como elemento que favorece o desenvolvimento cultural e social do homem, focalizamos a escola. É nela onde parte do conhecimento que move a sociedade é produzida e reproduzida não como causa, mas como consequência, ou seja, estudamos matemática na escola, não só para levar o conhecimento à sociedade, mas principalmente, porque precisamos dele para viver socialmente (CHEVALLARD; BOSH; GASCÓN, 2001).

Afirmar que a matemática pode ser trabalhada na sala de aula para que o indivíduo obtenha experiências (muitas vezes negativas) que ficarão para trás quando concluir sua formação básica³ não condiz com os fatos históricos observados sobre a estruturação e sistematização dela como ciência. A breve análise histórica apresentada aqui mostra que independentemente da época e do contexto, cada

³ A formação básica aqui apresentada refere-as à Educação Básica atual do ensino no Brasil que contempla a Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio.

momento do desenvolvimento da matemática considerou-se e ainda se considera o pensar sobre as ações dos matemáticos não apenas para as soluções dos problemas que necessitam de debruçamento, mas também para que novas ideias desponham e contribuam com o progresso da humanidade.

Diante dos fatos e partindo da ideia de que os matemáticos no passado pensavam sobre suas ações e refletiam sobre o que aprendiam, é fundamental que os alunos pensem sobre o que aprendem e, principalmente, que os professores instiguem o pensar sobre o fazer matemático, ou seja, reflitam sobre o que e como ensinam.

Quando o professor organiza e seleciona conteúdos deve levar em conta não somente a relação que a matemática tem com a vida, mas as formas necessárias para que a construção do conhecimento seja mediada e este, seja aprendido. Deve colocar em questão a intencionalidade do ensino e sua real e dependente consequência, a aprendizagem. Pois, o que se propõe no currículo oficial para as etapas da Educação Básica as quais o ensino é obrigatório, é que deve ser trabalhado de forma que o aluno desenvolva competências e habilidades que levem à compreensão dos conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais (BRASIL, 1998; LORENZATO, 2006).

A conexão interna e externa dos conteúdos deve estar presente na sala de aula. Explorar a matemática internamente como relacionar a álgebra com a geometria ou relacioná-la com outras áreas de conhecimento é muito pertinente ao ensino atual, pode-se inclusive afirmar que no mundo de hoje é uma necessidade, e trabalhar os assuntos de forma isolada e compartimentalizada não garante a compreensão das ideias as quais se intenciona ensinar e para Kline (1976), chega a ser encarado como algo perverso.

Analisando o currículo de matemática da Educação Básica e os resultados das avaliações em larga escala como SAEB⁴ e PISA⁵, é possível ver claramente que os alunos de uma forma geral não compreendem as operações que envolvem os campos numéricos quando muito, os que dominam as técnicas, às vezes não sabem interpretar o que calculam porque não são instigados a pensar matematicamente.

⁴ SAEB é o Sistema de Avaliação da Educação Básica. Possui dois processos: a Avaliação Nacional da Educação Básica e a Avaliação Nacional de Rendimento Escolar.

⁵ PISA é o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes mantido pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico).

Bicudo (20--) afirma que o ensino de matemática não valoriza as ações do aluno que são importantes para o processo de aprendizagem, como pensar, falar e fazer. Logo, é necessário que exista um método que possibilite não apenas essas, mas outras ações necessárias para o processo do aprender.

No Brasil, a proposta curricular do ensino fundamental e do ensino médio, está atrelada a alguns caminhos que podem facilitar a aprendizagem da matemática como a resolução de problemas e a compreensão e domínio das técnicas e dos significados dos campos numéricos, mas de uma forma ou de outra, a parte do ensino que torna o conhecimento matemático com sentido e significado não é explorada. Mais uma vez percebe-se o trabalho docente em xeque.

Sob esse ponto de vista, Borges Neto (2016) expõe sua preocupação com o indivíduo que atua e modifica a sociedade referindo-se ao professor de matemática e seu trabalho em sala de aula que, além de questões ligadas à aprendizagem e aos aspectos epistemológicos e metodológicos. O autor considera a atuação docente fundamental para a aprendizagem do aluno, apontando para a maneira como a aula é conduzida. A afirmação leva a questionamentos sobre a formação do professor de matemática e como está sendo preparado para ensinar e esta pesquisa se propôs a analisar com base na Sequência Fedathi, em seus princípios e fundamentos.

1.1 Justificativa

Quando o assunto é formação docente, o fim da graduação significa o início de uma longa caminhada. O curso de Licenciatura Curta em Ciências com Habilitação Plena em Matemática, promovido pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), nos meados da década de 1990, estruturava-se com um caráter de bacharelado no quesito currículo. Eis a minha formação inicial e o motivo dessa reflexão.

No início dos anos 2000, ao término da graduação e no começo de minha prática profissional, sentia-me possuída pelos conhecimentos matemáticos puros e a sala de aula parecia-me necessitada do repasse de tantas ideias matemáticas quantas pudesse transmitir. Apenas isso. Era o que sabia e entendia sobre ensino de matemática. Para Durkheim (1978), nenhum homem está dissociado de seu contexto, porém, eu estava totalmente fora do meu. Minha formação inicial estava assim

caracterizada, sem nenhum resquício de leitura complementar, nem de pesquisa e muito menos de reflexão.

Hoje compreendo Giroux (1986) quando afirma que a Educação escolar precisa preparar o homem para a vida social e torna-se cidadã quando forma o indivíduo para o mundo do trabalho, mas com criticidade. Para isso, é necessária a construção de uma pedagogia que revolucione o pensamento do sujeito, logo, o ato de educar para a cidadania não deve ser pensado como uma série de ações que condicionam tecnicamente a racionalidade humana, mas deve ir além, desenvolver as competências cognitivas para que o homem interaja com o mundo e modifique-o quando necessário e eu não fazia nada disso.

Em 1997, ao assumir as turmas do ensino fundamental de uma escola particular, dei início a minha primeira experiência com um grupo de pedagogas que me levariam a entender de imediato que, qualquer ação realizada em minha prática de sala de aula, precisava ser pensada e planejada. Até então me intitulava matemática, sem compreender que havia três personagens importantes no contexto da matemática, o bacharel, o pedagogo e o licenciado e, nesse momento a tomada de consciência chegou, eu era licenciada. Custou-me tempo para perceber a diferença que hoje Lima (2007) traz com muita clareza. O trabalho se estendeu durante uma década e em 2007, despedi-me da escola que além da acolhida, me deu incentivo e liberdade para buscar o novo. Nessa parte do meu caminhar, conheci Lima (2008), a autora de livro didático das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental que utilizo até hoje em minhas referências, inclusive nesta tese. Muitas das discussões que realizo ou testemunho no campo da pesquisa fazem-me lembrar de seus escritos e palestras, na época não perdia uma aqui no Ceará.

Minha vivência com pesquisa começou timidamente na especialização em 2001, e só aconteceu no final do curso com a escrita da monografia. Era a vontade de ir além. O curso de Especialização em Ensino de Matemática foi promovido pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Não fazia ideia que nesse curso começa minha caminhada até esta tese sobre o laboratório de matemática. Nesse período, iniciava minha atuação no serviço público municipal, depois na rede estadual de ensino, mas mantendo ainda o vínculo com a escola privada.

A figura do professor Cleiton Batista Vasconcelos⁶ surge com a orientação para o trabalho de conclusão de curso, período em que se iniciaram as primeiras conversas sobre ensino de matemática, formação de professores e laboratório. O que vou saber muito tempo depois é que elas continuaram com o professor José Rogério Santana, meu orientador de mestrado e que as duas figuras com quem convivi academicamente me trouxeram até aqui, ao professor Hermínio Borges Neto, meu orientador. Cleiton, Rogério e Joelma tinha ideias harmonizadas porque a maneira de pensar era a de Hermínio Borges Neto. Neste plano material nada foi planejado, mas hoje entendo exatamente o caminho que percorri.

E sobre aprender no curso de Especialização em Ensino de Matemática, afirmo que as primeiras impressões me surpreenderam ao ponto de concluir que, em relação à pesquisa acadêmica, eu não sabia ler e nem escrever, mas queria aprender como se fazia tudo isso. E o impacto foi maior quando do conhecimento da Filosofia das Ciências e da Matemática, compreendi que podemos pensar matematicamente sobre as coisas e, principalmente que ainda podemos produzir matemática, Davis e Hersh (1985) nos confirmam. Nem tudo está pronto e acabado, e o ensino de matemática e a formação de professores carecem dessa produção.

E em um ato como querendo compensar minha formação inicial, conheci Glaeser (1985) e com ele fui questionar o ensino dos números inteiros, queria saber por que meus alunos não conseguiam aprender números negativos. Hoje, sem nenhum constrangimento, entendo que talvez eu não soubesse ensiná-los. Ao final do curso, estava com minha pesquisa pronta e com a vontade de conhecer mais.

Uma década se passou até o ingresso no mestrado profissional da Universidade Federal do Ceará (UFC) em 2011. Essa experiência possibilitou-me realizar uma análise conceitual na construção dos números naturais e refletir como são ensinados. O estudo foi de um extremo a outro, contemplou aspectos da teoria dos números e da formação do professor que ensina matemática nas séries iniciais.

Paralelamente aos estudos acadêmicos, desenvolvi uma prática de ensino baseada no experimento e na investigação. As leituras e pesquisas para minha atuação em sala de aula favoreceram o trabalho que realizei. Na rede pública estadual, já utilizava o material concreto como um elemento a mais na minha prática.

⁶ Professor do curso Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará. Faleceu em 25 de março de 2014.

No Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), como professora efetiva, desenvolvi algumas atividades ampliando o uso do recurso didático na disciplina de Matemática Aplicada aos cursos técnicos. E como professora colaboradora da Universidade Estadual do Ceará conveniada com a Universidade Aberta do Brasil (UAB/UECE), explorei o recurso didático na licenciatura em matemática. Porém, não consegui desenvolver uma metodologia que pudesse fundamentar minha prática docente e meu trabalho ficou resumido a apenas algumas técnicas ou métodos que auxiliavam meu trabalho.

Esse fato foi motivo suficiente para se tornar o foco do trabalho acadêmico que aqui desenvolvi, sou exemplo vivo que a temática formação do professor de matemática precisa ser constantemente repensada. Hoje compreendo que na preparação desse profissional é mais do que necessário pensar sobre as ações que levam à descoberta e à formação dos conceitos matemáticos, compreendendo a matemática em sua vertente científica como também didático-pedagógica.

A experiência exposta apresenta um caminho com obstáculos e dificuldades, mas também de avanços em conhecimento acadêmico e escolar. Por esse ponto de vista, entende-se que a formação do professor é campo fértil para refletir sua prática profissional e que a formação inicial possibilita a investigação do trabalho docente ainda em sua preparação para o exercício da profissão.

Utilizando-se o argumento estabelecido no parágrafo anterior e analisando os cursos de licenciatura em matemática, em sua dimensão pedagógica, deve-se levar em consideração a ideia de capacitar pessoas para atuar em diferentes níveis de escolaridade da Educação Básica.

Nessa perspectiva, esta pesquisa explora a visão de Borges Neto (2016; 2017a; 2017b; 2018; 2019; 2021) que questiona o ensino de matemática e algumas dificuldades que habitam nesse contexto ao mesmo tempo em que aponta para algumas ideias que podem ser exploradas no trabalho do professor no sentido de melhorar o processo de ensino para a aprendizagem. Nesse sentido, a Sequência Fedathi, proposta metodológica desenvolvida por ele, é um dos elementos que fundamentam esta investigação.

Complementando a discussão sobre a discussão da Sequência Fedathi fundamentando a formação do professor, essa pesquisa explorou os trabalhos de Pinheiro (2016; 2018) e a aplicação da metodologia de ensino na formação continuada

de professores de matemática e Lima (2007) que a explorou na formação inicial do pedagogo e de Torres (2014; 2018) sobre a vivência e estrutura do laboratório.

Considerando o olhar clínico de Klein (2009, 2011) que criticou no final do século XIX, a falta de cientificidade no ensino de matemática e a ausência dos aspectos didáticos e pedagógicos na formação de professores, esta pesquisa busca na visão de Ponte (2002; 2004; 2017) sobre a formação inicial do professor de matemática e seus elementos constituintes, aspectos relacionados ao desenvolvimento de competências do futuro professor.

Finalizando a análise teórica e explorando as primeiras discussões sobre laboratório, ressalta-se o trabalho de Oliveira (1983) trazendo a ideia do laboratório de ensino-pesquisa e aprendizagem de matemática para conectá-lo ao curso de licenciatura, trabalhando um laboratório para o desenvolvimento da formação matemática e pedagógica do futuro professor. As ideias de Rodrigues e Gazire (2015) sobre algumas maneiras de conceber o laboratório de matemática também são consideradas relevantes para a compreensão de uma concepção de laboratório.

Com base nesses estudos, este trabalho faz a conexão do uso do laboratório, explorando o ensino na formação inicial do professor de matemática fundamentando na proposta metodológica Sequência Fedathi.

Utilizando-se dessa reflexão e direcionando uma atenção para o laboratório de matemática como um elemento constituinte dos cursos de licenciatura em matemática da atualidade, questiona-se então: como o laboratório pode auxiliar na formação do futuro professor de matemática? Que experiências acadêmicas e didático-pedagógicas podem ser desenvolvidas e auxiliam o licenciando em sua formação? Que contribuições o laboratório pode dar à discussão do ensino da matemática escolar? Que metodologia de ensino pode ser explorada na formação inicial de maneira que auxilie a formação de conceitos matemáticos, a reflexão dos métodos de ensino e a aplicação do saber matemático escolar?

As hipóteses levantadas nesta pesquisa trazem o argumento de que: a) o laboratório é um espaço propício para unir o pensar e o fazer matemático na formação do conceito; b) o laboratório é um espaço propício para a reflexão sobre o ensino de matemática na licenciatura, por meio da discussão do saber matemático considerando os aspectos didático-pedagógicos; c) a Sequência Fedathi possibilita a aplicação do saber matemático por meio do princípio do saber fazer.

É com base nessas ideias iniciais que a investigação de como o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) explorado na formação inicial do professor de matemática, aparece como argumento principal nesta pesquisa.

1.2 Objetivos

O objetivo geral desse estudo é apresentar uma práxis envolvendo o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) para a formação inicial do professor de matemática com base na Sequência Fedathi. Especificamente nos propomos: (1) identificar aspectos históricos, epistemológicos e metodológicos do ensino de matemática; (2) conhecer aspectos didáticos e metodológicos do laboratório de matemática e ensino (LME) na formação inicial do professor de matemática relacionados às possibilidades de trabalho, dificuldades e desafios inerentes a sua formação; (3) propor orientações metodológicas para o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) como suporte e formação do licenciando com base na Sequência Fedathi.

Argumentando a finalidade deste trabalho, utiliza-se o termo práxis na visão de Pio (2015) que a considera como algo inerente ao homem que produz e autotransforma-se. Dessa forma, é definida como uma atividade que auxilia o sujeito e suas ações em seu contexto social, onde se vê transformando, criando, formando, modificando o meio em que está e ampliando sua forma de pensar.

Para fundamentar os passos da pesquisa, a proposta do trabalho está organizada em 8 capítulos assim estruturados: nesta parte introdutória, constitui-se o capítulo 1, aqui se apresentam alguns argumentos que apontam para o surgimento da matemática desde as primeiras experiências humanas e de como avançou no tempo. Seu desenvolvimento, invenções e descobertas tinham implícitos na ação do homem o pensar sobre o fazer matemático. Fator hoje significativo não apenas para quem aprende matemática, mas para quem ensina também.

O capítulo 2 traz uma reflexão sobre a matemática escolar, apresentando o aparato, o raciocínio e a gambiarra, elementos da tríade que auxilia o professor em sala de aula. Em seguida, discorre sobre a Sequência Fedathi como proposta metodológica para o ensino, mostrando seu caráter lógico, dedutivo e construtivo conectando suas ideias como ação mediadora à prática docente.

O capítulo 3 resgata o pensamento de Félix Klein (1849–1925) no período do movimento de modernização do ensino de matemática e relaciona-se com os princípios da Sequência Fedathi, apresentando algumas ideias comuns que auxiliam a prática docente na relação entre o que e como ensinar.

A licenciatura em matemática e sua fundamentação na legislação brasileira é explorada no capítulo 4 assim como a relevância do desenvolvimento das competências do futuro professor.

A concepção de Laboratório de Matemática e Ensino (LME) a partir da reflexão de algumas ideias já existentes e a reflexão sobre a realidade dos laboratórios das licenciaturas em matemática do Ceará, é explorada no capítulo 5.

O capítulo 6 apresenta o percurso metodológico da investigação. Inicialmente, traz argumentos da multirreferencialidade para fundamentar a Sequência Fedathi como uma proposta de metodologia de pesquisa científica, constituída de duas estruturas: externa e interna. Neste tópico, a trajetória percorrida na relação teoria-prática para o desenvolvimento da tese foi delineada na estrutura interna do modelo de pesquisa sugerido.

O capítulo 7 apresenta algumas orientações metodológicas fundamentadas na Sequência Fedathi e que são direcionadas para o uso do Laboratório de Matemática e Ensino (LME) na formação inicial do professor na discussão do ensino, estruturadas em três dimensões: a formação do conceito matemático, a reflexão dos aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar e a aplicação do saber matemático escolar.

Este estudo finaliza-se com o capítulo 8 dedicado às considerações finais em que são apresentadas de maneira concisa os resultados alcançados, as dificuldades surgidas durante a pesquisa assim como as lacunas que este trabalho deixou. As perspectivas também são apontadas neste tópico.

2 A MATEMÁTICA ESCOLAR E O PENSAR SOBRE O FAZER MATEMÁTICO

Este capítulo trata da matemática escolar na relação existente entre o pensar e o fazer matemático implicando duas ações inerentes a esse contexto, o desempenho do aluno e a forma como o professor conduz a aula, explorando elementos que subsidiam a ação docente como a tríade **ferramenta**, raciocínio e gambiarra (F, R, P), apresentando também a Sequência Fedathi como metodologia de ensino que conduz o trabalho do professor na sala de aula, atuando como ação mediadora possibilitando a imersão do aluno em um caminho de descobertas.

2.1 A matemática no contexto escolar e o conceito de ferramenta matemática, raciocínio matemático e gambiarra como instrumentos de auxílio ao trabalho docente: argumentos do pensar no fazer matemático

Para a compreensão dos conceitos **ferramenta**, raciocínio e gambiarra no contexto da matemática escolar como elementos que subsidiam a ação docente, utiliza-se, primeiramente, a visão de Borges Neto (2016) sobre o que é e para que serve a matemática. Para o autor, esta ciência não tem muita utilidade para o cidadão comum, ou seja, é pouco utilizada como ferramenta para as atividades do cotidiano. Então, qual a sua finalidade? Primeiramente, apresenta-se como conhecimento que fundamenta outras áreas. Quanto mais matemática o indivíduo sabe, mais potencial tem para desenvolver atividades. Em seguida, deve ser considerada nos aspectos sociais e culturais assim como formar cidadãos mais inteligentes e capazes de refletir sobre suas ações. Essa ideia tem a ver com a ação de conhecer e remete-se à origem da palavra matemática no grego *mátheema* (ciência), diferenciada de outra conotação que a ela se atribui “por seu caráter formal e abstrato e por sua natureza dedutiva” (BORGES NETO, 2019; SÁNCHEZ HUETE; FERNÁNDEZ BRAVO, 2006, p. 15).

Relacionando com a ideia de Caraça (2010) sobre ter matemática em tudo que fazemos, é possível argumentar que essa concepção está tão imbricada em nossas ações que não paramos para percebê-la. E “[...] prestando um pouco mais de atenção, logo identificamos que ela está presente no ato de contar, medir, comparar, estimar, comprar, pechinchar, o que e como pagar, trabalhar, andar, acordar, enfim em todas as nossas atividades”. E embora seja uma tecnologia que exprime muita

transparência, não há necessidade de identificá-la o tempo todo (BORGES NETO, 2016, p. 2).

Dessa forma, entende-se que o papel da matemática é desenvolver o raciocínio para resolver problemas, e do indivíduo, de posse do saber, não apenas executá-lo, mas também criar situações e tentar resolvê-las dentro da lógica da matemática desenvolvendo atividades por meio de técnicas também aprendidas (BORGES NETO, 2017a).

Buscando uma compreensão do papel da matemática no âmbito educacional, pode-se fazer as primeiras observações no que se refere a sua finalidade considerando, primeiramente, a escola como um espaço onde o conhecimento que ajuda o homem a viver em sociedade, é produzido e reproduzido. Nela, o saber matemático institucionalizado deve contribuir nesse processo com ideias e conceitos presentes na realidade do sujeito. Para isso, é necessário que o professor, elemento central do processo de ensino, busque ao longo de sua atuação profissional, métodos e estratégias que promovam a aprendizagem (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Partindo desse primeiro argumento, tem-se a compressão que o ensino de matemática, na sociedade atual, deve ser um dos elementos importantes na formação do homem no que diz respeito ao desenvolvimento da inteligência diante das transformações científicas e tecnológicas. O indivíduo utiliza o pensamento matemático em muitas ações no dia a dia e não importa se está lidando com muita, pouca ou nenhuma tecnologia, geralmente se vale do pensamento matemático para resolver os desafios que enfrenta.

Porém, a realidade da escola tem mostrado que nem sempre o ensino de matemática tem contribuído com o desenvolvimento intelectual do indivíduo devido aos fenômenos presentes na relação ensino-aprendizagem e que se tornam 'naturais' à medida que adentram e permanecem na sala de aula. Dois podem ser destacados aqui por serem comumente apontados nas discussões que chegam ao ambiente escolar: o péssimo desempenho dos alunos e a má formação docente. Tanto um como o outro promovem o fracasso do processo de ensino para a aprendizagem.

E sobre essa questão, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em Brasil (1998) apontam alguns fatores que também contribuem para sua atual situação. Dentre eles, os PCN destacam a compartimentalização dos conteúdos tratados em

sala de aula; a desconsideração do conhecimento prévio do aluno pelo professor; a forma equivocada como a História e a Resolução de Problemas é tratada; o não aprofundamento do pensamento da proporcionalidade e da equivalência que permeia todo o nível básico do ensino da matemática; a falta de recursos didáticos em sala de aula pela não compreensão e/ou desconhecimento dos professores sobre sua existência.

Com um olhar mais atento para essas questões, claramente se vê as consequências refletidas na sala de aula quando os resultados das avaliações em larga escala mostram a realidade do ensino no país. Confirmando a ideia exposta pelos PCN e argumentando que estão voltados para as habilidades matemáticas usadas no dia a dia do aluno, Onuchic e Allevato (2012) afirmam que é preciso entender o papel da matemática na sociedade para trabalhá-la de maneira mais eficaz.

Para uma reflexão mais ampla sobre essa questão, Sutherland (2009) defende a ideia de que independentemente do motivo, o saber matemático deve ser aquisição de todos. Este pensamento coloca a matemática escolar em uma posição relevante na vida do aluno. Daí a necessidade de posicioná-lo como agente ativo do processo de aprendizagem assim como o professor do processo de ensino e esses dois elementos interagindo entre si e com o saber.

Porém, para ter um bom desempenho como facilitador da aprendizagem, o professor precisa ter domínio do conhecimento para perceber a flexibilidade da matemática conectando-se com o meio e intencionando a existência das relações didático-pedagógicas para a promoção da aprendizagem. E é nesse momento que decide quais meios utilizar para que o ensino seja efetivado (BRASIL, 1998; PINHEIRO, A.; BORGES NETO; PINHEIRO, T., 2013).

Sob esse ponto de vista, vê-se claramente a relevância da matemática escolar defendida por D'Ambrosio, B. (1993, p. 16) quando aponta a importância de seu papel "em todos os seus níveis, como fator de progresso social, como fator de liberação individual e política, como instrumentador para a vida e para o trabalho".

Utilizando a ideia de que as pessoas devem ter a capacidade de pensar e criar relações com ideias matemáticas e que a escola pode proporcionar essa condição levando em consideração a matemática como uma ciência que respeita os modos e os caminhos de sua produção, Pavanello (2003) enfatiza o uso do método

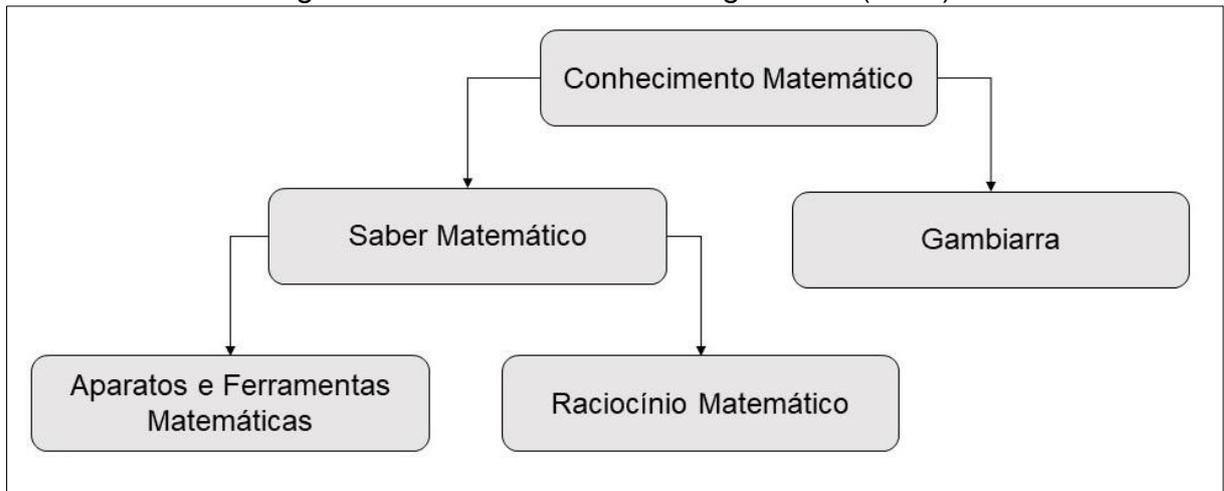
na conexão com o conteúdo mostrando a necessidade de relacionar *o que* com o *como* ensinar.

Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 34) também corroboram com essa ideia quando afirmam que o indivíduo deve estudar matemática, primeiramente, para ele e depois para os outros, no sentido que deve ser útil à sociedade, pois uma “pessoa pode ser instruída e não ter nenhum valor social”, essa afirmativa mostra que a matemática se aprende, se ensina, mas também pode ser criada e utilizada e que a escola tem sua função social bem estabelecida no que se refere a educar-se matematicamente (Sousa *et. al.*, 2013).

D’Ambrosio (1994) *apud* Skovsmose (2012, p. 33) afirma que todo o progresso científico e tecnológico pelo qual passa nossa sociedade está relacionado com a matemática voltada para a evolução humana. Para este autor, o conhecimento matemático está “no núcleo do desenvolvimento social. Seu papel é crucial e, portanto, deve ser considerado na interpretação de uma vasta gama de fenômenos sociais”. Dessa forma, percebe-se que a matemática está em ação e deve ser reconhecida como necessária para o desenvolvimento da sociedade, o que se torna um desafio para as ciências sociais compreenderem e aceitarem sua importância no ensino assim como na Educação Matemática em geral.

Considerando a importância da matemática escolar, a reflexão aqui apresentada estende-se das ideias até a atuação do professor como o elemento central do ensino e de sua postura diante do saber matemático em sala de aula que pode ser subsidiada por elementos que constituem o processo de ensinagem, como a ferramenta matemática (F), raciocínio matemático (R) e gambiarra (G), idealizados por Borges Neto (2019), mostrados na figura 1 e que podem ser considerados como instrumentos de auxílio ao trabalho docente, principalmente, quando este se utiliza de algum recurso didático ou faz sua adequação no ensino contribuindo para a formação de conceitos.

Figura 1 – O saber fazer de Borges Neto (2019)



Fonte: Borges Neto (2019).

Essa tríade é pertinente ao trabalho do professor formador⁷ na licenciatura em matemática onde o ensino para a aprendizagem também é considerado no LME. Dessa forma, esta pesquisa utiliza-se dessa e analisa-a na perspectiva da ensinagem, caracterizada por Borges Neto e Santana (2001, p. 2) como “um processo de desenvolvimento do trabalho do professor a partir da construção de um preceptorado”, considerando a relação mútua de professor para vários alunos envolvendo quaisquer relações que são pensadas durante a preparação da aula e argumentando teoricamente a primeira hipótese dessa investigação.

2.1.1 O conceito de **ferramenta matemática**

Para compreender a ideia de ferramenta matemática, precisamos adentrar no significado de aparato definido por Rabardel (1995) em sua visão tecno e antropocêntrica para mostrar que o homem é o operador de um instrumento ao mesmo tempo em que é o elemento central dessa relação e que uma concepção se torna ineficaz sem a intervenção da outra. Os objetos e sistemas criados pelo homem são voltados para auxiliá-lo em determinadas tarefas e por mais que as criações estejam sendo direcionadas para o mínimo de ação humana possível, elas são importantes na movimentação das atividades do sujeito ou na antecipação delas.

⁷ Sujeito que forma o professor de matemática.

Sob esse ponto de vista, vê-se que na concepção de aparato precisa-se caracterizar o material ou o simbólico criado pelo e para o homem e que na dimensão utilitária não deve ser considerado isoladamente. Daí a necessidade de se atribuir uma finalidade ao aparato e quando passa a ter uma, transforma-se em ferramenta ou instrumento com a interferência do sujeito, percebendo que a ação humana sobre ele possibilita ações de (re)criação e (re)construção tanto no raciocínio que é atribuído na relação do sujeito como no objeto investigado.

Sob esse ponto de vista, é pertinente a essa reflexão entender que o domínio do aparato não significa que os saberes originados dele sejam assimilados de qualquer forma para se obter e garantir a aprendizagem, porém, ele é algo potencialmente em transformação e que, com o intermédio da atividade humana, essa aprendizagem pode ocorrer (BORGES NETO; RODRIGUES, 2009).

Por menor que seja, a ideia de aparato não se restringe a um conceito único porque ainda não foi utilizado para um determinado fim, mas se relaciona com as possibilidades de ser transformado. Geralmente, o aparato possui uma dimensão muito maior do que a finalidade que o indivíduo dá a ele. Pois, quando transformado em instrumento ou ferramenta, passa a ter características específicas de determinadas ações. Logo, entende-se que o aparato modifica hábito, modifica cultura, modifica a pessoa (GOMES, 1999).

2.1.1.1 A ideia de instrumento ou ferramenta no contexto da matemática

Estreitando a discussão do aparato para a compreensão de instrumento ou ferramenta, a história da matemática mostra que as culturas se desenvolveram no decorrer dos séculos porque as pessoas precisavam resolver determinados problemas e, no mundo inteiro, independentemente de ser um recurso desta ciência ou não, ainda se utilizam das ferramentas.

E atribuindo uma definição para instrumento ou ferramenta, Rabardel (1995, p. 10) define como “uma entidade mista que detém tanto o sujeito quanto o artefato”, ou seja, o aparato. Ele questiona a relação sujeito-instrumento afirmando que pode ter falhas se a ação humana não for adequada ao que o instrumento é ou faz. Mostrando que o instrumento sempre está pronto para ser utilizado, mas na finalidade para o qual foi estruturado.

Corroborando com esta definição, Borges Neto e Capelo Borges (2007b, p. 2) definem instrumento como “uma entidade relacionada com o sujeito e o artefato”. Ou seja, o instrumento ou a ferramenta usa-se da materialidade ou do simbolismo direcionado para determinadas ações. Isso significa que é resultado de um aparato que sofreu uma ação cognitiva.

A partir da ideia de Rabardel (1995) sobre o instrumento material ou simbólico, Sutherland (2009) direciona para o contexto da matemática e afirma que os instrumentos ou ferramentas matemáticas desenvolvidas ao longo do tempo, servem de suporte à atividade matemática e também as classifica como: a) materiais como a régua de cálculo, o ábaco, a calculadora moderna e a balestilha; b) simbólicas ou virtuais como o algoritmo da divisão, o método de resolução de uma equação do 2º grau idealizado e desenvolvido pelo matemático indiano Bhákara (1114–1185) e otimizado pelo matemático François Viète (1540–1603). Para a autora, cada ferramenta tem sua particularidade e atende a um objetivo e pode produzir uma matemática a que se destina.

Levando o uso da ferramenta concreta para o contexto do ensino de matemática, especificamente para o uso do recurso didático no LME, pode-se afirmar a partir da visão dada por Rabardel (1995) que a ampliação do potencial de um recurso didático parte da experiência de uso. Quanto mais é trabalhado, mais a possibilidade de criação em relação às necessidades que vão surgindo, é exigida.

É importante lembrar que toda e qualquer ideia matemática também pode ser considerada uma ferramenta ou instrumento, logo é pertinente neste caso, afirmar que dependendo do recurso didático, este pode ser classificado como uma ferramenta virtual ou simbólica.

Dessa forma, as ferramentas são vistas como potencialidades e referem-se ao que as pessoas podem fazer, logo é preciso que seja bem direcionada e nesse sentido está o papel do professor ao perceber que o ensino de matemática deve proporcionar o maior número de ideias úteis ao sujeito, pois nem todas podem ser trabalhadas em todos os contextos ou situações.

Por isso é pertinente considerar o que diz Borges Neto (2016) sobre o sujeito, dotado de seu intelecto, utilizar-se do saber das mais variadas formas, partindo das ideias básicas ou das ferramentas essenciais para construir seu conhecimento matemático, mostrando que a matemática na sala de aula deve ser uma

experiência viva, cheia de dinamismo e significado. E é com essa visão que o direcionamento dado à ferramenta deve levar em consideração o *para que* e o *como usar* (BORGES NETO; RODRIGUES, 2009).

Direcionando a ideia de ferramenta para o contexto do LME e da formação inicial do professor de matemática, tanto um tipo de ferramenta como o outra pode ser explorada em alguma concepção de laboratório de matemática, pois cada uma tem sua particularidade e atende a um objetivo. Nelas, estão envolvidas as habilidades que o professor precisa para desenvolver mais facilmente as questões de ensino tanto na formação de conceitos como também refletindo sobre os aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar (BOYER, 1974; EVES, 2004; LIMA, 2007).

2.1.2 O conceito de raciocínio matemático

Para a compreensão da ideia de raciocínio matemático, é necessário iniciar a reflexão com a ideia de raciocínio tão bem apresentada no trecho do diálogo entre as personagens Alice e o Gato de Cheshire no livro *Alice no País das Maravilhas* como mostra a figura 2, quando as personagens travam um pequeno diálogo iniciado por Alice: “– Poderia me dizer, por favor, que caminho devo tomar para sair daqui? – Isso depende bastante de onde você quer chegar, disse o gato. – O lugar não me importa muito...disse Alice. – Então, não importa que caminho você vai tomar, disse o gato”.⁸

Figura 2 – Diálogo entre Alice e o Gato de Cheshire



Fonte: <https://br.pinterest.com/gmp1967/curiouser-x-2/>.

⁸ CARROL, Lewis. *Alice no país das maravilhas*. Porto Alegre: L&PM, 2010.

O diálogo torna-se interessante porque parte de uma ideia lógica para um raciocínio também puramente lógico. O raciocínio lógico, cujas características são a clareza e a evidência, auxilia as pessoas nas mais diversas situações que enfrentam no dia a dia, dá condição de utilização do pensamento da forma adequada. O sujeito raciocina quando não pode resolver um problema qualquer por meio do instinto ou de ações habituais, ele age estrategicamente na resolução de um problema, utilizando a razão para relacionar objetos e formular proposições.

As proposições, também denominadas de sentenças declarativas, ajudam na estruturação do pensamento, e no que se refere às proposições lógicas permitem que se façam declarações que podem ser falsas ou verdadeiras.

Quando se diz a frase *a atividade de matemática é fácil de resolver*, tem-se uma sentença declarativa, podendo esta ser falsa ou verdadeira. Diferentemente, desta outra, *a atividade matemática*. Embora seja uma declaração de algo não se pode concluir se esta é falsa ou verdadeira.

A mesma ideia acontece na situação que afirma $x + 3 \neq 4$, neste caso, não se pode afirmar com certeza se esta proposição é falsa ou verdadeira. Diferentemente, de se afirmar que $2 - 5 > 27$, nesta sentença é possível a atribuição de uma verdade ou uma falsidade. Basicamente essa é a noção da proposição, uma sentença fechada (não deixa dúvida) e que exprime um pensamento de sentido completo, mostrando claramente o raciocínio em questão (LIMA; SIANI FILHO; COUTO FILHO, 1996).

Esse raciocínio pode ser dedutivo quando fazem afirmações gerais para se obter conclusões particulares, ou indutivo quando analisam um pensamento a partir de observações tiradas de experiências concretas ou abstratas para uma conclusão geral.

A partir dessa afirmação, o raciocínio dedutivo, fundamentado na visão aristotélica, está estruturado no postulado da dedutividade, no qual a ciência está baseada em princípios que formulam outras verdades. Já o raciocínio indutivo parte de estudos de todos os seus elementos para se chegar a uma conclusão geral, ou seja, explorando casos particulares, chega-se a um julgamento universal (SÁNCHEZ HUETE; FERNÁNDEZ BRAVO, 2006).

Analisando a matemática como ciência, pode-se considerar que embora tenha uma natureza dedutiva caracterizada pelos seus aspectos mais formais e abstratos, a produção do conhecimento está atrelada ao concreto no sentido mais intuitivo quando se trata de construir. Por meio do pensar matemático pode-se ampliar as ideias para vários aspectos da vida. Caso assim não fosse, para que explicá-la?

O pensamento matemático é um processo em que é possível aumentar o entendimento daquilo que nos rodeia, afirmação passível de transferir para a disciplina acadêmica da matemática, não tanto como corpo de informação e técnicas, mas como método para fazer a mente trabalhar (SÁNCHEZ HUETE; FERNÁNDEZ BRAVO, 2006, p. 15).

Considerando a afirmação dos autores e direcionando para o ensino de matemática, Oliveira e Silva (20--, p. 15) entendem que o raciocínio, “é capaz de nos fazer desprender da realidade, atingindo os limites do pensamento”. Essa afirmativa retorna a um passado distante e lembra quando os gregos, por exemplo, começaram a abstrair o conhecimento matemático da época, generalizando o que estava a serviço do pragmatismo.

Para Ponte e Quaresma (2017), a matemática, o raciocínio dedutivo é o único que garante a validade de uma proposição. Porém, o raciocínio indutivo e o abduutivo são fundamentais no ensino de matemática para aulas com investigações. Para eles, os tipos de raciocínio ocorrem durante uma investigação na qual a indução e abdução são importantes para levantamento de hipóteses e formulação de ideias, e a dedução na validação e sistematização das afirmações apresentadas pelos alunos em uma atividade em sala de aula.

Logo, quando a atuação do professor está direcionada para a ação coletiva dos alunos, proporciona não apenas a descoberta, mas também o desenvolvimento do raciocínio por meio de argumentos e discursos que ocorrem na socialização das ideias, pois situações assim levam os sujeitos da aprendizagem a “construir as suas próprias estratégias de resolução, usando com flexibilidade diversas representações matemáticas” (PONTE; QUARESMA, 2017, p. 281).

Nessa perspectiva, para trabalhar o raciocínio matemático é importante desenvolver habilidades básicas que ajudam na aquisição de novos conceitos, dentre elas estão a capacidade de abstrair, capacidade do raciocínio relacional, do lógico e

do espacial, capacidade de elaborar sequenciamento de ideias e senso de causa e efeito, todos esses elementos constituem a capacidade matemática de pensar.

Essa questão se faz presente na teoria construtivista e surge como argumento de Sánchez Huete e Fernández Bravo (2006, p, 178) para outro elemento importante que precisa ser atrelado ao ato de raciocinar, a intuição, elemento fundamental que “faz parte da atividade criadora” do pensar. Esse argumento mostra que o pensamento intuitivo precisa ser incluído em qualquer construção mental.

Quando o indivíduo intui, age com caráter qualitativo. Isso explica por que não se intui o valor de uma incógnita em uma solução de equação ou a solução de um problema matemático. Na verdade, a intuição deve ser considerada na trajetória do pensar com ideias que expliquem a maneira em que o indivíduo conduz seu raciocínio.

E embora a concepção de que a matemática desenvolve o raciocínio seja preponderante no contexto educacional, Mata-Pereira e Ponte (2017), afirmam que o raciocínio é necessário para entender a matemática.

Daí entende-se que o conhecimento matemático precisa da experiência das sensações e percepções, porém, vai além, o sujeito precisa fazer com ele chegue até o pensamento. E ainda mais, necessita intervir sobre o que se pensa. Eis aí a capacidade humana de refletir.

Esse pensamento justifica a existência do ensino da matemática e seu objetivo: para que ensinar? Para possibilitar que o indivíduo desenvolva sua capacidade para pensar sozinho, agir e refletir sobre suas ações. Isso não deve ocorrer apenas no campo dos números e dos teoremas. Para Bruner (1960) *apud* Sánchez Huete e Fernández Bravo (2006), o ensino da matemática precisa contemplar aspectos mais racionais proporcionando ao sujeito condições de pensar e refletir (BORGES NETO, 2016, 2017a; 2019).

Para Poincaré (1985, p. 22), “o raciocínio matemático tem, nele próprio, uma espécie de virtude criadora”, é a razão sendo colocada em prática para criar e ir à busca da compreensão de algo, enquanto se estrutura a ideia, ações como levantar hipóteses, conjecturar, inferir, estimar e tantas outras quanto necessárias para se chegar ao objetivo (PINHEIRO, 2016).

Na matemática, o raciocínio é a habilidade que o sujeito tem de fazer as ferramentas funcionarem. Para Lima (2007), com o raciocínio, o sujeito é capaz de

modificar, por meio da ferramenta matemática, uma dada situação. Partindo desse argumento, compreende-se que o professor deve se valer do raciocínio para, a partir de uma ação cognitiva sobre a ferramenta, desenvolver situações de ensino que possibilitem a aprendizagem. Pois, “Promover o raciocínio matemático dos alunos é um aspecto central do trabalho do professor” (MATA-PEREIRA; PONTE, 2017, p. 312).

Portanto, pensar matematicamente, referindo-se ao raciocínio matemático, significa que há uma necessidade de compreender a matemática como ciência, considerar as sensações, percepções, reflexões sobre o rigor, as técnicas operatórias e todos os momentos em que a construção humana está presente. Considerar também a complexidade na qual está embutida nesta ciência permite apenas ter uma visão geral do que se pode raciocinar e refletir sobre as ações do homem.

2.1.3 O conceito de gambiarra de Hermínio Borges Neto

O movimento *maker*, caracterizado como a ideia do ‘faça você mesmo’ tem ganhado os espaços das escolas de Educação Básica no mundo e recentemente, no Brasil. A ideia é que o sujeito desenvolva atividades práticas nas quais ele mesmo produz, manipula e mantém. Inserida nesse contexto encontra-se a cultura da gambiarra ou *gambilogia* e traz como ideia básica “a adaptação, o improviso e a busca de soluções simples e criativas para pequenos problemas no cotidiano” (RAABE *et al*, 2018, p. 138).

Utilizando-se o senso comum para definir gambiarra, pode-se compreendê-la no sentido de intervenção. Na Informática Educativa a gambiarra tem a conotação de plano B. Se utilizar o sentido português de Portugal para gambiarra, tem-se o desenrascar, ou seja, desenrolar.

Transpondo o termo gambiarra para o ensino, Borges Neto (2019) faz duas considerações relevantes para conectá-lo ao contexto didático. Primeiramente, aponta a diferença entre o matemático e o professor de matemática e afirma que este último é um elemento importante no processo do ensino para a aprendizagem porque precisa saber matemática e ter conhecimento dos saberes que fundamentam a educação.

Em seguida, discorre sobre o papel da matemática na sociedade e mostra sua relação com o pensamento piagetiano sobre o desenvolvimento cognitivo do sujeito referindo-se ao seu raciocínio.

As duas questões apontadas por Borges Neto (2019) fundamentam a ideia de que o cidadão precisa ter uma formação escolar de maneira que as habilidades desenvolvidas por ele possam também se aprimorar com o tempo e, principalmente, com as transformações tecnológicas pelas quais passa a sociedade atual. Ou seja, não é só adquirir conhecimento que é importante na formação do sujeito, mas também o que fazer e como lidar com essa aquisição.

No contexto do ensino, a capacidade de ajustar-se a uma nova situação é uma característica cada vez mais primordial ao professor de matemática. Ou seja, além da ferramenta e do raciocínio como elementos que subsidiam a ação docente em sala de aula, o professor precisa ter também a capacidade de transpor um saber constituído em um contexto e utilizar em outro. Essa ideia a gambiarra nos dá.

2.1.3.1 A Gambiarra no contexto do ensino para a aprendizagem da matemática

Com a definição de ferramenta e raciocínio, compreende-se que, na visão de Rabardel (1995), esses dois elementos dão origem ao saber. Direcionando para o ensino de matemática, surge o saber matemático.

Para compor a tríade de conceitos que auxiliam a ação docente proposta nesse estudo, é necessário o conceito de gambiarra de Borges Neto (2019). Sua definição está fundamentada na dialética ferramenta-objeto de Douady (1984, p. 14), que apresenta a ideia de que para “construir um ensino diferente, devolvendo sentido às ferramentas que os alunos utilizam, ao mesmo tempo que se assegura uma apresentação institucional aos objetos correspondentes, é necessário caracterizar outra organização de ensino”.

Logo, a dialética ferramenta-objeto de Douady (1984) pode ser compreendida como instrumento que subsidia o professor na produção de atividades que envolvam os alunos cuja finalidade é a formação de conceitos e está baseada na ideia do uso de um conhecimento já adquirido que serve como ferramenta para a construção de um novo conhecimento. Ou seja, o aluno se utiliza da relação

ferramenta-objeto para gerar um novo conhecimento, enquanto o professor deve criar situações para que esse conhecimento seja construído (NUNES; BAYER, 2013).

Levando para o contexto da matemática, o uso da dialética ferramenta-objeto ocorre numa situação em que “um conceito matemático assume o estatuto de ferramenta quando é utilizado na solução de um problema ou formulação de um novo conceito” (MARTINS, 2006, p. 26).

Borges Neto (2019) se utiliza ainda do pensamento do matemático Gerolamo Cardano (1501–1576) para afirmar que há indivíduos que sabem matemática e há outros que sabem e executam matemática. Porém, complementa o pensamento do matemático do século XVI, defendendo a ideia de que há pessoas que sabem, executam e criam matemática. Estes últimos são os que se utilizam da gambiarra que para o autor é a habilidade que o indivíduo tem de aplicar um saber constituído em um contexto para outro, gerando conhecimento.

Figura 3 – Estrutura do conhecimento matemático com a tríade (F, R, G)



Fonte: Elaboração própria.

Para Borges Neto (2019), esse conceito apresentado na figura 3 e com discussão iniciada na figura 1, é aplicado quando o indivíduo tem a ferramenta e a ação cognitiva para fazê-lo funcionar, transformando-o em saber matemático, e em seguida, a gambiarra, para utilizar esse saber em outros contextos, constituindo assim o conhecimento matemático. A gambiarra, de acordo com o autor, “possui uma ideia única, caracterizada como um procedimento necessário para a configuração de um artefato improvisado para realizar determinada ação quando não se tem o material adequado”⁹. Porém, pode ser utilizada em situações diversas.

⁹ BORGES NETO, H. **A gambiarra no ensino de matemática**: pra quê?. 2019. (1h39m23s). Disponível em < <https://www.youtube.com/watch?v=f9UbsU9OvaE>>. Acesso em: 15 jun. 2019.

No ensino de matemática, o conceito de gambiarra surge no sentido de flexibilizar o raciocínio do aluno. O professor precisa entender que tem diferentes maneiras de resolver o mesmo problema. No caso deste estudo, o contexto é o ensino de matemática e a ideia explorada tem um caráter pedagógico.

Dessa forma, considerando o contexto do ensino de matemática, é importante que o professor esteja atento ao uso das ferramentas adequadas para a constituição do conhecimento do aluno, refletindo em que momento e de que maneira aborda a utilização desses instrumentos em sala de aula e como pode fazer uso da gambiarra no ensino para a aprendizagem.

Com essa afirmação, defende-se que a tríade ferramenta, raciocínio e gambiarra (F, R, G) fundamenta a reflexão que se faz neste estudo sobre os aspectos didático-pedagógicos do saber matemático, caracterizado como umas das orientações metodológicas desta investigação.

Na licenciatura em matemática, explorando o laboratório, a tríade (F, R, G), aparece como elemento motivador para o professor que explora as ferramentas matemáticas provenientes do aparato material ou virtual, para unir o pensar e o fazer matemático na construção do conhecimento; que se utiliza do raciocínio para refletir sobre o ensino de determinado saber matemático; que se vale da gambiarra para flexibilizar o raciocínio e criar estratégias diferentes de ensino para a promoção da aprendizagem.

Essa ideia pode ser identificada como um dos três aspectos da atividade matemática, neste caso, Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 54) chamam-no de *utilizar a matemática conhecida*, quando afirmam que o “primeiro grande tipo de atividade matemática consiste em resolver problemas a partir das ferramentas matemáticas que já conhecemos e sabemos utilizar”.

Nessa perspectiva, a Sequência Fedathi já se preocupa com essa relação desde o início do planejamento da aula. Porém, ela sistematiza essa relação quando, primeiramente o professor organiza a ferramenta (conteúdo matemático) e, a partir dele, a situação-problema e o modo como será abordado, podendo voltar-se para a ideia da ferramenta novamente, dessa vez, de caráter material para ser inserida em algum momento da aula, e só então, depois do problema apresentado ao aluno, é que este, agindo como um matemático começa a vivenciar a construção do conhecimento,

explorando as ideias já existentes que servem de base para as novas que vão se estruturando em seu campo mental.

2.1.3.2 *Gambiarra x transposição didática*

No ensino da matemática há uma multiplicidade de dimensões e no que se refere à ação do professor deve-se levar em consideração os conteúdos de ensino e os materiais de caráter didático como elementos fundamentais assim como o saber matemático que está estruturado historicamente pela comunidade matemática e pelo que se pesquisa para ser transmitido ao aluno.

De acordo com Cornu e Vergnoux (1992) *apud* D'Amore (2007), transmitir o conhecimento é um fenômeno cheio de complexidade que envolve mediações diversas na conexão professor-aluno-saber. Logo, para o professor lidar com o saber matemático no processo de ensino é necessária a transposição didática. Esta, porém, está inserida em um contexto maior caracterizado como transposição dos saberes.

Antes de chegarem à sala de aula, os saberes matemáticos passam por um longo processo de transformação e sofrem influência da própria matemática que é a sua fonte científica primária, mas também de outras áreas de conhecimento. Esse processo é caracterizado como transposição dos saberes e está estruturado no contexto evolutivo das ideias matemáticas envolvendo a historicidade do desenvolvimento intelectual da humanidade.

As transformações que essas ideias sofrem até chegar à condição de saber ocorrem sob a supervisão e controle rigoroso da comunidade matemática logo, transposição dos saberes e saberes matemáticos científicos estão interligados. Para Pais (2002, p. 18), essa conexão torna-se evidente quando é direcionada para o contexto pedagógico onde “toda transposição está relacionada a um saber específico, assim como toda aprendizagem se faz sob a influência de uma transposição”.

Nesse momento, identifica-se a transposição didática como a ação do professor em transformar os saberes matemáticos que chegam até à escola em saberes a serem efetivamente ensinados.

Um conteúdo de conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática (CHEVALLARD, 1991 *apud* PAIS, 2002, p. 19).

Essa definição mostra que a transposição didática está relacionada à maneira como o professor pensa a construção das aulas, relacionando os saberes do campo da matemática para, baseado nas orientações didático-pedagógicas do campo da Educação Matemática, adequar à sala de aula levando em consideração o conhecimento prévio dos alunos e a finalidade do ensino. Nela, o professor trabalha conteúdos de ensino e nunca conteúdos puros, pois estes últimos não existem no interior da escola. Dessa forma, é importante que o professor saiba escolher as ações que irão moldar as atividades, pois implicam diretamente na qualidade da aprendizagem do aluno (BRASIL, 1998; D'AMORE, 2007; PAIS, 2002).

Para D'Amore (2007, p. 224), a transposição didática “é compreendida como o trabalho de adaptação, transformação do saber em objeto de ensino, em função do lugar, do público e das finalidades didáticas que se propõe”. Logo, partindo da ideia de que o conceito de transposição didática foi criado no próprio campo da Didática e que a escola considera o saber matemático a partir de um programa curricular que dependerá da ação do docente para ser transformado, o professor não atua isoladamente, é uma ação coletiva.

Dessa forma é importante entender o saber fazer como algo pertinente à atuação docente e que na licenciatura é objeto de interesse na preparação do futuro professor. Embora Chevallard, Bosch e Gascón (2001), afirmem que o saber fazer está relacionado com a ideia de o aluno ser capaz de estruturar o desenvolvimento de uma questão imposta sem a interferência do professor, essa visão está sendo direcionada para as competências que o licenciando é capaz de desenvolver.

A gambiarra conecta-se com a formação de conceitos, caracterizada como outra orientação metodológica deste estudo. Pois, parte-se da ideia de que se tenha noção de como a atuação do professor formador no LME pode conduzir o licenciando na estruturação e formação do conceito diferenciando quando é necessário utilizar a gambiarra e/ou a transposição didática.

Para compreender a maneira como o futuro professor pode transmitir o saber matemático e contribuir para a construção do conhecimento do aluno, acha-se

pertinente aqui diferenciar a gambiarra da transposição didática. A gambiarra na perspectiva do ensino dá ao sujeito condições de trabalhar com a ferramenta material ou virtual, utilizando o saber matemático que tem em outro contexto. Já a transposição didática é o que o sujeito faz de um saber consolidado e transforma em um saber a ser ensinado. A gambiarra contempla a transposição didática, mas vai além, ela pode ser o saber a ser ou o saber a ser aplicado (BORGES NETO, 2019).

Dessa forma aponta-se claramente a diferença entre o ensino tradicional e a Sequência Fedathi. No primeiro, o professor faz matemática na frente do aluno, enquanto no segundo o professor faz matemática com seus alunos.

É importante ressaltar que o ensino tradicional neste texto é definido como a valorização do conteúdo em detrimento do método e que a Sequência Fedathi, metodologia de ensino que será explorada no próximo capítulo, denuncia quando diante de uma construção de um conhecimento, o professor apresenta um problema para a turma resolver e em seguida, responde, sem dar aos alunos a possibilidade de se debruçarem sobre o problema, resolverem e apresentarem suas soluções. Esse modo de atuação do professor é questionado por Borges Neto e Capelo Borges (2007a, p. 82) quando afirmam que essa postura vai de encontro a ideia de “criar as condições para que o aluno seja desafiado e aprenda a pensar e agir”.

Outra questão relevante é que na gambiarra o trânsito das ideias pode ocorrer de saber matemático escolar para outro saber matemático escolar. Um problema de álgebra pode ser resolvido pela geometria. Dessa forma, até ocorre uma transferência de saber, mas não no sentido da transposição didática de Chevallard (1991 *apud* Pais, 2002).

No contexto dessa pesquisa que envolve o laboratório de matemática e ensino para a formação inicial do professor de matemática, a gambiarra é realizada quando o futuro professor, em suas experimentações conseguir adaptar o saber a ensinar para conteúdo de ensino.

2.2 A Sequência Fedathi como proposta metodológica para o ensino de matemática

A Sequência Fedathi, surgiu na década de 1970, especificamente, no ano de 1971 iniciou seu embrionamento no Departamento de Matemática da Universidade

Federal do Ceará (UFC), quando o idealizador da proposta metodológica, professor Hermínio Borges Neto, começou a lecionar no curso de Bacharelado se estabelecendo por lá até 1996. Durante esse período, duas questões foram observadas pelo pesquisador e estava relacionada com o desempenho acadêmico dos estudantes do curso diante do alto índice de reprovação nas disciplinas: a) qual seria o verdadeiro sentido da matemática e que serviço essa ciência estava prestando aos alunos; b) a falta de compreensão dos professores do curso em relação ao papel da Matemática. Por duas décadas e meia, os questionamentos serviram de base e deram forma a sequência didática que Borges Neto (2016) foi desenvolvendo, primeiramente, como Sequência McLane e, posteriormente, Sequência Fedathi (SOUSA, 2015).

Em 1996, o pesquisador inicia seu pós-doutoramento na Université Paris Diderot na França (Paris 7). Sua experiência com a Escola Francesa da Didática da Matemática somada com seu conhecimento matemático foi decisiva na sua atuação a partir de 1997 quando retorna ao Brasil e se estabelece como professor da Faculdade de Educação (Faced–UFC), integrando-se a uma equipe de professores pesquisadores cujos estudos envolviam o ensino de matemática. Os pesquisadores passaram a ser chamados de Grupo Fedathi¹⁰. Entende-se aqui que os trabalhos eram desenvolvidos por professores e alunos, da graduação e pós-graduação, da UFC e de outras Instituições de Ensino Superior.

Entre 1997 e 1998, Borges Neto, coordenador do Grupo Fedathi, havia desenvolvido uma sequência didática com base em sua experiência como matemático, de modo que fosse possível aos professores criar condições e possibilidades para que os estudantes de matemática na Educação Básica e no Ensino Superior pudessem ter uma experiência significativa de aprendizagem Matemática. A ideia básica consistia em colocar o estudante na posição de um matemático, por meio do processo de resolução de problemas (SANTANA; BORGES NETO, 2003, p. 272-273 *apud* SOUSA, 2015, p. 40).

Essa afirmativa mostra claramente que Borges Neto (2016) pensou na Sequência Fedathi como um método científico para a sala de aula de maneira que o aluno se coloque na situação de um matemático ao buscar a resolução de um problema a ele apresentado. E embora tenha utilizado o método matemático de

¹⁰ O termo FEDATHI se originou a partir dos nomes dos três filhos de Hermínio Borges Neto (Felipe, Daniel e Thiago), considerando a primeira sílaba de cada nome.

trabalhar, ao envolver as ideias auxiliadas por outras concepções além do conhecimento matemático, criou uma proposta metodológica com foco no ensino e na postura do professor, porém, considerando efetivamente a atuação do aluno no processo de aprendizagem.

Atualmente, é considerada por Souza (2013) como teoria metodológica cujo idealizador é o professor Hermínio Borges Neto, precursor dos estudos e pesquisas em Didática da Matemática no Ceará e, embora sua proposta seja subsidiar o trabalho do professor, é o aluno quem surge no cenário da investigação de sala de aula como um matemático, debruçando-se e refletindo sobre suas ações a partir da orientação docente. Sua ideia inicial ainda muito explorada é trabalhar a ação do professor para que faça a mediação na ação do aluno no pensar sobre o fazer matemático.

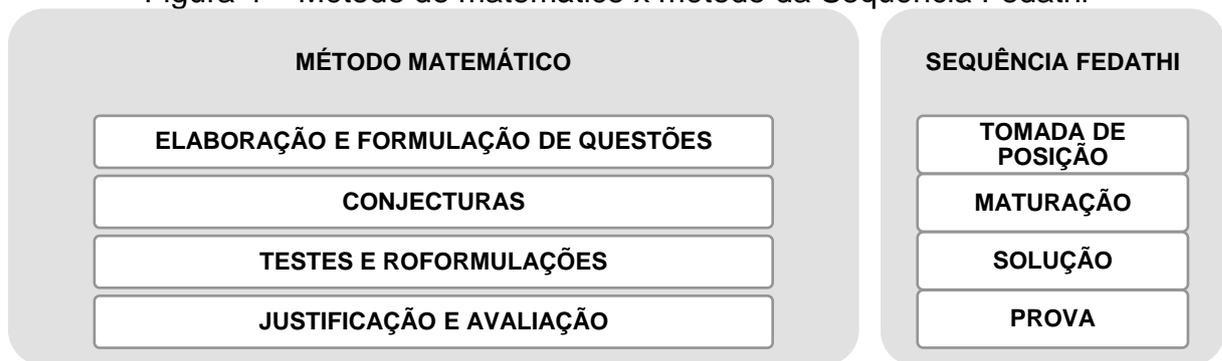
Corroborando com essa ideia, Torres (2018, p. 215) mostra a fala de um sujeito que vivenciou a proposta metodológica Sequência Fedathi em sua pesquisa e discorre sobre a autenticidade do trabalho, apontando para sua intenção inicial afirmando que “[...] a ideia da sequência FEDATHI é legitimamente do Doutor Hermínio Borges Neto... Mas a Sequência não tinha uma finalidade educacional... era uma sequência pra você atacar problema, que poderia até ser um algoritmo computacional”. Logo, é muito pertinente entender que a Sequência Fedathi tem suas raízes na Matemática e que Borges Neto (2016) é o idealizador e precursor da proposta metodológica. Porém, como compreendê-la? Como uma

[...] proposta de ensino, talvez uma metodologia, com fundamentação teórico-metodológica baseada na proposta lógico-dedutiva-construtiva, acrescida de uma postura, enfoque, de um comportamento, de uma atitude por parte do professor, perante seus estudantes, que respeite e tente reproduzir o método de trabalho de um matemático (conhecido como 'la méthode') (BORGES NETO, 2016, p. 15, grifo nosso).

Com essa afirmação, duas ideias devem ser ressaltadas na metodologia Sequência Fedathi. São elas a saber, o método de trabalho do matemático e a proposta lógico-dedutiva-construtiva. O método é caracterizado como o passo a passo de um determinado trabalho num processo que vai se organizando e sistematizando as ideias e as ações à medida que avança na sua finalidade, ou seja, no que almeja alcançar. No método, há uma ordem, uma lógica de funcionamento com regras próprias.

Dessa forma, a Sequência Fedathi se comporta como um método de trabalho do matemático quando tem o objetivo de resolver um problema, por exemplo. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), quando o ser matemático pesquisa, busca descobertas de relações existentes entre os objetos matemáticos. Logo, é possível ver claramente a aproximação da maneira como o matemático age e como a metodologia Sequência Fedathi conduz o aluno na construção de seu conhecimento.

Figura 4 – Método do matemático x método da Sequência Fedathi



Fonte: Elaboração própria.

A figura 4 mostra as etapas de trabalho investigativo do matemático assim como da Sequência Fedathi. Ações como formular questões, conjecturar, realizar provas e refutações e argumentar pertencem aos dois métodos e ocorrem independente do sujeito da ação ser o matemático ou o aluno.

Para fundamentar a Sequência Fedathi como metodologia de ensino, Borges Neto (2016) utilizou-se dos estudos de George Polya (1887–1985) sobre a Resolução de Problemas; da obra do filósofo matemático Imre Lakatos (1922–1974), intitulada *A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações*; do Intuicionismo, corrente filosófica desenvolvida pelo matemático holandês Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966). A proposta de Borges Neto (2016) para o ensino de Matemática também teve influência da obra do professor e historiador matemático Morris Kline, intitulada *O Fracasso da Matemática Moderna* (KLINE, 1976. LAKATOS, 1978; POLYA, 1995; POINCARÉ, 1985).

Polya (1995) organizou todo o desenvolvimento de uma Resolução de Problemas em um método de quatro etapas no qual o aluno deve, primeiramente, entender o problema, em segundo, estabelecer um plano de resolução para o problema, em terceiro, executar o plano que traçou e, por último, refletir sobre o resultado. Tanto o método de George Polya (1887–1985) e o de Borges Neto (2016)

exploram ideias que estão atreladas à solução de um problema como qual problema deve ser proposto, com que objetivo, qual a sua utilidade e que competências serão desenvolvidas.

A influência de Lakatos (1978) na Sequência Fedathi atribui-se ao fato de esse autor buscar a heurística para explicar ou argumentar a construção do conhecimento matemático. Em sua obra, a ideia de como se dá essa construção é a essência do trabalho docente na condução do processo de ensino para a aprendizagem do aluno. Existem dois elementos importantes na obra de Imre Lakatos (1922–1974) que a proposta metodológica de Borges Neto (2016) se aproxima, a prova e a refutação. O primeiro é essencial à ciência matemática e sua estrutura dedutiva e, o outro às questões de caráter didático envolvendo erros e contraexemplos necessários para a compreensão do passo a passo do aluno na resolução do problema.

Do Intuicionismo, a Sequência Fedathi enfatiza a ideia de que a construção do conhecimento matemático ocorre na mente, daí a ideia de se refletir sobre a ação do aluno, considerando o erro como elemento essencial para se alcançar o objetivo do ensino que é a aprendizagem. Logo, na linha do raciocínio intuicionista, devemos dispor de uma demonstração construtiva de qualquer enunciado matemático “antes de estarmos autorizados a dizer que sabemos da verdade desse enunciado” (BARKER, 1976, p. 101).

No Intuicionismo, compreende-se que o pensamento intuitivo é a base para construir matemática visto que toda a construção exige o campo mental para ocorrer. Os intuicionistas tentam explicar a aquisição do conhecimento matemático por meio de construções que ocorrem na mente, pois acreditam que as verdades matemáticas assim como os objetos matemáticos são entes abstratos (BARALDI, 1999; MACHADO, 2001).

Logo, é possível ver que a metodologia de Borges Neto (2016) teve influência das concepções absolutistas, mas também falibilistas, como é o caso de Lakatos (1978) e, embora suas raízes sejam na matemática, Torres (2018, p. 221) afirma que no Laboratório de Pesquisa Laboratório de Pesquisa Multimeios, “essa metodologia é trabalhada em diversas áreas, quer seja Informática Educativa, Educação a Distância, Formação de Professores e Inclusão Digital, sendo operada de modo articulado às temáticas que o Laboratório desenvolve”. Ou seja, atualmente a

Sequência Fedathi já dialoga com outros teóricos e, conseqüentemente, com outras áreas de conhecimento, criando relações para “além das ciências duras” (TORRES, 2014, p. 154).

Indo além com a análise de seus fundamentos, compreende-se que enquanto método de ensino faz-se necessária uma análise na proposta de Borges Neto (2016) no que se refere ao seu embasamento nas concepções da Filosofia da Matemática que influenciam o ensino e que estão presentes em sala de aula com ou sem a percepção do professor. Sobre essa questão, Baraldi (1999) afirma que não se pode discutir os fenômenos que estão ligados ao ensino de matemática sem considerar a natureza dessa ciência e nem as ideias dos indivíduos que nela atuam de uma forma ou de outra. Daí a importância de saber quais são as concepções e como estas afetam a ação docente, pois muitas vezes passam despercebidas no contexto escolar independentemente das impressões que causam (COSTA, 1992; DAVIS; HERSH, 1985).

Dentre as concepções que regem o ensino de matemática destacam-se a concepção pitagórica, a platônica as concepções absolutistas: logicismo, formalismo e construtivismo e as concepções falibilistas. A Sequência Fedathi, por ser caracterizada como uma proposta lógico-dedutiva-construtiva tem em sua estrutura de funcionamento as ideias logicistas, iniciadas pelo matemático italiano Giuseppe Peano (1858–1932) e depois legitimadas pelos trabalhos do matemático alemão David Hilbert (1862–1943) assim como as construtivistas, especificamente, do Intuicionismo, desenvolvido pelo matemático holandês Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966).

Segundo Baraldi (1999, p. 86), nas concepções absolutistas “o conhecimento matemático é entendido como o portador das “verdadeiras”, indiscutíveis e absolutas verdades e representante do único domínio do conhecimento genuíno”. Nessas concepções as verdades são aceitas sem demonstrações a partir do empirismo, pois existem algumas verdades que, a partir delas, outras são explicadas. Essa postura rígida da não demonstração fez com que, no início do século XX, surgissem dúvidas quanto à veracidade das formas de pensar a matemática na visão absolutista.

Portanto, a Sequência Fedathi como proposta lógico-dedutiva-construtiva, admite a matemática como uma realidade empírica com suas teorias formais

embasada na lógica, como também a estruturação da mesma a partir de construções abstratas que advêm da realidade externa. Porém, é preciso esclarecer que essas duas concepções não agem separadamente. Para isso fundamenta sua estrutura na concepção piagetiana na qual “sua solução pretende que a relação da Matemática com a realidade não pode se fundar no sujeito pensante (apriorismo) nem no objeto pensado (empirismo), mas numa profunda interação entre o sujeito e o objeto” (MACHADO, 2001, p. 42).

2.2.1 A Sequência Fedathi é uma proposta lógica-dedutiva

O Logicismo é caracterizado como uma corrente filosófica da matemática e tem suas raízes na concepção realista que defende a ideia de que o homem deve ser um descobridor das verdades matemáticas e, depois de reveladas, precisam ser descritas. Na concepção realista, os entes matemáticos existem por si só, mas para serem descobertos e estruturados é necessário um conhecimento *a priori*, ou seja, um conhecimento que seja racional e esteja voltado para as “estruturas atemporais da realidade numérica”. Logo, toda a matemática é explicada por meio das leis lógicas, porque esta usa a razão para compreender o conhecimento. As ideias logicistas também se apresentam nos estudos do matemático italiano Giuseppe Peano (1858–1932) por volta de 1880 (BARKER, 1976, p. 106).

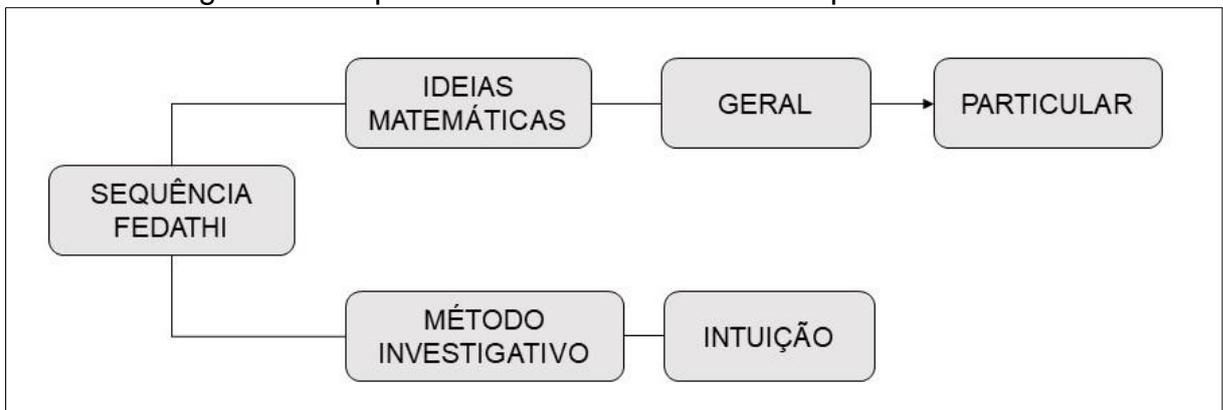
Peano criou uma linguagem lógico-simbólica na qual tratou de expor todas as disciplinas dedutivas. Isto acarretou enormes avanços não somente para a lógica, como, também, para a matemática, permitindo uma visão mais exata e perfeita do mecanismo lógico das numerosas teorias matemáticas (COSTA, 1992, p. 17).

Fundamentada na concepção filosófica Logicismo, a Sequência Fedathi é lógica quando trata da natureza do conhecimento matemático, pois o raciocínio dedutivo utilizado está baseado em princípios lógicos. A concepção formalista da Filosofia da Matemática também serve de base, visto que busca explicar as ideias matemáticas a partir de teorias formais, nas quais a lógica se caracteriza como elemento fundamental na construção do conhecimento, pois em sua estrutura, a metodologia de Borges Neto (2016) busca um modelo para cada investigação que faz. E em que consistem as teorias formais? Para Machado (2001, p. 30) são “termos

primitivos, regras para formatação de fórmulas a partir deles, axiomas ou postulados, regras de inferências e teoremas”.

Nessa perspectiva, a Sequência Fedathi não apenas se utiliza da visão realista de que o matemático deve explorar o campo de conhecimento em que atua investigando as verdades existentes e interpretando-as como também trabalha com ideias gerais para responder a particulares e suas regras mais específicas como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Esquema do funcionamento da Sequência Fedathi



Fonte: Elaboração própria.

Para entender a lógica dedutiva da Sequência Fedathi vale-se da afirmação de Costa (1992, p. 22) quando afirma que “para definir um conceito A, necessitamos de outros, por exemplo, A_1 e A_2 ; para definir A_1 , precisamos de outros, e assim sucessivamente”. Dessa forma entende-se que esta proposta metodológica aqui apresentada dialoga com as correntes filosóficas da matemática denominadas logicismo e formalismo.

Do logicismo, Borges Neto (2016) traz a importância de o sujeito utilizar o pensamento lógico-dedutivo que vai sendo trabalhado nas etapas da vivência da Sequência Fedathi enquanto constrói seu conhecimento utilizando-se da lógica em seu raciocínio. Nessa concepção, buscou trabalhar com as ideias do silogismo aristotélico e o raciocínio lógico-dedutivo no intuito de fazer com que o aluno questione os resultados ao longo do percurso de construção do conhecimento matemático como também perceber a importância do rigor na matemática valorizando as demonstrações (MENDES; BEZERRA, 2009).

2.2.2 A Sequência Fedathi é uma proposta construtiva

O Intuicionismo, caracterizado como uma corrente filosófica da matemática tem suas raízes no pensamento kantiano¹¹ sobre a aritmética trazendo como justificativa a ideia de que independentemente do trabalho a realizar, “o matemático está sujeito ao requisito da consciência, não podendo criar autocontradições” (BARKER, 1976, p. 98).

Enquanto corrente filosófica, também se originou no *finitismo*¹² do matemático alemão Kronecker (1823–1891). Para ele, tudo em matemática deveria ser intuitivamente construído de elementos básicos e claros. Suas ideias foram assimiladas por Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881–1966), um matemático holandês considerado precursor da corrente intuicionista que defendia a intuição ‘pura’ como ponto de partida para o trabalho do matemático na construção de qualquer ideia (COSTA, 1992).

Quando um intuicionista enuncia uma proposição p , registra em sua mente uma construção C . A negação da proposição p , $\sim p$, é, por sua vez, o registro de uma outra construção D . A não-construção de coisa alguma não está associada a proposição alguma que tenha significado na lógica intuicionista (MACHADO, 2001, p. 41).

Com base nesta afirmação, tudo que se constrói na mente é válido. Na visão intuicionista da matemática, os sistemas formais ou os modelos são considerados como resultados de uma atividade do sujeito. Para o intuicionista, as ideias não advêm de um mundo platônico ou de um universo empírico. Elas são construídas internamente e não dependem do mundo real.

A Sequência Fedathi trabalha com o Intuicionismo quando busca a construção das ideias a partir do pensamento. Possibilita pensar e agir matematicamente na construção do conhecimento. Porém, do “ponto de vista do Intuicionismo, devemos dispor de uma demonstração construtiva de qualquer enunciado matemático [...] antes de estarmos autorizados a dizer que sabemos da verdade desse enunciado” (BARKER, 1976, p. 101).

¹¹ Pensamento de Immanuel Kant, filósofo da Era Moderna.

¹² Ideia da Filosofia da Matemática que só aceita a existência de entes finitos.

Dessa forma, ao agir na perspectiva intuicionista, a Sequência Fedathi entende que toda ideia matemática precisa ter uma demonstração construtiva na qual explora a ação do sujeito em busca das respostas para a pergunta que gerou sua investigação, pois a originalidade está justamente nas ações construídas a partir das interações entre o sujeito e o objeto e que ocorrem internamente. Antes de iniciar uma pesquisa, é essencial entender o que é o conhecimento e como este se forma. A Sequência Fedathi adota a concepção construtivista devido não apenas ao conhecimento, mas a ação na qual os “dois estão em permanente construção, agindo um sobre o outro dialeticamente” (ROSA NETO, 2008, p. 28).

Para Machado (2001, p. 48) há uma complexidade que vai além do sim e do não para responder sobre a relação da Matemática com a realidade. Logo, tentar explicar objetivamente apenas essa questão não leva a nenhuma conclusão, mas “manipulando adequadamente as pressuposições, tudo se pode concluir”. Na sala de aula, essa metodologia se adequa no sentido de que o aluno vai, ao longo do caminho, construindo seu conhecimento à medida que se dá o processo de investigação.

Do Construtivismo, e especificamente, do Intuicionismo, a Sequência Fedathi se apoia na ideia de que o homem é um ser que pensa, age sobre o mundo e se relaciona com outros seres. Isso mostra que o conhecimento científico não fica apenas no campo da razão teórica, mas também na prática considerando pertinente o que afirmam Catrib e Gomes (1996, p. 162) sobre a ideia de que a razão na visão construtivista “não é uma qualidade transmitida no nascimento pelos gens (sendo assim determinada desde o início) e sim, a faculdade de julgar, pensar argumentar é uma potencialidade que precisa ser desenvolvida no decorrer da vida”.

Para que o aluno aprenda matemática de forma efetiva, é necessário que assuma a postura de um matemático, experimentado e vivenciando a construção do saber e a sala de aula o espaço propício para isso. Logo, em relação ao conhecimento matemático, “[...] é necessário que ele seja construído considerando-se a intuição, os erros, as dificuldades enfrentadas pelos matemáticos em sua elaboração. Ou seja, para encontrar significação em um conceito matemático, é preciso, em muitos casos, vivenciar as condições experimentais nas quais ele foi formulado” (BARROSO *et al*, 2009, p. 102).

Portanto, trabalhar com a proposta metodológica de Borges Neto (2016) exige do professor a compreensão das correntes filosóficas que explicam a natureza do conhecimento matemático, principalmente as concepções absolutistas.

2.2.3 A Sequência Fedathi como ação mediadora da prática docente

O contexto atual vivenciado na escola de educação básica precisa fazer com que o ensino para a aprendizagem da matemática aconteça de maneira em que é necessário trabalhar com uma proposta educacional em que o raciocínio do aluno seja explorado no intuito de fazê-lo compreender os conceitos e as técnicas operatórias que conjugue a prática e a cultura escolar (BORGES NETO; DIAS s/d; LORENZATO, 2006; MOREIRA; DAVID, 2005; MEDEIROS, 20--).

Entender a Educação Matemática como a via de comunicação entre o que se ensina e o que se aprende é muito pertinente ao ensino atual, pois na visão de Kline (1976), a conexão externa dos conteúdos, com outras áreas de conhecimento, deve estar presente na sala de aula assim como explorá-los internamente como, por exemplo, relacionar a álgebra com a geometria ou com a aritmética. Trabalhá-los de forma isolada e compartimentalizada não garante a compreensão das ideias as quais se intenciona ensinar e chega a ser encarado como algo perverso.

A ação prática é o que tem movido as discussões a respeito do ensino de matemática, pois deve ser pensado como ação libertadora, crítica e necessária para o sujeito atuar em sua realidade. Dessa forma, é possível refletir sobre ele como ato cognitivo e político. “É preciso resgatar, na prática de sala de aula, a dialética que existe entre forma e conteúdo, pois estes perdem sentido quando separados” (MEDEIROS; 20--, p. 20).

Para Borges Neto (2016, p. 8), se o professor “souber planejar, refletir, decidir e escolher situações desafiadoras para o seu grupo de estudantes e a cada um em particular”, conseguirá imaginar caminhos diferentes para atuar em sala de aula. Porém, este trabalho deve ser em conjunto, os alunos têm importante papel nesse processo. Mas, o que na verdade o autor questiona é o método utilizado pelo professor em sua ação docente, ou seja, a maneira como a aula é conduzida.

Nessa perspectiva, Borges Neto (2017c) afirma que não se pode perder o caráter científico e utilitário da matemática no ensino, e tanto um como o outro, embora

diferentes, são necessários. Ainda hoje, o pensamento que parte de uma visão particular para o geral é utilizado em detrimento do pensamento que parte de uma análise geral dos conteúdos matemáticos para uma visão mais particular.

Em seu argumento, o autor mostra a necessidade que o aluno tem para entender o ‘trânsito’ de um pensamento para o outro como mostra a figura 6. Precisa perceber as características do objeto matemático para buscar generalizações e abstrair, mas também, é necessário que pense teoricamente, e a partir de sua análise, chegue à realidade.

Essa ideia corrobora com Sutherland (2009, p. 71) quando mostra que os alunos precisam “trabalhar tanto sobre o específico quanto sobre o geral e a formular suas próprias conjecturas sobre as regras gerais”. Essa afirmação pode ser direcionada para o processo de ensino baseado na Sequência Fedathi que na etapa tomada de posição já apresenta um problema e que na etapa maturação, força o aluno a transitar entre o geral e o específico formulando suas próprias conjecturas.

Figura 6 – Compreensão do ir e vir do pensamento matemático



Fonte: Borges Neto (2017c).

Para Borges Neto e Dias (s/d), o professor deve considerar não apenas o que ensinar, mas como e quando ensinar e embora esses aspectos sejam diferentes, precisam ser considerados conjuntamente. Sob esse ponto de vista, a Sequência Fedathi surge como proposta metodológica para conduzir o trabalho do professor na sala de aula. Corroborando com esta ideia, Pinheiro (2018, p. 44), afirma que “a Sequência Fedathi representa uma mediação, como ação docente, que tem por objetivo favorecer a imersão do aluno à prática do pesquisador que desenvolve o

conteúdo que se pretende ensinar” e a mediação é a essência do trabalho docente na sala de aula não apenas do método Fedathi, mas de qualquer prática docente.

No que se refere à ação mediadora do professor, Sousa (2015, p. 44) a define como “o processo pelo qual a ação do sujeito sobre o objeto é mediada por um determinado elemento”. Nesta pesquisa, essa ação está caracterizada como uma mediação didática, relacionando o professor, o aluno e o objeto que é o saber matemático.

Para Pais (2013, p. 28), ensinar e fazer matemática “é uma atividade oposta às práticas de reprodução, as quais consistem em conceber a educação escolar um exercício de contemplação do mundo científico, de onde vem a ideia da transmissão de conhecimentos”. Dessa forma, o professor deve incorporar em seu cotidiano métodos e estratégias que venham caracterizar uma metodologia própria de ensino na qual acredite e utilize em sua prática. Nessa perspectiva, a finalidade da Sequência Fedathi é subsidiar o trabalho docente na condução da aula, melhorando o ensino para a aprendizagem do aluno.

Para compreendê-la é necessário que se faça conhecer também sua estrutura de funcionamento. Sousa (2015) afirma que essa proposta de ensino se apresenta em três níveis, sendo eles, a Preparação, momento em que o professor planeja a aula; a Vivência, caracterizada como o momento que ocorre a execução da aula; a Análise, utilizada pelo professor para avaliar o que foi planejado e executado. A vivência é o nível no qual ocorrem as etapas da Sequência Fedathi, a tomada de posição, a maturação, a solução e a prova.

Na tomada de posição, primeira etapa da metodologia, o professor apresenta uma situação desafiadora à turma e faz algumas observações sobre a atividade que será executada. Nesse momento ocorre o acordo didático para algumas regras que serão importantes para o professor e para os alunos durante a aula. Até chegar essa etapa, o professor age como um verdadeiro investigador buscando elementos que sirvam de base para os questionamentos que fará em sala para impulsionar os raciocínios dos alunos. Destaca-se nessa fase a transposição didática utilizada pelo professor para apresentar aos alunos uma situação que envolve os aspectos culturais e científicos de resolução, conduzindo o aluno à utilização dos conhecimentos adquiridos na escola assim como à atuação como um matemático (BORGES NETO, 2016).

Na fase maturação, os alunos se debruçam sobre o problema apresentado a fim de desenvolvê-lo e solucioná-lo. Nessa etapa o professor não interfere diretamente nas ações dos alunos e assume um caráter mais observador, mas pode responder dúvidas com perguntas ou com contraexemplos. Sua atuação na maturação é no sentido de levantar mais questionamento acerca da resolução do problema de modo que ajude os alunos em suas conjecturas. A turma age coletivamente na busca da solução do problema. Os alunos tentam identificar quais elementos estão inseridos no problema e de que forma irão resolvê-lo (TORRES, 2018; RODRIGUES, 2017; SOARES, 2017).

Na etapa solução, o problema tem uma forma de apresentação e organização feita pelos alunos. A mediação do professor nessa fase tem o objetivo de verificar se a maneira como os alunos pensaram na resolução do problema está correta. Os contraexemplos são indicados para ser utilizados nesse momento. O professor dá aos alunos a oportunidade para apresentarem suas estratégias de solução. Os erros aparecem nessa etapa, pois as ações tomadas por eles são socializadas de maneira que devem gradativamente ir se apropriando das informações estabelecidas no acordo didático. “Nestas situações é fundamental proceder sem precipitação, dando tempo aos alunos para que interiorizem os novos conhecimentos” (KLEIN, 2009, p. 38).

A prova surge como a última etapa da Sequência Fedathi, nela o professor retoma as discussões e, a partir das explanações dos alunos, sistematiza o conhecimento elaborado de forma colaborativa, com confronto de ideias, cabendo ao professor propor o modelo científico, formalizando o conhecimento trabalhado em sala de aula. Nesse momento o conteúdo é descontextualizado e generalizado (RODRIGUES, 2017; SOARES, 2017).

Essas ações tornam muito clara a diferença entre o ensino tradicional, no qual o professor faz matemática diante dos alunos e o ensino com base na Sequência Fedathi no qual o professor faz matemática com seus alunos. Nessa perspectiva, essa proposta apresenta-se como uma metodologia de ensino na qual sua estrutura consiste no planejamento, desenvolvimento e avaliação da aula e envolve ações voltadas para refletir sobre as decisões tomadas nas escolhas das situações que contribuem com a aprendizagem dos alunos. No LME surge como fundamento para as orientações metodológicas que subsidiam a preparação do futuro professor.

Ao analisar as ações existentes na Sequência Fedathi, percebe-se que sua estrutura contém algumas práticas docentes. Cruz, G. (2007, p. 197) defende a ideia de que a ação docente deve ser “estratégica, exercendo um papel de tradutor da idéia oficial para o contexto da prática”. E a metodologia aqui investigada traz em seu funcionamento algumas dessas ações que impulsionam a prática docente para além das técnicas de mediação e cujo entrelaçamento com outras áreas de conhecimento lança uma questão que precisa ser respondida: como uma metodologia com base epistemológica na ciência matemática consegue dialogar com outras áreas de conhecimento que vão além das ciências exatas?

Para responder essa questão é pertinente considerar que a proposta metodológica de Borges Neto (2016) traz alguns princípios que subsidiam não apenas o diálogo, mas o funcionamento para além das ‘ciências duras’, como o *plateau*, o acordo didático, a pedagogia mão no bolso, a pergunta, o contraexemplo e o erro.

Os princípios da Sequência Fedathi assim como o próprio método de ensino que a estrutura foram se constituindo ao longo do tempo. Sousa (2015) mostra que assim como o Grupo FEDATHI, depois denominado Sequência de Fedathi e, finalmente Sequência Fedathi tem uma estrutura de funcionamento baseada em três níveis: a *preparação*, a *vivência* e a *análise*.

Quadro 1 – Estrutura da Sequência Fedathi
SEQUÊNCIA FEDATHI

| SEQUÊNCIA FEDATHI | |
|---|---|
| 1º nível: Preparação Organização didática do professor, com análise do ambiente, análise teórica e elaboração do plano de aula. | |
| 2º nível: Vivência Desenvolvimento/execução do plano/sessão didática na sala de aula. | 1ª etapa: Tomada de posição – introdução da aula, com o acordo didático e a apresentação do problema. |
| | 2ª etapa: Maturação – resolução do problema pelos alunos, com a mediação do professor. |
| | 3ª etapa: Solução – socialização dos resultados encontrados pelos alunos. |
| | 4ª etapa: Prova – formalização/generalização do modelo matemático a ser ensinado, conduzida pelo professor. |
| 3º nível: Análise Avaliação da aula pelo professor. | |

Fonte: Sousa (2015, p. 41- 42).

A estrutura apresentada no Quadro 1 mostra que o trabalho do professor começa na *preparação* da aula com a análise da turma, das condições do local onde vai ministrar a aula.

a) o *plateau*

O *plateau* ocorre, segundo Sousa (2015), no nível da Vivência, mas é na Preparação que ele é elaborado. Nesse momento, ocorre o envolvimento de aspectos materiais e intelectuais no planejamento da aula. A análise do ambiente também é considerada pelo professor que precisa conhecer a realidade que vai atuar. A análise teórica é outra questão considerada no planejamento da aula, pois envolve a maneira como o conteúdo será estudado pelo professor e como será ensinado.

Para Sousa (2015, p. 57) é utilizado “como patamar, nivelamento ou base de equilíbrio do conhecimento do aluno, pensado no momento da preparação didática ou proporcionado pelo professor logo no início da aula sobre um conteúdo que precise de um nivelamento”. Nele também estão inseridas as ações necessárias que o professor deve executar para nivelar a turma e nesse momento surge o *plateau* do professor que aparece no momento da interação com os alunos (BORGES NETO, 2017a, 2017b).

No *plateau* considera-se o conhecimento prévio necessário como ponto de partida da ação docente na aula. Logo, envolve um nivelamento realizado pela ação do professor no intuito de garantir que os alunos estejam no mesmo patamar.

No LME, utiliza-se o *plateau* no intuito do professor formador identificar não apenas o nível da turma, mas também para planejar a atividade que deve ser realizada como ponto de partida para o conteúdo de ensino que será explorado na aula.

b) o acordo didático

Baseado no contrato didático de Brousseau (2008) e, este por sua vez, na obra Do Contrato Social de Jean-Jacques Rousseau (1712–1778), o acordo didático é uma ação com ideias comuns ao professor e ao aluno. A Sequência Fedathi traz a ideia do acordo didático, pois segundo Sousa (2015), as regras estabelecidas de forma clara ou implícita, mostram a cumplicidade existente no comportamento do professor para os alunos e vice-versa, trabalhando ações mútuas e compartilhando responsabilidades (RODRIGUES, 2018).

Para Rodrigues (2018, p. 58), o “acordo didático resulta como a combinação e os ajustes entre o professor e alunos, de modo a garantir, a cada uma

das partes, o desenvolvimento do que for necessário, dentro da capacidade de cada um”. O acordo didático ocorre na etapa tomada de posição, antes da apresentação do problema e se caracteriza como ponto de partida para as ações que irão se efetivar em sala de aula.

Direcionando para o LME, o professor formador de posse do conteúdo de ensino e dos instrumentos necessários para a aula pode estabelecer o acordo didático com os licenciandos buscando a maneira mais adequada para o saber matemático ser explorado.

c) a pedagogia ‘mão no bolso’

A pedagogia mão no bolso é outro princípio que caracteriza a ação docente durante o processo de ensino. Santana (2018, p. 19) afirma que a ideia é compreender a postura do professor como provocativa, pois ao se posicionar com a ‘mão no bolso’ o professor conduz os alunos para um contexto de reflexão sobre suas ações e tem como objetivo “propor ao professor e aos alunos que pensem, raciocinem, criem hipóteses e realizem juntos” as ações de ensino e aprendizagem, impedindo que o professor vivencie sozinho uma relação que é conjunta e que pode trazer consequência danosas para a aprendizagem que são os efeitos didáticos como o Efeito Topázio tão combatido pela Sequência Fedathi com a pedagogia ‘mão no bolso’. A autora, ao descrever tal ação como uma pedagogia, argumenta que por meio dela é possível envolver os alunos na ação educativa, provocando-os e levando-os a refletir sobre suas atitudes diante da construção do conhecimento. Pois, os alunos são levados a refletir sobre suas ações.

A pedagogia ‘mão no bolso’ pode ser utilizada em todas as etapas e tem “como objetivo estimular os alunos à pesquisa, à reflexão, ao senso de investigação, à colaboração e à sistematização do conhecimento”. Essa prática docente perpassa todo o processo de ensino proposto pela Sequência Fedathi e contradiz de maneira eficaz o ensino tradicional, pois possibilita que o aluno vivencie a construção de seu conhecimento trabalhando ações necessárias como o erro e as hipóteses (PAIS, 2013).

Para a identificação das duas outras práticas docentes existentes na Sequência Fedathi. Para justificá-las utiliza-se da mediação, caracterizada como a essência do trabalho do professor. Ao abordar a mediação na Sequência Fedathi, Pinheiro (2016) explora o ensino de conceitos matemáticos e argumenta que a

aprendizagem deve basear-se na ZDP (Zona de Desenvolvimento Proximal) desenvolvida por Lev Semionovich Vygotsky (1896–1934) e que explora a realidade existente com o que pode ser produzido, ou seja, fazer a conexão do que o aluno já sabe com o que potencialmente pode desenvolver.

Logo, na mediação a pergunta e o contraexemplo, dois outros princípios da Sequência Fedathi, surgem como práticas docentes utilizadas pelo professor em sala de aula. A autora também apresenta a ideia da racionalidade pedagógica como um caminho diferenciado para uma compreensão do conteúdo durante o processo de ensino. Pinheiro (2018) afirma que a ação discente como um matemático, investigando o problema apresentado exige da ação docente a imersão do aluno na construção do seu conhecimento.

Embora a mediação seja a base do trabalho do professor formador, na preparação do licenciando nas ações do LME utiliza-se dos princípios da Sequência Fedathi para validar a mediação pedagógica no intuito de estabelecer a conexão entre os fundamentos matemáticos dos alunos e o saber matemático escolar.

d) a pergunta

Na Sequência Fedathi, a pergunta é essencial. Começa na tomada de posição, etapa na qual o professor problematiza o conteúdo já no início da aula. Na maturação, a pergunta surge a partir dos questionamentos dos alunos ao professor, que por sua vez, devolve a resposta com outra pergunta ou um contraexemplo.

A pergunta deve ser um instrumento que auxilia o professor na condução da aula, quando aplicada de forma adequada. Para Souza (2013), as perguntas podem ser esclarecedoras, estimuladoras e orientadoras. Quando o professor pergunta no contexto da Sequência Fedathi, instiga, interroga e interpela contribuindo com o desenvolvimento do raciocínio do aluno.

e) o contraexemplo

O contraexemplo é um princípio da Sequência Fedathi, que se originou da pergunta e é caracterizado como uma situação que o professor cria no intuito de desestruturar o raciocínio do aluno quando percebe que seus argumentos o conduzem ao erro. Mas, ao mesmo tempo em que desequilibra, impulsiona-o à investigação novamente, refletindo sobre as ações. O contraexemplo é um princípio da Sequência Fedathi, influenciado pelas ideias de Lakatos (1978).

No LME o contraexemplo pode ser utilizado nos momentos em que as discussões envolvendo a formação de conceitos, a reflexão dos aspectos didático-pedagógicos do saber matemático e sua aplicação. Estabelecer a conexão dessas três dimensões, exige do professor formador uma postura questionadora no intuito de saber como o licenciando está lidando com as novas construções ao mesmo tempo em que busca a condução da ação formativa.

O contraexemplo se caracteriza como uma pergunta diferente ou sugestão ou até mesmo uma dica que o professor faz, seu uso deve ocorrer durante o processo de mediação de maneira que desestabilize o raciocínio do aluno confrontando suas ideias e fazendo com que este reflita sobre suas ações. O uso do contraexemplo deve ser cuidadosamente utilizado para que não ocorra o que Pais (2002, p. 90) denomina de Efeito Topázio como sendo uma situação causada pela ação do professor que “acelerar a aprendizagem, antecipando o resultado que o aluno deveria chegar pelo seu próprio esforço”.

Atrelado ao contraexemplo está o erro, também caracterizado como um dos princípios da Sequência Fedathi. Na visão piagetiana, há uma lógica no erro, pois o aluno traçou um caminho no qual o raciocínio dele percorreu. E ao ser questionado, com a ajuda do professor vai argumentando e percebendo onde errou. Daí a importância de instigar a reflexão de suas ações.

Melo (2018) afirma que na aprendizagem o erro não aparece como essencial, mas aponta que no ensino de matemática de forma geral, tanto no erro como no acerto, ocorre aprendizagem, basta que o professor saiba conduzi-los. A Sequência Fedathi, um método de ensino cujo foco é o trabalho do professor para fazer com que o aluno, de maneira adequada, construa seu conhecimento matemático, considera o erro como fator fundamental na relação ensino-aprendizagem.

Analisando as práticas docentes no ensino de matemática de um modo geral e as existentes na Sequência Fedathi, foi possível construir um quadro comparativo baseado no trabalho de Fontanive, Klein e Rodrigues (2013) com as ações na e da Sequência Fedathi.

Quadro 2 – Análise comparativa das práticas docentes no ensino de matemática e as ações na e da Sequência Fedathi

| PRÁTICAS DOCENTES NO ENSINO DE MATEMÁTICA FONTANIVE, KLEIN E RODRIGUES (2013) | A SEQUÊNCIA FEDATHI BORGES NETO (2016, 2017, 2018) |
|--|---|
| <i>Domínio do conteúdo que ensina e emprego correto da linguagem matemática</i> | Ocorre em toda a Sequência Fedathi |
| <i>Estruturar a aula previamente</i> | O <i>Plateau</i> |
| <i>Contextualizar e descontextualizar o ensino</i> | Tomada de Posição e Prova |
| <i>Respeitar o tempo de aprendizagem</i> | Acordo didático |
| <i>Utilizar bem os recursos didáticos</i> | Mediação |
| <i>Promove relações entre procedimentos didáticos</i> | Maturação, Solução e Prova |
| <i>Interagir com os alunos</i> | Ocorre em toda a Sequência Fedathi |
| <i>Promover a interação entre os alunos</i> | Maturação e Solução |

Fonte: Elaboração própria.

O quadro 2 mostra que os princípios e as etapas da Sequência Fedathi estão presentes na sala de aula do ensino de matemática por meio das práticas docentes e contemplam o antes, o durante e o depois do processo de ensino para a aprendizagem confirmando a visão de Borges Neto (2016) quando afirma que se o professor planejar bem conseguirá imaginar caminhos diferentes para atuar em sala de aula. Porém, este trabalho deve ser em conjunto, os alunos têm importante papel nesse processo.

É com base na Sequência Fedathi, proposta metodológica aqui apresentada que esta pesquisa está fundamentada, perpassando todas as orientações metodológicas estruturadas à medida que a investigação foi acontecendo no laboratório de matemática e ensino (LME). As ideias seguem entrelaçando *o que* da matemática escolar com o *como* do ensino.

3 SOBRE AS AULAS DE MATEMÁTICA E OS (DES)COMPASSOS ENTRE O QUE E O COMO ENSINAR

Este capítulo faz um breve resgate histórico e traz a visão do matemático Felix Christian Klein (1849–1925) no final do século XIX que iniciou o processo de modernização do ensino de matemática denunciando uma dupla descontinuidade no contexto das salas de aula da época envolvendo o *que* e o *como* ensinar apontando para a ausência de cientificidade no conteúdo matemático trabalhado em sala de aula e para a formação docente desprovida de aspectos didático-pedagógicos. O capítulo avança na discussão iniciada pelo matemático e, a partir da visão curricular, faz um entrelaçamento com a Sequência Fedathi numa análise sobre conteúdo e metodologia de ensino.

3.1 O ensino de matemática e a relação entre a Sequência Fedathi e o pensamento de Felix Klein: algumas interseções

Discutir os modos de ensinar e o currículo de matemática no Brasil ainda tem sido um desafio. O ensino, processo pelo qual as diretrizes curriculares são cumpridas, tem caminhado para a superação do fracasso escolar como resultado de uma série de fenômenos que o permeiam. Porém, a má formação de professores, a deficiência na aprendizagem e as metodologias ultrapassadas que não se adequam mais à realidade da escola na sociedade atual ainda são questões a considerar (FERREIRA; CARLOS, 2017; BORGES NETO, 2016; BRASIL, 1998).

Utilizando essa lógica de busca metodológica atrelada ao saber escolar é importante considerar que o desenvolvimento de um sistema educacional está diretamente relacionado com as reformas curriculares e as culturas escolares vigentes. Quando se investiga uma disciplina escolar, deve-se levar em conta sua trajetória histórica e as questões sobre seu desenvolvimento como saber institucionalizado.

Com a matemática não foi, tampouco é diferente. As reformas curriculares que ocorreram no Brasil desde a colonização tinham, em teoria, a finalidade de melhorar o desempenho escolar dos alunos por meio de um ensino de qualidade. Nos anos de 1920 já se falava em reformular o currículo de matemática. Alguns movimentos, de cunho social, que surgiram na época, não conseguiram modificar a

prática docente, nem desconstituir o caráter elitista que pairava sobre a disciplina (SILVA; PIETROPAOLO, 2014; SCHUBRING, 2004).

Nos anos de 1960, o Movimento da Matemática Moderna (MMM), já conhecido nos EUA e em alguns países da Europa, chegou ao Brasil. Seu objetivo era reformular o ensino de matemática com amparo numa visão mais científica, pois a ideia era atender a uma política de economia mais atualizada para o contexto daquele período. Antes dele, porém, ainda no final do século XIX, um movimento de modernização do ensino de matemática desestruturava o ensino tradicional. Liderado pelo matemático Felix Christian Klein (1849–1925), tinha o objetivo de tratar a Ciência no ensino e aspectos didáticos na formação de professores que ensinavam a disciplina modificando o contexto educacional da Europa. Essas ideias não apenas foram necessárias como influenciaram, e ainda influenciam o contexto do ensino no Brasil (KLINE, 1976; SCHUBRING, 2014).

Para refletir sobre tais aspectos, de teor metodológico e curricular, este capítulo da pesquisa fundamenta-se em Rangel (2015) considerando as ideias do matemático Felix Christian Klein (1849–1925) sobre a elementarização da Ciência matemática no currículo, no pensamento de Klein (2009), que discute como os saberes devem ser trabalhados na escola, considerando aspectos importantes do processo de ensino e em Borges Neto (2016), que traz a Sequência Fedathi como proposta metodológica para o ensino de matemática com foco no trabalho do professor.

Perceber como o pensamento de Felix Christian Klein (1849–1925) pode subsidiar o trabalho do professor de matemática e relacioná-lo com a Sequência Fedathi é discussão iniciada, porém, pouco explorada. Logo, é relevante analisar as orientações do matemático no final do século XIX para o ensino de matemática e os fundamentos da metodologia de ensino, descrevendo as ideias em comum (KLEIN, 2011).

3.1.1 O pensamento de Felix Klein e o ensino da matemática: os primeiros questionamentos rumo à modernização

O final do século XIX foi marcado por grandes transformações políticas e econômicas, tanto na Europa Ocidental, como nos Estados Unidos. Com os acontecimentos, a Matemática só começou a ganhar espaço na escola secundária e

no ensino superior em 1810, sendo a Prússia a pioneira nas inovações que afetaram o ensino. Depois de 1900, outros movimentos começaram mobilizando os sistemas educacionais para uma adequação às demandas sociais. Nesse período, surgiu a figura do matemático Felix Christian Klein (1849–1925), que articulou uma “[...] ampla aliança que exigiria a reforma de toda a instrução matemática.” (SCHUBRING, 2004, p. 12).

As primeiras observações feitas por esse matemático apontavam para a realidade daquela época e direcionavam tanto para o ensino como para a formação do professor de matemática. Essa dupla descontinuidade, expressão usada por Klein (2009), mostrou uma escola com um ensino desprovido de seu teor científico, e a preparação dos professores desconectada de orientações didáticas adequadas. A intenção era ajustar a Matemática escolar, com suporte no pensamento da Ciência moderna enquanto se pensava o que fazer com as competências pedagógicas que faltavam nos professores em sua atuação na sala de aula.

As propostas oferecidas pelo matemático, consoante Silva e Pietropaolo (2014, p. 300), “[...] impulsionaram o desenvolvimento de diferentes ramos da matemática no século XX [...] desencadearam a necessidade de reformulação da disciplina matemática nos programas curriculares das escolas secundárias”. De tal modo, se evidenciou o movimento em prol do ensino e da formação didática do futuro professor de matemática tomando, configuração. Klein (2009) tinha como proposta relacionar o ensino secundário e o superior de maneira equivalente, mas não os integrar.

Essas reflexões fizeram Felix Christian Klein (1849–1925) denunciar a desconexão da matemática de teor acadêmico daquela de caráter escolar. Na universidade, onde os professores eram formados, não havia relação entre o ensino básico e o superior, e o docente formador, por não ser nem estar preparado, também não conseguia estabelecer a mesma relação. Desde então, passou a se preocupar com a formação docente e a ideia de reformulação do ensino.

A dupla descontinuidade surgente das indagações de Felix Christian Klein (1849–1925) pôs em evidência a elementarização da matemática. Corroborando com essas ideias, Rangel (2015, p. 72) mostra que “[...] as ideias de Klein têm desdobramentos para o reconhecimento da complexidade e da importância do saber

de conteúdo necessário para o ensino da disciplina na escola básica e para a reflexão acerca da constituição desse saber e da formação docente”.

Tal afirmação confirma a clara evidência de que o matemático queria discutir ciência no ensino de matemática e didática na formação dos professores. Nessa perspectiva, aponta-se para os elementos da matemática científica, servindo de base para a matemática escolar, que precisam ser desenvolvidos ainda na formação inicial. Para isso, é primordial que o professor compreenda a parte elementar da matemática, pois só assim conseguirá chegar à compreensão da parte superior. E ainda sobre elas entende-se que “[...] não há diferença de valor entre o que é elementar e o que é superior – são partes que se fundem e se arranjam compondo, sob a mesma importância a Matemática como ciência” (RANGEL, 2015, p. 78).

Quando se questiona o que é elementarizar uma ciência significa refletir como se estabelece a conexão entre os elementos dessa ciência e o todo. “Este procedimento consiste em poder indicar os elementos de uma ciência ou, em outras palavras, ter reconstruído, de uma nova maneira coerente, todas as partes de uma ciência que podem ter se acumulado independentemente, e não de modo metódico” (SCHUBRING, 2014, p. 41).

Mas, como Felix Christian Klein (1849–1925) elementarizou a matemática? Ele buscou explicar de que maneira as partes eram trabalhadas separadamente, mostrando o caminho percorrido do geral para o particular. Ele acreditava que poderia dar uma fundamentação aos conceitos básicos para a compreensão da natureza do conhecimento matemático.

Nessa perspectiva, aponta-se para os elementos da matemática científica servindo de base para a compreensão de como se dá a matemática escolar e que precisam ser desenvolvidos ainda na formação inicial.

Embora as ideias de Klein (2009) sejam conhecidas e divulgadas, pouco são utilizadas porque não trazem nenhuma teoria metodológica imbricada, daí a atenção se volta para a interseção que faz com a Sequência Fedathi, visto que vários pesquisadores já se utilizaram da metodologia e diversos estudos foram e são trabalhados. Porém, há uma necessidade de transpor os muros da universidade e fazer com que a Sequência Fedathi chegue à sala de aula da Educação Básica, logo se questiona aqui de que forma esses estudiosos têm utilizado a proposta de uma

metodologia de ensino desenvolvida por Borges Neto (2016) em suas práticas docentes.

As práticas docentes no ensino de matemática têm se caracterizado como desafios da atualidade na Educação Básica. Porém, essa questão anunciada no final do século XIX com outra conotação relacionando a matemática a acadêmica com a matemática escolar, mostra a relevância do saber e do fazer matemático.

Atualmente essa discussão tem ganhado cada vez mais espaço nas pesquisas acadêmicas, e trabalhos como o de Borges Neto (2016) e Pinheiro (2016) mostram a ação do sujeito que ensina, explorando a produção e a utilização de saberes próprios de sua atuação no cotidiano escolar (LORENZATO, 2006).

3.1.2 Entrecimentos da Sequência Fedathi e o pensamento de Felix Klein para a prática docente

As dificuldades, obstáculos e avanços existentes no ensino de matemática estão relacionados a alguns fatores, como por exemplo, os métodos utilizados pelo professor em seu cotidiano da sala de aula. As práticas docentes e sua relação com a matemática escolar devem ser trabalhadas em função do conhecimento matemático que existe e é utilizado pela sociedade. Daí a importância de o professor compreender os saberes do campo da matemática, da Educação e da Educação Matemática. Para Cruz, G. (2007, p. 192), falar de “prática docente em sala de aula é falar de um saber fazer do professor repleto de nuances e de significados. Implica falar que os professores possuem saberes profissionais cheios de pluralidade”. Logo, envolve um sujeito que vai produzindo suas práticas docentes à medida que reflete sobre suas ações no ensino. Para isso, é necessário que tome conhecimento das diversas matemáticas existentes nos diferentes contextos e se aproprie das que estão inseridas em seu espaço de trabalho (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Para Sutherland (2009), o professor tem que ousar, refletir e buscar respostas certas para as dúvidas que surgem em sua prática. Na matemática escolar há diversos modos de atuação. Professor que não questiona, forma aluno que também não questiona. Quando o docente trabalha de maneira intensa responde seus questionamentos, e os alunos também aprendem a buscar suas respostas.

Embora Felix Christian Klein (1849–1925) não tenha deixado uma teoria metodológica como legado, suas ideias trouxeram alguns posicionamentos

importantes sobre a formação de professores, currículo e ensino de matemática, sendo esse último o elemento interlocutor do matemático aqui citado e a Sequência Fedathi.

A concepção fedathiana de ensino tem as raízes nas Ciências Exatas. Sua proposta de trabalho, no entanto, vai além do que intencionam essas áreas de conhecimento. É caracterizada como uma metodologia que busca estruturar sessões didáticas, de maneira que a atuação do professor no planejamento seja minuciosa no que concerne à condução da aula, considerando como processo didático ocorrente antes, durante e depois da aula, ou seja, seu planejamento, execução, finalização e avaliação.

Consoante entendem Barroso *et al* (2009), essa proposta metodológica, ao ser desenvolvida, percorre os caminhos da intuição, erros e dificuldades que os alunos têm para elaborar seu conhecimento. Analisando esse aspecto, Otte (1993) exprime que Felix Christian Klein (1849–1925) trabalhava com duas ideias para a intuição. Uma delas é a intuição defendida por ele no sentido que exerce sobre a perspectiva da intencionalidade da matemática, a qual dirige e desenvolve o conhecimento por meio de suas técnicas. Nesse aspecto, identifica-se o pensamento intuitivo como um ponto comum entre a Sequência Fedathi e as ideias defendidas por Klein (2009).

Conectando a intuição com o modo de pensar, Torres (2017, p. 17), afirma que a Sequência Fedathi pode ser caracterizada como o passo a passo do professor na condução da aula, ou seja, é o percurso metodológico tomado pela ação docente. Nessa perspectiva, a ideia defendida é a de que “[...] o objetivo primordial se refere à análise da elaboração do raciocínio do aluno e não somente ao produto final”, ou seja, o *como pensar* é explorado com ênfase nessa proposta metodológica.

Com essa explanação, já é possível identificar outra interseção com a ideia de Klein (2009, p. 4) em relação à postura docente, pois defende o ponto de vista conforme o qual o professor deve considerar a ação do aluno “[...] para conseguir captar o seu interesse e só poderá ter sucesso se apresentar os assuntos de forma intuitivamente compreensível. Uma apresentação mais abstracta só é possível em níveis mais avançados”.

Borges Neto (2016) assevera que, para trabalhar um conteúdo de maneira geral, é necessário partir de ideias básicas que fundamentam esse conteúdo. Isso deve ser feito até onde o aluno consiga compreender para, depois o professor se

utilizar da investigação, fazer o sujeito raciocinar sobre o que assimilar. Por outro lado, no ensino, o objeto matemático deve ser retratado em sua essência a partir das ideias gerais para explicá-lo. Mas, como fazer isso? De forma intuitiva, gradual¹³.

Essa visão da concepção fedathiana de ensino na qual a intuição é explorada pode ser vista no trabalho de Vasconcelos (1983). Nele, os anéis de Dedekind podem ser estudados pelos graduandos em matemática. De que maneira? Utilizando a visão fundamental do ensino defendida por Borges Neto (2016) de resgatar ideias elementares da matemática, necessárias para a compreensão de anéis.

Conectando sua visão aos fundamentos da Sequência Fedathi como metodologia de ensino, percebe-se claramente a sintonia com o pensamento de Felix Christian Klein (1849–1925). A relação estabelecida por ele entre a matemática escolar e a matemática acadêmica está baseada nas teorias modernas sobre a formação de professores, que enfatizam a prioridade de adquirir um *metassaber*, quer dizer um saber sobre o saber o que mostra sua consonância com os princípios que fundamentam a Sequência Fedathi (RANGEL, 2015).

Dessa forma, é pertinente admitir que a matemática elementar era uma das ideias defendidas por Klein (2009) e, ainda hoje, contribui consideravelmente para a relação entre o contexto acadêmico e o escolar. Não faz muito tempo, entretanto, que essa relação começou a se estabelecer. A elementarização da matemática proposta por ele no final do século XIX está baseada nos ideais iluministas, cujo objetivo principal era propagar o conhecimento científico para a sociedade. Os elementos constitutivos da base do conhecimento matemático permitem compreender o todo com apoio em suas partes e perceber se estão conectadas e como se estabelecem ligações entre elas.

É importante ressaltar, porém, que elementarizar não significa trabalhar com uma matemática simples, mas significa tratá-la de maneira que integra o campo científico sendo possível discutir no contexto acadêmico e escolar. E entrelaçando mais uma vez as ideias de Klein (2009) e de Borges Neto (2016), acredita-se que a investigação matemática deve estar atrelada às ideias elementares, pois com ela é possível analisar, por exemplo, a maneira como um aluno pensa durante um cálculo

¹³ O autor mostra o exemplo da comutatividade da adição. O aluno só consegue compreendê-la se tiver em suas estruturas mentais a ideia de reversibilidade e conversão (esta só se fundamenta se a noção de ordem, inclusão de classe e de número for trabalhada). Ver também Santos (2013).

mental. Ao ensinar, o professor deve priorizar ideias essenciais para a compreensão do conceito que está sendo explorado.

Mais uma aproximação entre Klein (2009) e a Sequência Fedathi pode ser identificada em Fontenele (2017) ao justificar a existência do *plateau*¹⁴ em uma atividade de investigação matemática e relacionando com a visão piagetiana de construção do conhecimento. Tanto uma como a outra busca explicar como se dá a aprendizagem por meio do raciocínio lógico-matemático.

Klein (2009), ao mostrar como se estrutura o ensino da aritmética por meio de etapas, enfatiza que, para o aluno aprender um determinado conteúdo, ele deve estar de posse de um teor prévio adquirido em etapas anteriores de seu desenvolvimento cognitivo.

Outro ponto em comum do pensamento de Felix Christian Klein (1849–1925) com a metodologia de ensino Sequência Fedathi é o *preceptorado*. Para Borges Neto e Santana (2001), a relação entre os entes envolvidos durante o processo de ensinagem deve privilegiar todas as interações possíveis dos ambientes e as ideias compartilhadas, e um dos elementos que implica na sua utilização é o professor. Para Klein (2009), o professor precisa, desde o início, estar bem preparado para lidar com as mais diversas situações didáticas que poderá encontrar em sua prática. E essa preparação significa estar fundamentado no conhecimento da matemática como ciência, assim como a sua relação com outras áreas de conhecimento (OTTE, 1993).

Em relação às fases da Sequência Fedathi, Torres (2017) as descreve como: a *apresentação* ou *tomada de posição*, o *debruçamento* ou *maturação*, a *solução* e a *prova*. Em todas as etapas, de um jeito ou de outro, ocorre a mediação, essência do trabalho docente. Nelas, o professor age como um verdadeiro investigador, buscando elementos que sirvam de base para os questionamentos que fará em sala para os alunos instigarem seus raciocínios por meio da ação mediada.

Para Felix Christian Klein (1849–1925), no ensino de matemática, um determinado conteúdo, ao ser investigado, traz para si reflexões acerca de aspectos epistemológicos, históricos, cognitivos e didáticos. Como assinala Rangel (2015), nele, são envolvidas as técnicas de operação, o significado e a relação com a realidade entre outras ideias. O saber fazer é essencial para o professor, pois lhe dá

¹⁴ Caracterizada como uma base ou ponto de partida no qual o professor inicia sua mediação, levando em consideração seus conhecimentos específicos, assim como o nível de compreensão dos alunos sobre esses conteúdos, para que possa fazer a mediação (PINHEIRO, A; PINHEIRO, T, 2017).

condições de refletir sobre os passos a seguir na condução do aluno à aprendizagem. O cuidado com a mediação pedagógica também aparece como fator comum entre as ideias de Klein (2009) e Borges Neto (2016).

A fase maturação da Sequência Fedathi mostra intensiva relação com o pensamento de Felix Christian Klein (1849–1925). Torres (2017) destaca, nesta fase, que os alunos se debruçam sobre o problema apresentado a fim de desenvolvê-lo e solucioná-lo e o professor só interfere nas ações deles se houver uma necessidade por meio de perguntas ou contraexemplos. A turma age coletivamente na busca da solução do problema.

Rodrigues (2017) exprime que os alunos tentam identificar que elementos estão inseridos no problema e de que modo irão resolvê-lo. A atuação docente na maturação ocorre no sentido de suscitar mais questionamento acerca da resolução do problema, de modo que ajude os estudantes em suas conjecturas. Na visão de Soares (2017), a fala do professor aparece para instigar os alunos em alguns questionamentos enriquecendo as ações, pois serão baseadas nas ideias inquiridas.

Na intelecção de Klein (2009, p. 38), os alunos devem gradativamente ir se apropriando das informações estabelecidas em um acordo didático. “Nestas situações é fundamental proceder sem precipitação, dando tempo aos alunos para que interiorizem os novos conhecimentos”. A relação entre o pensamento de Felix Christian Klein (1849–1925) e a Sequência Fedathi também envolve a atitude do professor, conduzindo os alunos para o *fazer* matemático, de maneira que eles possam pensar sobre suas ações em um comportamento semelhante ao de um matemático.

Embora o pensamento de Klein (2009) não seja nenhuma teoria metodológica é importante destacar sua conexão com a Sequência Fedathi e mostrar sua relevância. A proposta de Borges Neto (2016) já se conectou com várias áreas de conhecimento e diversos estudos foram e são trabalhados.

Para reforçar a afirmativa sobre o uso da metodologia de ensino de Borges Neto (2016) no ensino de matemática, Santana (2017, p. 85) faz uma reflexão bastante pertinente. A autora leva a Sequência Fedathi para além da técnica na qual o sujeito está implicado. A ideia é que o aluno não só aprenda um determinado conteúdo, mas consiga perceber-se em um “processo educacional e comunicativo em movimento”. Logo, a partir das necessidades pelas quais passa o ensino de

matemática atualmente, é mais do que urgente fazer-se conhecer a Sequência Fedathi na sala de aula da escola de Educação Básica.

Portanto, acredita-se que explorar a relação entre o pensamento do matemático Felix Christian Klein (1849–1925) e a Sequência Fedathi inicia uma discussão sobre tratar a metodologia de Borges Neto (2016) além da técnica, já que ela vem entrelaçada com as ideias de um matemático sobre o currículo de matemática.

A partir desse ponto de vista, vê-se claramente a compreensão da relação da matemática acadêmica com a escolar e a reflexão do conteúdo de ensino com base nos fundamentos matemáticos adquiridos se direcionando para duas orientações metodológicas desenvolvidas nesta tese. Isso significa que dialogar com o pensamento de Felix Klein sinaliza uma tentativa de começar a trabalhá-la mais profundamente no ensino de matemática, considerando não apenas seus aspectos metodológicos, mas também pensar na concepção de mundo e suas aplicações a partir da natureza do conhecimento matemático.

Logo, este trabalho mostra a Sequência Fedathi como uma metodologia de ensino que busca direcionar o trabalho do professor antes, durante e depois da aula, conduzindo-o em todo o processo de ensino para a aprendizagem da matemática. A proposta metodológica de Borges Neto (2016), quando comparada às práticas docentes que subsidiam o ensino, mostrou, em sua estrutura de funcionamento, algumas dessas ações utilizadas em sala de aula.

Sob esse ponto de vista, trata-se de uma proposta metodológica que envolve não apenas a reflexão docente na relação saber-fazer, mas também o pensar do aluno em seu processo de aprendizagem. As ideias a seguir buscam analisá-la ainda na formação inicial, identificando de que maneira pode subsidiar a preparação do futuro professor.

4 A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA E OS ASPECTOS FORMATIVOS

Este capítulo faz uma breve análise sobre os aspectos legais da formação inicial do professor para a Educação Básica e direciona para o futuro professor de matemática em conexão com ações que devem ser desenvolvidas no LME. Traz uma discussão sobre as competências específicas as quais podem ser desenvolvidas no laboratório de matemática e ensino e que estão fundamentadas na legislação brasileira e na visão da Educação Matemática.

4.1 A formação inicial do professor de matemática e os aspectos legais

A formação de professores tem seguido o caminho constituído de uma direção e dois sentidos, um deles segue da universidade para a escola e o outro, da escola para a universidade. E embora seja tema de pesquisas e discussões, tem passado despercebida em suas reflexões no que concerne às dificuldades que existem. Mas, mesmo assim, é campo fértil de investigação. As ações trabalhadas sejam em abordagens, métodos de ensino ou aprendizagens diversas tem conversão significativa para a prática profissional que deve ser experimentada pelo futuro professor ainda na licenciatura (PONTE, 2004).

Para Ponte (2017), falar de formação de professores é ter um universo a ser explorado como questões envolvendo as teorias e seus modelos, a legislação que regulamenta os cursos, as práticas sociais pertencentes aos sujeitos e as instituições.

Com isso vem a ideia de que ensinar “a ser professor implica, para além dos aspectos da aprendizagem das matérias disciplinares”, envolve a ideia do como ensinar e adentra no contexto escolar e na atividade docente propriamente dita, logo, não se pode juntar o conhecimento específico, o pedagógico e o didático, mesclar e da mistura sair a fórmula pronta. Não dá para fazer uma tradução direta para a prática. É necessário construção, investigação, análise, reflexão, produção e tantas outras ações que vão modelando a atuação docente (PONTE *et al*, 2000, p. 12).

Sob a perspectiva humanista e cultural da escola, o professor precisa ter suas funções bem definidas e ser compreendido “como aquele que ensina qualquer coisa a alguém”. Atrelada a essa função existem algumas características pertinentes a sua formação como perceber-se um profissional, mas também um sujeito que exerce

sua cidadania, um ser humano que zela por seus princípios morais, que faz parte da escola e é um membro da comunidade escolar, atuando em sua organização de funcionamento (PONTE *et al*, 2000, p. 5).

Essas ideias estão legitimadas nos documentos oficiais que tratam da formação do professor para a Educação Básica. A formação docente está fundamentada na lei maior de nosso país e na legislação que rege a Educação, sendo esta, contemplada como o primeiro direito social pela Carta Magna do Brasil em seu capítulo II, Art. 6º. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação LDB n. 9394/96, em seu título VI, Art. 61, identifica o professor como um dos profissionais que atuam no campo educacional e o Art. 62 trata da sua formação docente (BRASIL, 1988, 1996).

Porém, nem sempre a preparação docente foi legitimada pela lei. Quando se analisa brevemente a história da Educação no Brasil, vê-se que a formação de professores é realidade recente e complexa. A instrução escolar foi instituída no período imperial e os cursos superiores só começaram a ser implantados quando a Família Real chegou ao país.

No que se refere à formação de professores em áreas específicas como a matemática, por exemplo, só ocorreu no século XX, sendo que as primeiras décadas foram marcadas por um ensino ministrado por engenheiros e militares, pois não havia cursos de preparação profissional.

Nos períodos de 1920 e 1930, as transformações sociais e econômicas decorrentes do processo de industrialização impulsionaram a demanda de mão de obra escolarizada aumentando assim a quantidade de alunos nas escolas e, conseqüentemente, a demanda de professores de Matemática. Dessa forma, citando Tomazetti (2000) *apud* Ferreira (2011), a formação de professores no Brasil surgiu como consequência e não como causa.

A licenciatura em Matemática, por sua vez, surgiu no Estado Novo com o Decreto-Lei nº 1.190 de 4/4/1939 com a criação da Faculdade Nacional de Filosofia (FNFil) que trazia em sua estrutura cursos de Filosofia, Ciências (onde se encontrava o curso de Matemática) e Letras. Além da Pedagogia e Didática. Todos com duração de três anos para o Bacharelado e mais um ano do curso de Didática, caso sua formação fosse direcionada para o magistério (BRASIL, 1939).

Complementando a legislação, o Parecer CNE/CES 1.302/2001 dispõe das Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e

Licenciatura. O documento discorre sobre perfil dos formandos, competências e habilidades, estrutura do curso, conteúdos curriculares (bacharelado e licenciatura), estágio e atividades complementares (BRASIL, 2001).

No que se refere à legislação que fundamenta a preparação docente para a Educação Básica, a Resolução CNE/CP nº 20 de dezembro de 2019 é apresentada como o documento oficial que trata da definição de diretrizes curriculares nacionais no que se refere à formação inicial do professor para a Educação Básica. Também institui uma base nacional comum para essa formação, denominada de BNC-Formação (BRASIL, 2019).

É importante ressaltar que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB nº 9394/96 trata em seu artigo 62, parágrafo 8º que o currículo que forma o professor para a Educação Básica tem como referência a BNCC-Educação Básica no intuito de que esse profissional seja preparado para atuar adequadamente no que propõem os sistemas de ensino com base no currículo escolar nacional. Também porque a BNCC-Educação Básica que surge como elemento que contribui nas discussões de política voltadas para a formação docente (BRASIL, 1996).

Essa conexão legitima as ações que devem ser desenvolvidas no LME e que são tratadas nesta investigação como orientações metodológicas caracterizadas pela conexão entre a matemática acadêmica e a matemática escolar explorando as competências que o futuro professor de matemática precisa desenvolver.

Como ressalta D'Ambrósio B. (1993, p. 40): "É essencial que o programa de formação de professores facilite esse processo criando indivíduos críticos de sua própria ação e conscientes de suas futuras responsabilidades na formação matemática de nossas crianças". Portanto, aprender sobre o processo de ensino significa muito mais do que estudar teorias. É necessário que se proponha ao professor buscar, ainda dentro da sua formação inicial, reflexões e novos rumos para sua futura prática docente.

4.2 A formação inicial do professor de matemática e o desenvolvimento de competências

Não é simples constituir-se professor de matemática. Etimologicamente, o termo *constituição* significa composição, algo que se forma ou a maneira como algo se estrutura, se organiza. Pode-se pensar também em algo no sentido de conceber, tornar-se criação. Levando a compreensão do termo para a formação do *ser professor*, percebe-se a extensão e a complexidade do processo de preparação do sujeito docente nas Instituições de Ensino Superior (IES) em conexão com as reais necessidades da prática social.

Analisando os cursos de Licenciatura em Matemática em uma dimensão mais pedagógica, deve-se levar em consideração a ideia de capacitar pessoas para atuar em diferentes níveis de escolaridade da educação básica. Embora o currículo tradicional tenha sofrido algumas mudanças nos últimos anos e novas propostas já são trabalhadas no intuito de possibilitar uma aprendizagem significativa, ainda é possível ver, por exemplo, a aritmética, a geometria e a álgebra elementar, desconectadas entre si e trabalhadas sem nenhuma relação com o cotidiano do aluno ou com outras áreas de conhecimento (BRASIL, 1998).

De acordo com Onuchic e Allevato (2012, p. 233), “o elemento mais importante para se trabalhar Matemática é o professor de Matemática e, como este não está sendo bem preparado para desempenhar bem suas funções, as dificuldades nesse processo têm aumentado muito”. Com isso, vê-se a responsabilidade voltada para a formação inicial, pois se não consegue chegar à sala de aula com as devidas competências, o ensino fracassa.

Falar de prática docente sem perceber o ofício do professor, caracterizado como a arte de ensinar na qual estão envolvidas a produção e utilização de saberes legitimados pela sua técnica, habilidade e especialização com o passar do tempo, é valer de uma reflexão sem levar em conta os aspectos necessários para a atuação do professor em seu cotidiano escolar.

Sob esse ponto de vista, Fiorentini e Oliveira (2013) entendem que o curso de Licenciatura em Matemática como muitos outros é um curso profissionalizante, logo para pensar no profissional que forma, é necessário também considerar como

atua na sociedade, percebendo os saberes que são necessários para suas contribuições no campo de trabalho.

Em concordância com essa visão, Ponte (2002, p. 3) defende a ideia de que a formação inicial não deve apenas preparar o futuro professor para o sistema educacional, mas modificá-lo quando possível por meio de suas ações, desempenhando seu papel, contribuindo com a realidade educativa e social. Se essa formação não acontece dessa maneira, corre-se o risco de “formar inadaptados, professores que, ao assumirem funções, se sentem completamente deslocados e inaptos para desempenhar o seu papel”.

Com essa visão entende-se que a prática profissional deve ser vivenciada na licenciatura em matemática, não pode passar despercebida e tampouco despercebida das reflexões como mostram Fiorentini e Oliveira (2013, p. 922) na afirmativa de que “[...] a matemática em ação do educador matemático está, sempre, situada em uma prática social concreta, na qual ganha sentido e forma/conteúdo próprios, sendo reconhecida e validada no/pelo trabalho”.

Os cursos de licenciatura devem ensinar o professor a pensar e refletir sobre o que aprendem. Daí a importância de desenvolver competências que contemplem a preparação do professor de matemática para o contexto escolar e de trabalhar potencialidades a serem exploradas à medida que forem necessárias no campo social no qual está inserido ou no contexto em que a escola se encontra.

Nesse sentido, no LME o professor formador deve priorizar as discussões informais com a participação de todos os alunos, propor tarefas e articular as discussões, utilizando-se de todos os recursos possíveis para que o licenciando reflita sobre suas ações de aprendizagem.

Brasil (2019) mostra que as competências apresentadas na BNCC-Educação Básica, documento que rege o currículo escolar a partir de uma base nacional comum, são consideradas na BNC-Formação, também documento oficial que define as diretrizes curriculares para a formação inicial do professor para a Educação Básica. Além dessas, existem as competências gerais e as específicas da docência tratadas no documento a partir de três dimensões: I – conhecimento profissional; II – prática profissional; III – engajamento profissional. O LME busca contemplar as duas primeiras no intuito de conectá-las ao saber matemático e ao saber fazer matemático, respectivamente.

O trabalho proposto no LME deve explorar as competências específicas dessas dimensões. No que se refere à dimensão do conhecimento profissional, destacam-se o domínio do objeto de conhecimento, ou seja, do conteúdo de ensino e o saber como ensinar, como duas competências específicas. Essa questão é de caráter fundamental para preparação do professor, pois conecta o método com o conteúdo.

Na dimensão da prática profissional, três competências específicas podem ser exploradas e merecem atenção nas atividades do LME. Sendo a primeira o planejamento de ações de ensino para a aprendizagem que nesta pesquisa está sendo explorada a partir dos fundamentos da Sequência Fedathi.

A segunda competência diz respeito à criação e gerenciamento de ambientes de aprendizagem que otimiza tempo, espaço e conteúdo de ensino, buscando desenvolver um ambiente de produção acadêmica. Essa realidade pode ser explorada no LME por meio das concepções de laboratório tratadas por Rodrigues e Gazire (2015).

Uma terceira competência deve ganhar destaque no LME. Envolve a condução das práticas pedagógicas constituídas pelos conteúdos de ensino e habilidades necessárias para compreendê-los. Deve ser ação constante, pois explora não apenas o desenvolvimento de ações voltadas para a matemática, mas também estratégias de ensino e gerenciamento de sua atuação como ajuste de plano de aula, trabalho colaborativo e uso de tecnologias.

Com isso, entende-se que o LME deve atuar com base em um dos princípios da formação de professores que é a conexão “entre a teoria e a prática para a formação docente, fundada nos conhecimentos científicos e didáticos, contemplando a indissociabilidade entre o ensino, a pesquisa e a extensão, visando à garantia do desenvolvimento dos estudantes” (BRASIL, 2019, p. 3).

Essa ideia se adequa com o pensamento de Ponte *et al* (2000) quando definem competência como algo diverso, porém, próprio da atuação docente. Se por um lado é uma condição para determinada qualidade, dando ao professor capacidade para exercer sua atividade profissional, por outro, a ideia de competência relaciona-se às qualidades necessárias para sua atuação e que ela atenda ao sistema educacional.

Uma das competências específicas do professor de matemática retrata essa visão quando propõe em Brasil (2001, p. 4) a percepção da “prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente”.

E tem outras, de modo geral, definidas como elaboração de propostas envolvendo o ensino para a aprendizagem e de estratégias envolvendo os conceitos e suas técnicas de manipulação para a sala de aula; análise e produção de material didático; reflexão sobre o currículo escolar; elaboração e participação em projetos na escola também estão imbricadas de reflexão da prática docente.

Essas e tantas mais devem ser o foco principal no processo de formação docente assim como atrelá-las à proposta do curso, seus objetivos e finalidades. Dessa forma, entende-se que sua aquisição é essencial para a preparação do licenciando mas, saber como são adquiridas e de que maneira os futuros professores tornam-se capazes de atuar em sua prática profissional tem relevância e precisa ser considerado (PONTE *et al*, 2000).

Sob esse ponto de vista, as instituições não apenas devem desenvolver competências no futuro professor, mas explorar a maneira como são desenvolvidas e isso envolve refletir e investigar sobre a prática na formação inicial assim como o compartilhamento de experiências pelos professores que formam professores é algo que fundamenta a preparação docente.

Com essa explanação entende-se que com a formação inicial inicia-se o desenvolvimento profissional e a ela deve ser dada sua devida importância pela oportunidade de traçar a trajetória do profissional docente com bases morais, pessoais, sociais e culturais e nessa dimensão toda as competências não podem ser apenas objeto de aquisição do sujeito, mas também, possibilitar o desenvolvimento e utilização dessas após a graduação impulsionando para ações de formações futuras como a pós graduação (PONTE *et al*, 2000).

Nessa perspectiva, o laboratório de matemática e ensino (LME) vem com a proposta de fundamentar a formação inicial do professor no intuito de explorar essas ações por meio de orientações metodológicas envolvendo a formação de conceitos, a reflexão e a aplicação do saber matemático escolar na sala de aula como atividades pertinentes à preparação para a docência, levando em consideração o que o

licenciando tem de capital cultural para ser ampliado ou transformado com suas experiências acadêmicas enquanto se constitui professor.

Logo, o saber fazer, oriundo dessas competências, se caracteriza essencial para o conhecimento profissional que o professor deve ter. Ponte *et al* (2001) entendem que esse conhecimento, conectado ao local de trabalho, é relevante para o progresso da ação docente. Muitas vezes implícito, não se esgota com o conhecimento adquirido para ensinar tampouco com as teorias educacionais.

E considerando um pouco mais, o conhecimento profissional envolve aspectos ligados ao saber fazer e ao saber ser. Porém, é na licenciatura em matemática que se inicia essa trajetória pois, ela é o ponto de partida desse processo assim como o laboratório de matemática e ensino (LME) é espaço (físico e não físico) apropriado para essa aprendizagem no compartilhamento de recursos e ideias que fundamentam o desenvolvimento das competências docentes ligadas ao ensino de matemática.

Sob esse ponto de vista, a licenciatura deve trabalhar com as dimensões pedagógicas, didáticas e específicas substanciando o futuro professor de conhecimento didático e raciocínio pedagógico. Logo, considerando algumas características comuns aos professores de matemática e que envolvem essas três dimensões como, a complexidade das habilidades, a quantidade e a estrutura do conhecimento que fazem parte do processo, entende-se que o LME em suas atividades, busca substanciar o licenciando de sua situação de ensino articulando o conhecimento específico com o conhecimento didático por meio do raciocínio pedagógico.

O LME deve ter como base das ações formativas a aproximação do conhecimento específico com o conhecimento didático e pedagógico dando condição para iniciar o saber fazer. Como proposta deve se comportar como as disciplinas que discutem o ensino, explorando metodologias e fornecendo ao licenciando atividades que desenvolvam a capacidade de analisar, criticar e intervir na realidade, para isso deve possibilitá-lo ao olhar do ensino. Deve também explorar a teoria, a prática, a pesquisa e a produção da escrita acadêmica, direcionando todas essas ações como início da trajetória do conhecimento profissional que ajudará o licenciando a constituir-se professor.

5 DESENVOLVENDO A CONCEPÇÃO DE LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA E ENSINO (LME)

Este capítulo traz algumas concepções de laboratório de matemática já conhecidas e fundamentadas por alguns autores. A partir das ideias consideradas faz-se uma conexão com as vivências da pesquisadora em sua trajetória como professora da escola de Educação Básica e como formadora de professores. Apresenta-se também a compreensão de laboratório de matemática utilizada nesta investigação e como esse ambiente educacional está formatado nas instituições de ensino superior do estado do Ceará.

5.1 O Laboratório e alguns elementos constituintes

Ao pensar em laboratório, é possível resgatar do latim antigo assim como do medieval, a origem da palavra que, respectivamente, é *laboratus* e *laboratorium*. O primeiro referindo-se ao verbo *laborare* que significa trabalhar e o segundo, fazendo menção a um lugar de trabalho. Dessa origem, pensa-se em laboratório como palavra composta por duas outras *labor* + *oratório*. Expressando um local de trabalho e diversas ações e um lugar de oração, de concentração¹⁵.

Os laboratórios foram introduzidos nas escolas a partir do advento da Ciência Moderna. O método científico, ao ser utilizado cada vez mais frequente na educação deu margem para que surgissem os laboratórios com finalidades educacionais. Para Cruz, J. (2007) as invenções científicas passaram por processos de várias tentativas e erros. Porém, as experiências não são as únicas constituintes da ciência. O conhecimento teórico tem um papel relevante também. E o laboratório faz o elo entre um e outro unido a teoria e a prática.

Utilizando outra perspectiva, é possível ver o laboratório como um espaço de múltiplas convivências e, investigar é uma ação necessária porque permite que o sujeito busque respostas de um determinado fenômeno ou algo desconhecido, e questões como o que, quem, quando, como e por que estão atreladas a essa busca.

¹⁵ [https://www.quifacil.com.br/origem-da-palavra-laboratorio#:~:text=Segundo%20o%20dicion%C3%A1rio%20da%20Universidade,%E2%80%9D%2C%20trabalhar%20\(trabalhado\).](https://www.quifacil.com.br/origem-da-palavra-laboratorio#:~:text=Segundo%20o%20dicion%C3%A1rio%20da%20Universidade,%E2%80%9D%2C%20trabalhar%20(trabalhado).)

Para Civardi (2011) a investigação exige métodos e estratégias que precisam ser planejados.

Direcionando para o LME, o professor formador pode planejar sua aula a partir de um método seguido de estratégias e procedimentos necessários para a realização da investigação. Essa ideia é explorada na orientação metodológica do capítulo seguinte que explica a reflexão/aplicação do saber matemático.

5.1.1 A investigação como ação de um laboratório

A ideia de investigar está relacionada com a de perquirir. Quando o sujeito investiga, vai atrás de uma informação que ainda não tem. “Investigar é procurar conhecer o que não se sabe”. Nas aulas investigativas, os alunos aprendem mais porque participam mais. Essas aulas podem ser oferecidas por meio de atividades laboratoriais, embora não necessariamente tenha que ser realizada no LME. Mas, se é nele que acontece e, dependendo da finalidade da aula, a investigação pode ser direcionada para questões como definições, classificações e relações de objetos matemáticos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019, p. 13; PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2017).

Esta visão não necessariamente está relacionada a uma concepção específica de laboratório. Ampliando a ideia da investigação, compreende-se que os alunos precisam ter a oportunidade de agir e refletir e as aulas investigativas possibilitam essas ações. Por meio delas, o aluno vai além da manipulação e/ou observação. Ele busca o conhecimento por meio de ações como “refletir, discutir, explicar, relatar, o que dará ao seu trabalho as características de uma investigação científica” (AZEVEDO, 2010, p. 21).

Direcionando para a licenciatura em matemática, Oliveira (1983) defende a ideia do laboratório como um espaço de ensino-pesquisa e ao mesmo tempo de aprendizagem, explorando a formação matemática e pedagógica do futuro professor por meio de atividades investigativas em que o licenciando desenvolva atitudes de indagação. Em sua visão, o laboratório é adequado para experiências e experimentação, sendo esta última, a ação que conecta a teoria à prática.

Sob esse ponto de vista, nota-se como a participação do aluno é essencial no processo de investigação. No LME, o professor formador tem um papel importante,

pois deve ajudar o licenciando a compreender o que é uma investigação e ensinar a utilizá-la, pois precisa entender o que é investigar na prática. Porém, o professor formador é quem deve proporcionar uma postura investigativa nos alunos da licenciatura explorando atividades com e sem o uso de material concreto e/ou das tecnologias, tratando sempre mais de uma concepção de laboratório e entrelaçando a matemática acadêmica com a escolar em todas elas.

Com essa postura, o professor formador possibilita um contexto favorável à aprendizagem de maneira que o licenciando tem a liberdade para pensar e compartilhar suas ideias. Deve valorizar o momento das conjecturas, permitindo que os licenciandos relatem suas percepções assim como a exploração e a escrita. Nas experiências com as Escolas de Formação apresentadas nos Apêndices A, B, C e D deste trabalho, foi possível ver a atuação dos licenciandos em aulas no formato de investigação, especificamente, na Escola de Alexandria e na Escola de Atenas.

A vivência de uma aula investigativa no laboratório de matemática e ensino faz com que a conexão com os outros conteúdos seja inevitável. Cabe ao professor formador direcionar as relações estabelecidas pelas ideias matemáticas e instigar os licenciandos a refleti-los e isso envolve análise conceitual das ideias matemáticas, entender a ação de ensino e a de aprendizagem levando em consideração quais aspectos precisam ser avaliados.

Dentre as atividades de avaliação está o relatório. No LME, o relatório deve fazer parte da vivência do licenciando e abordar questões relacionadas ao conteúdo matemático proposto para ser investigado, a bibliografia, os procedimentos quanto à organização dos dados, as conjecturas e outros parâmetros que vão surgindo e agregando informações para serem refletidas.

Nas Escolas de Formação onde esta pesquisa se realizou, as aulas investigativas tiveram momentos de avaliação. Registros escritos em relatórios, produção de materiais didáticos, exposições orais, discussões de respostas para determinadas atividades. Além desses, é importante ressaltar que outros elementos sejam considerados na avaliação como o processo de modelação, os instrumentos e os objetos que são instrumentalizados na prática do LME. Assim, o licenciando desenvolve sua capacidade de comunicação e argumentação.

5.1.2 Modelos matemáticos, instrumentos e instrumentalização também compõem um laboratório

Acrescentando na análise de alguns elementos constituintes de um laboratório, a atenção agora fica direcionada para os modelos matemáticos. Expressando sua ideia, inicialmente, utiliza-se o termo modelo para indicar a representação de algo ou alguma coisa para uma determinada finalidade, seja conceituar, explicar ou descrever esse algo que pode ser uma ideia matemática.

Na visão de Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 13) a palavra modelo “tem sua origem do latim que é *modellum*, diminutivo de *modus*, que significa medida geral”. Essa afirmação traz a percepção de que a representação de uma realidade qualquer que precisa de um modelo é limitada, pois visa sempre resolver um problema específico. Dessa forma, o modelo é característico de diversas áreas do conhecimento. A finalidade com que é produzido é o que diferencia de uma área para outra. Na matemática, a criação ou estudo de um modelo matemático pode ser direcionada para o ensino e envolver fins pedagógicos.

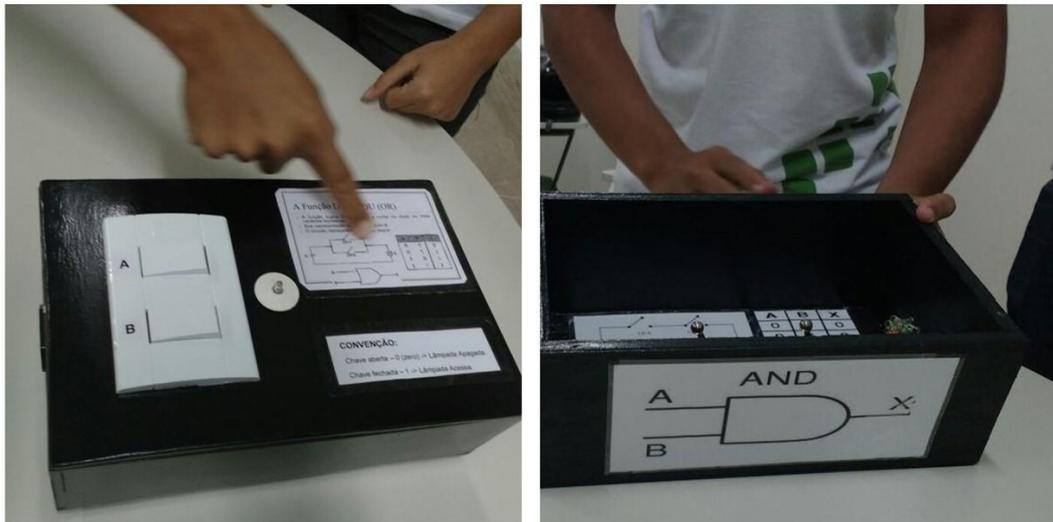
Bassanezi (2016) trata de dois tipos de modelos: a) o modelo objeto que explora a concreticidade da realidade representada por um desenho, uma fórmula; b) o modelo teórico cujo vínculo está em uma teoria geral baseada em hipótese e experimentos. O autor afirma ainda que o modelo matemático pode ser construído a partir da situação analisada e da matemática utilizada seja ela linear ou não linear, estática ou educacional. Sendo este último tipo com soluções analíticas e poucas hipóteses.

A partir desse ponto de vista, um modelo matemático pode ser definido como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real”. Isso significa que os modelos matemáticos são criados para auxiliar na leitura de mundo, interpretando os fenômenos existentes na natureza e sociedade. Podendo ser entendido como uma imagem concebida na mente humana e que ganha forma na realidade concreta (BIEMBENGUT; HEIN, 2014, p. 12).

Direcionando para o contexto escolar, sua representação se dá por meio de uma expressão numérica, uma fórmula, alguma representação no computador com a ajuda de um software ou materiais que podem ser utilizados como subsídio na sala

de aula. A figura 7 mostra uma vivência da pesquisadora em um curso profissionalizante em uma instituição de ensino no estado do Ceará. A disciplina Matemática Aplicada proporcionou aos alunos a compreensão, manipulação e visualização das portas lógicas em modelos matemáticos construídos por eles por meio de uma aula investigativa.

Figura 7 – Modelos matemáticos de portas lógicas criados pelos alunos em aula de Matemática Aplicada



Fonte: elaboração própria.

A utilização de modelos matemáticos em sala de aula é algo pertinente ao trabalho docente e se “a finalidade de motivar os alunos a incorporar certos conteúdos matemáticos ou a valorizar a própria matemática” envolver resultados para as experiências dos alunos, então a validação desses modelos é essencial (BASSANEZI, 2015, p. 13).

Para Biembengut e Hein (2014, p. 12), “o processo que envolve a obtenção de um modelo” é denominado de modelagem matemática e a modelação é o método utilizado. No LME, o trabalho de modelação matemática é adequado quando o professor formador, por meio de uma ação, conecta o conteúdo matemático a um modelo que o representa. Essa questão envolve também utilizar-se de ferramentas¹⁶ ou instrumentos próprios do laboratório de matemática ou de objetos que podem ser

¹⁶ O conceito de ferramenta ou instrumento foi estudado no tópico 2.1.1.1 *A ideia de instrumento ou ferramenta no contexto da matemática*. No 6.1.2 será direcionado para o contexto do laboratório como complementação a ideia do outro tópico, porém, o conceito permanece o mesmo.

instrumentalizados.

Para esclarecimento da ideia de ferramenta ou instrumento próprio de um laboratório, argumenta-se com base na visão de Bermudes (2014, p. 16) que considera que o uso de algumas ferramentas não é exclusivo de uma área de conhecimento apenas. Diversos profissionais podem se valer de um instrumento em sua prática profissional, como é o caso do microscópio. A partir desse argumento, define laboratório de matemática “como o local – ainda que momentâneo – que dispõe das ferramentas necessárias ao pleno desenvolvimento do ensino/aprendizagem da Matemática que se pretende tanto pelo professor quanto pelo aluno”.

No LME o professor formador deve ter diversos instrumentos disponíveis para realizar as ações metodológicas no laboratório ou objetos que sejam passíveis de serem instrumentalizados. Ou seja, o sujeito se apropria de instrumentos ou objetos que, adaptados se transformam em instrumentos e utiliza-os nas atividades. Logo, instrumentar que significa equipar com instrumentos e instrumentalizar que é usar algo como instrumento para uma determinada atividade, devem ser ações constantes no processo de formação de conceitos na licenciatura em matemática em conexão com o saber matemático escolar (COSTA; MORAES; SOUZA, 2016).

Como exemplos, pode-se entender, a partir da visão de Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2011) que as tendências em Educação Matemática, o livro didático e as teorias metodológicas e os recursos didáticos entre eles os modelos matemáticos, são elementos que podem ser instrumentalizados no LME.

Na formação inicial do professor de matemática, esses elementos instrumentalizáveis dá a dimensão da criatividade e autonomia do professor formador e o direcionamento para o desenvolvimento de competências no licenciando. Dessa forma instrumentalizar “é um verbo transitivo cujo significado pode ser traduzido por: usar como instrumento para atingir determinado fim. Nesta abordagem, instrumentalizar significa transferir conhecimento e formar pessoas com altos índices de curiosidade, com possibilidades de pesquisa e avanço” (SANTOS, 2005, p. 62).

É importante ressaltar que a instrumentação e a instrumentalização fazem com que o laboratório tenha também equipamentos que auxiliam no desenvolvimento das ações, como os materiais didáticos e, especificamente, os que são manipuláveis e não manipuláveis.

O material didático pode ser compreendido como recurso usado na relação

do ensino com a aprendizagem, como meio para que essa relação aconteça, não importando o que seja, desde que utilizado na promoção da aprendizagem do aluno. Deve atrelar-se aos conteúdos de maneira que o professor formador a partir de um conhecimento aprofundado do recurso assim como do objeto matemático a ser explorado insira o licenciando na reflexão da formação do conceito matemático utilizando o material didático (OMENA, 2018).

O uso de materiais manipuláveis foi muito utilizado nas décadas de 1960 e 1970. Tem se mostrado útil quando atrelado à organização de aula. Vale (2002, p. 3) mostra dois momentos em que o uso dos materiais manipuláveis em sala de aula fora desencorajado. O primeiro foi com o Movimento da Matemática Moderna, porém, a recomendação do (NCTM 1989/1991) é que os professores de matemática devem “utilizar diversos materiais mais do que dar ênfase aos símbolos matemáticos convencionais”.

O outro momento foi com a Resolução de Problemas se tornando uma metodologia de ensino e o surgimento das tecnologias subsidiando o ensino de matemática, porém, entende-se que para os alunos serem bons resolvidores de problemas matemáticos ou utilizar-se do aparato tecnológico na matemática escolar, é necessária a compreensão de conceitos matemáticos (LINS, 1994). O quadro 3 mostra as definições de materiais manipuláveis e não manipuláveis e exemplifica a partir da trajetória de trabalho da pesquisadora.

Quadro 3 – Materiais manipuláveis

Concreto: ocorre o contato direto deles com os alunos. A apresentação ocorre em três dimensões.

Figura 8 – Material Concreto em uma aula na Escola de Atenas



Fonte: Elaboração própria.

Pictórico: permite a representação por meio de instrumentos audiovisuais.

Figura 9 – Filme apresentado como recurso didático em uma escola de Educação Básica sob a supervisão da pesquisadora



Fonte: Elaboração própria.

Simbólico: os alunos ouvem, leem, escrevem. É uma representação simbólica por meio de numerais e sinais.

Figura 10 – Material manipulável simbólico e as expressões numéricas em uma aula de monitoria na Escola de Atenas sob a supervisão da pesquisadora



Fonte: elaboração própria.

Ativo: modelo concreto que permite a manipulação direta.

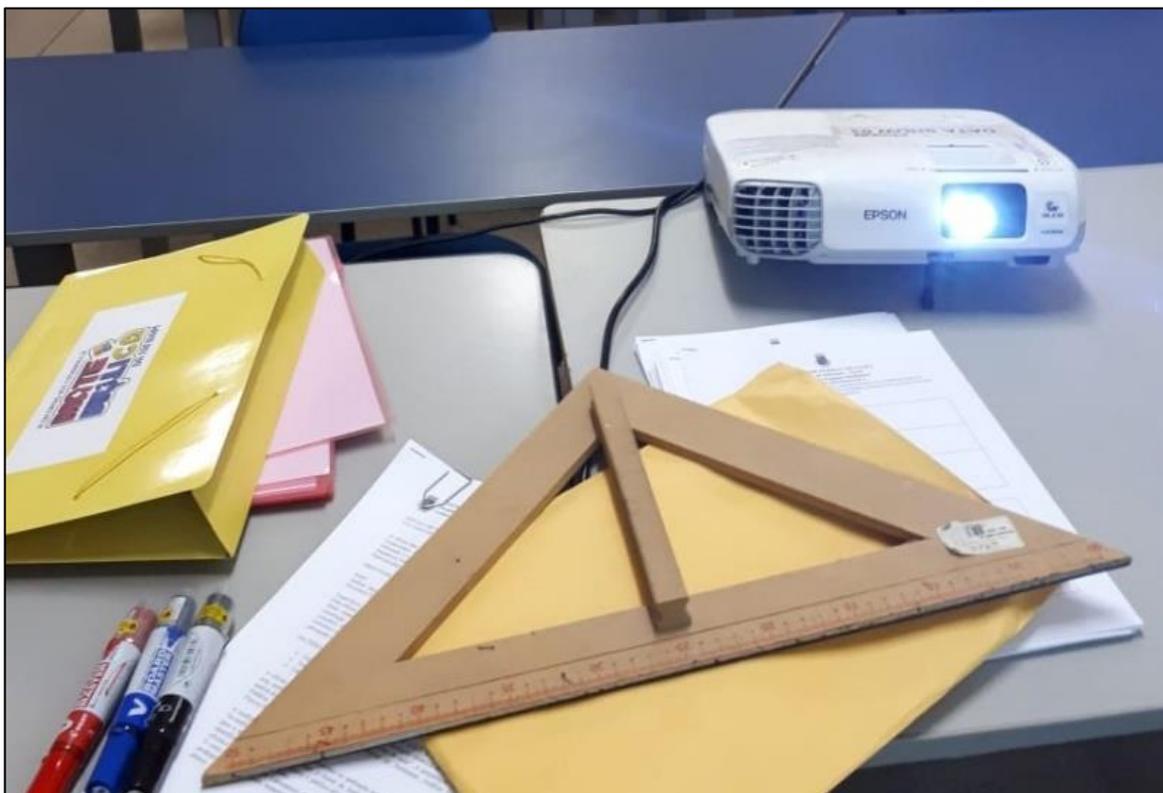
Figura 11 – Material Dourado utilizado em uma aula na Escola de Atenas



Fonte: elaboração própria.

Passivo: quando o aluno observa o professor manipular.

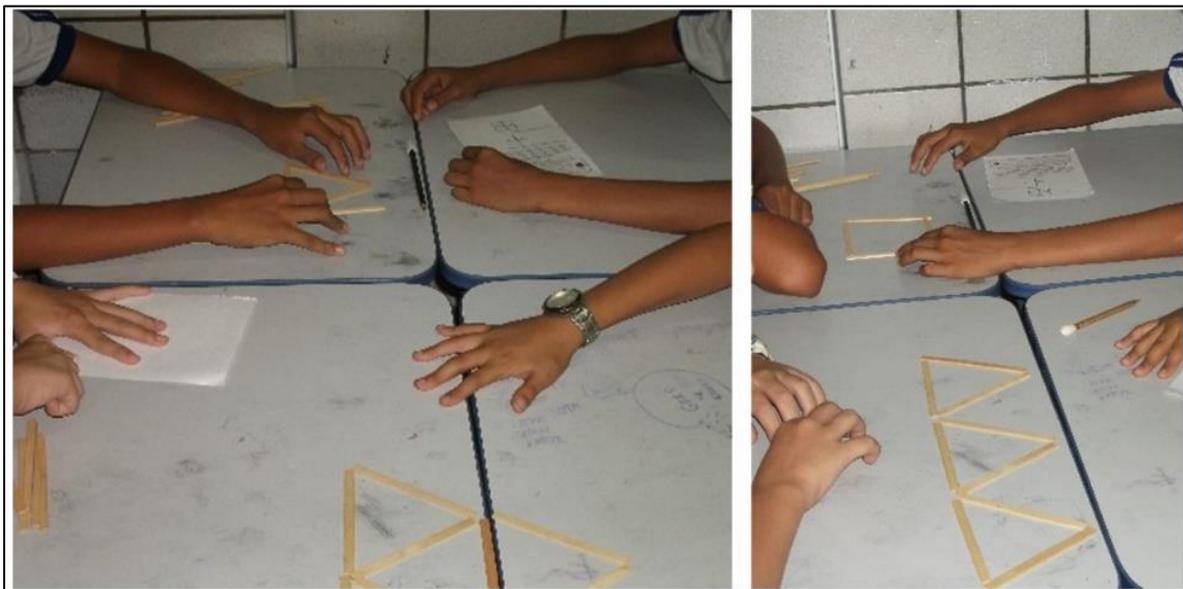
Figura 12 – Materiais manipuláveis passivos da Escola Pitagórica



Fonte: Elaboração própria.

Comum: utilizado com mais de uma finalidade.

Figura 13 – Palitos de picolé utilizados como recurso didático em uma escola de Educação Básica sob a supervisão da pesquisadora



Fonte: Elaboração própria.

Educacional: finalidade educativa.

Figura 14 – Ábaco utilizado em uma aula de monitoria com alunos do ensino médio sob a supervisão da pesquisadora em uma escola de Educação Básica



Fonte: Elaboração própria.

Material não manipulável
Os modelos estão presentes na aula, porém, não são manipuláveis

Figura 15 – Recurso no livro Didática da Matemática

MALBA TAHAN

**DIDÁTICA
DA MATEMÁTICA**

Ouidas e consideradas tôdas essas teorias, quero evitar questões de palavras que nada aproveitam senão para confusão dos ouvintes.
SANTO AGOSTINHO, C., XII, 18.

2.º VOLUME

2 — MÉTODO DO LABORATÓRIO EM MATEMÁTICA —
1.º EXEMPLO

Vamos supor que o professor deseja ensinar aos seus alunos, de uma forma simples e concreta, a chamada Lei Angular de Tales:

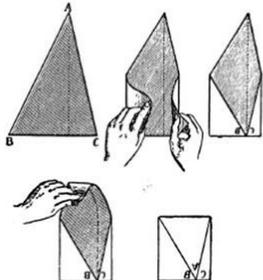
A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º.

Dispõe o professor de uma figura em cartolina *ABC* que representa um triângulo qualquer.

— Aqui está um triângulo qualquer *ABC* — declara o professor dirigindo-se aos seus alunos. — Vamos demonstrar que a soma interna desse triângulo é igual a 180º.

Essa proposição famosa é denominada *Lei Angular de Tales* ou *Teorema de Tales*.

A hipótese desse teorema é a seguinte:
A figura *ABC* é um triângulo.
Tese: A soma dos ângulos internos desse triângulo é igual a 180º.



Fonte: Tahan (1962, p. 62).

Fonte: Adaptado de Vale (2002).

A partir do que foi apresentado, coloca-se o material didático como algo pertinente ao processo de ensino para a aprendizagem. Independentemente, se este é concreto ou não, manipulável ou não manipulável. A matemática é uma ciência cujo rigor molda-se com seu vocábulo próprio, simbologia e maneira de raciocinar. Os alunos ainda iniciando a jornada para compreendê-la, necessitam de vivências que envolvam experiências. Esse argumento não desqualifica nem o rigor e nem os modos de ensinar e aprender (LORENZATO, 2010).

Corroborando com essa afirmação, Vale (2002) nos aponta o caminho para a construção de um novo conceito e entende que não importa o nível em que o aluno esteja, quando um conceito novo precisa ser ensinado o material manipulável é pertinente e indica que se inicia no correto em direção ao semiconcreto e por fim, para o estágio de abstração, no qual o aluno utiliza o simbólico. Além do rigor, não se pode desconsiderar o caráter experimental da matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2019).

5.2 Algumas concepções de laboratório de matemática

Na Antiguidade, quando a humanidade buscava conhecimento, refletia sobre suas ações verificando em que contexto do cotidiano poderia ser utilizado. No mundo em que vivemos, esse conhecimento está sendo moldado a partir dos avanços científicos e tecnológicos que exigem cada vez mais sujeitos pensantes. Em uma ou outra época, a história mostra que pensar matematicamente e aplicar o conhecimento adquirido em atividades cotidianas está relacionado com as primeiras experiências humanas no intuito de auxiliar o desenvolvimento intelectual do homem enquanto ser pensante que vive na coletividade (BOYER, 1974; CARAÇA, 2010; D'AMBROSIO, U., 1993; DAVIS; HERSH, 1985; EVES, 2004; KLEIN, 2009; SCHUBRING, 2014).

No contexto educacional, o ensino de matemática aparece como elemento importante no processo de formação do indivíduo para atuar na sociedade movida pela informação. Dessa forma, Brasil (1998) aponta para alguns caminhos que facilitam o ensino para a aprendizagem como a história da matemática, a utilização de jogos nas aulas e o uso das tecnologias, e o laboratório de matemática surge como elemento que insere em seu universo não apenas essas, mas também outras ações e experiências, sendo as últimas caracterizadas como algo que está na prática fazendo a teoria ser validada ou sistematizada.

O argumento que aponta o laboratório de matemática contemplando as atividades de ensino e aprendizagem está fundamentado nos trabalhos de alguns educadores matemáticos. Lorenzato (2010, p. 7), por exemplo, defende o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como um espaço físico caracterizado como uma “sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir”.

De forma a contemplar diversas ações educativas, o laboratório de matemática pode ser caracterizado como um ambiente de ensino e de aprendizagem onde ocorrem situações didáticas e adidáticas¹⁷. Brousseau (2008) afirma que o professor deve elaborar situações intencionais fazendo com que o aluno se defronte

¹⁷ As situações *didáticas* ocorrem no intuito de desenvolver atividades do ensino para a aprendizagem envolvendo professor, aluno e saber e as *adidáticas* são caracterizadas como um conjunto de ações desprovidas de intencionalidade, embora estejam ligadas ao processo de aprendizagem (PAIS, 2002).

com elas no intuito de promover a aquisição do saber matemático possibilitando a investigação e a exploração (TEIXEIRA; PASSOS, 2013).

Caracterizando a noção do ambiente educacional e de quem atua nele, Rodrigues e Gazire (2015) trazem algumas concepções de laboratório de matemática que são utilizadas na Educação Básica e no Ensino Superior e são diferenciadas por seus objetivos e campos de atuação. Utilizando as concepções que serão apresentadas a seguir faz-se uma conexão com as experiências formativas da autora desta pesquisa fundamentando no campo de investigação Educação Matemática. As concepções apresentadas pelos autores são:

a) o laboratório como depósito de material: considerado como o local onde se guarda o material que serve de apoio ao trabalho docente. Também denominado depósito-arquivo. Essa concepção é a que inicia todo o processo de aquisição de material didático para a implantação do laboratório de matemática na instituição. A figura 16 mostra o primeiro laboratório de matemática que pesquisadora estruturou na instituição que hoje atua como docente.

Figura 16 – Laboratório de matemática como depósito-arquivo



Fonte: Elaboração própria.

Esta percepção de laboratório harmoniza-se com a ideia de Lorenzato (2006, p. 111) de que o laboratório de matemática “pode ser entendido como um armário ou um canto de sala onde são depositados os materiais didáticos específicos ao ensino de matemática”.

A visão do autor é bem pertinente quanto à iniciativa do professor em utilizar-se do laboratório como depósito de material e, com o tempo avançar para um

armário e, posteriormente, conseguir um espaço físico. Com essa justificativa, compreende-se que esta concepção de laboratório é na verdade, o início de uma caminhada para se obter um espaço de vivências e experiências matemáticas.

b) o laboratório como ação na sala de aula: espaço onde as ideias matemáticas serão exploradas, muitas vezes sem o material concreto, mas com riquíssimas discussões sobre as ideias matemáticas. Porém, a pesquisadora se utilizou dessa concepção e na escola pública, proporcionou a vivência do laboratório de matemática nesse contexto incluindo em sua prática docente, aulas investigativas.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 22), a investigação deve proporcionar uma experiência significativa de descobertas, de reflexão e de ações. Para os autores, o “conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa”.

Essa ideia deve ser considerada pelo professor na construção do conhecimento pelo aluno. Na investigação, a interação entre os sujeitos pode ocorrer em todos os momentos e exige um trabalho exploratório e de observação. Os resultados são necessários, porém, o processo em que o sujeito se inseriu fazendo conjecturas, justificando e provando, é o que dá o significado da aula.

A figura 17 mostra uma experiência de laboratório como ação na sala de aula realizada pela pesquisadora em uma escola pública regular, instituição da rede estadual de ensino do estado do Ceará onde trabalhou no período de 2004 a 2014, na época não havia uma política educacional específica para o laboratório de matemática, apenas para o laboratório multidisciplinar contemplando a física, a química, a biologia e a matemática em um mesmo contexto.

Figura 17 – A geometria da sala de aula



Fonte: Elaboração própria.

c) o laboratório como disciplina na licenciatura em matemática: nesta concepção ocorrem discussões, seminários e oficinas direcionadas para a formação do professor. É trabalhada em cursos de modalidade a distância ou presencial e está presente nas instituições que formam professores e geralmente dialoga com outras disciplinas como Metodologia do Ensino de Matemática, Prática de Ensino de Matemática, Didática da Matemática e Estágio Supervisionado entrelaçando conhecimento teórico e a prática da sala de aula. É um caminho cheio de possibilidades para o professor formador explorar com os licenciandos e orientá-los para sua futura prática profissional.

A figura 18 mostra uma aula realizada pela pesquisadora no laboratório como disciplina na licenciatura em matemática com os licenciandos da Escola de Alexandria, vivenciando atividades como produção e manipulação de recursos didático que auxiliam na discussão do ensino de matemática e a reflexão sobre formação e aplicação de conceitos.

Figura 18 – Laboratório na concepção disciplina da licenciatura

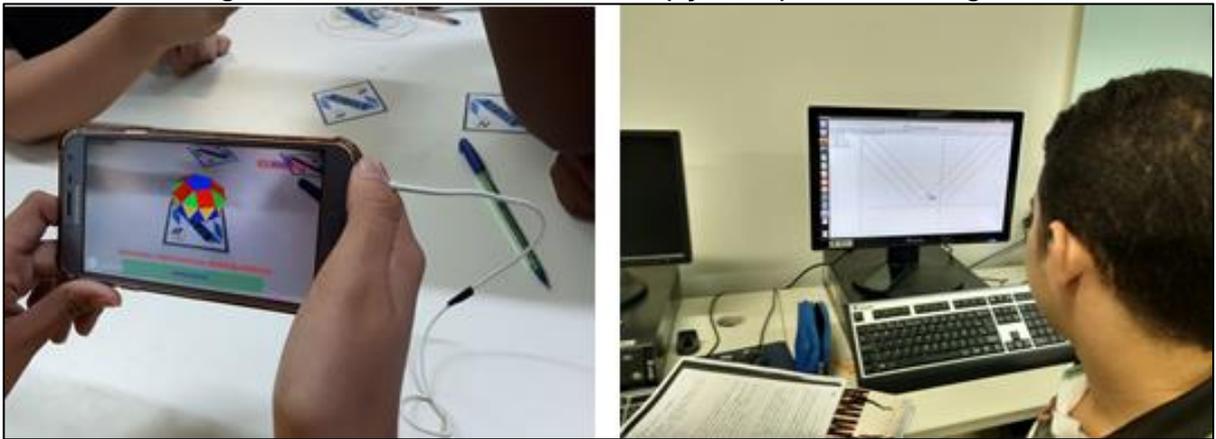


Fonte: Elaboração própria.

d) o laboratório como suporte tecnológico: Rodrigues e Gazire (2015) chamam-no de laboratório de tecnologia, também denominado de laboratório de informática e sua conexão com as tecnologias digitais. Nele, ocorre a exploração dos conteúdos de ensino por meio do computador ou de aparelhos celulares no intuito de explorar as potencialidades tecnológicas voltadas para o ensino de matemática.

A figura 19 apresenta duas experiências realizadas pela pesquisadora na Escola de Alexandria, uma explorando conceitos geométricos por meio da realidade aumentada em uma ferramenta digital e a outra, trabalhando conceitos de função em um curso de extensão como atividade de pré-cálculo para alunos de um curso superior.

Figura 19 – Laboratório na concepção suporte tecnológico



Fonte: Elaboração própria.

e) o laboratório como laboratório tradicional: é percebido como espaço onde se realizam atividades práticas da matemática e das ciências da natureza. No contexto da matemática escolar, essa concepção faz com que os instrumentos e os objetos instrumentalizados sejam utilizados na verificação ou demonstração de alguma ideia matemática.

Complementando a compreensão, Cruz, J. (2007, p. 23) esclarece a ideia de laboratório tradicional e afirma que nessa concepção, as “práticas de laboratório devem ser precedidas ou acompanhadas de aulas teóricas. A linguagem deve ser simples e adequada ao grupo de alunos”. Para o contexto escolar o uso do laboratório tem significado importante para as aulas pois, por meio de atividades direcionadas que levem o aluno a experimentar o uso do laboratório possibilita a construção do conhecimento e a oportunidade fazê-la por meio de criação e reflexão.

A autora afirma que o ato de experimentar está inserido nas primeiras experiências humanas, ou seja, a experimentação parte de um pensamento até sua concretização de fato. Defende a ideia de que no laboratório tradicional, o experimento é o centro das atenções. A experiência deve ser conectada aos saberes explorados.

Perez (1993) *apud* Turrioni (2004) também traz a ideia de laboratório tradicional como o espaço físico em que ocorrem atividades experimentais utilizando o material didático.

A Figura 20 mostra uma experiência realizada pela pesquisadora na escola de Educação Básica onde atuava. Na concepção laboratório tradicional, os alunos faziam atividades práticas para complementar a teoria desenvolvida em sala de aula. As aulas exploravam a ideia do conceito matemático em sala de aula por meio de verificações e demonstrações.

Figura 20 – Laboratório na concepção tradicional



Fonte: Elaboração própria.

f) o laboratório de ensino de matemática: essa concepção é a junção do tradicional com a sala de aula que existe na escola de Educação Básica. Fisicamente é uma estrutura só. É denominado LEM por Lorenzato (2006). Porém, as atividades não se resumem às práticas com manipulação de recurso didático. Ações envolvendo clube da matemática e desenvolvimento de projetos escolares também são contemplados nesse formato do laboratório.

Rodrigues e Gazire (2015, p. 64) complementam a ideia quando afirmam que a ideia de laboratório de ensino de matemática deve ser considerada como um processo e que “a construção se dá de forma dialética, havendo sempre a mediação do professor entre o objeto a ser conhecido e o sujeito (aluno)”.

Essa definição se harmoniza com a de Ewbank (1977, p. 214) *apud* Turrioni (2004, 62) que também o define como “um lugar, um processo, um procedimento. O termo também é utilizado para caracterizar uma abordagem utilizada em sala de aula”

e a de Alzeri (2016, 47) que considera o LEM como “a um ambiente de ensino e aprendizagem, que supera o espaço físico”.

Varizo (2011) afirma que o professor Júlio Cesar de Mello e Souza (1895–1974), conhecido pelo pseudônimo Malba Tahan, considerava o laboratório como uma metodologia de ensino de matemática. Porém, quando se analisa sua obra intitulada *Didática da Matemática*, especificamente o volume 2, vê-se o laboratório como um método, um modo que o professor pode conduzir a aula com o “auxílio de material adequado à maior eficiência da aprendizagem”, justificando que por meio dele as demonstrações, verificações de teoremas assim como equações são inseridas por meio de material concreto (TAHAN, 1962, p. 61).

Aqui é possível ver um entrelaçamento das duas concepções de laboratório que envolvem o LEM, o laboratório tradicional e a concepção sala de aula como mostra sua compreensão e a figura 21 apresenta as aulas no LEM implantado em uma escola pública em que a pesquisadora trabalhou por uma década.

Figura 21 – Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)



Fonte: Elaboração própria.

g) o laboratório de Educação Matemática: caracterizado com agente de formação, nele se desenvolvem pesquisas além das atividades de ensino e extensão no contexto da licenciatura em matemática. Rodrigues e Gazire (2015) afirmam que nessa abordagem ocorrem também as outras concepções. A justificativa é que não se pode desconsiderar que as instituições de ensino superior (IES) que formam professores, são responsáveis pela relação teoria-prática e o laboratório é o elemento

que pode auxiliar nessa relação, conectando a matemática acadêmica com a escolar.

Sob esse ponto de vista, entende-se que não se pode desvincular um laboratório de matemática na licenciatura da reflexão na formação do futuro professor, ou seja, sua natureza deve ser educacional. Para Turrioni (2004, p. 64) o laboratório da licenciatura “se justifica se o licenciando estiver particularmente envolvido em propostas e execução de experiências”, envolvendo os aspectos didáticos pedagógicos e o conhecimento matemático. Logo, embora todos tenham a mesma finalidade, a forma de trabalho e uso diverge de uma IES para outra (VARIZO, 2011).

Figura 22 – Laboratório de Educação Matemática



Fonte: <http://labmaten.blogspot.com/p/o-que-e-o-laboratorio-de-matematica-e.html>

É importante ressaltar que o laboratório de Educação Matemática traz uma concepção mais ampla que o laboratório de ensino de matemática, embora os dois em algumas literaturas trazem o termo LEM com conotações diferentes (RODRIGUES; GAZIRE, 2015; VARIZO; CIVARDI, 2011).

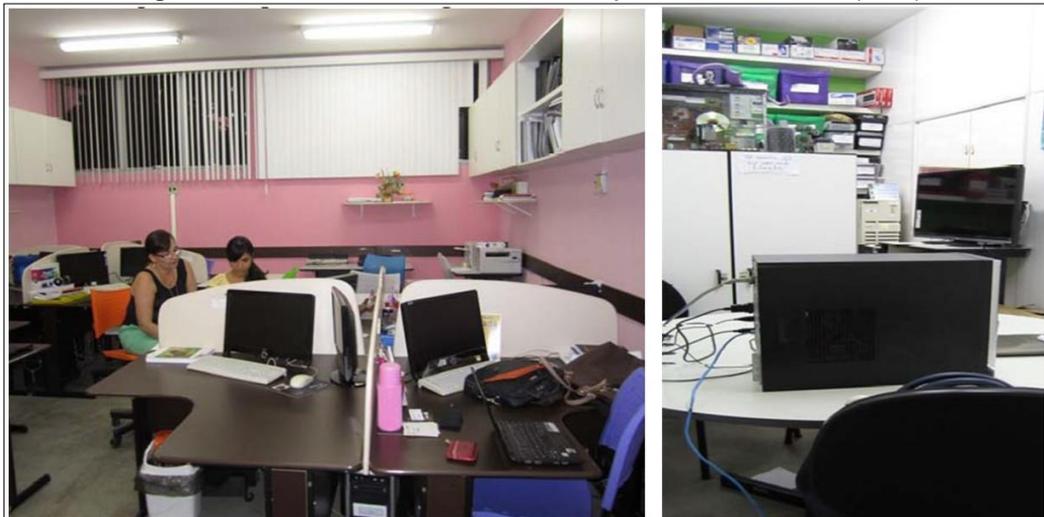
A figura 22 mostra o laboratório de Educação Matemática, concepção que dá espaço para unir professores formadores e alunos da licenciatura como também dá acesso a ideias e promove o desenvolvimento de materiais destinados à formação inicial e continuada de professores de matemática possibilitando a análise do laboratório sob a perspectiva de preparar os profissionais para diversas atividades que envolvem o ensino, a pesquisa e a extensão (RÊGO, R.G.; RÊGO, R.M.; VIEIRA, 2012).

O Laboratório de Pesquisa Multimeios (MM)¹⁸, elemento componente da Faculdade de Educação (Faced) da Universidade Federal do Ceará (UFC), retrata o perfil de laboratório descrito no parágrafo anterior, explorando atividades de ensino ligadas à graduação assim como atividades extensionistas. As atividades de pesquisa envolvendo as novas tecnologias no ensino de matemática e ciências contemplam a graduação e pós-graduação.

Desde sua estruturação, o Laboratório Multimeios da FACED desenvolve suas atividades envolvendo ensino, pesquisa e extensão. No campo da docência, o Laboratório Multimeios atua no atendimento da oferta de disciplinas no Curso de Licenciatura em Pedagogia, e também em disciplina do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFC (TORRES, 2018, p. 118).

O MM trabalha com as seguintes linhas de pesquisa: Acessibilidade, Computador Multiterminal, Educomunicação, Formação de Professores, GEMM – Grupo de Ensino de Matemática Multimeios, GIASE – Grupo implementação e avaliação de software educativo, GEMM – Grupo Educação online Multimeios, Telemeios: ambiente de cooperação para ambientes virtuais de ensino.

Figura 23 – O Laboratório de Pesquisa Multimeios (MM)



Fonte: Torres (2014).

A figura 23 apresenta a estrutura física interna do Laboratório de Pesquisa Multimeios MM. Nele, há a linha de pesquisa Ensino de Matemática que desenvolve

¹⁸ MM: <http://www.multimeios.ufc.br/>

estudos ligados aos níveis do Ensino Fundamental e Médio da Educação Básica de maneira que as ações por ele desenvolvidas subsidiam a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática. A metodologia de trabalho utilizada nas pesquisas é a Sequência Fedathi que contempla a maioria das atividades da vertente do MM. Ressalta-se aqui que esta pesquisa não apenas utiliza a Sequência Fedathi como base metodológica para seu desenvolvimento.

Outras discussões são exploradas como concepções atribuídas ao laboratório de matemática, umas delas é sua caracterização como espaço físico. O laboratório apresentado na figura 24, foi o *locus* de trabalho da pesquisadora em uma escola de Educação Básica.

Figura 24 – Laboratório de matemática como espaço físico



Fonte: Elaboração própria.

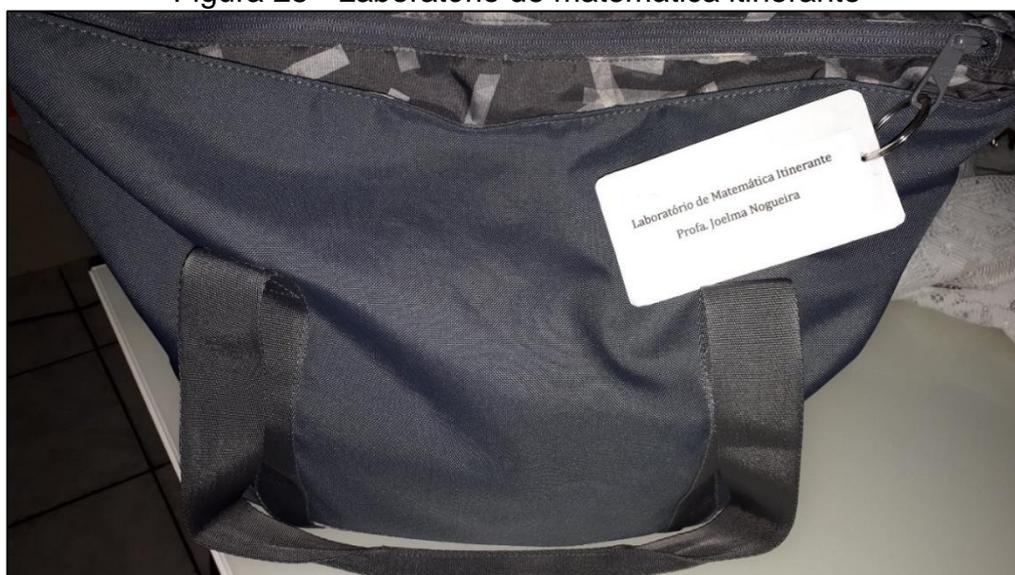
Essa abordagem é explorada por Lorenzato (2010) e apresenta-se em sua afirmativa como um entrelaçamento de outras concepções. Mas, é necessário ressaltar que este laboratório está presente na IES nos cursos de licenciatura assim como espaço na escola de Educação Básica.

Apresentando uma ideia de laboratório para além do espaço físico, Pinheiro, A., Borges Neto, Pinheiro, T. (2013, p. 76), afirmam que o “Laboratório de Matemática como um laboratório didático, em oposição à pedagogia tradicional, não se resume a um espaço fixo, mas se estende a momentos inseridos na aula que proporcione a manipulação e construção de imagens e objetos matemáticos”.

Outra concepção a ser considerada foi percebida pela autora desta pesquisa ao longo de sua trajetória profissional. Aponta-se aqui para a concepção de laboratório de matemática itinerante, caracterizado como uma mala ou sacola onde são depositados materiais didáticos e carregados de um polo a outro para serem utilizados como recurso ao trabalho docente nas aulas da licenciatura em matemática na modalidade semipresencial promovidas pela Universidade Aberta do Brasil (UAB).

A figura 25 mostra o laboratório de matemática itinerante utilizado pela pesquisadora em sua prática profissional. Essa concepção é conectada a duas outras como laboratório como disciplina e depósito-arquivo.

Figura 25 - Laboratório de matemática itinerante



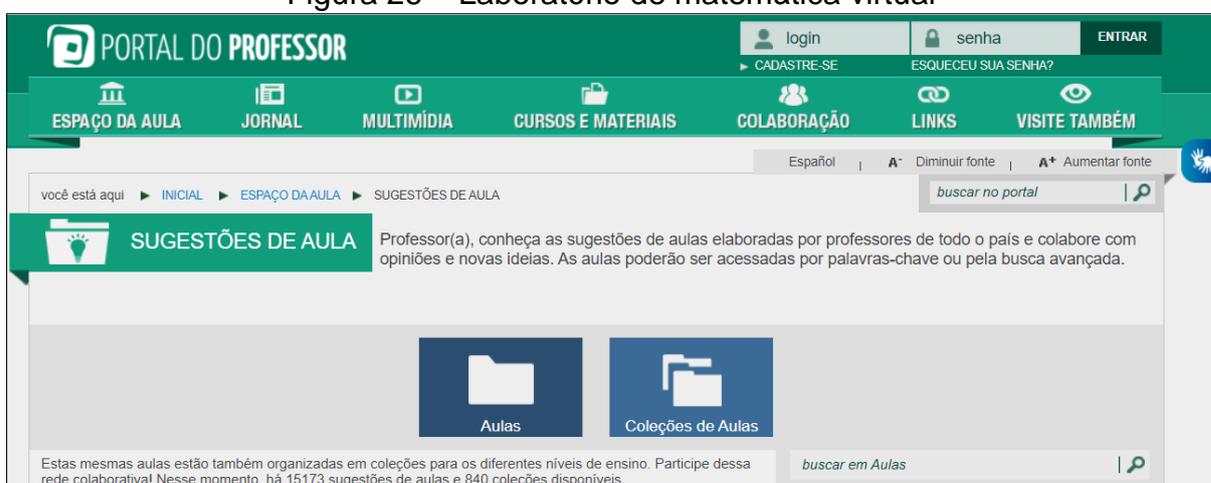
Fonte: elaboração própria.

Kallef (2020) apresenta uma concepção de laboratório que agrega à ideia do itinerante outras questões como inclusão, interatividade, interdisciplinaridade, integração e a ideia de um museu de matemática. Segundo a autora seu trabalho explora a mão na massa, que utiliza desde o início da década de 1991 quando ouviu pela primeira vez em um congresso a expressão *le main à la pâte* que exige do professor uma postura que direciona ao aluno o experimento e a reflexão e afirma que para essa concepção, o professor precisa saber que o laboratório é um processo educacional, corroborando assim com as ideias estabelecidas até aqui.

Outra concepção que vem ganhando espaço nos últimos anos e que em 2020 foi utilizada mais intensamente no contexto do ensino remoto é a de laboratório de matemática virtual, caracterizado por atividades envolvendo o aparato tecnológico

e sem necessidade de aula presencial. As atividades são subsidiadas pelas tecnologias digitais, e tanto o professor como o aluno ao se apropriar do funcionamento das ferramentas digitais conseguem desenvolver a relação do ensino com a aprendizagem da matemática. A figura 26 mostra o site do portal do professor que apresenta diversas possibilidades de utilizar o laboratório de matemática na modalidade virtual e que tem sido utilizado pela pesquisadora na licenciatura para discutir o ensino na disciplina que envolve as tecnologias digitais.

Figura 26 – Laboratório de matemática virtual



Fonte: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/buscarAulas.html>.

Nas ideias direcionadas para a formação inicial é possível desenvolver ações que levem os licenciandos à noção de organização e planejamento do fazer matemático, facilitando o processo de descoberta da aprendizagem por meio de experimentações, enfatizando o aprender fazendo, criando e descobrindo assim como interagir com o saber e refletir com e sobre a ação.

Uma consideração importante é que as ideias aqui apresentadas não são únicas e por isso não esgotam as possibilidades de surgimento de outras definições e concepções. Logo, dependendo do objetivo e finalidade podem ser mescladas ou cada vez mais otimizadas para atuarem como elemento essencial ao trabalho do professor de matemática da escola de Educação Básica e do professor formador de professores de matemática.

5.3 O porquê do Laboratório de Matemática e Ensino (LME) e sua concepção

O laboratório de matemática e ensino (LME) foi idealizado pelo professor Cleiton Batista Vasconcelos¹⁹ que implantou o ambiente educacional na Universidade Estadual do Ceará (UECE) em 1988 e o coordenou até o ano seguinte. Nesse período, o nome atribuído ao ambiente de ensino era Laboratório de Matemática.

A partir de 1989, além das atividades da graduação, o laboratório começou a desenvolver atividades voltadas para a formação continuada de professores que ensinam matemática com o Programa Cearense de Educação Básica (Proceb) cuja finalidade era a promoção da qualidade do ensino de matemática e de ciências, tornando a matemática mais acessível com a finalidade de que fosse compreendida pelos alunos do ensino básico.

Em 1998, com a extinção do curso Licenciatura Curta em Ciências e com a implantação do curso Licenciatura Plena em Matemática, surgiu o Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LabMatEn/UECE)²⁰ cuja logomarca está destacada na figura 27. O novo curso também ofertava a disciplina Laboratório de Matemática que, na época, se adequou às novas diretrizes do Ensino Superior. Porém, antes dessa data já atendia professores das escolas públicas com o Programa Cearense de Educação Básica (PROCEB).

O LabMatEn é considerado “um instrumento capaz de auxiliar o desenvolvimento de habilidades do profissional de licenciatura em Matemática na utilização de modelos para a resolução de problemas e interpretação de dados através do uso de material concreto em sala de aula”. Também se destina a atividades de pesquisa, ensino e extensão, desenvolvendo ações que exploram as habilidades acadêmico-profissionais de licenciandos e de professores que já atuam em sala de aula (PEREIRA; VASCONCELOS, 2014, p. 16).

¹⁹ <http://www.uece.br/noticias/labmaten-promove-melhoria-do-ensino-de-matematica/>

²⁰ LabMatEn (UECE): <http://labmaten.blogspot.com/p/o-que-e-o-laboratorio-de-matematica-e.html>

Figura 27 - Logo do LabMatEn/UECE



Fonte: <http://labmaten.blogspot.com/p/o-que-e-o-laboratorio-de-matematica-e.html>

O LabMatEn/UECE está atrelado ao Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) e nele busca-se promover nos estudantes da licenciatura em matemática ações que envolvam a pesquisa, a análise a experimentação voltadas para a discussão do ensino básico. Dentre elas, as experiências de formação de conceitos matemáticos desenvolvidas pelos alunos sob a supervisão de um professor responsável.

Esta pesquisa trabalha com o termo cunhado pelo professor Cleiton, defensor da ideia de que, se o sujeito não sabe matemática, então não tem como ensinar. Seu pensamento valorizava primeiramente, o conhecimento matemático que o professor deve ter, então quem deve vir primeiro? A matemática. Com essa justificativa, defende-se desde o início o termo laboratório de matemática e ensino (LME).

Pode-se acrescentar à ideia de Cleiton o argumento de que no contexto educacional há o laboratório de física, laboratório de química, também há o laboratório de matemática, neste caso, com ações educativas envolvidas por vivências e experiências em seus processos de investigação. Logo, o LME está direcionado para a formação inicial do professor de matemática (LORENZATO; 2010; PONTE; OLIVEIRA; BROCARD, 2003; RÊGO, R.M.; RÊGO, R.G; VIEIRA, 2012; VARIZO; CIVARDI, 2011).

E pensar em uma concepção para laboratório de matemática e ensino (LME) é compreender que o espaço físico onde ocorrem as situações de ensino e de aprendizagem é o ponto de partida, porém, não é o único lugar para a estruturação de uma compreensão mais abrangente. Daí a necessidade de percebê-lo como

vivência e ação criativa, de produção de ideias, de forma de pensar e agir, dando a conotação de que, independentemente, desse espaço, da situação e nível educacional em que professores e alunos se encontram, essa vivência acontece e gera conhecimento.

É importante também entender que não se deve contemplar o LME apenas com os recursos humanos para atender as ações tampouco estabelecer a concepção dominante de se utilizar na ideia de espaço físico, equipamentos e uma estrutura de funcionamento. Qualquer que seja a concepção, a mediação da construção do conhecimento é a ideia central. Deve promover as ações educativas como aulas em todas essas dimensões, conectando a IES com a escola de Educação Básica, relacionando a teoria com a prática a partir de ideias exequíveis que podem ser vivenciadas por todos que se utilizam dele.

5.4 A realidade do Laboratório de Educação Matemática nas IES do Ceará

Esta pesquisa realizou também um estudo em algumas instituições de ensino superior do estado do Ceará. A partir dele, tirou-se uma amostragem para traçar o perfil dos cursos de licenciatura em matemática no que se refere ao uso do laboratório na formação inicial do professor.

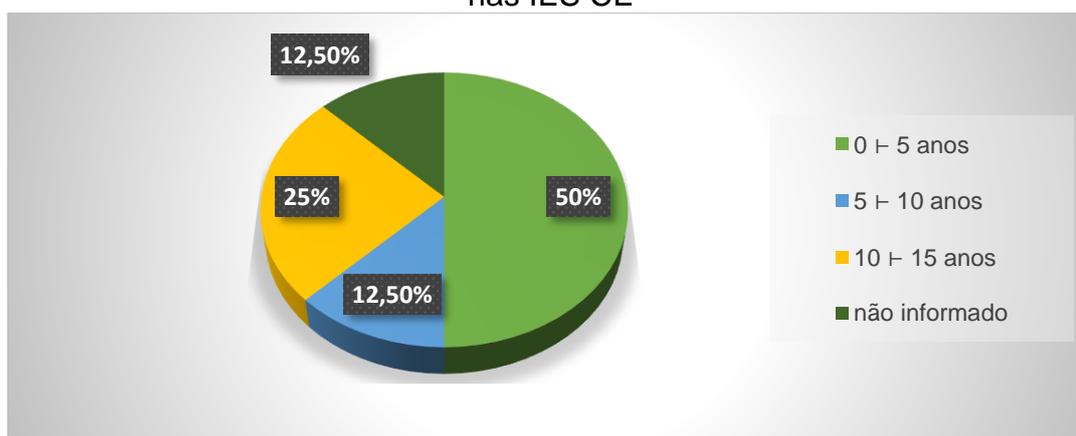
O estudo mostrou que o ambiente utilizado nos cursos de licenciatura no estado do Ceará tem um nome oficial e dentre eles se destacam o Laboratório de Matemática (Labmat), Laboratório de Matemática e Ensino (Lamate) e Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)²¹ e um professor responsável pelo espaço designado por meio de portaria ou apenas informalmente.

O uso do ambiente educacional nas IES do estado do Ceará ainda está se constituindo e o gráfico 1 mostra um dado importante que comprova essa afirmação. Ele informa que 50% das IES no estado que possuem licenciatura em matemática, têm menos de cinco anos de implantação e funcionamento do laboratório de matemática.

²¹ Este último tem sido utilizado na concepção voltada para a escola de Educação Básica como mostra o item 6.1.

Com base nesses dados, pode-se entender que o uso do laboratório de matemática na formação inicial do professor é recente e utilizando a ideia de Ponte (2017), também precisa ser explorado.

Gráfico 1 – Tempo de implantação e funcionamento do laboratório de matemática nas IES CE



Fonte: Elaboração própria.

Além de sua identificação como nome, sigla, professor responsável e período de implantação e funcionamento, algumas questões são essenciais para desenhar o perfil do laboratório de matemática utilizado na licenciatura em matemática.

A relevância da ação consiste na análise das informações com foco no material; no conteúdo matemático explorado (ensino); na metodologia de ensino com o material; na compreensão matemática do material; na modelagem; nas tecnologias digitais; nas atividades de pesquisa e extensão.

O laboratório de matemática nas IES do Ceará tem como elementos constituintes material de capital e material didático. Este último é classificado separadamente do primeiro e caracterizado como industrializado ou confeccionado pelos professores formadores e licenciandos.

O quadro 4 mostra o material didático existente nos ambientes educacionais e são utilizados nas aulas direcionando o ensino para a aprendizagem. O material de consumo embora seja relevante, mas no estudo realizado, não aparece como prioridade no laboratório de matemática.

Quadro 4 – Material didático no laboratório da licenciatura em matemática no Ceará apontado na pesquisa com as IES

| | MATERIAL | CONFECCIONADO | INDUSTRIALIZADO |
|---|-----------------|----------------------|------------------------|
| Ábaco | | | x |
| Algeplan | x | | x |
| Balança de Pratos | x | | x |
| Blocos Lógicos | | | x |
| Ciclo Trigonométrico | | | x |
| Dinamômetro | | | x |
| Escala Cuisinaire | | | x |
| Geoplano | x | | x |
| Jogos em geral (tabuleiros, dominós, trininós) | x | | x |
| Material Dourado | | | x |
| Modelos matemáticos | x | | x |
| Osso de Napier de madeira | | | x |
| Tangram | x | | x |
| Torre de Hanói | x | | x |

Fonte: Elaboração própria.

Analisando o quadro 4 percebe-se que dentre os objetos caracterizados como material didático, os modelos matemáticos já são uma realidade tanto na confecção como industrialização e que para serem considerados no laboratório é necessário que estejam coerentes com a relação da modelagem com o ensino.

A produção de material didático é explorada no laboratório de matemática, porém, 12,5% dos professores formadores que atuam no ambiente não utilizam alguma disciplina que discute o ensino na licenciatura em matemática. Os outros 87,5% direcionam o uso do material didático para as disciplinas Estágio Supervisionado, Didática Geral, Laboratório de Matemática, Informática Aplicada ao Ensino de Matemática, Metodologia do Ensino de Matemática e Prática de Ensino, Laboratório de Ensino de Álgebra, Laboratório de Ensino de Geometria, Laboratório de Ensino de Materiais Didáticos Pedagógicos, Laboratório de Ensino do Uso de Novas Tecnologias, Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática, Instrumentação para o Ensino da Matemática I, Instrumentação para o Ensino da Matemática II, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica I, Metodologia e Prática do Ensino de Matemática na Educação Básica II, Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas. Sua utilização consiste em analisar e verificar as adequações do material ao ensino da matemática acadêmica e escolar.

Com base nessa realidade, fica evidente o uso do laboratório de matemática nas atividades envolvendo a Prática como Componente Curricular (PCC) conforme Brasil (2019) direciona 400 horas distribuídas ao longo do curso Licenciatura em Matemática tanto os conteúdos científicos, pedagógicos e outros relacionados ao contexto educacional como os conteúdos específicos estruturados nos componentes curriculares do curso.

Os conteúdos de ensino explorados no laboratório de matemática envolvem os campos da álgebra, aritmética, geometria, desenho e construções geométricas, trigonometria e que se entrelaçam com as tecnologias digitais, metodologias de ensino, ferramentas matemáticas e de ensino perpassando a Educação Básica e o Ensino Superior, explorando formação de conceitos, utilizando-se de verificações, demonstrações, comprovações e aplicações das ideias matemáticas.

Com base no conteúdo de ensino trabalhado no laboratório, o licenciando tem a oportunidade de refletir sobre qual material pode produzir e sua função para a ideia matemática investigada, utilizá-lo e analisá-lo a partir de suas potencialidades e limitações. Em sua aplicação no ensino, o aluno da licenciatura conecta sua utilização à discussão sobre como planejar uma aula refletindo o objetivo, o conteúdo de ensino e as habilidades que podem ser desenvolvidas com o objeto de conhecimento no intuito de explorar a compreensão matemática do material e da atuação docente em sala de aula.

O laboratório de matemática traz ações relevantes que se conectam com o ensino como leitura e escrita acadêmica, adequação e análise do material para a formação do conceito matemático e envolvimento em tendências em Educação Matemática, porém, as metodologias de ensino ainda não se apresentam evidentes no espaço de formação docente e estão atreladas apenas a 12,5% do ambiente educacional. Isso significa que os 87,5% dos professores formadores traçam estratégias e procedimentos que não estão fundamentados em alguma teoria ou proposta metodológica.

A essa questão implica também no uso das tecnologias digitais que ganharam espaço importante na formação inicial do professor de matemática. Porém, a relevância dos tópicos que podem ser trabalhados com o aparato tecnológico, a

apropriação de ferramentas como subsídio para o ensino e a noção de sequências didáticas, ainda precisa ser considerada.

É necessário incorporar nas reflexões sobre o uso do laboratório na licenciatura as discussões sobre as teorias metodológicas que fundamentam o ensino de matemática, pois só o uso do aparato tecnológico assim como de qualquer recurso didático, não garante o processo de ensino e nem a resolução do problema da aprendizagem.

As novas tecnologias na educação, em especial as digitais, não serão seguramente os únicos ou os melhores recursos para resolver problemas da educação. São apenas algumas das ferramentas didático-pedagógicas no ambiente escolar, que, se forem bem trabalhadas, poderão dar muitos frutos (BORGES NETO; CAPELO BORGES, 2007a, p. 84).

Além das atividades de ensino, o uso laboratório de matemática na formação inicial do professor tem desenvolvido ações de pesquisa e extensão. Na área investigativa, as propostas envolvendo conteúdo de ensino estão atreladas à reflexão sobre a preparação docente. Alguns projetos contemplam disciplinas da licenciatura e outros conectam-se com os programas de iniciação científica e auxílio formação. Nas atividades extensionistas, abrem-se espaços para os eventos envolvendo as jornadas de estudo, os seminários, os webnários, as olimpíadas de matemática e campeonatos de jogos matemáticos.

O movimento da Educação Matemática no estado do Ceará tem se intensificado ao longo dos anos. A formação inicial de professores que ensinam matemática tem ganhado espaço nas universidades, nos ciclos de palestras e no compartilhamento das experiências no Ensino Superior e nas escolas de Educação Básica. E no avanço da discussão, encontra-se o laboratório de matemática como elemento constituinte dessa formação possibilitando ao futuro professor competências necessárias para a sua atuação docente.

Dessa forma, é essencial que o LME traga a partir de suas contribuições para o licenciando orientações de cunho metodológico que sejam não apenas apresentadas, mas também vivenciadas em sua preparação.

6 CAMINHOS DELINEADOS DO COMO FAZER

Este capítulo trata do caminho percorrido na investigação utilizando a Sequência Fedathi como proposta de metodologia de pesquisa embasada na dimensão multirreferencial, pois neste caso, se caracteriza como uma reunião de investigações que envolvem a relação teoria-prática, contemplando contextos distintos como o Laboratório de Matemática e Ensino (LME), a formação inicial do professor na Licenciatura em Matemática e o ensino de Matemática desenvolvido na Educação Básica. Inicialmente, justifica-se a partir de argumentos da pesquisa qualitativa essa caracterização agora atribuída ao método Fedathi de pesquisa científica, em seguida, delinea-se o como fazer.

6.1 Argumentos da Multirreferencialidade para o percurso metodológico

Nos últimos anos, as pesquisas nas ciências humanas têm se desenvolvido a partir de uma perspectiva sócio-histórica, oferecendo um campo aberto para a investigação no qual o pesquisador também é um elemento ativo do processo (NOBRE; SALES, 2005).

Entende-se que a pesquisa acadêmica é uma busca pelo conhecimento científico, pois se desenvolve a partir de observações e informações extraídas da realidade investigada. Para Gerhardt e Silveira (2009, p. 25), a ciência é considerada como “um procedimento metódico cujo objetivo é conhecer, interpretar e intervir na realidade, tendo como diretriz problemas formulados que sustentam regras e ações adequadas à constituição do conhecimento”.

Sob esse ponto de vista, o conhecimento científico vai se caracterizando com a trajetória a ser traçada no trabalho investigativo. Este estudo se iniciou com o delinear de um percurso extenso, denso, porém, cheio de riqueza porque se trata de uma prática social, que conecta o ensino de matemática com a formação de professores e o laboratório de matemática e ensino (ARDOINO, 1998).

E com base nessas ideias e no que se refere ao tipo de metodologia, apresenta-se aqui uma pesquisa de gênero teórico-empírica, pois a investigação na prática foi relevante para corroborar com a teoria. Caracterizou-se como abordagem qualitativa, pois todas as informações coletadas e analisadas possibilitaram informações necessárias para caracterizar o estudo em um determinado grupo social,

neste caso, os licenciandos em matemática em consonância com a Sequência Fedathi, metodologia de trabalho desenvolvida no Laboratório de Pesquisa Multimeios (MM) da Faculdade de Educação (Faced) da Universidade Federal do Ceará (UFC), buscando compreender os fenômenos que envolvem as ações no LME.

A intenção foi que no enfoque qualitativo as hipóteses seriam comprovadas por meio das descrições, observações e interpretações dos fenômenos referentes ao tema que foi investigado (POLAK; DINIZ, 2011).

Na pesquisa qualitativa, não se trabalha com um único padrão, a realidade do objeto está relacionada com o pesquisador e sua maneira de pensar sobre o mundo envolvendo seus princípios, sentidos e intenções. Nela, aspectos epistemológicos dão fundamentos para iniciar a investigação e, neste caso, é o laboratório de matemática e ensino conectado com a formação inicial de professores e o ensino de matemática que aparece numa perspectiva ontológica como objeto de inquirição a partir de uma visão metodológica apropriada para o que se intencionou fazer (CHIZZOTTI, 2014).

É importante destacar também que este estudo ocorreu a partir de um olhar multirreferencial, pois foi necessário perceber que, na estrutura e no funcionamento da licenciatura em matemática há uma riqueza de informações e conhecimentos que não permitem ser reduzidos ou decompostos às regras unidimensionais da academia. Isso significa que em uma pesquisa acadêmica, uma prática social como esta, precisa ser (re) interrogada para aperfeiçoar sua relação com o que foi posto pela teoria (ARDOINO, 1998; LINCOLN; GUBA, 2006).

Daí a importância de ter sido caracterizada também como exploratório-descritiva no que se refere aos objetivos, pois sua conexão teoria-prática é evidente e buscou questões como 'O quê?', 'Por quê?', 'Como?' foram ser respondidas (GIL, 2008).

A compreensão da Multirreferencialidade como um paradigma epistemológico remete-se à visão heurística sobre observar, questionar e descrever os acontecimentos. Dessa forma, as interrogações feitas a partir do objeto de pesquisa aqui apresentado e definido como o uso do laboratório para discutir o ensino de matemática ainda na licenciatura, trazem as imbricações e os entrelaçamentos das concepções, contextos e paradigmas que não podem ser desconsiderados (BORBA, 2001).

O problema abordado nesta pesquisa é um fenômeno e é complexo. Na visão de Ardoino (1998, p. 39) precisa ser compreendido e explicado na perspectiva da Multirreferencialidade que “não é nem idealista, nem espiritualista, mas realista e relativista, e sua única ambição limita-se a fornecer uma contribuição analítica à inteligibilidade das práticas sociais”.

Quanto à natureza, esta pesquisa está estruturada como básica, pois sugere-se que o modelo de laboratório de matemática proposto nesta tese seja aplicado na formação inicial do professor que ensina matemática. O argumento justifica a ideia da utilização da disposição metodológica proposta por Borges Neto (2018) como referência que direciona a exploração do objeto da pesquisa.

No que se refere aos procedimentos envolvendo pesquisadora e pesquisados, este estudo tem características de uma pesquisa participante ativa, pois “está subjacente à proposição de uma ação que os participantes desejam executar para mudar algum aspecto da realidade”. A prática social investigada deu condições de produção de conhecimento por todos os envolvidos, não apenas por quem fez a pesquisa. Por meio da interação, todos atuaram e contribuíram com o estudo da realidade explorada (CHIZZOTTI, 2014, p. 78; GEHRARDT; SILVEIRA, 2009).

Ainda analisando sob a ótica dos procedimentos, a pesquisa se caracteriza também como bibliográfica devido seu envolvimento com estudo e análise de visões teóricas que fundamentam a investigação como Borges Neto (2016; 2017a; 2017b; 2018a; 2018b; 2019), Rabardel (1995), Ponte (2002; 2004; 2017); Ponte e Oliveira (2002); Ponte *et al* (2000; 2001).

Quando a análise adentra a estrutura da concepção fedathiana, é inevitável perceber a necessidade do pesquisador de possuir um pensamento mais complexo, não aquele dotado de uma racionalidade que ainda se comporta de maneira unidimensional, mas sim, aquela que expõe a complexidade do objeto investigado, do pensar que anda de encontro às incertezas que o caminhar da pesquisa vai mostrando, principalmente quando este percurso se dá em uma licenciatura em matemática, pois nesse contexto, as ideias necessitam de uma racionalidade que esteja apta a “reunir, contextualizar, globalizar, mas ao mesmo tempo reconhecer o singular, o individual, o conceito” (MORIN, 2000, p. 213).

As técnicas e procedimentos trabalhados nesta investigação são caracterizadas como pesquisa de laboratório adaptada às ações do LME. Utilizou-se

também a observação individual, observação em equipe, questionário com perguntas direcionadas e outras abertas, relatórios de aula e registro escrito e imagético. Para a técnica de análise do conteúdo, buscou-se trabalhar com análise de temas em cada experiência explorada definindo categorias (MARCONI; LAKATOS, 2010).

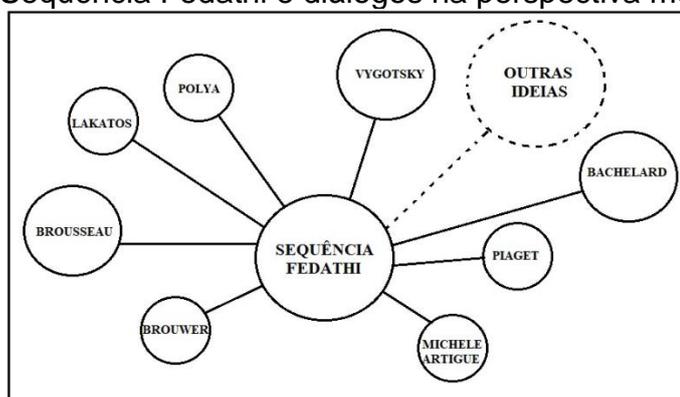
Esta investigação foi realizada no contexto da formação inicial do professor que ensina matemática, especificamente, a licenciatura em matemática. As Instituições de Ensino Superior (IES) foram caracterizadas como Escolas de Formação e receberam nomes fictícios.

6.2 A Sequência Fedathi como proposta metodológica para a investigação da pesquisa

A Sequência Fedathi caracterizada como proposta de metodologia de pesquisa ganhou destaque e discussões frequentes nas reuniões do Grupo de Educação Matemática Multimeios (GEM²) em meados de 2017. Alunos da graduação, da pós-graduação, bolsistas e professores têm lançado um olhar diferenciado para os diálogos que a estrutura metodológica vem traçando com outras áreas de conhecimento ou como afirma Torres (2017) uma conexão para além das ciências duras.

Porém, há tempo que a Sequência Fedathi dialoga com algumas ideias da escola francesa da Didática da Matemática e com as teorias que fundamentam a Educação no que se refere às concepções de aprendizagem no intuito de trabalhar a investigação de diversos ângulos como mostra a figura 28.

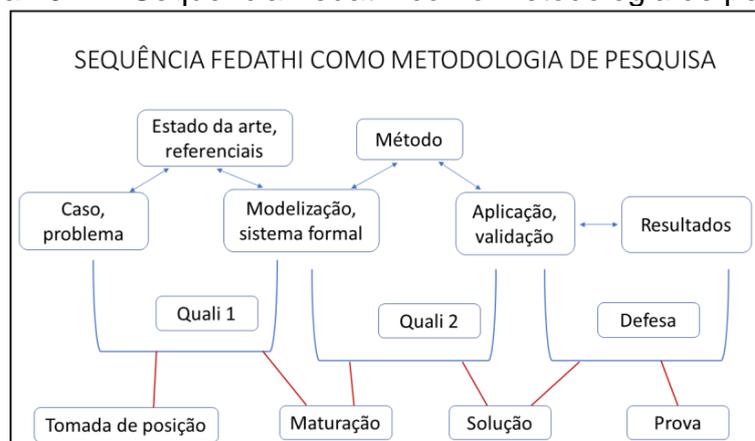
Figura 28 – Sequência Fedathi e diálogos na perspectiva multirreferencial



Fonte: Elaboração própria.

A concepção fedathiana para metodologia de pesquisa apresenta traços da visão de Bachelard (1996) sobre o processo de percepção do sujeito pesquisador até chegar à abstração do conceito que está sendo construído diante de um problema. E como todo conhecimento transformado e reorganizado, a partir do que é mostrado na Figura 9, entende-se que a proposta aqui apresentada traz uma estrutura de investigação que dá condição, a partir de seu universo multirreferencial, desenvolver o passo a passo do caminhar metodológico, mesmo com toda a sua complexidade (MORIN, 2000).

Figura 29 – A Sequência Fedathi como metodologia de pesquisa



Fonte: Borges Neto (2018a).

Para conectar os princípios ontológicos com os fundamentos epistemológicos, é necessária uma metodologia que defina o caminho a ser traçado a partir da junção do pensamento com a ação. Para isso deve ser fundamentada nas bases do método científico e estruturada em três elementos principais: os métodos que são as formas como a pesquisa é desenvolvida, as técnicas, que são instrumentos utilizados no como pesquisar e a ação criativa do pesquisador envolvendo sua bagagem teórica e prática assim como a subjetividade nelas construída (MINAYO, 2009; CHIZZOTTI, 2014).

Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 25), “os métodos científicos são as formas mais seguras inventadas pelos homens para controlar o movimento das coisas que cerceiam um fato e montar formas de compreensão adequada dos fenômenos”. Logo, o método científico é considerado como a união do que a mente produz de raciocínio e argumentos, todos estruturados em uma lógica convincente. A Figura 9

apresenta a Sequência Fedathi com um método científico em sua estrutura quando aponta para um modelo de uma trajetória a ser seguida.

A estrutura da Sequência Fedathi como proposta metodológica para a pesquisa científica consegue adentrar em um universo de complexidade que junta a sub e a objetividade e que é legitimada por Morin (2000, p. 38) quando afirma que é pela própria ciência que se chega ao complexo e que se de “um lado, as teorias científicas são produzidas pelo espírito humano; portanto elas são subjetivas. De outro, estão fundamentadas em dados verificáveis e portanto objetivos”. Nesse momento, vê a subjetividade e a objetividade em uma estrutura interna e externa da proposta de investigação científica, respectivamente.

Daí, a partir dos argumentos de sub e objetividade, já é possível apontar uma primeira característica como metodologia de pesquisa, seu arcabouço está embasado nas ideias positivistas, porém, traz em seu interior outras concepções que delineiam o caminhar do pesquisador. Lincoln e Guba (2006), ao discorrerem sobre a acomodação e comensurabilidade de uma pesquisa científica, apontam alguns elementos que categorizam as controvérsias entre as bases ontológicas, epistemológicas e metodológicas que a fundamentam e, especificamente, na Sequência Fedathi, embora sejam contraditórias, essas questões são também adequadas para a produção teórica e prática extraíndo delas o que há de proveitoso para o pesquisador e seu objeto investigado.

Existe a possibilidade de misturar elementos de um paradigma dentro de outro, de forma que alguém possa envolver-se em uma pesquisa que represente o que há de melhor nessas duas visões de mundo? Pela nossa perspectiva, a resposta para essa dúvida deve ser um sim cauteloso (LINCOLN; GUBA, 2006, p. 178).

Minayo (2009) também valida essa ideia afirmando que o caminhar da ciência é formado por normas estabelecidas para o funcionamento da linguagem e caracterizado por ideias conflituosas e contraditórias.

Poderíamos dizer nesse sentido, que o labor científico caminha sempre em duas direções: numa, elabora suas teorias, seus métodos, seus princípios e estabelece seus resultados; noutra inventa, ratifica seu caminho, abandona certas vias e encaminha-se para certas direções privilegiadas. E ao fazer tal percurso, os investigadores aceitam os critérios da historicidade, da colaboração e, sobretudo, imbuem-se da humildade de quem sabe que qualquer conhecimento é aproximado, é construído (MINAYO, 2009, p. 12-13).

Nessa perspectiva, é possível perceber que tanto o método como a ciência é explorado na metodologia científica definida como o percurso que se faz em direção ao resultado que se deseja alcançar. Como a metodologia está ligada à análise dos procedimentos estabelecidos no caminhar do pesquisador e, a ciência a um conjunto de ideias sistematizadas, então a metodologia científica “é o estudo sistemático e lógico dos métodos empregados nas ciências, seus fundamentos, sua validade e sua relação com as teorias científicas” (GERHARDT; SILVEIRA, 2009).

Portanto, a pesquisa é a atividade que caracteriza a metodologia. Nela, o pesquisador age de forma racional como também sistemática, pois suas etapas possibilitam ordenadamente a condução do problema, permitindo sua prova e validação. Conduzindo essa ideia para o contexto da Sequência Fedathi, pode-se perceber que ela, enquanto proposta metodológica de investigação científica propõe sistematicamente o caminhar do pesquisador assim como dá condições de flexibilidade na medida em que se exploram os fenômenos que adentram à prática social investigada que neste estudo se constitui na licenciatura em matemática (POLAK; DINIZ, 2011).

6.3 A estrutura externa da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica

Ao procurar justificar a Sequência Fedathi no campo das ciências, em relação à natureza do seu conhecimento, vê-se claramente transitando nas bases dos sistemas formais, porque foi na matemática que ela se originou, e se utilizou da Lógica Formal. As ideias das ciências empíricas, tanto as naturais quanto as sociais também justificam a estrutura da concepção fedathiana de pesquisa. Sua estrutura está fundamentada na visão do método científico cuja base positivista mostra que “o conhecimento científico repousa na experimentação” (GIL, 2008, p. 4).

A visão positivista estabelece a matemática como a primeira das seis ciências consideradas fundamentais. Para Machado (2001, p. 70), “[...] o pensamento científico desenvolve-se em um único sentido, da Matemática à Sociologia, “das mais insignificantes idéias matemáticas aos mais altos pensamentos sociais”, numa via de mão única”. Dessa forma, observa-se o Positivismo Lógico classificando a matemática

como uma ciência formal juntamente com a Lógica, enquanto a Física e a Biologia são caracterizadas como ciências empíricas (GIL, 2008).

A Sequência Fedathi traz em sua estrutura externa as ideias positivistas também apontadas por Triviños (2011) quando questiona a exploração do raciocínio e a observação como essenciais na investigação das ideias e das relações entre si.

Na visão positivista, para conhecer o mundo é necessário conhecer as leis que o regem e na visão fedathiana, para compreender um conteúdo de forma geral, é necessário conhecer as ideias básicas que levam a sua formação.

Uma segunda aproximação das ideias refere-se à proposição positivista de que a pesquisa exige o exercício da inteligência para ver e prever, visando a ordem e o progresso, e com base nos princípios da Sequência Fedathi, o exercício das funções intelectivas leva, ordenadamente a um resultado que antes do problema ser apresentado, não tinha solução. A ação é progressiva.

Uma terceira aproximação mostra que, nas ideias comteanas²², o princípio da verificação (demonstração da verdade) que caracteriza o tratamento do conhecimento científico é considerado como algo verificável no que se refere à investigação, ou seja, utiliza-se de um método para alcançar seus resultados e, na visão da proposta de Borges Neto (2018), o caminhar do pesquisador é orientado por suas etapas denominadas tomada de posição, maturação, solução e a prova como passos de um trabalho científico realizado pelo matemático.

E é com base nessa estrutura que o objeto da investigação considerado como o uso do laboratório de matemática e ensino na formação inicial do professor no intuito de discutir o ensino surge como o problema apresentado que precisou ser maturado, solucionado e validado por meio das orientações metodológicas estruturadas com base nas vivências com os licenciandos em diferentes contextos da licenciatura em matemática.

6.4 A estrutura interna da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica

A Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica possui quatro etapas, são elas a saber: a tomada de posição, a maturação,

²² Ideias do filósofo francês Isidore Auguste Marie François Xavier Comte no século XVIII.

a solução e a prova. Este trabalho mostra sua estrutura interna e seu funcionamento no caminhar da investigação.

6.4.1 A pesquisa na tomada de posição

A tomada de posição está caracterizada como a primeira etapa da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica. De acordo com Borges Neto (2016) é o momento em que o problema é estruturado. Este é complexo e implicado no sentido de que o pesquisador precisa envolver-se com o tema para estudar uma realidade que o incomoda e que ao mesmo tempo desacomoda. Logo, o uso do laboratório na licenciatura em matemática para a discussão do ensino é o objeto dessa pesquisa e nessa etapa apareceu no início como um problema, como algo não dito, mas que precisou ser explicado (BORBA, 2001).

Antes de formular um problema é importante reconhecer o contexto em que se encontra e perceber que foi originado a partir de uma lacuna que precisa ser preenchida. Não é fácil identificar e estruturar um problema na pesquisa acadêmica, Gerhardt e Silveira (2009) chamam-no de questão inicial, o assunto que vai conduzir toda a investigação.

Mas, alguns pontos precisam ser considerados, principalmente, sobre a postura de quem investiga. E no que se refere ao comportamento do inquiridor, Macedo (2016) fala do *estar à espreita deleuzeano* quando afirma que a inspiração do pesquisador não é um instante mágico, ela surge de uma preparação constante do esperar com paciência ao mesmo tempo em que vigia seu tema, observando-o e tendo as primeiras impressões.

Voltando a atenção para a licenciatura em matemática como o *lócus* desta pesquisa, vê-se uma diversidade de fenômenos que nela estão inseridos. Daí a importância de atentar para o problema com cautela. O olhar para esse grupo social específico, sua estrutura e funcionamento, é um elemento motivador para questionar se o ensino de matemática da escola de Educação Básica tem seu devido papel e reconhecimento na formação inicial do professor que vai atuar nesse campo de trabalho.

Na perspectiva da pesquisa qualitativa, esse tema é uma experiência acontecimental, pois nele há uma singularidade e exige do investigador, um olhar clínico que não pode ser desconsiderado. É um estudo de caso, como toda pesquisa

é porque “na partida, estuda certa singularidade inserida num contexto histórico, social e cultural. Trata-se de achar o universal no singular e o singular no universal, e como aí acontece um entretecimento irredutível” (GEERTZ, 1978 *apud* MACEDO, 2016, p. 61).

Na tomada de posição, após a estruturação do problema, precisou-se chegar ao processo de modelização. Galiano (1979) mostra que após a formulação do problema, é necessária a construção de um modelo teórico no qual se deve solucionar algumas suposições plausíveis que construam as hipóteses que sustentam o modelo e por fim, traduzi-lo para a realidade. É ainda nessa fase que o estado da arte e os referenciais teóricos surgem no sentido de fundamentar a forma como o objeto se apresentou e como já no início, afetou o pesquisador tentando conectar o objeto a um possível modelo que precisa ser maturado, solucionado e provado.

Nesta pesquisa, parte-se das hipóteses que embasam o modelo aqui proposto que é o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) para a formação inicial do professor com base na Sequência Fedathi. A intenção foi fazer com que outras ideias secundárias surgissem à medida que esta pesquisa fosse se desenvolvendo de maneira que se enquadrar na estrutura do sistema formal proposto por Borges Neto (2018), ou seja, ter um modelo que precisa ser provado.

Mas, como mostrar a consistência do sistema formal estruturado na pesquisa? Os axiomas que fundamentam os sistemas devem ser verdadeiros para que os teoremas também sejam. Ou então, conseguir mostrar que qualquer que seja o sistema formal, ele tem sua interpretação. Na visão formalista, a ciência Matemática também tem como base a completude, ou seja, uma teoria é completa “se toda fórmula bem-formada, de acordo com as regras inicialmente estabelecidas, ou é um teorema ou a sua negação o é” (MACHADO, 2001, p. 35).

Logo, um sistema formal consegue, obedecendo a uma programação estruturada a partir de regras bem estabelecidas, fornecer respostas ao problema a ele apresentado. Neste caso, a Sequência Fedathi, como mostra Borges Neto (2018) na Figura 9, busca esses modelos formais e é nessa trajetória que ela caminha enquanto proposta metodológica de investigação científica. Dessa forma, essa pesquisa estrutura um sistema formal com base em três hipóteses e que foi finalizada com sua validação.

Para Davis e Hersh (1985), o modelo matemático deve oferecer resposta ao que se procura investigar; influencia os experimentos futuros; por meio dele tem-se a compreensão dos conceitos; dá subsídios para a axiomatização da realidade. A Sequência Fedathi busca um modelo porque segundo Barker (1976), um sistema formal é útil porque ajuda na dedução das hipóteses estabelecidas.

Tendo como base hipóteses que fundamentam o argumento de que o laboratório é um espaço propício para: a possibilidade de unir o pensar e o fazer matemático na *formação do conceito*; a reflexão sobre o ensino de matemática na licenciatura, por meio da *discussão do saber matemático escolar em conexão com o acadêmico*; a *aplicação do saber matemático escolar* por meio do princípio do saber fazer, esta pesquisa traz um modelo que se propõe a orientar metodologicamente, o uso do Laboratório de Matemática e Ensino (LME) na preparação do licenciando.

6.4.2 A pesquisa na maturação

O desenvolvimento do modelo para validar as hipóteses ocorreu na tomada de posição e seguiu por toda a maturação como mostra a Figura 8. Essa fase é caracterizada por Souza (2013) como o momento em que ocorre o debruçamento sobre a investigação. Traduzindo para a pesquisa científica, está voltada para a postura do pesquisador quando se inclina para o problema gerando mais reflexões que conduzem à etapa solução.

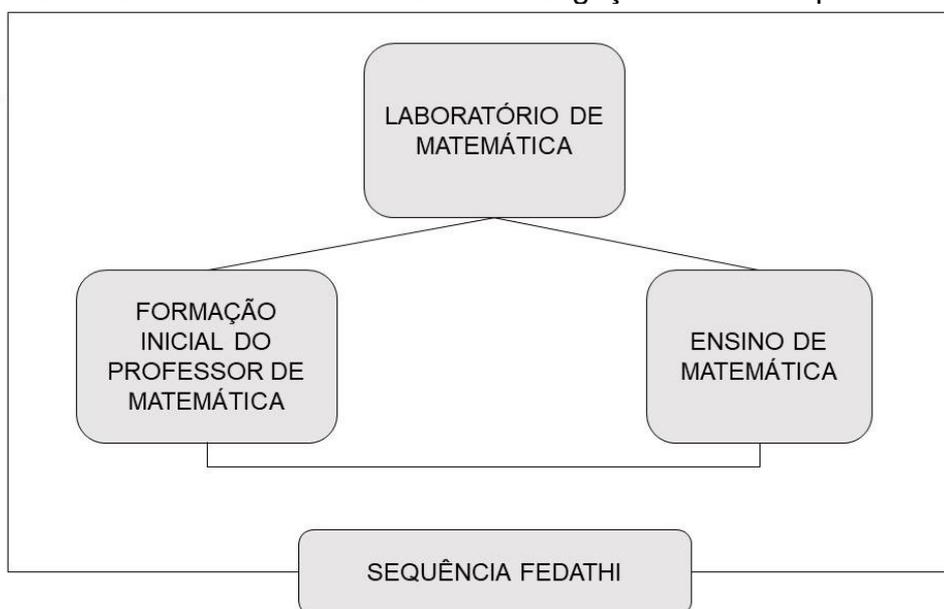
Na maturação o pesquisador se encontra em um processo cartográfico, pois o caminha em busca dos saberes que permeiam o objeto de pesquisa. Logo, vai se apropriando de tudo que encontra pelo caminho, como afirma Macêdo (2016), em uma *démarche*, ou seja, o pesquisador é diligente e age com esforço e empenho. Nele, vai adentrando em um contexto rizomático que o objeto de pesquisa se encontra e que neste caso, é a licenciatura em matemática, caracterizada como o espaço onde as experiências formativas acontecem. À medida que se aventura em busca de respostas, vai colocando sua intencionalidade, mapeando o acontecimento.

Nessa perspectiva, discutir o ensino de matemática na licenciatura com o uso do laboratório de matemática e ensino, foi compreender que sua construção ocorre a partir de todos os pontos sob a influência de diferentes observações e conceituações. Essa afirmação não caracteriza a formação inicial como instável. As

experiências que foram acontecendo tornaram-na muito mais organizada e solidificada, rica de conhecimento que precisa ser explorado e contextualizado. No momento em que o modelo foi criado e proposto, o método pelo qual esse modelo precisou ser validado, também foi estabelecido.

Logo, a etapa maturação da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica ocorreu com dois momentos e deu condições e possibilidades de reflexões sobre o tema estudado a partir de momentos estruturados neste trabalho, perpassando as dimensões do ensino, da formação inicial do professor e do laboratório no contexto da matemática como mostra a Figura 9.

Figura 30 – Contextos e conexões da investigação com a Sequência Fedathi



Fonte: Elaboração própria.

a) Iniciando a caminhada: o primeiro momento da maturação

No primeiro momento da maturação explorou-se os aspectos históricos, epistemológicos e metodológicos do ensino de matemática e suas intencionalidades. Logo, foi realizado um estudo bibliográfico sobre ensino de matemática assim como uma análise sobre o que e o como ensinar, ressaltando a relação entre método e conteúdo. Nessa fase também se explorou os aspectos formativos da licenciatura em matemática com base na legislação e no campo da Educação Matemática.

b) Seguindo a trajetória: o segundo momento da maturação

Na segunda fase da maturação, foram realizadas algumas sessões didáticas nas Escolas de Formação que se apresentam nos Apêndices A, B, C e D e

cujos nomes fictícios e atividades desenvolvidas, respectivamente são mostrados aqui no quadro 5.

Na Escola Pitagórica, especificamente, no *campus* Metaponto ocorreu uma oficina de matemática intitulada *o uso do laboratório na concepção de agente de formação: uma discussão sobre o ensino na licenciatura em matemática* que contemplou também os alunos da mesma instituição, porém, do *campus* Crotona, totalizando 17 estudantes participantes.

A segunda experiência ocorreu na Escola Platônica no *campus* Jardim de Academo onde foi realizado um minicurso intitulado *o uso do laboratório e uma discussão sobre ensino na licenciatura em matemática* teve uma duração de dois dias para um público de 30 estudantes.

A terceira experiência ocorreu na Escola de Alexandria, *campus* Helenístico no curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina Laboratório de Matemática na modalidade presencial em uma aula intitulada *multiplicação de monômios: uma reflexão do pensar sobre o fazer matemático*. A disciplina contemplou 16 alunos participantes.

A quarta experiência ocorreu na Escola de Atenas, no curso de Licenciatura em Matemática, na modalidade a distância, no polo Stanza della Segnatura e na disciplina Laboratório de Matemática em uma aula intitulada *o uso do laboratório na produção de recurso didático na aplicação do saber matemático escolar*. A disciplina contemplou 15 alunos participantes.

Quadro 5 – Experiências nas Escolas de Formação

| Escolas de Formação | Descrição das atividades |
|----------------------------|--|
| Escola Pitagórica | Oficina matemática intitulada <i>o uso do laboratório na concepção de agente de formação: uma discussão sobre o ensino na licenciatura em matemática</i> |
| | <i>campi</i> Metaponto e Crotona |
| | Número de participantes: 17 |
| Escola Platônica | Minicurso intitulado <i>o uso do laboratório e uma discussão sobre ensino na licenciatura em matemática</i> |
| | <i>campus</i> Jardim de Academo |
| | Número de participantes: 30 |
| Escola de Alexandria | Disciplina Laboratório de Matemática na modalidade presencial em uma aula intitulada <i>multiplicação de monômios: uma reflexão do pensar sobre o fazer matemático</i> |
| | <i>campus</i> Helenístico |
| | Número de participantes: 16 |
| Escola de Atenas | Disciplina Laboratório de Matemática em uma aula intitulada <i>o uso do laboratório na produção de recurso didático na aplicação do saber matemático escolar</i> |
| | polo Stanza della Segnatura |
| | Número de participantes: 15 |

Fonte: Elaboração própria.

É importante ressaltar que a escrita acadêmica que fundamenta essa pesquisa, ocorreu em alguns momentos paralelamente, com as experiências. Pois, essas sempre apresentavam alguma informação relevante que foi necessário pesquisar e adicionar ao estudo.

A trajetória da escrita sobre o laboratório de matemática e ensino (LME) foi realizada em todas as etapas da Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica explorando e, ao mesmo tempo, estruturando as diferentes concepções de laboratório de matemática.

6.4.3 A pesquisa na solução

Na etapa solução o modelo, cuja elaboração se iniciou na tomada de posição e, sem seguida, desenvolvido na maturação, é finalizado e testado. Souza (2013, p. 29) mostra que os modelos “podem ser escritos em linguagem escrita/matemática, ou simplesmente por intermédio de desenhos, gráficos, esquemas e até mesmo de verbalização”.

Essa etapa também é o momento do confronto, do surgimento das contradições, ou como afirmam Gerhardt e Silveira (2009) sobre o método popperiano de fazer ciência, é a etapa de tentativa de falseamento do modelo, ou como afirma Borges Neto (2016), momento em que surgem os contraexemplos.

Também pode ser caracterizado o momento em que as informações são organizadas, categorizadas e finalizadas.

Enquanto metodologia de pesquisa, ao surgirem as contraposições, Sequência Fedathi como proposta metodológica de investigação científica trabalha com a possibilidade de voltar para as etapas anteriores e reestruturar o modelo. Na solução, o percurso metodológico será finalizado com o quarto momento da pesquisa no qual serão descritas orientações metodológicas para o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) para a formação inicial do professor fundamentada nos princípios da Sequência Fedathi.

6.4.4 A pesquisa na prova

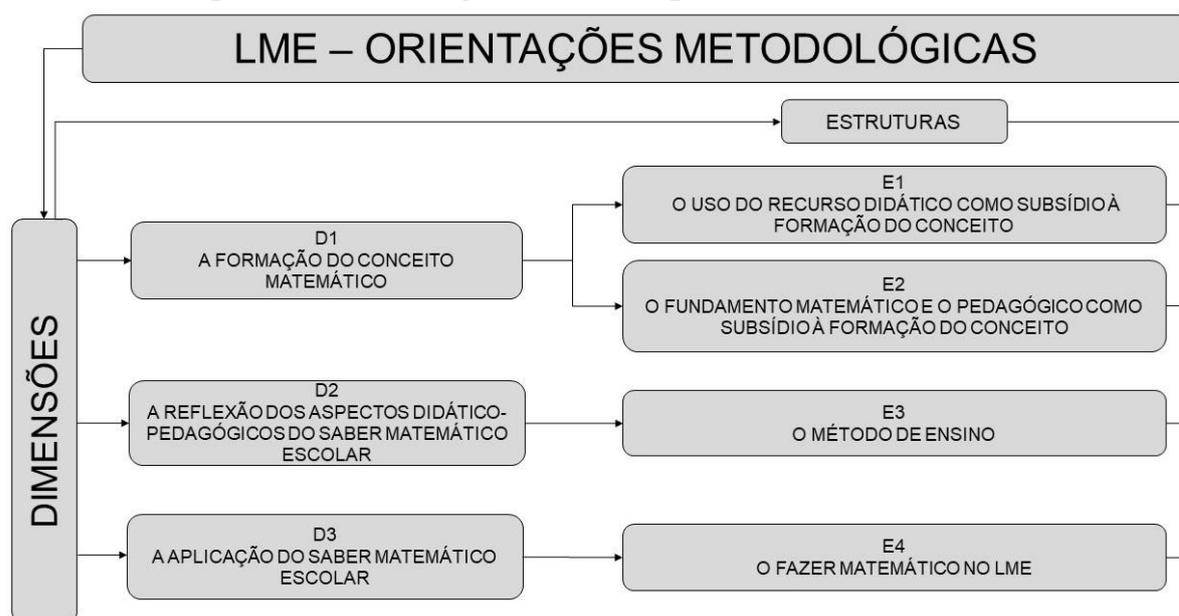
A Prova é o momento em que o modelo é sistematizado. Nessa etapa, os resultados devem ser apresentados. É o momento de defesa da tese.

O modelo proposto por este estudo consiste em um esquema de orientações metodológicas que poderão ser utilizadas na licenciatura em matemática para explorar o ensino a partir de uma concepção de laboratório que possibilite a discussão.

7 O USO DO LABORATÓRIO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: ALGUMAS ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS COM BASE NA SEQUÊNCIA FEDATHI

O laboratório de matemática e ensino (LME) surge nessa pesquisa como elemento mediador entre a formação inicial do professor de matemática e o ensino básico. Apresentam-se aqui algumas orientações metodológicas que subsidiam a preparação do futuro professor para a sua prática profissional. A conexão entre laboratório de matemática e ensino, formação inicial do professor e o ensino de matemática ocorre a partir das dimensões: formação do conceito matemático; reflexão de aspectos didático-pedagógicos do saber matemático; aplicação do saber matemático escolar. Todas fundamentadas na Sequência Fedathi. Com base nessas ideias, a figura 22 mostra o LME com suas dimensões e estruturas de onde partem as orientações metodológicas.

Figura 31 – Orientações metodológicas com o uso do LME



Fonte: Elaboração própria.

7.1 Dimensão 1: a formação do conceito matemático

A formação de conceitos é considerada como um dos elementos basilares do ensino. Nas experiências com as Escolas de Formação que se apresentam nos apêndices A, B, C e D exploradas neste estudo, utilizou-se o processo de formação de conceitos na intenção de conectar os fundamentos matemáticos adquiridos pelos licenciandos nas disciplinas específicas, cuja carga horária tem uma fração destinada à prática como componente curricular, com a matemática escolar.

No capítulo 2 explorou-se a visão de Piaget (2002) sobre a construção do conhecimento matemático por meio da ferramenta matemática, raciocínio matemático e gambiarra. Agora este tópico conecta-a a ideia Vygotsky (2005) sobre a formação de conceito a partir da compreensão de que pensamento e linguagem se desenvolvem juntos em um processo de interação entre o sujeito e o objeto.

Com a visão piagetiana, é possível explorar a construção do conhecimento que fundamenta a formação matemática do futuro professor. A concepção vigotskiana, cuja ideia da aprendizagem pode ocorrer mediação de um sujeito para outro, possibilita a discussão da formação do conceito quando se trata do saber matemático escolar considerando os aspectos didático-pedagógicos que precisam ser adquiridos pelo licenciando.

Valendo-se de um ou de outra visão, entende-se que as atividades no LME proporcionam tanto a construção como a formação, caminhos necessários para aprender algo. A dimensão D1 considera as duas visões teóricas e vai além, pois entende que a mediação pode ser feita por interlocutores (internos ou externos). E nessa compreensão de atividade cognitiva o sujeito pode aprender com ele próprio, eis a ideia do pensar sobre as ações. É sobre esses modos de produção que a formação de conceitos está em questão. Pois, é por meio da interação com os interlocutores que o licenciando internaliza a maneira de produzir significados e faz-se entender as ideias matemáticas e o sentido das coisas (LINS, 1992; 1994).

Logo, utilizar as vivências dos sujeitos em situação de professores em formação inicial, é pensar a matemática e sua concepção de mundo como criação da mente humana e que também está presente no contexto escolar como produção docente. Dessa forma, para que a construção de ideias ocorra no laboratório de

matemática e ensino, é necessário experimentar atividades matemáticas que interligam conhecimento acadêmico e saber matemático escolar.

Nessa perspectiva, o LME quando utilizado na licenciatura, torna-se um campo fértil de ideias e de ações educativas que podem ser realizadas pelo licenciando no intuito de produzir novas matemáticas. Logo, explorar a conceituação de objetos matemáticos na dimensão do ensino é algo pertinente à preparação do futuro professor. Nesse ponto de vista, é necessário que a ideia de conceito fique clara para o licenciando.

Com base nesse argumento, a análise etimológica da palavra conceito define-o como “uma clara referência ao resultado do ato de concepção ou geração da mente em seu desapego da proximidade das impressões sensíveis e das representações particulares e em seu chegar a uma significação universal”. Afirmar algo sobre o que a mente entende pela observação ou reflexão, pode ser caracterizado como uma ideia ou conceito ou ainda a noção, criada ou inventada pela capacidade intelectual do sujeito (D’AMORE, 2007, p. 196).

Para Rêgo, R.M., Rêgo, R.G. e Vieira (2012, p. 7), “conceitos são ideias a serem construídas pelo aluno”. É diferente de definir. Para que o indivíduo construa o conceito, é necessário mediação de interlocutores que podem ser o professor, outros alunos, um recurso didático ou o próprio sujeito. Quando se trabalha com a construção do conceito, espera-se que o aluno aprenda o significado para que, a partir dele, se chegue à definição (LINS, 1992).

Logo, a compreensão do conceito está relacionada com o que o sujeito pensa matematicamente, se ele desenvolve o pensamento algébrico, por exemplo, significa que tem o modo de produzir significado para a álgebra, ele desenvolve um campo semântico que o ajuda a compreender o sentido das ideias. Ou seja, se o aluno aprende, o conhecimento passa a ser o que fala ou sabe sobre álgebra (LINS, 1994).

Por esse ângulo, entende-se que formar um conceito não é tão simples, pois sua trajetória conceptiva está baseada em olhares filosóficos múltiplos com variações diversas e para o licenciando, essas ações ainda não funcionam de forma consciente, mas precisam de reflexão quando trabalhadas no LME, pois é nele que a transformação do conteúdo a ensinar será transformado em conteúdo de ensino (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Pensar na formação do conceito matemático, envolve algo dinâmico que define objetos, coisas reais e irrealis, e que algumas vezes têm nomes diferentes para o mesmo significado. Existem conceitos conectados a ideias mais gerais e outros que buscam uma dimensão mais concreta como a tabuada. Tanto um como o outro podem ser explorados no LME, para isso é necessário definir quais as intenções e como se dará sua construção por meio das experiências.

Na concepção piagetiana, construir faz parte do processo de aprendizagem e, independentemente, do ambiente em que se encontra, o sujeito percebe algo, reflete e dá sentido às suas percepções. Isso significa que a produção de ideias e representações está relacionada com a própria essência das coisas e objetos, por meio de uma relação de signos e significados, ou seja, o que se pode dizer do objeto está relacionado ao conceito e aquilo que se diz do objeto relaciona-se com os significados (LINS, 2012; PIAGET, 2002).

Logo, entende-se que, na perspectiva do ensino e da aprendizagem, o objeto é comum, mas o que se diz sobre ele, não, varia de um sujeito para outro. Nas experiências das Escolas de Formação é necessário traçar um padrão de atividades para ajudar o licenciando fazer a relação do conhecimento acadêmico adquirido com o conhecimento escolar que está produzindo no LME para o desenvolvimento das competências profissionais exploradas no capítulo 2.

Logo, é pertinente compreender que cada experiência realizada nas Escolas de Formação é mútua, pois os sujeitos implicados, professor formador e licenciandos, se comunicam, compartilham ideias, se inter-relacionam de maneira que um sofre influência do outro por meio da ação e reação, e esse comportamento de vivenciar contextos gera aprendizagem e modifica realidades.

Quanto mais o ser humano experimenta situações de aprendizagem, mais depura a consciência para o pensamento e a reflexão, sendo esta essencial na estruturação de novas experiências e produção de conhecimento. Porém, esse pensamento reflexivo necessita de procedimentos para formar ideias e caso não funcione, pode ser modificado. O LME não só possibilita a construção do conceito como proporciona às situações, subsídios necessários para a relação do professor formador com o licenciando (DEWEY, 1978).

A construção de ideias matemáticas também está relacionada com a maneira como o sujeito explora a representação, descrição e classificação do objeto

assim como a natureza do conceito, que não é a mesma quando se trata de conhecimento matemático acadêmico e escolar. O que torna a questão importante é o fato de os alunos da licenciatura necessitarem da compreensão de como se comportam em um ou no outro contexto (D'AMORE, 2007; MOREIRA; DAVID, 2005).

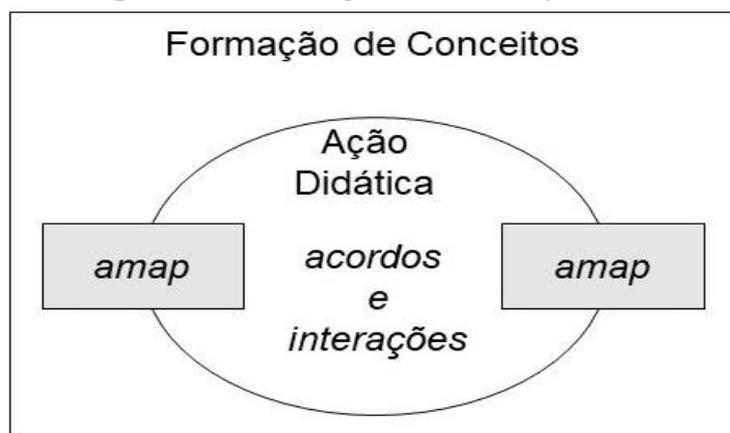
Dessa forma, compreende-se que o processo de construção da matemática escolar envolve em sua estrutura interna conteúdos explorados “com níveis de complexidade, abstração e formalização crescentes”. Além desse aspecto, é importante considerar a sequência de assuntos envolvidos, o conteúdo que será aprendido e o conteúdo que já está construído e será de base para o novo (SÁNCHEZ HUETE; FERNÁNDEZ BRAVO, 2006, p. 17).

Na experiência com o LME, o licenciando deve utilizar o conhecimento já existente (acadêmico) para entender como se dá a construção do outro (escolar) levando em consideração a forma como ocorre a construção e de que maneira assume seu papel na formação de conceitos matemáticos assim como o professor formador também assume o dele.

Para auxiliar o trabalho desenvolvido no LME no que se refere ao papel do professor formador e do licenciando, surgem as atividades matemáticas caracterizadas como ações desenvolvidas que se adequam às três situações a seguir: a primeira pela utilização de um conhecimento já adquirido para construir um novo; a segunda, refere-se a utilizar outras ferramentas não tão usuais para aprender e ensinar matemática; a terceira está relacionada com a ideia de criar uma matemática nova (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001; DEWEY, 1978).

Logo, entende-se que é pertinente às ações do LME, utilizar-se desses argumentos para explorar a formação de conceitos por meio de experiências com licenciandos, buscando significados do ensino e do conteúdo para as ações docente e discente, respectivamente.

Para ajudar na compreensão dessas ideias, apresentam-se aqui dois termos criados e denominados de atividade matemática do professor (*amap*) e atividade matemática do licenciando (*amal*). São atividades que diferem em suas finalidades, porém, se complementam. A interação entre elas envolve a ação didática conjunta dos sujeitos em questão na estruturação da formação de conceitos como mostra a figura 32.

Figura 32 – A relação entre *amap* e *amal*

Fonte: Elaboração própria.

A *amap* é o que o professor formador sabe e executa no intuito de promover o estudo do objeto matemático com o licenciando. Traz algumas contribuições no processo de formação de conceitos como, por exemplo, o domínio do conteúdo e de habilidades específicas que vão se somando e constituindo a atuação docente dando-lhe a possibilidade de mediar o processo de ensino, sem desconsiderar que no contexto da instrução também há aprendizagem do professor formador.

Uma característica importante da *amap* é trabalhar com constantes informações sobre o licenciando, o que ele sabe e não sabe, o que deve saber, o que entende e o que não entende, compreendendo sua linguagem e intenção de forma que consiga dinamizar a aula e mobilizar o conhecimento, dando-lhe condições de aprender como ensinar e dessa forma ir modificando sua realidade para a futura prática docente. A *amap* quando bem estruturada, permite que o professor formador explore no licenciando, por meio da *amal*, as competências relacionadas à BNC-Formação destacadas no capítulo 2.

Esses parâmetros possibilitam ao professor formador traçar um percurso metodológico da aula, considerando as condições de interação com a matemática escolar, por meio de conceitos, estratégias de ensino, reflexões sobre o assunto explorado, desenvolvimento da aula, tempo didático, modos de avaliação, fontes de pesquisa, análise e utilização de material didático, ações possíveis de serem realizadas por meio da técnica pedagógica.

A técnica pedagógica é outra característica da *amap*. Surge na intenção de exigir do professor formador uma postura que explore além dos objetivos do ensino,

considerando importante as potencialidades do licenciando e possibilitando o acesso ao saber matemático escolar.

Voltando a atenção para a ação de aprendizagem no LME envolvendo a formação de conceitos, *a amal* é caracterizada como a atividade matemática do licenciando e tem como pressuposto a ideia de que o futuro professor precisa de fundamentos matemáticos para atuar na formação de um novo conceito na matemática escolar. É complementar a *amap* e sua familiaridade com a matemática é necessária para que seja realizada. Logo, à medida que se adequa às dimensões do ensino básico, possibilita ao licenciando realizar construções, reflexões e percepções de sua atuação.

Portanto, na licenciatura em Matemática, o LME deve contribuir com o conhecimento profissional e com a prática profissional do professor desenvolvendo competências de maneira que após uma determinada situação de formação de conceito, também reflita e seja capaz de aplicá-la na sala de aula do ensino básico. Para isso entende-se que a formação do conceito matemático no LME deve ser estruturada a partir de duas ações: o uso do recurso didático e os fundamentos matemáticos e pedagógicos caracterizados como subsídios à ação didática promovida pela relação *amap-amal*.

7.1.1 Estrutura 1: o uso do recurso didático como subsídio à formação do conceito

A partir da concepção construtivista, na relação ensino-aprendizagem da matemática escolar o aluno constrói sua aprendizagem, e essa visão não desconsidera a mediação pedagógica e outros elementos como, por exemplo, o recurso didático e qualquer meio material utilizado. Essa questão corrobora com a visão da escola francesa da didática da matemática sobre a formação do conceito estruturada em uma dimensão concreta precisa e, posteriormente, na dimensão abstrata como mostra a atividade matemática de um laboratório explorada no 5º capítulo (BORGES NETO, 2018).

O LME surge como um meio em que podem ser construídas situações didáticas. E para que funcione de maneira eficaz é necessário atuar de forma que os objetos presentes no local possam se tornar ambiente matemático para o licenciando.

Logo, é pertinente que a proposta da atividade lançada para a formação do conceito contenha objetos pertencentes ao meio matemático da turma, dando condições para o avanço nas ideias principais como, por exemplo, definição e técnicas de ensino, material didático disponível, utilização e finalidade de um recurso didático, planejamento e estruturação de uma aula.

Porém, o professor que prepara o licenciando para sua atuação futura deve ir além. Trabalhar ações considerando o que está mais adiante da manipulação de operações e domínio de conteúdo, colocando em evidência a viabilidade da construção de conceito matemático escolar pelos licenciandos assim como as dificuldades de ensino que surgem e, para isso, muitas vezes se vale do recurso didático.

O recurso didático trabalhado no LME se caracteriza como um subsídio ao trabalho docente para mostrar alguma demonstração, esclarecer alguma informação importante ou verificar certa propriedade ou relação explorada no conceito (TAHAN, 1962).

A formação do conceito matemático ocorre tal qual no mundo físico. O que se propõe para o LME é que ocorra a conexão de três ferramentas. A primeira caracterizada como as ideias e o conhecimento prévio, a segunda referindo-se aos materiais, identificados como algo que é possível ver, ouvir, tocar ou mentalizar, e a terceira apontada como a ação do esforço caracterizado no ato de pensar de maneira ativa e reflexiva. Essa tríade (ferramenta, material didático, ação) foi pensada como componentes básicos para um ensino eficaz (VAN DE WALLE, 2001 *apud* ONUCHIC; ALLEVATO, 2012).

7.1.1.1 O recurso didático

Na busca de ações formativas na licenciatura em matemática, há a possibilidade de refletir sobre o conteúdo de ensino por meio do recurso didático. Este surge como um aporte que substancia a relação entre a *amap* e a *amal* e pode perpassar a atividade no LME não apenas na formação de conceitos, mas também, na reflexão e aplicação do saber matemático escolar.

O recurso didático está cada vez mais presente nas experiências em salas de aula, logo explorá-lo na preparação do futuro professor é algo pertinente a sua

futura prática profissional adequando-a à realidade da escola de Educação Básica. Daí a importância de explorar o material com o licenciando possibilitando a reflexão sobre suas ações na produção, manipulação e uso do recurso atrelada à atuação docente.

O uso do recurso didático como subsídio à formação de conceito, é uma estrutura da Dimensão 1. Na construção de uma concepção de laboratório de matemática e ensino (LME), o professor formador deve levar em consideração as orientações a seguir. Elas devem ocorrer de maneira que o licenciando exerça sua atividade matemática (*amal*) em interação com a atividade matemática do professor (*amap*).

a) No LME o recurso didático precisa ser adequado ao conteúdo matemático explorado na aula pelo professor formador em conjunto com o licenciando

Na visão sociointeracionista o recurso didático surge para o aluno como um apoio à estruturação da noção do conceito. A atividade desenvolvida no LME envolvendo *amap* e *amal* deixa evidente as interações entre as duas atividades quando se utiliza o recurso didático e relaciona “momentos inseridos na aula que proporcione a manipulação e construção de imagens e objetos matemáticos.” Dessa forma, o professor pode usar o recurso para ilustrar a dedução ou para servir de suporte didático para outro tipo de raciocínio, como por exemplo, o indutivo (PINHEIRO A.; PINHEIRO T.; BORGES NETO, 2013, p. 76).

Alguns recursos didáticos podem ser utilizados para diferentes conteúdos matemáticos, sua adequação ao saber escolar deve considerar de que maneira sua funcionalidade e finalidade serão modificadas e como pode ser explorado em determinado conteúdo. Essa questão deve ser considerada no planejamento da aula e surge como ação do LME no intuito de possibilitar ao licenciando percepções sobre a forma como o recurso didático deve ser utilizado e adequado a determinado conteúdo matemático.

Fundamentando essa questão na Sequência Fedathi, utiliza-se a ideia da gambiarra de Borges Neto (2019) e afirma-se que esta pesquisa usou a ideia de gambiarra para compreender o que o licenciando deve fazer para não apenas

conhecer o saber a ensinar assim como transpor didaticamente para objeto de ensino utilizando o recurso didático como um subsídio à mediação pedagógica. A gambiarra tem a ver com a ideia de o professor trabalhar com o recurso didático e saber usar em outro contexto, no caso do ensino de matemática, no contexto escolar, juntamente com o conteúdo de ensino.

b) No LME o professor formador deve conduzir a vivência de maneira que o recurso didático seja analisado pelo licenciando antes, durante e depois da aula, obedecendo o ritmo de cada momento e a finalidade da aula.

Considerar o planejamento de aula no LME é essencial para que a discussão sobre a matemática escolar ocorra. Ao ser estruturada, a aula tem os momentos de introdução, desenvolvimento e conclusão. É pertinente, ainda no planejamento, definir em que momento o recurso didático será utilizado para organizar elementos essenciais da aula como abordagem, atividade de aprendizagem e de verificação de aprendizagem. Além dessas questões, no planejamento da aula, há a possibilidade de se considerar algumas potencialidades do material didático que poderiam passar despercebidas.

Os diálogos produzidos pela relação *amap-amal*, impulsionados pelas reflexões realizadas nas observações, nos experimentos e nos erros cometidos na vivência do material, envolvem o questionamento sobre o uso do recurso didático antes, durante e depois da vivência. No momento anterior à exploração do recurso, os diálogos surgem no intuito de verificar ideias pertinentes ao planejamento da aula; no decurso da experiência a finalidade é atrelar à reflexão das ações que irão formando os conceitos, com base nos erros conceituais e procedimentais; após a aula, as discussões ocorrem no intuito de verificar as dificuldades e os avanços dos licenciandos, refletir sobre o auxílio pedagógico proporcionado pelo recurso didático.

As reflexões devem se estender para a socialização das percepções de outros elementos que devem ser verificados como as limitações do recurso e suas potencialidades em relação a um determinado conteúdo matemático. Esse momento é propício para o professor formador explorar a pergunta e o contraexemplo para explorar os equívocos e os acertos dos licenciandos (BORGES NETO, 2018).

Fundamentando na Sequência Fedathi, as considerações aqui propostas tratam do planejamento da aula com base em sua estrutura de desenvolvimento nos níveis preparação, vivência e análise. Em cada nível, o licenciando percebe a importância de estar atento na condução da aula. Portanto, é necessário entender que se o material foi inserido no planejamento, então o licenciando deve utilizá-lo na intencionalidade atribuída ao seu uso e a conexão com a formação de conceitos (PINHEIRO, 2016; SOUSA, 2015).

c) No LME é necessário que o licenciando aproprie-se do recurso didático considerando seu funcionamento e finalidade

No laboratório de matemática e ensino, o uso do recurso didático não deve ter um fim em si mesmo, deve ser explorado pelo licenciando e possibilitar a dialética entre a conceituação e a reflexão do objeto matemático. A partir dessa afirmação entende-se que na proposta do LME, a forma como se utiliza o recurso didático contribui significativamente na compreensão de sua utilização. A justificativa é plausível, pois antes de ser utilizado pelo licenciando para refletir sobre o objeto matemático, é necessário que este se aproprie do recurso didático, entendendo como funciona e que propósito tem.

O recurso didático pode ser auxiliado também pelo meio material de Brousseau (2008) que deve ser compreendido como um subsídio ao trabalho docente, pode ser manipulável ou não, fixo ou flexível, aplicado na sala de aula presencial ou no ambiente virtual, ser confeccionado coletivamente pelo professor formador e licenciandos ou se industrializado.

Independentemente, de sua natureza, funcionalidade e finalidade, o licenciando precisa conhecer o recurso didático, ter o domínio de comandos, técnicas ou informações que o ajudem no momento da formação e manipulação de conceitos, utilizando o recurso didático no atendimento do propósito da atividade.

Com base na Sequência Fedathi o professor deve planejar bem e refletir para tomar decisões sobre o *como ensinar*. Para ser trabalhado na ação didática envolvendo a relação *amap-amal*, o professor formador deve propor ao licenciando, selecionar e estudar o funcionamento do material fornecido com base no conteúdo, mediando as reflexões do futuro professor sobre suas percepções e conclusões na

apropriação do recurso didático (BORGES NETO, 2016; PINHEIRO A.; PINHEIRO T.; BORGES NETO, 2013).

d) No LME a ideia de concreto e abstrato deve ser estabelecida para que o licenciando compreenda a matemática, sua natureza e sua dimensão no ensino.

Antes de se discutir as metodologias de ensino, é pertinente ao trabalho docente entender o que são os objetos matemáticos explorados no contexto educacional e de que maneira se comportam na dimensão do concreto e da abstração inserida em duas ideias sobre a natureza da matemática como ciência. Uma é a concepção de que o mundo é matemático e sua realidade mostra essa verdade, a outra envolve a matemática como fruto do espírito humano. Essa discussão não se faz evidente nos cursos de licenciatura, porém, entender as concepções aqui mencionadas permite ao licenciando situar sua compreensão do saber matemático e a proposta é apresentá-la como uma orientação metodológica do LME.

Para a atuação docente é um equívoco considerar o concreto como algo real e abstrato que está no pensamento e nas representações formais. A visão de concreto e abstrato que as pessoas têm está no que a maioria dos dicionários definem. Daí a ideia de algo palpável para o concreto e o imaginário puro para o abstrato. Porém, quando se trata da matemática, tem algo mais que isso nas concepções que envolve essa ciência, sua natureza e seu ensino. É necessário considerar as concepções de concreto e abstrato e seus entrelaçamentos (SOARES, 2015).

Nessa perspectiva, entende-se que trabalhar com o concreto significa que o objeto matemático deve se tornar familiar ao aluno, porém, a familiaridade tem que ser matemática e não da vida diária que está inserido. Para entender a dimensão da familiaridade necessária para a formação do conceito, afirma-se que determinado conteúdo pode ser explorado em um contexto e não ser matematizável (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Para entender a ideia de matematizável na dimensão do concreto e do abstrato considera-se a percepção sobre essas duas ideias a partir da visão de Boisot (1998) *apud* Soares (2015) quando afirma que à medida que um conhecimento se torna mais concreto, ou seja, específico de um contexto, perde seu valor e, quando se

torna mais abstrato, ou seja, capaz de se movimentar em contextos diferentes, passa a ser mais valorizado.

Logo, para que essas concepções sejam fundamentadas e compreendidas pelo licenciando a partir da mediação do professor formador, a relação *amap-amal* deve proporcionar situações que envolvam a ação do sujeito com o objeto matemático e o recurso didático de maneira que vá percebendo as duas ideias se relacionando.

O licenciando deve perceber que no âmbito escolar o conceito de concreto e abstrato é muito utilizado, mas é necessário que a ação educativa ocorra envolvendo as duas ideias. Para Borges Neto (2016) a dificuldade de ensinar matemática passa inicialmente pelo conteúdo, daí a necessidade de compreender a matemática para, depois, traçar o caminho do ensino. Um dos princípios da Sequência Fedathi é a mediação. Por meio dela o professor formador pode envolver o licenciando em situações de entrelaçamentos entre o concreto e o abstrato, extraindo de cada objeto matemático contextualizado e descontextualizado em atividades vivenciadas no LME, a sua definição, estrutura de funcionamento, propriedades, aplicações e generalizações (PINHEIRO, 2018).

e) No LME o professor formador deve explorar as dimensões do recurso didático e do saber matemático de maneira que o licenciando compreenda a relação de um com o outro.

Na licenciatura em matemática, o LME possibilita a conexão da teoria com a futura prática docente e o recurso didático se apresenta como um subsídio ao entretecimento das duas realidades. A conexão *amap-amal* pode promover uma reflexão mais apurada da relação que o recurso didático tem com o saber matemático, ajudando o licenciando a compreender a dimensão escolar explorando o conceito a partir de algumas potencialidades como a visualização e a manipulação, considerando também os erros e acertos conceituais e procedimentais originados das relações construídas por esses dois elementos e que são percebidos pelos sujeitos durante a vivência.

O uso do recurso didático e sua relação com a formação de conceitos pode desenvolver no licenciando a capacidade de refletir sobre a matemática escolar

transpondo a abstração para imagens mentais proporcionadas pela manipulação e visualização sem distanciá-lo das relações matemáticas em seu uso.

Fundamentando a relação do recurso didático com o saber matemático escolar na Sequência Fedathi utiliza-se aqui a ideia de Pinheiro A., Pinheiro T. e Borges Neto (2013, p. 71), que caracterizam o modelo matemático como “uma imagem que se forma na mente, quando o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacionar com algo já conhecido, efetuando deduções”.

Logo, o uso do recurso didático e sua relação com o saber matemático escolar explorados no LME devem ter um significado didático-pedagógico para o licenciando, dando-lhe oportunidade de refletir sobre suas ações na formação de conceitos.

f) Quando possível, o LME deve ser considerado como espaço para a produção do recurso didático em trabalho coletivo envolvendo professor formador e licenciando

A experiência sensível é atividade desenvolvida por muitos teóricos no passado como Comenius (1592–1670), Jean Jacques Rousseau (1712–1778), Henri Poincaré (1854–1912) e Maria Montessori (1870–1952). Esta última utilizava-se de material concreto para ensinar matemática a crianças com dificuldades intelectivas, adaptando material ou produzindo algo que fosse adequado e que ajudasse na compreensão das ideias trabalhadas por ela.

A produção do material didático explorada na formação inicial dá ao futuro professor condições de vivenciar as necessidades da sala de aula e da relevância que o recurso didático tem na relação do conteúdo com o ensino. Porém, é desafiador a utilização do meio material na sala de aula da escola pública, pois as políticas voltadas para a educação não contemplam, especificamente, o ensino de matemática. Logo, a análise, seleção e produção de material didático é umas das habilidades do professor de matemática e precisa ser explorada ainda na sua formação inicial (BRASIL, 2001; BROUSSEAU, 2008).

Nessa perspectiva, o LME também se apresenta como campo fértil para a produção de material didático. Dessa forma, entende-se que explorar a confecção

e/ou manipulação do recurso didático com o licenciando possibilita a projeção do laboratório de matemática na concepção de sala de aula, ampliando as estratégias de atuação docente frente às dificuldades enfrentadas pela escola pública em geral.

A partir dessa análise, Borges Neto (2016) expõe sua preocupação com o professor de matemática e seu trabalho em sala de aula, e aponta a figura docente como um indivíduo que atua e modifica a sociedade, e ainda enfatiza sua responsabilidade com a aprendizagem e os aspectos epistemológicos e metodológicos, levando em consideração sua autonomia e criatividade.

7.1.2 Estrutura 2: o fundamento matemático e o pedagógico como subsídio à formação do conceito

Discutir a formação de conceito no LME exige do professor formador ações que instiguem o licenciando a considerar o conhecimento matemático adquirido em sua trajetória de aluno do ensino básico e da sua formação acadêmica. Outro ponto relevante é compreender as dimensões da matemática acadêmica assim como aprender a lidar com o conhecimento matemático escolar, percebendo que precisa de uma para explorar a outra, porém, considerando cada uma em sua dimensão.

Valente (2013) afirma que a discussão sobre o papel da matemática escolar deve ser explorada na licenciatura e que duas questões precisam ser consideradas: o estatuto epistemológico da matemática escolar e seu papel na formação do sujeito. O autor defende ainda a ideia de abordá-la na formação inicial de maneira mais histórica possibilitando não apenas a construção de conceitos elementares, mas também, a elaboração de instrumentos que facilitem sua atuação na sala de aula. Porém, é necessário que o licenciando se aproprie do conhecimento científico da matemática para compreender as ideias que vão para a sala de aula orientadas pela comunidade matemática internacional.

A matemática escolar parece ir além da ideia da transposição didática supervisionada pela comunidade científica e da produção das disciplinas escolares pelos professores e educadores matemáticos. A ela, estão atrelados os saberes produzidos e estruturados pelos professores em sala de aula e nas pesquisas ligadas à aprendizagem e ao ensino de matemática o que implica também conhecer a natureza da mesma enquanto ciência (MOREIRA; DAVID, 2005).

Fiorentini e Oliveira (2013) entendem que o curso de Licenciatura em Matemática como muitos outros é um curso profissionalizante, logo para pensar no profissional que esse curso forma, é necessário também considerar sua atuação na sociedade, percebendo os saberes que são necessários para suas contribuições no campo de trabalho. Dessa forma, vê-se a necessidade de compreender, primeiramente, a ciência matemática, suas leis e seu rigor para depois, perceber as nuances com a matemática escolar.

O fundamento matemático aqui mencionado contempla o conhecimento adquirido na matemática acadêmica assim como o que se origina do saber matemático escolar e que o licenciando já traz em sua experiência de aluno do ensino básico.

a) As ações desenvolvidas no LME devem contribuir para a compreensão da matemática acadêmica e matemática escolar

O licenciando deve saber e identificar as dessemelhanças existentes entre a matemática acadêmica e a matemática escolar. As duas concepções diferem em algumas questões e o que deve perceber é o que está relacionado ao papel e significados que desempenham por meio das definições e das demonstrações em seus próprios campos de atuação, pois ao observar cada uma, percebe-se que há diferenças significativas entre elas. A matemática científica ou matemática acadêmica é um “corpo científico de conhecimentos” produzido pelos matemáticos profissionais e a matemática escolar tem em sua constituição, os saberes produzidos pelos professores em sua ação educativa e pelas pesquisas ligadas ao ensino e à aprendizagem escolar (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 20).

Utilizando a visão dos autores e relacionando com a atividade de exploração das ideias na formação inicial do professor, ressalta-se a proposta do LME e sugere-se que o licenciando compreenda como se comporta cada matemática em sua formação. O objetivo da matemática escolar é trabalhar com as ideias irrefutáveis estruturadas pela matemática científica na promoção de uma compreensão do licenciando para a necessidade de exercitar a argumentação didático-pedagógica na formação de conceitos matemáticos.

Essa orientação didática busca nos fundamentos da Sequência Fedathi a ideia de que a ciência matemática precisa ser aprendida pelo licenciando para poder, a partir dos princípios dessa metodologia de ensino, compreender como o saber matemático pode ser transposto para a sala de aula, considerando a tríade, ferramenta, raciocínio e gambiarra (BORGES NETO, 2019).

b) O LME deve contribuir com a ampliação do conhecimento sobre o que será ensinado a partir dos fundamentos matemáticos

Na vivência de uma aula no LME é pertinente à compreensão já no início a identificação do objeto matemático a ser explorado. Percebê-lo nas primeiras conversas com o professor formador possibilita um número maior de ações para estimular o pensamento sobre o conhecimento matemático adquirido e como este pode auxiliar na exploração do saber matemático escolar.

Em algumas situações, o licenciando traz de forma clara as dificuldades enfrentadas pelos cálculos incompletos e/ou equivocados que subsidiam a formação de um conceito, sinalizando a não compreensão do conteúdo, apresentando também, erros conceituais elementares. Daí a importância da relação *amp-amal* se estabelecer ainda nos primeiros momentos da aula, possibilitando ao professor formador atividades que, no nível preparação da Sequência Fedathi, estão inseridas na análise teórica.

A importância da ampliação do conhecimento sobre o que vai ensinar e que tem como base os fundamentos matemáticos adquiridos vai além do campo da matemática e adentra a dimensão didático-pedagógica. Isso porque nas disciplinas específicas, o licenciando tem uma concepção conteudista e sem relevância para métodos de ensino. Logo, o objeto matemático a ser explorado no LME deve ser bem definido pelo professor formador, deixando claro o que exatamente será abordado. Dessa forma, de posse do saber matemático escolar há possibilidade de refletir sobre como este pode ser abordado e ensinado.

Borges Neto (2016) traz como importante reflexão a ideia de que o professor de matemática precisa entender de matemática e de ensino e o LME apresenta como orientação metodológica, explorar tanto um como o outro. O primeiro campo de conhecimento dá ao licenciando o domínio sobre o saber matemático

escolar e o outro, proporciona a aquisição de estratégias e técnicas de ensino, refletindo o papel do professor, do aluno e do saber matemático.

7.2 Dimensão 2: a reflexão dos aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar

As mudanças significativas no contexto educacional nos últimos anos têm exigido uma busca a novos espaços que deem ao futuro professor condições de pensar em sua prática assim como vivenciar ações de pesquisa. Investigar a tríade professor formador-licenciando-saber matemático escolar ainda é uma das questões mais trabalhadas no âmbito da formação de professores.

Conectando essa afirmação para o LME, compreende-se que a maneira como o professor formador conduz o seu trabalho implica no grau de interesse do licenciando em estudar e refletir o saber matemático escolar, levando em consideração o aspecto de que este não chega no curso de licenciatura sem conhecimento, na verdade, traz sua experiência de aluno do ensino médio com noção de conteúdo, procedimentos e a natureza da matemática (OLIVEIRA, 2014).

Mesmo a formação sendo um processo exógeno, é possível que o futuro professor tenha oportunidade de se desenvolver profissionalmente pois, uma ideia não está desvinculada da outra. Daí a importância de em sua preparação para a prática docente, compreender seu potencial e que este pode ser desenvolvido com a discussão do ensino. O licenciando deve, em sua formação inicial, perpassar diversas áreas da matemática, experimentando investigando e criando modelos (PONTE, 2017).

Nessa perspectiva, entende-se que quando o sujeito reflete sobre sua prática adquire crenças e valores pertinentes a sua atuação. Refletir é possibilidade de autoavaliar-se. É pensar na ação ou sobre a ação. Ou seja, o sujeito reflete à medida que age em sua prática relacionando suas ideias com as de outro por meio de diálogos, tomando decisões em meio às discussões na formação do conceito. Ao mesmo tempo em que pensa na ação após praticá-la, analisa o que fez e se é bom para a sua atuação docente (PEREZ, 2012).

A reflexão sobre os aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar tem nessa pesquisa, o método de ensino como outro elemento fundamental.

No LME o professor formador deve conduzir as discussões sobre a formação de conceitos considerando também o passo a passo da aula com base na Sequência Fedathi como metodologia de ensino envolvendo a análise das ações, descrições de situações, elaboração de ideias, tomada de consciência e compartilhamento.

7.2.1 Estrutura 3: o método de ensino

O saber matemático está relacionado com um conjunto de conhecimentos que possibilitam responder os questionamentos diante de uma realidade. Sánchez Huete e Fernández Bravo (2006) entendem que essas ideias fundamentam os princípios da matemática realista, pois contribuem tanto para desenvolver habilidades básicas como aplicar a matemática em outras áreas de conhecimento. E na visão dos autores para ensinar matemática deve-se levar em consideração o trabalho com métodos de ensino que explorem a intuição na mediação da construção do conhecimento como também considerar o que o licenciando já adquiriu para, a partir delas, analisar as possíveis dificuldades que podem surgir diante de um novo saber.

A evolução da estruturação do conceito se dá por meio de alguns métodos, a saber, método de definição explorando o que é o objeto; da comparação e classificação os quais analisam as características comuns e diferentes; da formação de conceitos artificiais no qual utiliza-se de uma lógica para se chegar a uma ideia. O professor ao planejar e, posteriormente, conduzir a aula, pode direcionar o ensino para qualquer um dos níveis de acordo com sua intencionalidade (LURIA, 1982 *apud* D'AMORE, 2007).

A forma como os conceitos evoluem exige do professor formador uma visão geral de como os alunos da licenciatura estão percebendo o conteúdo. No laboratório de matemática e ensino (LME), não se pode conceber a ideia de ficar apenas com a definição propriamente dita. O licenciando precisa, durante sua preparação profissional vivenciada nas aulas, perceber o que e como se comporta o objeto matemático explorado no contexto do ensino básico.

No processo de construção de ideias relacionadas ao saber matemático escolar, é importante utilizar os métodos de formação de conceitos para entender suas especificidades e o que o difere do outro. Logo, o que se torna fundamental é a abordagem do conteúdo e como ele é conduzido. “Uma coisa é saber uma noção,

outra é descrevê-la para os outros”, ou seja, o fato de um sujeito dominar o saber matemático não significa que sabe ensinar matemática. Porém, fazer matemática diante dos alunos e fazer matemática com os alunos são duas questões diferentes, mas uma não necessariamente, é melhor do que a outra e o LME possibilita as duas (D'AMORE, 2007, p. 227).

O licenciando, sem capacidade cognitiva e condição didático-pedagógica para organizar o estudo de um conteúdo qualquer para ser ensinado, terá dificuldade de experimentar situações envolvendo investigação, exploração e questionamentos que conectam a matemática acadêmica com a escolar. A partir desse ponto de vista, cabe ao professor formador, em sua intencionalidade e utilizando o LME como meio de vivenciar essas ações, construir situações de estudo adequadas que possibilitem atividades de ensino voltadas para a preparação do profissional docente.

Algumas as ações importantes da formação inicial de professores que ensinam matemática apontadas por Lima (2007) e que podem ser trabalhadas em um ambiente educacional foram adaptadas nesta pesquisa para o LME. São elas a saber, a postura do professor formador no processo de ensino para a aprendizagem, o pensar matemático do licenciando, os modelos das situações de investigação de sala de aula, a consideração do erro refletida pelo licenciando com a mediação do professor formador e a interação da turma diante da formação do conceito. Todos esses elementos podem ser trabalhados em um método de ensino.

Embora um método de ensino não possa estabelecer um padrão de atuação para todos os conteúdos devido a diversas especificidades que possuem, entende-se que em qualquer dimensão da matemática o professor formador pode explorar o domínio das técnicas ou estratégias mentais aproximando a ampliação do pensamento do licenciando e produzir no laboratório uma maneira de estruturar seu trabalho na formação de conceitos. Por outro lado, a vivência no LME dá ao futuro professor possibilidades de experimentar diferentes métodos de ensino e perceber quais são mais adequados para determinada abordagem (BROUSSEAU, 2008; CHEVALLARD; BOSH; GASCÓN, 2001; TAHAN, 1962).

Dessa forma o professor formador precisa planejar a vivência no LME atentando para o passo a passo traçado no plano de aula. Para isso, é necessário agir com segurança e promover uma aula dinâmica na qual o licenciando participe da

formação do saber assim como ter autonomia para refletir a relação teoria-prática e sua ação futura na sala de aula no ensino básico.

Nos moldes da metodologia de ensino Sequência Fedathi, orienta-se que o professor formador se utilize do método estabelecido pelas etapas tomada de posição, maturação, solução e prova. As fases da proposta metodológica de Borges Neto (2016) apontam para o modo de proceder do professor formador na condução da aula prola da aprendizagem dos licenciandos.

Problematizar a matemática escolar para a aquisição de um novo conceito é entender que a situação de um determinado contexto serve como ponto de partida. Para o professor do ensino básico, isso é o que se deve chamar de elementar para iniciar o seu trabalho a partir de um método de ensino.

a) O LME deve ser campo fértil para dialogar previamente com o licenciando sobre o conteúdo na dimensão do ensino e da aprendizagem

O professor em seu papel de formador deve instigar o licenciando a refletir sobre as dificuldades que envolvem o aspecto conceitual e que surgem no processo de aprendizagem da matemática assim como sobre as ações de ensino que possibilitam a compreensão do conceito matemático.

Tanto as dificuldades de aprendizagem como a ação do ensino estão relacionadas à ideia do objeto matemático envolvendo o conceito, regras operatórias como algoritmos e propriedades, e sua aplicação.

As reflexões dos licenciandos possibilitam-lhes resgatar as dificuldades de aprendizagem que tiveram durante a experiência como alunos do ensino básico, dando-lhes a oportunidade de fundamentar mais ainda o que aprenderam ou refletir sobre os erros conceituais e procedimentais cometidos. E no que se refere ao processo de ensino, possibilita a integração de possíveis ações educativas que facilitam a aprendizagem da matemática.

Na Sequência Fedathi essa avaliação não ocorre de forma explícita antes do processo de ensino, mas depois. Porém, vai existir e perpassar todos os seus níveis preparação, e etapas da vivência implicitamente, compelindo à reflexão da ação docente antes, durante e depois da experiência no LME.

b) No LME, professor formador e licenciando precisam dialogar sobre o funcionamento da aula, sua preparação e avaliação

Entender o funcionamento da aula é essencial ao trabalho docente. Desde o planejamento até a análise de como tudo ocorreu durante o processo de ensino. Dentre as ações necessárias, é importante destacar que o professor formador reflita com o licenciando questões de cunho curricular como o tema a ser desenvolvido, como se adequa à determinada turma e seu tempo didático. A intencionalidade da aula também precisa ser discutida. O licenciando deve compreender qual objetivo e que resultados devem ser alcançados com o conteúdo explorado.

A discussão deve estar pautada em todos os momentos da aula, na introdução quando conhecimentos prévios são trabalhados, no desenvolvimento quando há a interação dos alunos e no final da aula após o processo de aprendizagem. O professor formador deve explorar o desenvolvimento da aula e instigar o licenciando a refletir sobre como deve se comportar diante das ações de aprendizagem envolvendo as possíveis resoluções e respostas dos alunos do ensino básico e como deve se comportar diante do processo de sistematização e verificação de aprendizagem do conteúdo.

A Sequência Fedathi aborda todas essas questões. O modelo de aula denominado sessão didática, contempla a preparação, vivência e análise da aula. E é com base nessa metodologia de ensino que o professor formador pode dialogar sobre a aula e seu funcionamento.

7.3 Dimensão 3: a aplicação do saber matemático escolar

Ser professor exige capacitar-se constantemente. Seu desenvolvimento profissional depende dele e deve envolver diferentes dimensões. Precisa ensinar além do que e de como foi ensinado, logo não basta apenas conhecer teorias. Na formação inicial não é diferente, para o licenciando refletir sua formação e desenvolvimento significa ir além dos fundamentos matemáticos. Deve ser inserido em um contexto de “novos domínios de ação e investigação” (PEREZ, 2012, p. 274).

Nessa perspectiva, o conhecimento profissional está relacionado à prática da sala de aula, à organização educacional e à visão epistemológica. Para Ponte

(2017), o professor deve saber matemática; compreender o que está proposto no currículo para transpor didaticamente; conhecer os processos de ensino e de aprendizagem; familiarizar-se com o contexto educacional e consigo mesmo enquanto profissional.

Corroborando com essa ideia e ao se referir à prática profissional, Brasil (2019) afirma que o conhecimento pedagógico é inerente à formação inicial e pode ser trabalhado de diversas maneiras para que desenvolva competências didático-pedagógicas. Dessa forma, o trabalho realizado no LME possibilita ao professor formador entrelaçar a discussão do ensino de matemática com disciplinas essenciais para o desenvolvimento dessas competências como o Estágio Supervisionado. A Prática também aparece como Componente Curricular. E programas como PIBIC e PIBID, Programa de Auxílio Formação e Monitoria articulam a vivência da teoria com a prática.

Sobre os Componentes Curriculares que discutem o ensino de matemática na licenciatura, Oliveira (2014, p. 252) considera que “são disciplinas que têm um papel relevante na formação de professores de matemática, devendo possibilitá-los a construção de saberes docentes” e no que se refere às questões de docência, conteúdo e pedagogia não podem ser separados e ressalta que esse conhecimento pedagógico não é geral, mas de caráter pedagógico relacionado ao conteúdo que será ensinado.

Envolver o licenciando em experiências de ensino possibilita novas aprendizagens. Para Dewey (1978, p. 14), “o fato de conhecer uma coisa, importa em alteração simultânea no agente do conhecimento e na coisa conhecida”. No processo de ensinar abordado pelo LME, ao mesmo tempo em que se vivencia, também se experimenta e se modificam ideias. Em qualquer experiência ocorre mutualidade (ação e reação) e na relação que o professor formador tem com o licenciando, o conhecimento ocorre por meio das percepções que influenciam as reflexões impulsionadas pelas atividades de exploração e investigação do ensino.

As ações realizadas nos programas aqui citados e que estão interligadas às atividades do LME, proporcionam ao licenciando um entretecimento entre a teoria e a prática, refletindo e tomando decisões avançando “para uma visão de que a ação prática é geradora de conhecimentos” (BRASIL, 2001, p. 6).

7.3.1 Estrutura 4: o fazer matemático no LME

Durante sua formação inicial, o professor de matemática tem a oportunidade de vivenciar o ensino por meio de disciplinas de caráter didático-pedagógico como Estágio Supervisionado, Laboratório de Matemática, Metodologia do Ensino de Matemática e Informática Aplicada ao Ensino de Matemática e em algumas disciplinas específicas da licenciatura em matemática cuja Prática como Componente Curricular está inserida no intuito de prepará-lo cada vez mais para a prática profissional.

O LME surge como mais uma oportunidade do licenciando vivenciar em sua preparação docente, a regência de sala. Sob esse ponto de vista a ação de ministrar a aula em conjunto com a produção e manipulação do recurso didático apresenta-se como mais uma orientação metodológica.

a) O LME é ambiente apropriado para vivenciar o saber matemático escolar na perspectiva do ensino

Vivenciar o saber matemático na perspectiva do ensino é no sentido de fazer com que o futuro professor se utilize dos mecanismos de preparação e organização de aula para decidir sobre o plano de execução de suas ações percebendo em que momento algumas questões são analisadas como o uso do recurso didático, por que, para que e quando deve ser utilizado, explorando sua exequibilidade e como esta pode ajudar na aplicação do saber matemático.

A partir dessas ideias e considerando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o licenciando tem acesso às aprendizagens essenciais contidas no documento que normatizam os currículos escolares e buscam a melhoria da qualidade de ensino visando o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas. Dessa forma, entende-se que tão importante como conhecer documentos oficiais e diretrizes que regem a educação e, especificamente, o ensino de matemática, assim é compreender a realização de uma aula e de seu planejamento. Por isso, essa orientação parte do princípio que o licenciando precisa se apropriar desses saberes (BRASIL, 2017).

Discutir o funcionamento de uma aula com o uso do recurso didático deve ser prática constante no LME, identificando seus elementos essenciais que envolvem questões como resultados de aprendizagem a serem alcançados; o conteúdo de ensino abordado; o momento em que o recurso didático será utilizado, decidindo se é no início, meio ou final da aula; a forma como a aula será iniciada, desenvolvida e finalizada; como o conteúdo será abordado; as atividades que servem de verificação da aprendizagem; as fontes de pesquisa para a preparação de uma aula e os a utilização de instrumentos de avaliação de aprendizagem.

A estruturação da introdução, do desenvolvimento, da conclusão e da avaliação da aula são importantes para a tomada de decisão do licenciando, estruturando o passo a passo de suas ações. Sugere-se aqui a Sequência Fedathi como modelo para explorar alguns de seus princípios pertinentes à atuação docente como a Pedagogia mão no bolso, a mediação pedagógica, o contraexemplo e o *plateau* assim como seus níveis para a estruturação de uma sessão didática. Dessa forma, o licenciando terá condições de discutir sobre o papel do professor, do aluno e do saber matemático escolar.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o estudo realizado, apresentam-se aqui algumas considerações sobre as ideias exploradas em toda a investigação, sendo aprofundadas nos capítulos de cunho teórico e corroboradas nos capítulos cujo caráter exploratório foi realizado. E nesse sentido, é possível também apresentar algumas perspectivas na conexão LME, Ensino de Matemática e Formação de Professores com base na Sequência Fedathi.

As discussões que inicialmente circundaram e depois exploraram o objeto de pesquisa originaram-se da ideia principal que foi discutir o ensino na formação inicial do professor de matemática no LME utilizando os fundamentos, princípios e método da Sequência Fedathi. Areladas a essa diretriz seguiram-se ideias secundárias como a utilização e a contribuição do LME à licenciatura e ao ensino.

Porém, as perguntas feitas na introdução deste trabalho foram também respondidas. A primeira questionou *como o laboratório pode auxiliar na formação do futuro professor de matemática* e foi possível compreender que é por meio de atividades de investigação conduzidas pelo professor formador e realizadas pelos licenciandos. Atividades que envolvam o método e o conteúdo, a teoria e a prática, dimensões exploradas na relação *amap-amal*.

No questionamento seguinte, compreendeu-se que experiências com aulas na modalidade presencial ou à distância, em formato de aulas em disciplinas regulares dos cursos de licenciatura assim como oficinas e minicursos, responderam a ideia sobre *que experiências acadêmicas e didático-pedagógicas podem ser desenvolvidas e auxiliam o licenciando em sua formação*. Nelas, foram traçadas experiências em que o licenciando discutiu o ensino de matemática no contexto do laboratório de matemática e ensino (LME), explorando a formação de conceitos, a reflexão do saber matemático, seus aspectos didático-pedagógicos e sua aplicação do saber matemático.

Outra questão levantada foi *que contribuições o laboratório pode dar à discussão do ensino da matemática escolar?* Como resposta entendeu-se que esta investigação se propôs a apresentar uma práxis para o uso do laboratório na licenciatura em matemática e como resultado, estruturou algumas orientações metodológicas com base na Sequência Fedathi para o professor formador vivenciar com seus licenciandos no LME.

Na sequência, buscou-se responder à seguinte pergunta: *que metodologia de ensino pode ser explorada na formação inicial de maneira que auxilie a formação de conceitos matemáticos, a reflexão dos métodos de ensino e a aplicação do saber matemático escolar?* A resposta se deu por meio da escrita dos capítulos e em todas as experiências nas escolas de formação. Concluiu-se que a Sequência Fedathi é uma metodologia de ensino que traz em seus fundamentos a natureza do conhecimento matemático e atrelados a esses, estão os princípios da Pedagogia que lhe subsidia a vivência em sala de aula pelo professor e alunos, independentemente, do nível ou modalidade escolar.

Com o caminho traçados pelos questionamentos levantados mas, principalmente, pelos objetivos da investigação, chegou-se às orientações metodológicas para o uso do Laboratório de Matemática e Ensino (LME) na licenciatura fundamentadas na Sequência Fedathi foram estruturadas e apresentadas como um modelo para ser utilizado na vivência acadêmica do professor formador com o licenciando trazendo contribuição significativa para a futura prática profissional, caracterizando-se assim a finalidade da pesquisa.

Ressalta-se que na proposta de metodologia de pesquisa científica utilizada foi necessário apresentar as ideias iniciais a partir de um processo de modelização caracterizado como um sistema formal que tem suas proposições, regras e simbologias para ser completo ou consistente.

No caso, deste estudo, este modelo foi estruturado com as hipóteses H1, H2 e H3 que precisavam ser comprovadas. São elas a saber: H1) o laboratório é um espaço propício para unir o pensar e o fazer matemático na formação do conceito; H2) o laboratório é um espaço propício para a reflexão sobre o ensino de matemática na licenciatura, por meio da discussão do saber matemático considerando os aspectos didático-pedagógicos; H3) a Sequência Fedathi possibilita a aplicação do saber matemático por meio do princípio do saber fazer.

Mesmo seguindo a ordem do tempo e do espaço na evolução da escrita, as experiências nas Escolas de Formação, destacadas como Escola Pitagórica, Escola Platônica, Escola de Alexandria e Escola de Atenas, foram necessárias e suficientes não apenas para loci da pesquisa, mas, pelo retorno das inquirições realizadas ainda no início do estudo.

Na sequência da investigação e a partir do primeiro objetivo específico estruturado como uma ação voltada para *identificar aspectos históricos, epistemológicos e metodológicos do ensino de matemática, inicialmente*, fez-se uma reflexão sobre a matemática escolar e o pensar sobre o fazer matemático. Para o resultado esperado, foi necessário situar a matemática no contexto escolar considerando o aparato, o raciocínio e a gambiarra como instrumentos que auxiliam o trabalho docente, conceituando cada um deles. Nessa etapa, estruturou-se o argumento da Sequência Fedathi como proposta metodológica lógico-dedutiva e construtiva para o ensino de matemática conectando-a como ação mediadora em sala de aula.

Em seguida, analisou-se os (des)compassos entre o que e como ensinar a partir de uma breve análise histórico-crítica sobre o que o movimento de modernização do ensino de matemática liderado por Felix Klein e entrelaçando seu pensamento com a Sequência Fedathi. Para finalizar a primeira etapa da investigação, buscou-se conhecer os aspectos legais que fundamentam a formação inicial do professor de matemática, assim como apresentar argumentos que mostram a importância e a necessidade do desenvolvimento das competências docentes no período em que o sujeito está na licenciatura.

O segundo momento do estudo, teve como ação *conhecer aspectos didáticos e metodológicos do laboratório de matemática e ensino (LME) na formação inicial do professor de matemática relacionados às possibilidades de trabalho, dificuldades e desafios inerentes a sua formação*, para isso foi preciso delinear o caminho percorrido a partir da concepção de multirreferencialidade para argumentar a Sequência Fedathi como proposta metodológica de pesquisa científica, analisando sua estrutura interna e externa e organizando a escrita e as experiências nas Escolas de Formação em suas etapas.

Para o terceiro momento do estudo buscou-se *propor orientações metodológicas para o uso do laboratório de matemática e ensino (LME) como suporte à formação do licenciando com base na Sequência Fedathi*. Para alcançar esse resultado, desenvolveu-se uma concepção de laboratório de matemática e ensino entrelaçando três etapas: inicialmente, a análise das ideias já existentes e utilizadas por professores da escola de Educação Básica e professores do ensino superior apontadas nas literaturas e confirmadas na prática profissional, a justificativa da

utilização do termo LME e a ação exploratória da realidade do Laboratório de Educação Matemática nas Instituições de Ensino Superior do estado do Ceará.

E para finalizar este momento terceiro e último, foram propostas algumas orientações metodológicas para o uso do LME na formação inicial do professor de matemática com base na Sequência Fedathi e estruturadas em três dimensões: *a formação do conceito matemático; a reflexão dos aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar; a aplicação do saber matemático escolar*. Sendo que essas dimensões trazem em sua constituição, argumentos para o uso do recurso didático, a relação entre o fundamento matemático e o pedagógico, o método de ensino e o fazer matemático.

A partir da visão sociológica de pesquisa científica, toda investigação percorre um caminho denso e complexo, as dificuldades surgem e o pesquisador precisa atentar para elas, recebê-las e transformá-las para seguir. Para este estudo, a carência de fontes bibliográficas sobre laboratório de matemática foi uma delas. Investigar a partir de que ou de quem foi uma questão resolvida numa perspectiva mais exploratória.

As experiências seguiram-se em todo o percurso investigativo, em eventos curtos como oficinas e minicursos e em disciplinas com carga horária extensa. A adequação dos modelos matemáticos às sessões didáticas planejadas necessitou de mais leitura e reflexão, pois a Sequência Fedathi não necessita de recurso didático para ser vivenciada. Logo, a adaptação do material nas aulas, oficinas e minicursos exigiu preparação mais detalhada.

Como um sistema formal que não pode ter completude e consistência simultaneamente, este trabalho buscou a coerência para o que se propôs, mostrando-se consistente, pois as hipóteses foram confirmadas com as vivências proporcionadas pelas Escolas de Formação, entrelaçando assim a teoria com a prática. Porém, está longe de ser completo. Outras orientações metodológicas surgem à medida que o LME é explorado porque a formação inicial é um tema que não se esgota.

O trabalho aqui apresentado também não conectou as três dimensões das diretrizes curriculares para a formação inicial do professor que estão contempladas na BNC-Formação. São o conhecimento profissional, a prática profissional e o engajamento profissional. Esta pesquisa limitou-se a relacionar apenas as duas primeiras.

É importante considerar que as ideias discutidas neste trabalho, sejam conexão para outras concepções de laboratório de matemática aqui não mencionadas ou que surgirão a partir de vivências em outros contextos e campos de atuação propícios à formação do conceito matemático; a reflexão dos aspectos didático-pedagógicos do saber matemático escolar; a aplicação do saber matemático escolar.

Outras ações envolvendo o LME na formação inicial de professores de matemática na perspectiva da pesquisa e da extensão também é algo esperado em projetos futuros na licenciatura em matemática.

Considera-se que esta pesquisa traz contribuição significativa para a formação inicial do professor de matemática. Logo, espera-se que este modelo seja utilizado na vivência do laboratório LME das IES dando ao licenciando a oportunidade de refletir sobre o ensino de matemática ainda em sua formação inicial, ao mesmo tempo em que desenvolve competências necessárias para o futuro professor atuar em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L.W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R.E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.
- ALZERI, A. L. **Atividade do professor de matemática**: influências de sua participação no laboratório de educação matemática. 2016. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, Edumatec), Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2016.
- ARAGÃO, M. J. **História da matemática**. Rio de Janeiro: Interciência, 2009.
- ARDOINO, J. Abordagem multirreferencial (plural) das situações educativas e formativas. *In*: BARBOSA, J. G. (Coord.). **Multirreferencialidade nas ciências e na educação**. São Carlos: UFSCar, 1998.
- AZEVEDO, M. C. P. S. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. *In*: CARVALHO, A. M. P. (Org.). **Ensino de ciências**: unindo a pesquisa e a prática. São Paulo: Cengage Learning, 2010.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BARALDI, I. M. **Matemática na escola**: que ciência é esta? Bauru: EDUSC, 1999.
- BARKER, S. F. **Filosofia da matemática**. 2. ed. Tradução Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.
- BARROSO, N. M. C. *et al.* Limite: definição intuitiva versus definição formal. *In*: FROTA, M. C. R. (Org.) **Educação matemática no ensino superior**: pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009.
- BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.
- BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2016.
- BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos**: um guia prático para professores e entusiastas. Tradução de Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.
- BERMUDES, F. P. B. **O laboratório de ensino de matemática nas práticas do 4º ciclo do ensino fundamental**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, 2014.
- BICUDO, M.A.P. O professor de matemática nas escolas de 1º e 2º graus. *In*: BICUDO, M.A.V. (Org.) **Educação matemática**. São Paulo: Editora Moraes, [20--].

BIEMBEGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. 4ª impressão. São Paulo: Contexto, 2014.

BORBA, S. C. **Multirreferencialidade**: na formação do professor-pesquisador – da conformidade à complexidade. Maceió, EDUFAL, 2001.

BORGES NETO, H.; DIAS, A.M.I. **Desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático**, s/d Cadernos de aritmética – nota de aula.

BORGES NETO, H.; SANTANA, J. R. A Sequência de Fedathi e sua relação com o intuicionismo e a lógica do desenvolvimento matemático no ensino. *In*: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, 15., 2001, São Luis. **Anais...** São Luis: UFMA, 2001.

BORGES NETO, H.; CAPELO BORGES, S. M. As tecnologias digitais no desenvolvimento do raciocínio lógico. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 13, n. 24, p. 77-87, jan./jun. 2007a.

BORGES NETO, H.; CAPELO BORGES, S. M. **O que é inclusão digital?** Material de Leitura da Disciplina de EaD/UFC, Fortaleza, 2007b. Disponível em: AVE-TelEduc.

BORGES NETO, H.; RODRIGUES, E. S. J. O que é inclusão digital?: um novo referencial teórico. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 15, n. 29, jul/dez. p. 345-362. 2009.

BORGES NETO, H. **Uma proposta lógico-dedutiva-constructiva para o ensino de matemática**. Tese (apresentada para o cargo de professor titular). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

BORGES NETO, H. (Org.) **Sequência Fedathi no ensino de matemática**. Curitiba: CRV, 2017a.

BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi além das ciências duras**. Curitiba: CRV, 2017b.

BORGES NETO, H. **A Sequência Fedathi como metodologia de ensino**, 04 de set. de 2017c. Nota de aula. UFC, Fortaleza, 2017c.

BORGES NETO, H. **A Sequência Fedathi como metodologia de pesquisa**, 28 de mai. de 2018. Nota de aula. UFC, Fortaleza, 2018a.

BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi**: fundamentos. Curitiba: CRV, 2018b.

BORGES NETO, H. **A gambiarra no ensino de matemática**: pra quê? 2019. (1h39m23s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=f9UbsU9OvaE>. Acesso em: 15 jun. 2019.

BORGES NETO, H. Discutindo possibilidades do ensino remoto e do ensino híbrido. *In: Encontro Pedagógico 2021.1 On-line 12/03*. 2021. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=kyV9OSUL57A>. Acesso em: 12 mar. 2021.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. **Decreto-Lei n. 1.190**, de 4 de abril de 1939. Dá organização à Faculdade Nacional de Filosofia. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Decreto-Lei/1937-1946/Del1190.htm. Acesso em: 03 jul. 2019.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**: promulgada em 5 de outubro de 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm. Acesso em: 3 jul. 2019.

BRASIL. **Lei n. 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 3 jul. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Parecer normativo, n. 1.302**, de 6 de novembro de 2001. Do parecer no tocante às Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 3 jul. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resolução CNE/CP nº 2**, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file>. Acesso em: 20 nov. 2020.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais de matemática**. 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010.

CATRIB, A. M. F.; GOMES, S. C. O construtivismo da escola de Erlangen. *In: BARRETO, J. A. E.; MOREIRA, R. V. O. (Org.). Coisas imperfeitas: escritos de filosofia da ciência*. Fortaleza: Casa de José de Alencar/ Programa Editorial, 1996. 192p. (Coleção Alagadiço Novo, 61).

CIVARDI, J. A. A formação do pesquisador em um laboratório de educação matemática. *In: VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J. A. (Org.). Olhares e reflexões*

acerca de concepções e práticas no laboratório de educação matemática. Curitiba: CRV, 2011.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GÁSCON, J. **Estudar matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais.** 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

COSTA, N. C. A. **Introdução aos fundamentos da matemática.** 3. ed. São Paulo: Editora Hucitec, 1992.

COSTA, D. E.; MORAES, M. S. F.; SOUZA, J. V. O geoplano como alternativa metodológica na formação inicial do professor de matemática: utopia ou realidade? *In:* FONSECA, A.; SOUZA, J. V. (Org.). **Laboratório de ensino de matemática:** experimentos e discussões na formação de professores de matemática. Palmas: Universidade Federal do Tocantins, EDUFT, 2016.

CRUZ, G. B. A prática docente no contexto da sala de aula frente às reformas curriculares. **Educar em Revista.** Curitiba, n. 29, p. 191–205, 2007.

CRUZ, J. B. **Laboratórios.** Brasília: Universidade de Brasília, 2007.

D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o séc. XXI: o grande desafio. **Pró-posições.** Campinas, SP: CEPEN, 1993. ISSN: 19806248.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática:** arte ou técnica de explicar e conhecer. 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 1993.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. 4. ed. Campinas: Papyrus, 1998.

D'AMORE, B. **Elementos da didática da matemática.** Tradução Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A experiência matemática.** Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de ciências:** fundamentos e métodos. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2011. (Coleção Docência em Formação).

DESCARTES, R. **Discurso do método.** Tradução Paulo Neves. Porto Alegre: L&PM, 2010.

DEWEY, J. **Vida e educação.** Tradução e estudo preliminar Anísio S. Teixeira. 10. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

DOUADY, R. **Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques**. Thèse de Doctorat d'Etat. (specialité didactique des mathématiques). Paris, Université Paris VII, 1984.

DURKHEIM, E. **Educação e sociologia**. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

FERREIRA, V. L. **Metodologia do ensino de Matemática**: história, currículo e formação de professores. São Paulo: Cortez, 2011.

FERREIRA, L. M.; CARLOS, L. L. L. Análise histórica da instrução pública e formação de professores no Ceará: império e primeira república. *In*: BORGES NETO, H.; MENDONÇA, A. F.; OLIVEIRA, D. R. (Org). **Formação docente**: desafios e diálogos contemporâneos. Curitiba: CRV, 2017.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A.T.C.C. O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

FONTANIVE, N. S; KLEIN, R.; RODRIGUES, S.S. Boas práticas docentes no ensino da matemática. Avaliação e currículo: um diálogo necessário. VII Reunião da ABAVE, Rio de Janeiro, **Anais...** Rio de Janeiro: ABAVE, 2013.

FONTENELE, F.C.F. O ensino de base de um espaço vetorial numa proposta construtiva. *In*: **Seqüência Fedathi no ensino de matemática**. BORGES NETO, H. (Org). Curitiba: CRV, 2017.

GALIANO, A. G. **O método científico**: teoria e prática. São Paulo: Editora Mosaico, 1979.

GERHARDT, T. E. SILVEIRA, D. T. (Org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIROUX, H. **Teoria crítica e resistência em educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1986.

GLAESER, G. Epistemologia dos números relativos. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n.17, p. 29-124, 1985.

GOMES, A. S. **Developpement conceptuel consecutif l'ativite instrumentee**: l'utilisation d'un systeme informatique de géométrie dynamique au collège. 1999. These. (Doctorat em Education) – Departement Sciences de L'Education de L'Université Paris V Renè Descartes, Paris, 1999.

KALEFF, Ana Maria Martensen Roland. **O laboratório de matemática e a mão na massa**. 2020. (1h57m10s). Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=NzBAXZ7N9lw> . Acesso em: 11 abr. 2021.

KLEIN, F. **Matemática elementar de um ponto de vista superior: aritmética**. V.1 parte I. SPM: Lisboa, 2009.

KLEIN, F. (2011). **Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior**. V.1 Parte II: Álgebra. SPM: Lisboa, 2011.

KLINE, M. **O Fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações**. Tradução de Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

LIMA, I. P. **A matemática na formação do Pedagogo: oficinas pedagógicas e a plataforma teleduc na elaboração dos conceitos**. 2007. 184 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2007.

LIMA, M. A. B. **Matemática: registrando descobertas**. 2º ano, 1ª série, livro do professor. São Paulo: FTD, 2008. (Coleção Registrando Descobertas: matemática).

LIMA, M. A. B.; SIANI FILHO, N.; COUTO FILHO, T. **Matemática...você constrói**. 5ª série, livro do aluno. Rio de Janeiro: Ediouro, 1996. 352p.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. Controvérsias paradigmáticas, contradições e confluências emergentes. *In*: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. Thesis. University of Nottingham, UK, 1992. v. II. Disponível em: <http://sigma-t.org/permanente/1992b.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2021.

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Tecno-Científica**, Blumenau (SC), v. 3, n. 7, p. 29-39, abr/jun, 1994.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de professores).

LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010. (Coleção de Professores de Matemática).

MACEDO, R. S. **A pesquisa e o acontecimento**: compreender situações, experiências e saberes acontecimentais. Salvador: EDUFBA, 2016.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez, 2001.

MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.M. **Técnicas de pesquisa**: planejamentos e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MARTINS, L. P. **Análise da dialética ferramenta-objeto na construção do conceito do conceito de função**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, 2006.
Disponível em:
<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11098/1/Lourival%20Pereira%20Martins.pdf>.
Acesso em: 08 mar. 2021.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J.P. Raciocínio matemático em conjuntos numéricos: uma investigação no terceiro ciclo. *In*: PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. *In*: PONTE, J. P. et. al. **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (Coleção Contextos da Ciência).

MEDEIROS, C. F. Por uma educação matemática como subjetividade. *In*: BICUDO, M.A.V. (Org.) **Educação matemática**. São Paulo: Editora Moraes, [20--].

MELO, V. N. A concepção do erro. *In*: BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi**: fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

MENDES, I. A.; BEZERRA, J. Q. **Instrumentação para o ensino de matemática III**. Natal: EDUFRN, 2009.

MINAYO, M. C. S. (Org.). **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 28. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

MOREIRA, P. C. DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MORIN, E. O pensamento complexo, um pensamento que pensa. *In*: MORIN, E.; LE MOIGNE, J. **A inteligência da complexidade**. Tradução de Nurimar Maria Falci. São Paulo: Peirópolis, 2000.

NOBRE, D. M.; SALES, C. M. V. (Org.). **O caminho se faz ao caminhar**: elementos teóricos e práticas a pesquisa qualitativa. Fortaleza: Editora UFC, 2005.

NUNES, C. S.; BAYER, A. A dialética ferramenta-objeto e o ensino de estatística. *In*: Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 6, 2013. Canoas. **Congresso...** Canoas: ULBRA, 2013. Disponível em:

<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/869/158>. Acesso em: 08 mar. 2021.

OLIVEIRA, A. M.; SILVA, A. **Curso ilustrado de matemática moderna**. São Paulo: Editora Lisa, S/A. (20--).

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de ensino e aprendizagem em matemática: as razões de sua necessidade**. 1983. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, 1983.

OLIVEIRA, A.T.C.C. de. Aprendendo matemática para ensinar: uma experiência com atividade de construção geométrica. *In*: ROQUE, T.; AUGUSTO, G. V. **O saber do professor de matemática: ultrapassando a dicotomia entre didática e conteúdo**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

OMENA, A. M. **Laboratório de ensino de matemática: uma análise dos espaços práticos de ensino e aprendizagem das escolas do Centro de Estudos e Pesquisas Aplicadas (CEPA) – Alagoas**. 2000. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Educação, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2018.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

OTTE, M. **O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática**. Tradução de Raul Fernando Neto. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1993.

PAIS, L. C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autentica, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 3).

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PAVANELLO, R. M. A pesquisa na formação de professores de matemática para escola básica. **Educação matemática em revista**. São Paulo, SP: SBEM. 2003. ISSN: 2317904X.

PEREIRA, A. C. C. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. *In*: PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Educação matemática no Ceará: os caminhos trilhados e as perspectivas**. Fortaleza: Premium, 2014.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

PIAGET, Jean. Seis estudos de psicologia. Tradução de: Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2002.

PINHEIRO, A. C. M.; BORGES NETO, H.; PINHEIRO, T. S. M. Quando e Como Utilizar o Ambiente Computacional para o Ensino de Conceitos Matemáticos: uma proposta de organização do trabalho docente. *In.*: SANTOS, A. N.; ROGÉRIO, P. (Org.). **Currículo: diálogos possíveis**. Fortaleza, Edições UFC, 2013. p.149-164.

PINHEIRO, A. C. M. **Concepção e desenvolvimento de uma formação continuada de professores de matemática baseada na Sequência Fedathi**. 2016. 135 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2016.

PINHEIRO, A. C. M. A mediação. *In.*: BORGES NETO, H. (Org.) **Sequência Fedathi: fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018.

PIO, P. M. **A práxis em Pedagogia do oprimido**: lições pedagógicas e políticas. Dissertação (Mestrado Intercampi em Educação e Ensino) – Faculdade de Educação Ciências e Letras do Sertão Central, Universidade Estadual do Ceará, Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos, Limoeiro do Norte, 2015. Disponível em:
http://www.uece.br/maie/dmdocuments/disserta%C3%A7ao_paulo_martins_pio.pdf. Acesso em: 12 mar. 2021.

POINCARÉ, J. H. **A ciência e a hipótese**. Tradução de Maria Auxiliadora Kneipp. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

POLAK, Y. N. S. DINIZ, J. Conversando sobre pesquisa. *In.*: POLAK, Y. N. S. DINIZ, J. A. SANTANA, J. R. **Dialogando sobre Metodologia Científica**. Fortaleza: Edições UFC, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POMMER, W. M. Brousseau e a idéia de situação didática. **Sema - Seminários de Ensino de Matemática**. 2008. Disponível em:
<http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Acesso em: 26 março 2020.

PONTE, J. P. *et al.* **Por uma formação inicial de professores de qualidade**. Lisboa: CRUP – Conselho de Reitores das Universidades Portuguesas, 2000. (Documento de um grupo de trabalho).

PONTE, J. P. *et al.* O início da carreira profissional de professores de matemática e ciências. **Revista de Educação**, 2001. n. 10(1), p. 31-45.

PONTE, J. P. A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: SBEM, 2002. n. 11A, p. 3-8. abr. 2002.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e identidade profissional na formação inicial. **Revista da Educação**. 2002. 11(22), p. 145-163.

PONTE, J. P. A formação matemática do professor: uma agenda com questões para reflexão e investigação (intervenção no Painel “A Matemática e diferentes modelos de formação”). *In*: BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R. (Eds). **A Matemática na formação do professor**. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da SPCE, 2004. p. 71-74.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. *In*: PONTE, J. P. *et. al.* **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (Coleção Contextos da Ciência).

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. Tarefas de exploração e investigação na aula de matemática. *In*: PONTE, J. P. *et. al.* **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (Coleção Contextos da Ciência).

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e raciocínio matemático dos alunos na resolução de tarefas envolvendo números racionais numa abordagem exploratória. *In*: PONTE, J. P. *et. al.* **Investigações matemáticas e investigações na prática profissional**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (Coleção Contextos da Ciência).

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

RAABE, A.L.A. *et al.* Movimento maker e construcionismo na educação básica: fomentando o exercício responsável da liberdade. *In*: VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE), 2018, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza: UFC, 2018. p. 137 – 146. DOI: 0.5753/cbie.wie.2018.137.

RABARDEL P. **Les hommes et les technologies**: approche cognitive des instruments contemporains. 1995. 97 f. These. Armand Colins, Paris, 1995. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462/document>. Acesso em: 12/03/2021.

RANGEL, L. G. **Teoria de sistemas - matemática elementar e saber pedagógico de conteúdo**: estabelecendo relações em um estudo colaborativo. 2015. 258 p. Tese. (Doutorado em Ciências em Engenharia de Sistemas e Computação) – Instituto Alberto Luiz Coimbra, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G.; VIEIRA, K. M. **Laboratório de Ensino de Geometria**. Campinas: Autores Associados, 2012.

RODRIGUES, I. M. P. Aprendizagem cooperativa e a Sequência Fedathi no ensino de matemática: alianças possíveis? *In: Sequência Fedathi no ensino de matemática*. BORGES NETO, H. (Org). Curitiba: CRV, 2017.

RODRIGUES, I. M. P. Acordo Didático. *In: BORGES NETO, H. (Org.) Sequência Fedathi: fundamentos*. Curitiba: CRV, 2018.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Laboratório de educação matemática na formação de professores**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2015.

ROSA NETO, E. **Didática da matemática**. 11. ed. São Paulo: Editora Ática, 2008.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha. *In: VALENTE, W. R. (Org). Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004.

SCHUBRING, G. A matemática elementar de um ponto de vista superior: Felix Klein e sua atualidade. *In: ROQUE, T. M.; GIRALDO, V. A. O Saber do professor de matemática: ultrapassando a dicotomia entre a didática e conteúdo*. Rio de Janeiro: Editora Moderna, 2014.

SÁNCHEZ HUETE, J.C.; FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. **O ensino de matemática: fundamentos teóricos e bases epistemológicas**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SANTANA, A.C.S. A Sequência Fedathi no Centro Rural de Inclusão Digital (CRID): reflexões a partir da cultura digital de educadores do campo no assentamento Santana-CE? *In: BORGES NETO, H. (Org.) Sequência Fedathi para além das ciências duras*. Curitiba: CRV, 2017.

SANTANA, A.C.S. Mão no bolso: postura ou metodologia ou pedagogia? *In: BORGES NETO, H. (Org.) Sequência Fedathi: fundamentos*. Curitiba: CRV, 2018.

SANTOS, C. S. **Ensino de ciências: abordagem histórico-crítica**. Campinas: Armazém do Ipê, 2005.

SANTOS, J. N. **A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental: uma análise conceitual**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

SANTOS, J. N. Obstáculos e dificuldades na aprendizagem dos números inteiros: uma análise dos estudos de Georges Glaeser. *In: PEREIRA, A.C.C.; CEDRO, W. L. (Orgs.)*. Fortaleza: EdUECE, 2015.

SILVA, J. C. D.; PIETROPALO, R.C. Um estudo sobre as contribuições de Felix Klein para a introdução das transformações geométricas nos currículos prescritos de matemática do ensino fundamental. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 7, n. 14, p. 299-316, 2014.

SKOVSMOSE, O. Matemática em ação. Tradução: Antonio Olimpio Júnior. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012

SOARES, L. H. **A dialética entre o concreto e o abstrato na construção do conhecimento matemático**. 2015, 211f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

SOARES, R. L. Sequência Fedathi em ambientes virtuais de ensino: diálogos sobre o ensino intencional na educação a distância. *In*: **Sequência Fedathi no ensino de matemática**. BORGES NETO, H. (Org). Curitiba: CRV, 2017.

SOUSA, F. E. E. *et. al.* (Org.). **Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências**. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

SOUSA, F. E. E. **A pergunta como estratégia de mediação didática no ensino de matemática por meio da Sequência Fedathi**. 2015. 282 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2015.

SOUZA, M. J. A. Sequências no ensino da matemática: retrospectiva histórica de Dewey a Fedathi. *In*: SOUSA, F. E. E. *et al* (Org). **Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências**. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

SUTHERLAND, R. **Ensino eficaz de matemática**. Tradução Adriano Moraes Migliavaca. Porto Alegre: Artmed, 2009.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. **Zetetiké**. Campinas, SP: Unicamp. 2013 - Semestral. ISSN: 21761744.

TAHAN, M. **Didática da matemática**. v. 2. São Paulo: Edição Saraiva, 1962.

TORRES, A. L. M. M. **Sobre tecnologias, educação, formação e etnografia: a experiência do Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação (UFC)**. 2014. 205 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2014.

TORRES, A. L. M. M. Sequência Fedathi: além das ciências “duras”. *In*: **Sequência Fedathi no ensino de matemática**. BORGES NETO, H. (Org). Curitiba: CRV, 2017.

TORRES, A. L. M. M. **Laboratório de multimeios entre gigas e megabytes: (re) criando percursos formativos**. Fortaleza: Edições UFC, 2018.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

VALE, I. **Materiais manipuláveis**. Instituto Politécnico de Viana do Castelo ESEVC. Escola Superior de Educação. Departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia., 2002. (Edição do Laboratório de Educação Matemática (LEM).

VALENTE, W.R. **O lugar da matemática escolar na licenciatura em matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 939-953, dez. 2013.

VARIZO, Z. C. M. Concepção e implementação de um laboratório de educação matemática no ensino superior. *In*: VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J.A. (Org.). **Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no laboratório de educação matemática**. Curitiba: CRV, 2011.

VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J.A. (Org.). **Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no laboratório de educação matemática**. Curitiba: CRV, 2011.

VASCONCELOS, C. B. **Uma abordagem natural para anéis de Dedekind**. 1983. Dissertação. (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, 1983.

APÊNDICE A – A EXPERIÊNCIA DA OFICINA DE MATEMÁTICA NA ESCOLA PITAGÓRICA

A primeira aplicação dessa pesquisa foi uma experiência em um encontro de estudantes de licenciatura em Matemática de uma instituição pública no estado do Ceará cujo codinome atribuído a ela foi Escola Pitagórica. A experiência ocorreu em 2018 para um público de 20 alunos de diferentes semestres do *campus* Metaponto. O evento proporcionou a ida de estudantes da mesma instituição, porém, do *campus* Crotona para participar dos minicursos e palestras. A experiência relatada nesta investigação se caracterizou como uma oficina de Matemática na qual 17 alunos dos dois *campi* da instituição participaram do evento.

A ação formativa na Escola Pitagórica com base na Sequência Fedathi: uma descrição

A oficina, intitulada *O uso do laboratório na concepção de agente de formação: uma discussão sobre o ensino na Licenciatura em Matemática* teve quatro horas de duração e sua finalidade foi discutir o ensino na formação inicial refletindo sobre o uso do laboratório de matemática com base na Sequência Fedathi como ação formativa.

As palavras-chave exploradas foram Sequência Fedathi, o laboratório de matemática e as relações métricas no triângulo retângulo, e como objetivo geral, trouxe a seguinte intencionalidade: desenvolver a relação entre o saber e o fazer matemático na construção, discussão e aplicação das relações métricas no triângulo retângulo para o ensino de matemática. E como objetivos específicos: a) desenvolver os conceitos das relações métricas no triângulo retângulo com o uso do material concreto a partir do conhecimento dos licenciandos; b) traçar, na perspectiva dos conceitos construídos, uma análise sobre o processo de ensino para a aprendizagem a partir da percepção dos sujeitos participantes; c) estruturar algumas considerações sobre o LME a partir da relação entre as ações e as reflexões dos participantes. Os objetivos específicos exploraram, respectivamente, o ensino de matemática, o laboratório na licenciatura em matemática, por meio da reflexão sobre a condução da aula e o uso do recurso didático.

a) O nível preparação

A experiência na Escola Pitagórica apresentou duas lacunas no planejamento da aula, não foi possível realizar a *análise ambiental* e nem a *análise teórica*, pois o evento é para o público discente da instituição, especificamente, da licenciatura em matemática e ocorre uma vez a cada ano. O local onde a oficina foi realizada também não foi estudado com antecedência por ser distante da realidade da professora formadora. Logo, o ambiente em que a oficina aconteceria foi identificado apenas na hora da oficina e os recursos que iriam auxiliar a mediação docente foram planejados na sessão didática. O curso foi ministrado no Laboratório de Matemática do *campus* Crotona. Não foi informado com antecedência à professora quais materiais poderiam ser disponibilizados e nem a quantidade de alunos.

Na *análise teórica* também não foi possível identificar o conhecimento da turma para organizar o conteúdo a ser ministrado. Essa percepção tem sua importância no sentido de deixar a conhecer informações imprescindíveis em relação ao grupo de alunos que participaram da aula, dentre essas destacam-se a mais conhecimento sobre a instituição em que a oficina foi realizada, o nível de conhecimento dos alunos, a modalidade de ensino da instituição, a disciplina e o conteúdo, a turma/público-alvo, a data da realização e tempo didático.

Para esta oficina, os conteúdos matemáticos prévios necessários para desenvolver o conteúdo e trabalhados no *plateau* foram discutidos com os alunos previamente. São eles, áreas de figuras planas e estudo dos triângulos (elementos e ângulos) e ainda, os casos de semelhança de triângulos. No caso, do triângulo retângulo, a revisão se deu em torno da ideia de hipotenusa e catetos e projeções dos lados assim como a altura relativa à hipotenusa. Nesse momento várias perguntas foram feitas no intuito de compreender como está o nível de conhecimento do licenciando.

b) O nível vivência

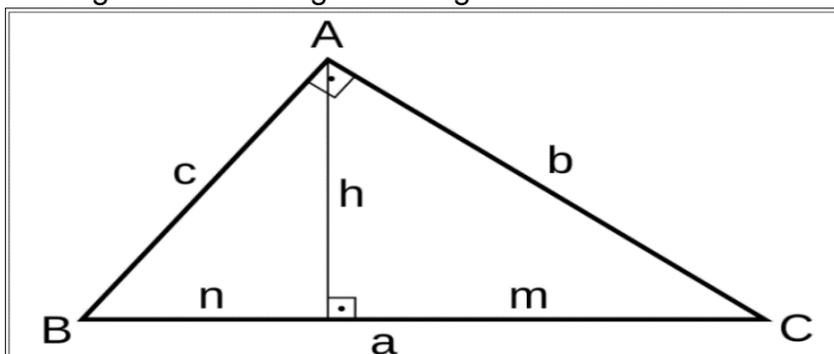
A oficina foi desenvolvida em duas partes, intencionalmente, a primeira com a prática e a segunda, mais teórica no intuito de refletir sobre as ações que realizaram. A oficina começou com o acordo didático e os alunos, em consonância com a opinião da formadora, resolveram ficar em duplas, pois acharam que essa disposição da turma era a melhor forma para manipular o material concreto e resolver o problema proposto. Ressalta-se que no acordo didático pertinente ao contexto da aula que seria

ministrada estavam as regras acordadas entre a professora formadora e a turma variando dos aspectos ligados às ações referentes à relação ensino-aprendizagem até o material didático utilizado. Outros acordos foram feitos à medida que as ações eram delineadas como na entrega do material. Os participantes acharam melhor que cada dupla recebesse um material relacionado com uma relação métrica apenas. Questionamento sobre a cor das peças e se os alunos deveriam escolher as cores ou as duplas deveriam pintar com as mesmas cores as peças idênticas, foram feitos pelos participantes. A professora formadora deixou que eles respondessem se essas questões eram relevantes para a resolução do problema. Eles chegam à conclusão que não.

A contextualização do ensino da Geometria, traçando um breve relato histórico e resgatando o período áureo da matemática no contexto da Grécia Antiga, foi introduzida no *plateau*, seguida da explanação sobre a semelhança de figuras planas, o teorema de Tales além das formas de formas planas e suas áreas e propriedades. A turma fez menção do teorema de Pitágoras e a professora formadora aproveitou os questionamentos últimos para iniciar a tomada de posição, porém, antes fez alguns questionamentos relacionados ainda à história do teorema e ao domínio do conceito a ser explorado. Foi revisada a ideia de hipotenusa, catetos e projeções dos lados assim como a altura relativa à hipotenusa.

No *plateau*, várias perguntas foram feitas no intuito de nivelar o conhecimento prévio da turma, visto que todo e qualquer questionamento que era feito tinha a finalidade de deixar o participante cada vez mais familiarizado com o que teoricamente já sabia. Em um determinado momento da atividade inicial, o porquê dos nomes hipotenusa e catetos foram questionados pela professora formadora, mas, os alunos não responderam e ela instigou-os a pensar se essa questão é relevante ou não no estudo do triângulo retângulo. Depois de certo tempo os alunos responderam que é convenção. O trabalho desenvolvido na oficina teve como base a figura 33.

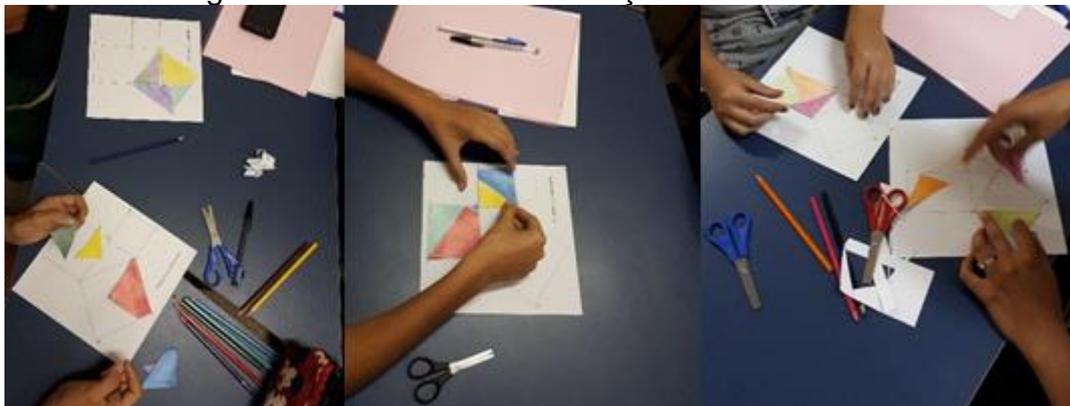
Figura 33 – Triângulo retângulo utilizado na oficina



Fonte: internet (2018)²³.

Após a fase preliminar, foi entregue às duplas um material para que cada uma pudesse confeccionar seu próprio recurso didático, recortando e pintando as peças. Em seguida, já de posse do material concreto pronto, os alunos se depararam com a tomada de posição cujo problema foi analisar a *composição das áreas dos quadriláteros sobre os quadrados com as peças recortadas e, em seguida, enunciar em português as relações métricas no triângulo retângulo*. Os alunos deveriam manipular o jogo quebra-cabeça de forma a compor as áreas dos quadriláteros sobre os triângulos com as peças recortadas e, em seguida, enunciar em língua corrente (em português) as relações existentes nessas áreas. As duplas trabalharam com relações métricas diferenciadas como mostra a figura 34. À medida que manipulavam as peças, os alunos percebiam que a soma das áreas dos quadrados menor e médio, depois de compostas pelas peças do quebra-cabeça eram congruentes à área do quadrado maior, esse momento era o de maturar as ideias.

Figura 34 – Momento de debruçamento dos alunos



Fonte: Elaboração própria.

²³https://pt.wikibooks.org/wiki/Matem%C3%A1tica_elementar/Geometria_plana/Tri%C3%A2ngulos/Tri%C3%A2ngulo_ret%C3%A2ngulo#/media/File:Tri%C3%A2ngulo_ret%C3%A2ngulo.svg

Na etapa da solução da Sequência Fedathi como ação formativa, os alunos não tiveram dificuldades em enunciar o que haviam verificado com o material concreto. Na prova, a turma foi conduzida às relações métricas no triângulo retângulo por meio dos casos de semelhança de triângulos relacionando à geometria trabalhada no material concreto com a geometria trabalhada na abstração. Ressalta-se aqui a informação de que os alunos eram conhecedores do conteúdo investigado e a intencionalidade é explorar a Sequência Fedathi na formação de conceitos.

Na última etapa da oficina, explorou-se a reflexão da aula, levando em consideração aspectos relacionados à forma como estava sendo conduzida a oficina. Daí, se iniciou uma discussão mais direta sobre os passos que foram dados na primeira parte da oficina e que materiais como o jogo quebra-cabeça 'tabuleiro pitagórico' de papel, tesoura, lápis de cor, e kit de anotações (pasta, caneta e papel) foram necessários. A manipulação do jogo quebra-cabeça se fez necessária nessa oficina para que os participantes visualizassem as relações métricas no triângulo retângulo e, posteriormente, externalizassem suas reflexões e conclusões a partir das observações feitas sobre a construção do conhecimento e a reflexão sobre o ensino desse conteúdo matemático.

c) O nível análise

Após a oficina, o nível *análise* que é a avaliação da aula, foi estruturado em duas fases, a saber, fase de avaliação *in lócus*, executada no local da pesquisa e realizada com aplicação do instrumental impresso aos sujeitos participantes e também com um momento de conversação depois da oficina, e a fase de avaliação *a posteriori*, caracterizada e estruturada a partir do que Marconi e Lakatos (2010) chamam de execução da pesquisa. Nela, foi realizada a coleta de dados, ação que exige do pesquisador uma atitude cuidadosa no que se refere ao registro dos dados. O rigoroso controle permite que as tarefas executadas, durante a oficina, devem ser sincronizadas de acordo com o que foi planejado.

Em seguida, buscou-se a elaboração dos dados coletados para serem analisados, interpretados e submetidos ao processo de escrita. As informações obtidas foram entrelaçadas com um exame detalhado e minucioso do que ocorreu durante a oficina e ao processo de codificação compreendido como a ação de categorizar e apresentar a tabulação que permite dispor os dados selecionados e

codificados, em tabelas ou quadros. No caso da oficina de matemática na Escola Pitagórica os dados foram tabulados, selecionados, codificados e interpretados (MARCONI; LAKATOS, 2010).

A aula na perspectiva dos licenciandos

No momento da construção da aula os alunos perceberam que em um dos tabuleiros, o encaixe das peças só funcionava se uma delas fosse encaixada colocando o verso ao invés da frente da peça. À medida que desenvolviam a atividade, foi disponibilizado papel para que pudessem escrever as primeiras percepções sobre suas manipulações. No geral, registraram que as peças cobriam as superfícies das figuras concluindo que as áreas eram iguais.

As relações métricas no triângulo retângulo é conteúdo já conhecido pelos alunos, porém, os licenciandos não falaram como uma aula pode ser realizada com essas ideias matemáticas na perspectiva do ensino explorando a reflexão das ações. Logo, a tomada de posição surgiu como um momento de inquietação e de um novo olhar para o conteúdo que estava sendo explorado. Na etapa maturação os alunos registravam na escrita as observações que faziam sobre como uma composição somada a outra composição de peças era equivalente a uma terceira composição do material e como essa questão pode ser direcionada para o ensino básico. Na solução, as relações métricas foram enunciadas e com elas, as dificuldades em manipular a combinação das peças. A prova caracterizou-se com considerações, sob a condução e inquisição da professora com perguntas envolvendo uma verificação metódica com certo rigor matemático. Nessa etapa a Sequência Fedathi foi apresentada a todos os participantes. A professora formadora explanou a concepção da metodologia de ensino, seus níveis, etapas, princípios e fundamentos.

Análise da experiência na Escola Pitagórica

A utilização da metodologia de ensino Sequência Fedathi proporcionou o alcance dos objetivos descritos na sessão didática no intuito de trabalhar com licenciandos em matemática. No final da oficina os alunos responderam um questionário que envolvia a relação entre a prática vivenciada e a teoria explanada

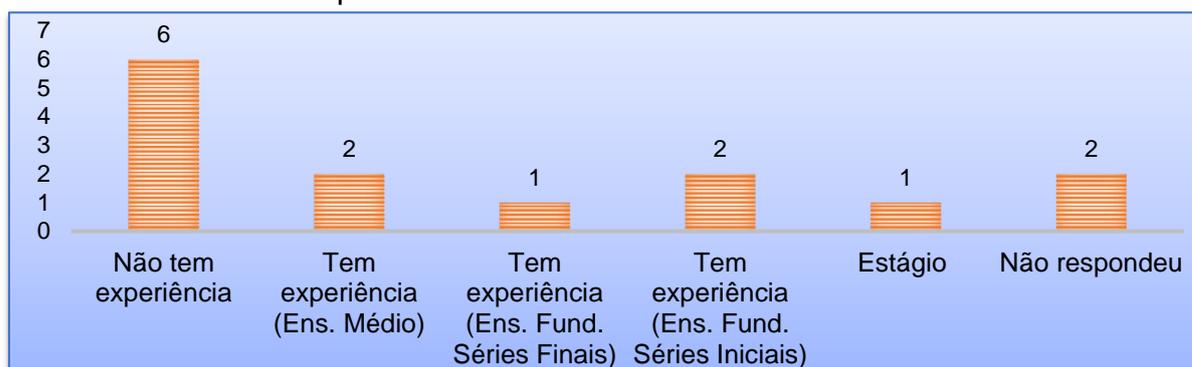
logo depois das construções dos conceitos matemáticos. Na seção 1 a identificação dos participantes foi instigada. Assim como a instituição, nível acadêmico e alguma possibilidade de experiência em sala de aula. O conhecimento da metodologia trabalhada foi explorado na visão dos alunos. Questionou-se a percepção dos participantes sobre a metodologia desenvolvida por Borges Neto (2016) que não foi anunciada e nem explanada, mas aplicada pela professora formadora. Na seção 3, explorou-se o conhecimento sobre a oficina, os aspectos que envolveram a aprendizagem e o ensino do conteúdo assim como a reflexão sobre o material concreto utilizado na oficina. A seção 4 tratou da mediação docente e das percepções dos alunos sobre essa questão. A seção 5 buscou as percepções dos alunos de maneira geral, apontando aspectos positivos e negativos.

Durante a aula a professora formadora teve o cuidado de enfatizar cada etapa sem citá-las pelo nome ou informar que se tratava das fases da metodologia utilizada. A ideia era que os alunos, posteriormente, pudessem identificá-las na reflexão da vivência mais à frente. Os alunos vivenciaram a formação dos conceitos das relações métricas no triângulo retângulo e depois, conseguiram refletir, à medida que discutiam o que realizaram em cada etapa.

Na seção 1 foi considerada a *identificação* parcial dos participantes, sua formação, instituição em que estuda e experiência em sala de aula.

O Gráfico 2 mostra que dos 14 alunos que responderam ao questionário, 42,9% não tinham experiência em sala de aula, mas não souberam dizer se já tinham vivenciado o uso do recurso didático em sua formação no sentido de discutir o ensino. Apenas 7,1% lecionaram nas séries finais do Ensino Fundamental e 14,3% no Ensino Médio. Mais outros 14,3% responderam que lecionaram nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Nesta última informação considera-se apenas a questão da experiência em sala de aula, não sendo de interesse da pesquisa o nível de ensino apontado pelos participantes devido à formação ser no curso de Pedagogia e não na Licenciatura em Matemática. 14,3% dos participantes não responderam a essa questão e 7,1% mencionaram o estágio supervisionado como período em que ensinou.

Gráfico 2 – Experiência com a docência em Matemática na oficina



Fonte: Elaboração própria.

Na seção 3 do questionário foi explorado o conhecimento sobre a oficina. A intenção foi verificar se a manipulação do recurso didático teve algum impacto sobre a aprendizagem dos alunos participantes; se conseguiram enunciar as relações métricas no triângulo retângulo com a ajuda do material concreto; da possibilidade de construir um material concreto para trabalhar algum conteúdo matemático; do material utilizado na aula foi favorável ao conteúdo.

Inicia-se com a pergunta para os alunos sobre a possibilidade de conseguir enunciar as relações métricas no triângulo retângulo com a manipulação do material concreto e deixa claro nas respostas dos alunos que, o material ajuda na interação dos participantes na resolução do problema, pois o trabalho em equipe proporciona a troca de ideias e o manuseio do quebra-cabeça auxilia a compreensão dessas relações por meio da visualização proporcionada pelo jogo, possibilitando uma matemática mais palpável ao aluno, embora seja abstrata, pois o aluno busca o passo a passo da formação do conceito.

Todos responderam que conseguiram enunciar a relação métrica que investigou. A figura xx mostra que quando inquiridos sobre o uso do recurso didático a maioria dos alunos entendeu que o material por si só ser suficiente para a construção do conceito matemático e que o recurso didático em si não garante a aprendizagem e apenas 21,4% afirmaram que o material promove a aprendizagem sem argumentar em que circunstâncias.

Figura 35 – Sobre o uso do recurso didático na formação do conceito

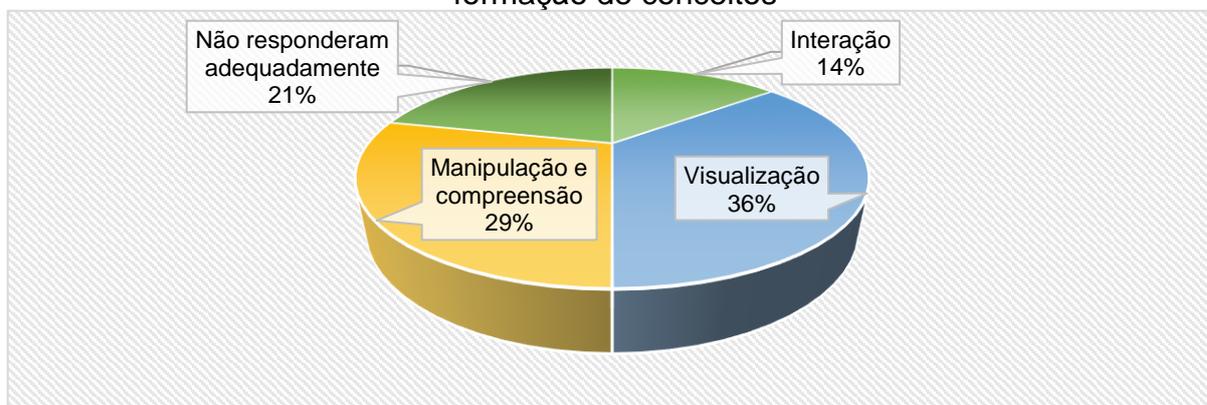
Você conseguiu enunciar as Relações Métricas no Triângulo Retângulo com a ajuda do Material Concreto?
 (X) sim () não
 Justifique sua resposta. *com o material foi possível entender as Relações Métricas de uma maneira mais concreta, quando manipulamos o material.*

Fonte: Elaboração própria.

O jogo quebra-cabeça estimulou os licenciandos a pensar em suas ações durante a formação de conceitos identificando seus erros e de que maneira poderiam realinhar suas ideias.

O material utilizado ajudou os alunos na verificação do conteúdo de ensino criando uma conexão entre as etapas solução e prova da Sequência Fedathi fazendo com que a metodologia de Borges Neto (2016) validasse o uso do recurso didático. O Gráfico 3 mostra que os sujeitos participantes argumentaram que a visualização é um dos fatores que beneficiam a aprendizagem. Entenderam que a manipulação ajuda na compreensão do conteúdo explorado e que a interação entre eles se deu por meio do trabalho com o material concreto. Uma parte dos licenciandos, totalizando 21%, não opinou adequadamente mesmo considerando as informações importantes para serem refletidas.

Gráfico 3 – Visão positiva dos licenciandos sobre o uso do recurso didático na formação de conceitos



Fonte: Elaboração própria.

Após a análise do uso do material, os futuros professores foram instigados sobre a ideia de confeccionar um recurso para a aula de matemática. As respostas

foram afirmativas para a utilização do recurso didático pois possibilita a compreensão das ideias matemáticas; para a confecção do material visto que instiga o interesse pelo conteúdo; para a interação entre os alunos.

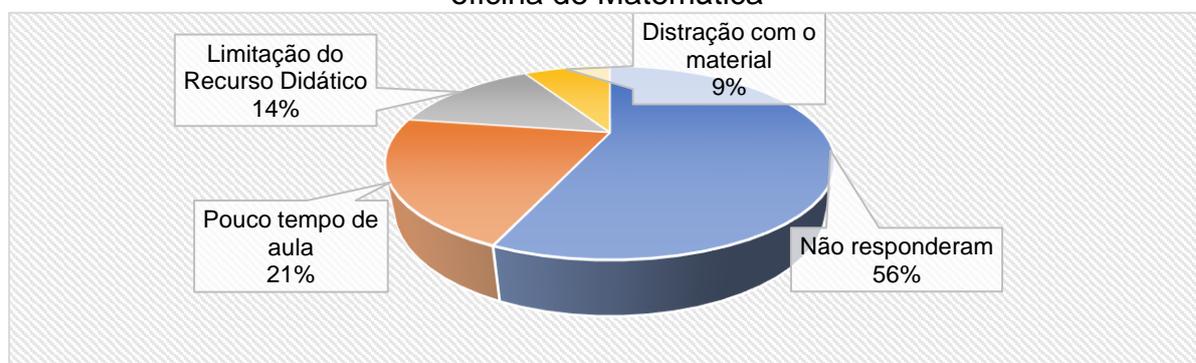
Sobre o material ser favorável à construção do conteúdo, 42,9% entenderam que possibilita a verificação da ideia matemática estudada em sala de aula, 28,6% compreenderam que o recurso didático auxilia a condução dos alunos na busca da resposta, 14,3% apontaram para a reflexão das ações na aprendizagem, 7,1% responderam inadequadamente e 7,1% não responderam.

Questionou-se ainda, com base na experiência realizada, se o uso do recurso didático é suficiente para a formação do conceito explorado. Todos os alunos afirmaram que não é suficiente e 64,3% consideraram que a teoria é necessária para o aluno abstrair a ideia matemática.

Em relação aos aspectos gerais da oficina, foram apontados os que contribuíram positiva e negativamente para aula. Dentre os que se caracterizaram positivamente destacam-se a existência da interação com o conteúdo; o subsídio para a formação docente; metodologia eficaz; relação teoria-prática; promoção da interação entre os alunos; mediação eficaz.

Sobre os aspectos negativos, o Gráfico 4 mostra que os participantes apontaram material limitado, distração do conteúdo causada pela manipulação do material e pouco tempo de aula.

Gráfico 4 – Percepções negativas dos alunos sobre o uso do recurso didático na oficina de Matemática



Fonte: Elaboração própria.

Na quarta seção os alunos discorreram sua opinião sobre a professora formadora e sua atuação na triangulação da relação professor-aluno-saber como

mostra Pommer (2008). Os alunos concordaram que houve mediação e que a professora atuou de maneira clara e objetiva, interagindo com a turma e instigando o pensamento do aluno para raciocinar sobre a situação apresentada. As afirmações deram condições para realizar mais um momento de discussão, dessa vez, sobre a mediação pedagógica. Os futuros professores entenderam que a atuação docente é de fundamental importância na condução da aula para o aluno chegar à aquisição do conhecimento. Outra questão relevante apontada pelos participantes é o domínio do conteúdo que o professor deve ter juntamente com a didática adequada para tornar o ensino eficaz.

A análise da experiência na Escola Pitagórica gerou algumas proposições apresentadas no Quadro 5 e que serviram de base para as orientações metodológicas apresentadas neste estudo.

Quadro 6 – Proposições originadas da vivência na Escola Pitagórica

| PROPOSIÇÃO | DESCRIÇÃO |
|------------|--|
| P1 | O recurso didático quando bem utilizado potencializa o trabalho docente em sala de aula, porém não garante a aprendizagem. |
| P2 | A relação teoria-prática precisa ser considerada na aula, porém, é necessário que o professor entenda o conceito de prática, de concreto e de realidade x virtualidade. |
| P3 | A interação com o conteúdo deve sempre existir, independentemente de haver material concreto ou não auxiliando a aula. Nesse caso, cabe à mediação docente promover essa interação. |
| P4 | O subsídio para a formação deve ocorrer em toda a sua preparação para a docência e não apenas nas disciplinas que discutem o ensino. A legislação já garante a existência da relação da teoria com a prática no sentido de desenvolver reflexões acerca do ensino quando os licenciando ainda, em sala de aula, aprendem sobre o conhecimento matemático que vai fundamentar sua prática profissional. |
| P5 | Sobre a mediação docente, ressalta-se aqui que é a base do trabalho do professor. Independentemente do método que utilize ou de qual concepção metodológica ele acredite, a mediação é fundamental para que o ensino ocorra para a aprendizagem. |

Fonte: Elaboração própria.

A segunda seção se referiu ao *conhecimento sobre a Sequência Fedathi*. Inicialmente foi questionado se eles já conheciam a Sequência Fedathi e 71,4% afirmou que desconhecia totalmente a existência da proposta metodológica e 28,6% respondeu que sim, porém, de maneira informal, não sabia sobre sua estrutura de funcionamento. Essa informação traz uma reflexão importante quando Torres (2017) aponta em sua pesquisa que a metodologia de Borges Neto (2016) ainda está sob o efeito do preciosismo acadêmico. Daí percebe-se a necessidade de um método de ensino que trabalhe o passo a passo do professor na sala de aula da Educação Básica. Ainda sobre a seção 2, o quadro 2 mostra a identificação de cada etapa da metodologia trabalhada na oficina após sua aplicação.

A coleta e análise dos dados mostram que 6 participantes identificaram a tomada de posição começando no acordo didático o que corrobora com Sousa (2015, p. 61) quando afirma que nessa etapa “antes de apresentar o problema, o professor deve combinar com os alunos as normas inerentes à resolução da situação que será apresentada como desafio, bem como as regras gerais de convivência na sala de aula”. A apresentação do problema, outra resposta apresentada pelos alunos, aproximou-se da resposta correta, porém, entende-se nesta situação que os alunos não consideraram o acordo didático como parte da 1ª fase da Sequência Fedathi.

A exibição e manipulação do quebra-cabeça também se aproximam da ideia da apresentação do problema, porém, a resposta que aponta para o contraexemplo está totalmente destoante das demais até porque na condução da oficina, o contraexemplo aparece no momento da reflexão do uso do recurso didático pelos alunos, ou seja, depois da prova, última etapa da Sequência Fedathi. Neste momento, questiona-se se ocorreu um lapso de atenção ou foi dificuldade em compreender a metodologia.

Sobre a Maturação, a maioria dos alunos não teve dificuldade em identificar esta etapa, porém, a ideia do contraexemplo novamente é apontada na maturação, mas, já foi esclarecido em que momento ele foi utilizado na oficina. Essa questão torna-se pertinente pelo fato de, nas aulas de matemática, o momento de debruçamento sobre o problema ser ausente, mesmo assim foi identificado por uma boa quantidade dos sujeitos que vivenciaram a pesquisa na oficina. Já a solução foi confundida com a maturação e a prova. Nessa fase, os participantes tiveram mais dificuldade de identificá-la por não conseguir diferenciar o momento em que

resolveram o problema do que estruturaram a resposta. A resolução do problema foi identificada equivocadamente pelos alunos como a solução e o momento em que a professora formadora apresentou a resposta no quadro, com a prova. Um número considerável de alunos não respondeu ou não soube responder e deixa uma reflexão sobre o que Souza (2013) apresenta como lacuna do ensino tradicional que veta a participação do aluno quando reflete sobre suas ações na construção do conhecimento matemático. Essa questão é discutida no capítulo 3 deste estudo.

A prova foi identificada pela maioria dos participantes e, mais uma vez, o contraexemplo apareceu nas respostas, dessa vez como prova. A experiência na Escola Pitagórica nos leva ao seguinte questionamento: os alunos da licenciatura em matemática estão vivenciando momentos de discussão sobre ensino e diferentes métodos de trabalho?

APÊNDICE B - A EXPERIÊNCIA DO MINICURSO NA ESCOLA PLATÔNICA

A segunda experiência dessa pesquisa se deu em forma de minicurso em um evento caracterizado como a semana dos estudantes de licenciatura em Matemática de uma instituição pública no estado do Ceará e cujo codinome adotado aqui é Escola Platônica. O evento ocorreu em 2019 no *campus* Jardim de Academo. Como todo evento universitário, teve como finalidade promover a integração entre alunos e professores da graduação e da pós-graduação no intuito de compartilhar experiências visando a aprendizagem no contexto do ensino, pesquisa e extensão. O objetivo foi explorar umas das hipóteses que constituem a tese dessa investigação, a formação de conceitos.

O minicurso intitulado *O uso do laboratório e uma discussão sobre ensino na Licenciatura em Matemática* teve uma duração de dois dias. No primeiro dia houve um público de 29 participantes e no segundo, 30 alunos participaram. No segundo, trabalhou-se com mais uma sessão didática. Nos dois dias foi possível considerar o processo de avaliação da aula considerando aspectos importantes da relação ensino-aprendizagem com base na Sequência Fedathi.

A ação formativa na Escola Platônica com base na Sequência Fedathi: uma descrição

A sessão didática intitulada *Utilizando o recurso didático na formação de conceitos de números irracionais e padrões matemáticos*, teve como palavras-chave recurso didático, formação de conceitos e Sequência Fedathi. O objetivo geral da aula foi investigar o ensino do conceito de razão áurea no Laboratório de Matemática como concepção de sala de aula por meio do recurso didático. Como objetivos específicos destacaram-se: a) examinar por meio do uso da fita métrica como um recurso didático, o processo de ensino; b) discriminar, através do pensamento dedutivo, o valor da razão áurea; c) analisar o ensino de números racionais com o uso do laboratório de matemática e ensino (BORGES NETO, 2016; RODRIGUES; GAZIRE, 2015).

a) O nível preparação

A experiência na Escola Platônica também apresentou uma lacuna seguida pelo planejamento da aula com base na Sequência Fedathi como ação formativa. A

análise ambiental foi desenvolvida com a ideia de que o público-alvo era licenciandos em matemática. A aula sobre a razão áurea foi planejada para 2h.

Embora a formadora não conhecesse previamente os participantes, a finalidade de utilizar o laboratório de matemática na concepção de sala de aula para a determinação da razão áurea foi traçada no planejamento da aula. O *plateau* envolveu um trecho de 6 minutos do vídeo²⁴ intitulado *Donald in Mathmagic Land*, dublado em português, o campo numérico dos irracionais, equação do 2º grau, transformação de medidas e uma breve orientação sobre a manipulação da fita métrica. A ideia é que o uso do material possibilitasse as primeiras reflexões, já naquele momento sobre o ensino da razão áurea.

b) O nível vivência

O primeiro dia do minicurso seguiu-se nos moldes da Sequência Fedathi como ação formativa. No primeiro momento foi apresentada à turma a intenção da aula e em seguida, juntamente com os alunos o acordo didático foi estabelecido. Logo depois ocorreu a execução do *plateau* por meio do vídeo envolvendo a razão áurea, e questionamentos sobre os conteúdos necessários para solução do problema que seria apresentado na tomada de posição. Os sujeitos da pesquisa já conheciam o conteúdo e as primeiras conversas foram direcionadas para ideia de ensinar o valor de um número irracional.

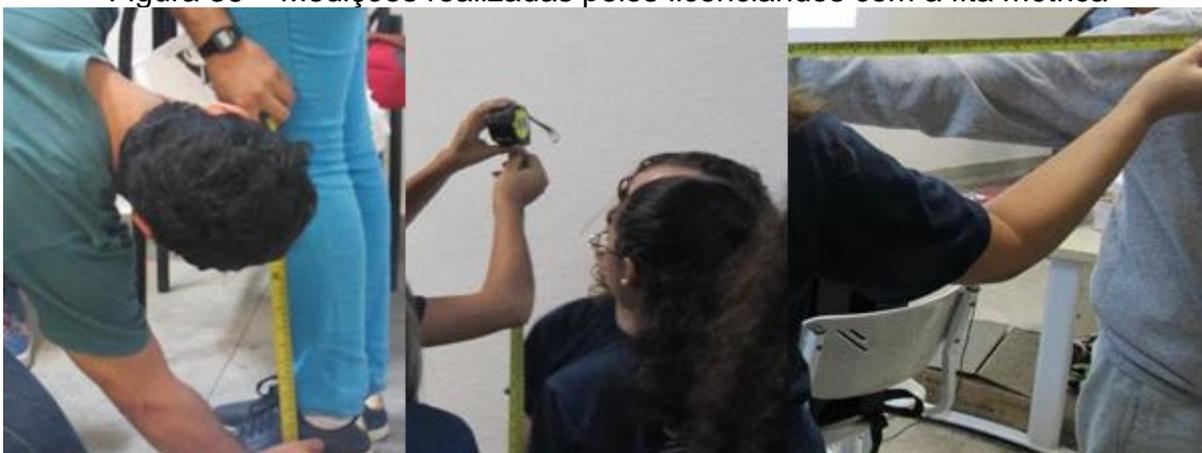
Como orienta a Sequência Fedathi, a tomada de posição iniciou-se com a vivência do *plateau* que tinha como problema proposto aos participantes *analisar a determinação do padrão matemático existente entre: a altura de uma pessoa e a distância do chão até o umbigo; o comprimento do braço e o comprimento do ombro até a extremidade do dedo médio; o comprimento da perna e o comprimento do joelho*. Os alunos utilizaram a fita métrica e um instrumental impresso para o registro das medidas e de suas primeiras impressões de suas ações.

Para o momento do *plateau*, os participantes se dividiram em seis grupos de três pessoas e dois grupos de quatro e cada um teve a medida indicadas na atividade e verificadas com a fita métrica pelos outros componentes como mostra a figura 36. À medida em que faziam as aferições, refletiam sobre o uso da fita métrica ser ou não apropriado para a atividade. E após esse momento, seguiram para a maturação, fase em que deveriam algebricamente relacionar e, posteriormente,

²⁴ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=cDqohQzai9M>>. Acesso em: 22. set. 2019.

comprovar a atividade realizada com o uso do recurso didático. Em seguida, socializaram as medições, explanaram os resultados de suas atividades e dos registros que fizeram. E por fim, a turma foi conduzida à generalização do valor do número áureo considerando as informações pertinentes para tornar o ensino mais simplificado possível, porém, não menos rigoroso no método.

Figura 36 – Medições realizadas pelos licenciandos com a fita métrica



Fonte: Elaboração própria.

O segundo momento do primeiro dia do minicurso, ocorreu logo após a atividade prática. Trabalhou-se com a metodologia Sequência Fedathi e suas etapas e seus fundamentos como a Pedagogia mão no bolso, a mediação por meio da pergunta, do contraexemplo e do *plateau*, o acordo didático e a própria sessão didática foram os fundamentos explorados.

c) O nível análise

Embora o minicurso tenha ocorrido em dois dias, considerou-se apenas a sessão didática no primeiro dia que explorou a razão áurea. A análise da aula foi realizada de duas maneiras, a primeira se deteve na avaliação dos alunos após a aula explorando suas percepções sobre o que vivenciaram. A segunda, em um momento depois das falas com dois participantes, aplicou-se um questionário que explorou o perfil dos sujeitos; a percepção sobre o recurso didático; sobre mediação docente na sala de aula; sobre aspectos gerais do minicurso.

A aula na perspectiva dos licenciandos

A forma como os licenciandos participaram foi fundamental para a efetivação da aula. Em alguns, as percepções lhe sobressaltavam as falas, como o filme que iniciou a vivência e já era conhecido por uma parte dos sujeitos da pesquisa, porém, entre eles não se havia atentado para a razão áurea destacada em um momento do vídeo.

A formação do conceito exigiu conhecimentos como noção de números irracionais, resolução de equação do 2º grau e proporção. Após a etapa *maturação* na qual as aferições das medidas realizadas no *plateau* foram exploradas algebricamente no papel veio a etapa da solução, fase em que os alunos socializaram suas respostas e com a mediação pedagógica concluíram a solução do problema a partir de suas respostas. Em seguida, iniciou-se o momento de generalização da ideia matemática trabalhada na fase *prova* no intuito de relacionar as ações dos alunos e suas reflexões com o conteúdo de ensino já estruturado e organizado pelo currículo oficial e conduzido pela professora formadora.

Em alguns momentos foi possível identificar as lacunas deixadas pelo ensino básico. Dessa forma, foi necessário retomar a ideia de alguns conceitos matemáticos como razão e proporção, necessários para seguir com a finalidade da aula. É importante ressaltar que os conteúdos necessários para fundamentar a nova ideia foram trabalhados no *plateau*, porém, pressupõe-se que o pensamento proporcional faz parte de todo o processo formativo do sujeito no ensino básico (BRASIL, 1998).

Em geral, as equipes já conheciam o número áureo, mas não sabiam de que forma poderia ser obtido e trabalhado na sala de aula. Uma equipe, por exemplo, tinha noção do valor aproximado e considerou 1,618 o valor da razão áurea. O grupo explanou uma margem de erros entre as medidas e apontou falta de critério em medidas como a do comprimento da perna. Esta, ao ser matematicamente comparada com outra, referente à distância do joelho até o chão, dá origem a uma razão.

O grupo considerou o valor encontrado como exato e não como decimal infinito e não periódico como deve ser. Não se pode concluir com precisão que os integrantes não sabiam dessa informação sobre o valor encontrado. Outra dificuldade

encontrada foi o desconhecimento sobre o comprimento da perna humana que vai do quadril até o tornozelo.

Houve quem considerou as medidas destoantes do valor aproximado da razão áurea. A justificativa apresentada pelos integrantes envolveu grandezas inversamente proporcionais, uma relação que não se apresenta no contexto trabalhado. Logo, a atitude dos alunos diante dos seus resultados mostra que não compreenderam a ideia da atividade.

Alguns fatores contribuíram para a variação nos valores das medidas, o desvio que ocorre nas medições usando a escala da fita métrica que, embora graduada, gera medida imprecisa com o olho humano apenas. Confusão persistente entre razão e proporção.

No geral, as medidas apresentadas pelas equipes tinham algumas diferenças, mas era necessário que percebessem o que essas diversidades podem significar no ensino do valor do número áureo. Algumas observações foram destacadas pelos grupos entre elas estão as seguintes: pessoas com alturas diferentes tem razões aproximadas; algumas partes do corpo são de difíceis medições, por exemplo, o comprimento da perna; a percepção dos valores das razões mostram que há uma regularidade em questão, porém, a vestimenta e os calçados das pessoas contribuíram para a não identificação de onde começa e onde termina as partes do corpo; expectativa de alguns na obtenção de medidas iguais e exatas sem atentar que o número áureo é irracional.

As medições foram uma ação provocada pelo *plateau* que também instigou os alunos a refletir sobre os resultados que encontraram. A maioria dos grupos conseguiu razões com valores próximos à razão áurea e que mesmo sendo um número irracional, é convencionalmente apresentado $\varphi = 1,618$. Porém, nenhum grupo questionou o porquê de não encontrar o valor exato e como as dúvidas que foram geradas na atividade poderiam ser tratadas no ensino básico.

Análise da experiência na Escola Platônica

Após a realização da oficina, os alunos responderam um questionário aberto sobre a aula. As questões foram direcionadas para o perfil dos licenciandos, uma reflexão sobre o minicurso, conhecimento sobre a metodologia Sequência Fedathi, sobre a mediação docente e aspectos gerais.

O questionário foi dividido em cinco seções no intuito de compreender a percepção dos participantes sobre a vivência da aula. Na seção 1 explorou-se a identificação dos participantes. Todos foram orientados a usar um nome fictício, a intenção estava em um momento posterior, compor o questionário com as respostas do mesmo sujeito participante, sem expor sua identidade, mas para saber sua linha de raciocínio. A formação inicial, instituição e a existência de alguma experiência em sala de aula foram também questionadas.

Na seção 2 fez-se uma análise do minicurso e sobre as questões envolvendo o uso do material concreto, as percepções dos alunos sobre os recursos utilizados; sua reflexão sobre a manipulação da fita métrica, a sequência didática estabelecida na aula; sobre a possibilidade de construção de um recurso didático para uma aula.

Na seção 3 buscou-se explorar a Sequência Fedathi de ensino e a possibilidade de ser identificado pelos participantes após a aula. Na seção 4, questionou-se sobre a mediação docente e a relação aluno-professor-saber. Na seção 5, aspectos gerais foram trabalhados por meio das percepções dos alunos sobre o que foi significativo e o que precisava melhorar. A Sequência Fedathi foi utilizada como metodologia de ensino. Inicialmente, o método não foi apresentado aos alunos e somente depois da aplicação, foi explanado para os participantes fazendo relação com as suas ações.

Sobre os sujeitos participantes, considerou-se necessário e relevante o fato do público ser licenciando, com isso a formação ocorreu dentro do contexto previsto e planejado. Dos 29 participantes, 86,21% eram alunos da Escola Platônica, 10,34% dos alunos eram da Escola de Alexandria e 3,45% dos alunos pertenciam à Escola Jônica.

No que se refere à atuação em sala de aula, alguns sujeitos não apresentavam nenhuma experiência com a docência. Por outro lado, uma boa parte

dos alunos que participaram do minicurso já ministraram aula no Ensino Fundamental ou Ensino Médio. As atividades realizadas ocorreram dentro de programas como o PIBID, o Mais Educação e a monitoria, sendo este apresentado tanto na licenciatura como no ensino médio, além do Estágio Supervisionado que possibilitou ao sujeito, a vivência em sala de aula ainda em sua formação inicial. Outros afirmaram ter experiência no trabalho de docência, porém, não indicaram se tinha vínculo empregatício ou se era algum programa de política educacional.

Gráfico 5 – Experiência com a docência em Matemática dos sujeitos da vivência na Escola Platônica



Fonte: Elaboração própria.

Sobre o minicurso os participantes perceberam que a construção do conhecimento matemático fica mais plausível quando há um recurso didático e a ação do aluno sobre o material. Essa afirmação converge com a ideia de Rabardel (1995) que considera a ação cognitiva sobre a ferramenta como essencial para a produção do saber matemático. Para o autor, a relação do homem com esses objetos e sistema é o que fundamenta o elo cognição-ação.

Outra ideia importante apontada pelos licenciandos é que o recurso didático quando é palpável ajuda no contexto da Matemática como ciência abstrata. Porém, Passos (2010) afirma que o uso do material está relacionado a criações envolvendo aspectos didático-pedagógicos para a compreensão da ideia na relação que o professor estabelece com o aluno e o saber, logo, tem como finalidade auxiliar a condução do processo do ensino para a aprendizagem, mas por outro lado, não garante a eficácia. Dessa forma, corroborando com a ideia, Pais (2013, p. 94) afirma que “o uso desses suportes deve ser feito para a aprendizagem não permanecer isolada ao plano das experiências particulares”.

Para alguns sujeitos da pesquisa, o recurso ajudou entender a generalização do conceito da razão áurea como um número irracional, aproximando o cotidiano da sala de aula de forma clara e simples. Logo, o uso do material concreto, atrelado aos questionamentos e ao que foi visualmente exposto, ajudou na assimilação da ideia. Os alunos se referiram ao problema proposto e ao vídeo utilizado no *plateau* para auxiliar a condução da aula pelo professor.

Para outros sujeitos envolvidos, a aula prática facilitou a fixação do conteúdo e como o minicurso tinha a finalidade de construir matematicamente a ideia de razão áurea, entende-se aqui a 'fixação' como a compreensão do conteúdo.

Outra observação importante é que mesmo com as margens de erros foi possível desenvolver o raciocínio e perceber as medidas aproximadas umas das outras ou não, gerava um padrão que era o número áureo. Em seguida, explorou-se sua definição, como se desenvolve no campo dos irracionais e sua existência na natureza.

O vídeo do Pato Donald no país da Matemática também foi identificado como recurso didático, porém, os alunos não deixaram isso claro nas respostas dos questionários, mas admitiram que o material é didático e proporcionou a relação da teoria com a prática motivando a participação de todos os envolvidos.

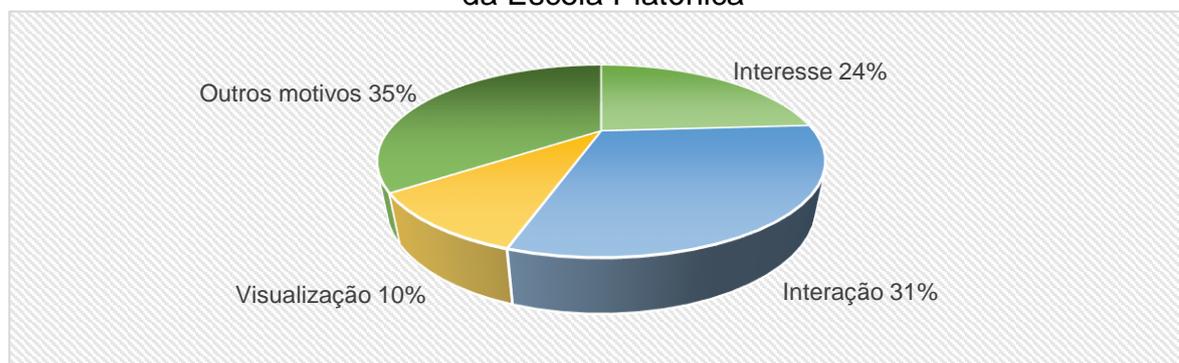
Afirmarões de que a prática ajuda a entender a teoria e de que a vivência ajudou a construir a ideia do número áureo foi bem enfatizado entre as respostas dos alunos. Porém, algumas lacunas persistiram como a não sistematização do valor do número trabalhado; a dificuldade no manuseio da fita métrica; o não entendimento sobre a diferença entre razão e proporção que perdurou toda a aula.

O questionário envolveu perguntas sobre as percepções dos participantes em relação ao uso do material concreto. Os sujeitos foram submetidos à reflexão de suas respostas e apontaram alguns fatores que beneficiam o ensino do conteúdo. O interesse pelo conteúdo foi defendido por 24% dos participantes, a interação da turma foi mencionada por 31%, a visualização do conteúdo por meio do uso do recurso didático foi apontada por 10% dos alunos e outros motivos resumiram as observações de 35% restante como mostra o Gráfico 6.

Inicialmente, destaca-se a manipulação do material como uma ação que desperta o interesse do aluno, pois a ação em si o torna partícipe do processo de

aprendizagem, fazendo com que o aluno veja o problema proposto de forma mais clara. Essa função corrobora com a função didática do recurso didático (PAIS, 2013).

Gráfico 6 – Benefícios do uso do recurso didático na visão dos alunos na experiência da Escola Platônica



Fonte: Elaboração própria.

Os licenciandos perceberam que o uso coletivo do recurso didático proporciona maior interação entre os alunos, o professor e o saber compondo assim o triângulo didático, visto que enquanto um mede, outro é medido em algumas partes do corpo e outro membro do grupo anota as aferições para depois, trocarem de funções e todo o grupo finalizar a atividade calculando e compartilhando as ideias (BROUSSEAU, 2008).

A visualização destacada pelos participantes é no sentido de que o aluno percebe melhor seus passos e suas ações.

A facilidade como o aluno encara o problema apresentado usando o recurso didático manipulável foi apontada como uma justificativa. É importante destacar que recurso didático não garante a aprendizagem, mas utilizado de maneira adequada possibilita o ensino para a aprendizagem da matemática (BORGES NETO, 2016; PASSOS, 2010).

Em relação aos aspectos negativos, os alunos afirmaram que a fita métrica não possibilita a precisão das medidas, porém, algumas justificativas se voltaram para o desconhecimento de onde começa ou termina o comprimento de uma parte do corpo, o que não caracteriza atributo do material, como mostra o Gráfico 7.

Gráfico 7 – Percepções negativas do uso do recurso didático na visão dos alunos na experiência da Escola Platônica



Fonte: Elaboração própria.

Outras afirmações foram usadas e consideradas na coleta como 'outros argumentos', dentre eles os licenciandos apontaram o tempo como fator negativo para a realização das medições; a ausência de orientação sobre as medições e como utilizar a fita métrica; a desarmonia no grupo sobre as percepções dos participantes em relação ao uso do material concreto.

A análise da experiência na Escola Platônica gerou algumas proposições apresentadas no Quadro 6 e que serviram de base para as orientações metodológicas apresentadas neste estudo.

Quadro 7 – Proposições originadas da vivência na Escola Platônica

| PROPOSIÇÃO | DESCRIÇÃO |
|------------|---|
| P1 | Entender a linguagem e intenção do aluno é fundamental para que as dúvidas sejam sanadas antes de ir à prática da sala de aula. |
| P2 | É importante compreender que o licenciando, à medida que vai caminhando em sua trajetória acadêmica, necessita ampliar seu grau de raciocínio e percepção não apenas para o conhecimento matemático que está aprendendo, mas também para o saber, para o que vai ensinar. |
| P3 | Proporcionar a experimentação do fazer matemático conduz o aluno à compreensão da ideia matemática trabalhada. Logo, o licenciando deve compreender que o material que se utiliza em sala de aula deve estar no planejamento e, principalmente, direcionado para a ação adequada com domínio de uso pelo professor. |
| P4 | O instrumento requer muitas vezes de conhecimento básico e prévio para a sua manipulação em determinado contexto. |
| P5 | O processo de ensino deve ser dinâmico como algo que se movimenta, modifica e evolui atrelando ações como inquietar, desestruturar, incomodar e acomodar, desafiar e conduzir. O professor deve ter um método de ensino em sua prática docente. |
| P6 | Atreladas a um método de ensino está a prática docente do professor. Prática essa que surge do ofício que exerce e que a graduação não proporciona, mas que a experiência de sala de aula vai proporcionando e ajudando ao docente a estruturar sua identidade profissional. |

Fonte: Elaboração própria.

As proposições apresentadas no Quadro 6 referem-se ao uso do recurso didático, à mediação pedagógica e aos aspectos metodológicos. O uso do material didático teve boa aceitação pela maioria dos participantes que entendeu a necessidade de trabalhar com ações que ajudem a atividade mental dos alunos na possibilidade de estudar algo que está nos livros, mas não é vivenciado na sala de aula.

Os participantes entenderam que a metodologia de Borges Neto (2016) é um processo de ensino que tem uma didática eficaz, pois suas fases são factíveis e

permitem o uso de recurso didático. Ressalta-se que a metodologia trabalhada no minicurso foi direcionada para a sala de aula e embora sua execução seja possível é importante que seja bem planejada com ou sem recurso didático.

Ao pensar sobre a aula, alguns reconheceram que a proposta metodológica utilizada ajuda o aluno primeiramente, a vivenciar a prática e depois, a teoria e que suas etapas facilitam a aprendizagem, porém, não disseram como auxiliam o processo de ensino. A aula foi caracterizada como dinâmica, promovendo a interação entre os alunos e clareando melhor o desenvolvimento das ideias para as conclusões, pois posiciona o aluno na condição de elemento ativo na construção do conhecimento matemático, dando liberdade para se expressar à medida em que a aprendizagem avança.

É importante entender que a Sequência Fedathi proporciona a interação entre os alunos, entre os alunos e o professor e entre os alunos, o professor e o saber caracterizando a ideia de Brousseau (2008) sobre o triângulo didático. Porém, a liberdade se refere ao pensamento livre, à emissão de opiniões que ajudem na sistematização das ideias trabalhadas.

Na visão dos sujeitos da pesquisa essa liberdade somada com o dinamismo da aula auxilia ações como comparar e concluir, proporcionando melhor entendimento do conteúdo. Essa reflexão mostra a interferência não apenas no conteúdo matemático, mas também em questões de ordem pedagógicas envolvidas.

APÊNDICE C - A DISCIPLINA LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA DE ALEXANDRIA EM UM CURSO PRESENCIAL

A atividade foi realizada na instituição denominada nesta pesquisa de Escola de Alexandria e considerou-se adequada para explorar a segunda hipótese dessa pesquisa acadêmica que está relacionada com a análise dos aspectos didático-pedagógicos a partir do conhecimento matemático construído pelos licenciandos. A experiência se deu na estrutura de uma aula da disciplina Laboratório de Matemática (LM) do curso de Licenciatura em Matemática da instituição.

A vivência da pesquisa na escola de Alexandria, é campo fértil devido o curso de licenciatura existente na modalidade presencial. As disciplinas que discutem o ensino são direcionadas à figura do educador matemático que em sua, função, tenta estreitar a relação da teoria com a prática, não apenas no Estágio Supervisionado e na Prática como Componente Curricular, duas dimensões obrigatórias e legitimadas na legislação. A disciplina é obrigatória e compõe, em sua estrutura ementária uma carga horária de 40h/a totalmente dedicada às aulas práticas. Porém, a organização da disciplina não impediu a professora mediadora de trabalhar com os alunos a reflexão de suas ações.

A aula intitulada *multiplicação de monômios: uma reflexão do pensar sobre o fazer matemático* ocorreu no *campus* Helenístico no mês de outubro de 2019 e os sujeitos participantes totalizaram 16, porém, apenas 13 deles refletiram sobre a experiência que tiveram na reflexão do ensino. Os aspectos relacionados à confecção do material, manipulação do jogo e a sessão didática vivenciada são colocadas nesse tópico como elementos que ajudaram na coleta e análise das informações visto que a primeira hipótese relacionada à construção do conhecimento matemático já foi trabalhada no tópico anterior.

Refletindo sobre os aspectos didático-pedagógicos do conhecimento matemático

A atividade proposta foi baseada no livro *Matemática... você constrói* de Lima, Siani Filho e Couto Filho (1997). A literatura tem como elementos didáticos a construção do conhecimento instigando o aluno do ensino básico a pensar sobre suas

ações. O instrumental de análise foi dividido em quatro sessões: a) dialogando previamente; b) a preparação da aula; c) vivenciando a aula; d) avaliando a aula. Cada um dos itens sequenciados deu subsídios para a atividade que a princípio é prática com caráter lúdico, porém, para ser realizada o aluno necessita compreender a multiplicação de monômios.

a) Dialogando previamente

Nesta sessão, dois aspectos foram trabalhados, respectivamente, envolvendo a aprendizagem e o ensino da multiplicação e potenciação dos números no campo dos reais (R). A intenção foi verificar a percepção dos licenciandos no campo numérico mais geral para o aluno do 8º ano do ensino fundamental. No primeiro, foi pedido aos sujeitos a pesquisa que listassem, a partir de suas percepções como alunos, duas dificuldades que envolvem a aprendizagem das referidas operações e, no segundo, eles apontaram duas ações que o professor pode realizar em sala de aula de maneira que facilite o ensino das operações já mencionadas.

Iniciando a reflexão na perspectiva da aprendizagem e pelas dificuldades que os alunos do ensino básico encontram em relação à multiplicação, os licenciandos colocam na sequência o domínio da tabuada. Esse fator foi mencionado como preponderante para a compreensão do conteúdo trabalhado. O sistema de numeração aparece em seguida juntamente com o domínio das técnicas operatórias e algoritmos. Para os licenciandos, não compreender a estrutura de ordens e classes, a inclusão hierárquica e ordem assim como a manipulação dos campos numéricos no que diz respeito aos cálculos reflete na compreensão da multiplicação de monômios. Ressalta-se aqui que, as operações básicas são elementos de estudo dos alunos desde as séries iniciais do ensino fundamental, ou seja, do 1º ano até chegar no 8º para não apenas ampliar, mas também aprimorar seus conhecimentos sobre as operações. As frações também foram apontadas como fator de dificuldade, pois não são compreendidas e a divisão foi citada como um elemento que auxilia na compreensão da multiplicação devido ser sua operação inversa, daí a importância de serem trabalhadas em conjunto.

Logo em seguida, as regras de sinais foram apontadas como um elemento que dificulta a compreensão de outras operações que se seguem na sequência curricular. A percepção dos sujeitos da pesquisa sobre essa questão pode ser observada no trabalho de Santos (2015) que faz um comparativo com os estudos do

matemático Georges Glaeser (1918 – 2002), sobre os obstáculos epistemológicos que impedem o aluno de aprender números inteiros. Enquanto o matemático francês traz em seu tratado, a análise na perspectiva de aprendizagem, a autora faz o mesmo trabalho, porém, na perspectiva do ensino, instigando o professor que atua na educação básica a refletir sobre esses obstáculos. Tanto um como outro autor mostra o quanto foi difícil compreender e estruturar os números inteiros durante 1600 anos aproximadamente (BOYER, 1974; EVES, 2004).

Os licenciandos também citaram a confusão que eles como alunos do ensino básico faziam entre a potenciação e a multiplicação. A falta de compreensão de uma e de outra operação gera as dificuldades na manipulação das técnicas operatórias. Para Lima (1999), trabalhar um conteúdo de ensino requer do professor equilibrar os três componentes do ensino, a conceituação, a manipulação de operações e a aplicação.

Além desses elementos, os licenciandos apontaram outros que não ficaram tão claros e foi necessário compreender de que forma eles estão se referindo às dificuldades de aprendizagem como por exemplo, entender que o aluno tem dificuldade de multiplicar números grandes. Porém, o processo é o mesmo para números pequenos, logo, não poderia ser colocado como uma dificuldade. Percebeu-se também que alguns licenciandos não conseguiram expressar de forma coerente e clara sobre o que foi pedido visto que apontaram os termos ‘expressões complexas’, ‘operações com números externos’ e ‘aprender fórmulas’ como elementos complicadores da aprendizagem da multiplicação e potenciação de números reais.

Essa postura também é compreensível devido ao fato de a disciplina nessa instituição ser trabalhada já no segundo semestre do curso superior, período em que os alunos ainda não conseguiram base e nem experiência acadêmica para pontuar de maneira adequada suas percepções.

No aspecto do ensino os licenciandos também analisaram a partir de suas percepções enquanto futuros professores. As ações apontadas pelos sujeitos participantes da pesquisa aparecem tanto na multiplicação como na potenciação. Percebeu-se que os alunos consideraram a atuação docente na perspectiva metodológica. Dentre os aspectos que foram apontados estão na sequência o uso exploratório da tabuada, porém, percebeu-se que a sugestão do ‘o que fazer’ não foi atrelada ao ‘como fazer’.

Considerando a justificativa apresentada tem-se a utilização do material didático que foi especificado pelos participantes como jogos, material concreto que facilite a compreensão assim como objeto virtual de aprendizagem. A demonstração das propriedades também foi apontada como uma ação eficaz para facilitar o ensino da multiplicação. Sobre essa questão, Pinheiro (2016) chama a atenção para a ideia de demonstração feita pelo professor de Matemática na sala de aula que é diferente da demonstração feita pelo matemático para a comunidade matemática, e esse aspecto precisa ser levado em consideração durante a atuação docente no ensino básico.

A aplicação do conteúdo foi caracterizada como uma ação que o professor pode fazer em sala e que otimiza a compreensão do conteúdo trabalhado. Durante a educação básica, a Matemática escolar precisa relacionar-se com a Matemática do cotidiano assim como as aplicações na sociedade e em suas dimensões tecnológica e científica. Outras ações foram citadas como o nivelamento da turma, exercícios envolvendo técnicas operatórias, atividades em grupo e exploração dos conceitos.

b) A preparação da aula

A metodologia de ensino Sequência Fedathi foi utilizada como plano de fundo para a reflexão dos licenciandos sobre como deve ser a preparação da aula visto que a ideia não se encaminhou para a era explorar o pensamento de Borges Neto (2016) alguns fatores foram considerados, como a identificação da série ou ciclo que o conteúdo é aplicado; o tempo de aula; objetivo da aula; conhecimentos prévios; uso do material concreto.

Sobre as séries/ciclos em que a aula poderia ser ministrada, os alunos apontaram do 5º ao 9º ano do ensino fundamental, dentre as justificativas estão a construção e ampliação do conceito multiplicação de monômios, ressalta-se desde já que esse argumento foi utilizado também para o uso do material didático. Em relação ao tempo necessário para a duração da aula, todos os participantes sugeriram duas aulas seguidas. A exposição do conteúdo seguida de exercícios foi o argumento mais utilizado pelos futuros professores. Uma observação pertinente é o fato de esse modelo de aula ser predominante nas salas de aula e ser apontado pela maioria dos participantes que não tem conhecimento de outras maneiras de atuação docente ou mesmo de abordagens. Inseridos na explicação e na atividade, ações como fixação e

aplicação da ideia matemática assim como os conhecimentos prévios foram apontados pelos alunos.

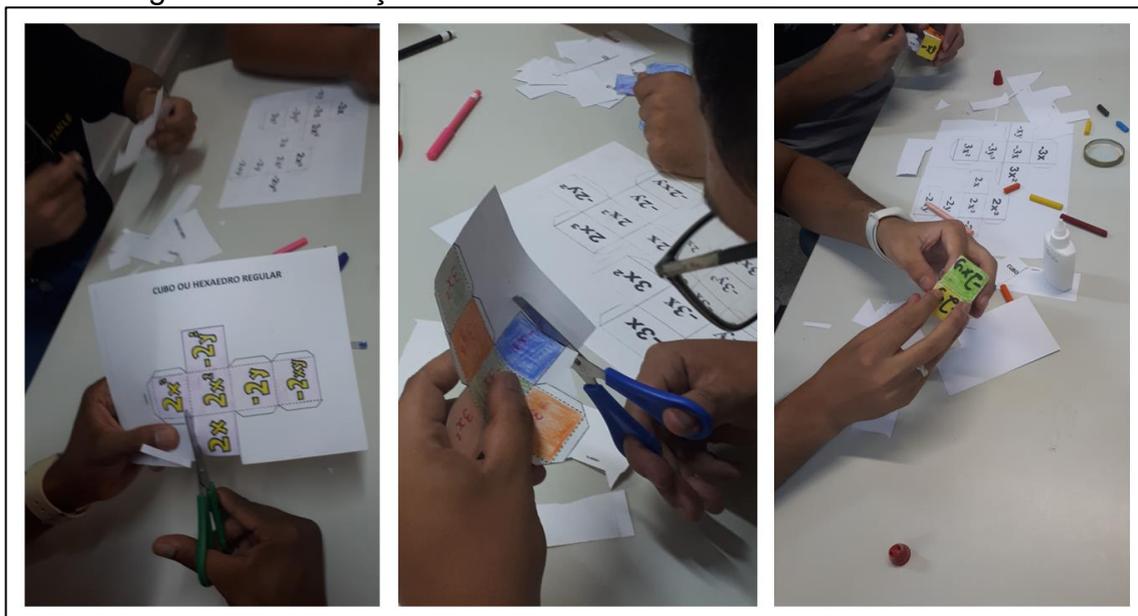
O objetivo da aula é algo que precisa ser compreendido pelo futuro professor. Quando se intenciona o planejamento de uma aula, tem-se em mente quais resultados serão alcançados pelo aluno, ou seja, as ações são discentes. Fazer o aluno compreender a ideia de multiplicação de monômios ou fazer o aluno dominar as técnicas operatórias que envolvem o conteúdo já descrito, foram citados pelos licenciandos como finalidade da aula, porém, nas duas sugestões, as ações são do professor e ainda, mais, há para cada objetivo, mais de uma ação.

A compreensão sobre a estrutura e o funcionamento de uma aula de matemática não está bem definida para alguns alunos do segundo semestre de uma licenciatura em Matemática. Para legitimar esse argumento, utiliza-se aqui outras sugestões apontadas pelos próprios participantes. São elas a seguir: facilitar a multiplicação e propriedades; os alunos devem 'sair' com a percepção de monômios; fazer os alunos ter a noção de multiplicação e potenciação; apresentar a multiplicação de monômios; transmitir, inicialmente, as propriedades; mostrar o que é e para que serve multiplicação de monômios; fazer o aluno aprender pelo recurso didático.

Dentre os conhecimentos prévios mencionados pelos alunos estão as operações fundamentais e suas propriedades; potenciação; expressões numéricas; conceito de monômios.

Sobre a finalidade do material didático, entende-se que além de fixar o conhecimento, o recurso auxilia a visualização do conceito por meio da manipulação possibilitando a compreensão da ideia trabalhada. A justificativa recai sobre a ideia de que o empírico instiga a atenção e o interesse, auxiliando a relação da teoria com a prática. Para o estabelecimento de como o recurso pode ser trabalhado, o material construído pode ser um caminho que facilita o ensino para a aprendizagem da Matemática. A figura 37 mostra que na experiência com a Escola de Alexandria os futuros professores confeccionaram o recurso didático, manipularam e refletiram sobre suas potencialidades e limitações assim como sua real função.

Figura 37 - Produção de recurso didático na Escola de Alexandria



Fonte: Elaboração própria.

Todo recurso didático apresenta por um lado suas potencialidades mostradas na prática. Quando é utilizado para explorar a ideia central do conteúdo de ensino pode proporcionar a fixação as ideias, estimular a percepção, interesse e comunicação. Sob outra perspectiva, tem suas limitações. Muitas vezes funciona apenas como ferramenta para a verificação do conteúdo. Em sala de aula é utilizado para auxiliar a construção de um conceito ou para aprimorar o que já se aprendeu e complementar a teoria, trazendo casos particulares para a verificação.

c) Vivenciando a aula

Na vivência da aula é importante que o professor formador se preocupe sobre como o licenciando vai construir o início da aula e a abordar do novo conteúdo. Uma das ações caracterizadas como princípio da Sequência Fedathi vivenciadas pelos licenciandos é o *plateau*. Os futuros professores foram instigados a refletir sobre o conteúdo que precede o novo e sobre a maneira de ser trabalhado. Daí a ideia dos exemplos e propriedades no contexto de um breve resumo que envolve questionamentos sobre o que teoricamente já se sabe e que conecta o velho conceito com o novo, além de atividades que sirvam de base, ou seja, de alicerce para o que vai ser construído.

No momento em que os licenciandos refletem sobre como iniciar a construção de uma ideia matemática é importante também perceber a abordagem que

será trabalhada de maneira que todos tenham condições compreender o que se deve buscar na aula. A atividade trabalhada envolve o que o sujeito já sabe a partir de ideias elementares que servirão de base para o novo conhecimento que será construído, o que não necessariamente significa que são conceitos que simplificam a matemática.

Sobre a maneira como o futuro professor deve se comportar diante da resolução do problema é outro aspecto relevante na vivência da aula. Atentar-se para os alunos que têm dificuldades de iniciar suas ações, auxiliar na condução da formação dos conceitos sem interferir em seu raciocínio e autonomia são ações que caracterizam a mediação docente. Além dessa postura diante da resolução de um problema proposto deve-se considerar a socialização das respostas, a identificação dos erros durante a conferência e socialização dos resultados, analisar a lógica das construções assim como as diferentes maneiras que os alunos utilizam para resolver.

Ao serem questionados sobre a generalização do conteúdo de ensino, os sujeitos afirmaram a partir de suas percepções que esse processo ocorre por meio da utilização do conteúdo em situações-problema.

d) Avaliando a aula

Instigando a avaliação da aula, foi questionado como a aprendizagem do aluno pode ser verificada pelo professor. Dentre as respostas, os licenciandos apontaram a análise das dificuldades dos alunos, a busca de maneiras de auxiliar os alunos, instrumentais impressos, caracterizando a 'prova escrita', proposição de problemas e ainda, o uso do recurso didático.

O aluno da licenciatura na Escola de Alexandria tem pouca maturidade e expõe seus argumentos a partir do que realizou na vivência da pesquisa, porém, traz consigo impressões de o que é ser professor e o que é ser aluno devido sua formação na educação básica.

As disciplinas e programas que o colocam em contato com a experiência do ensino como Metodologia do Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado ficam mais adiante na estrutura do curso, logo não conseguem abstrair e fundamentar com mais propriedade suas percepções.

APÊNDICE D - EXPLORANDO A PRÁTICA DE ENSINO NA DISCIPLINA LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA DE ATENAS EM UM CURSO NA MODALIDADE À DISTÂNCIA

A Escola de Atenas foi mais um espaço em que a investigação aconteceu. Buscou-se investigar a aplicação do saber matemático escolar no contexto do Laboratório de Matemática cuja estrutura e carga horária da disciplina permitir uma análise mais aprofundada de como ocorre o *fazer matemático* na preparação do futuro professor de matemática.

A experiência na Escola de Atenas ocorreu especificamente no polo Stanza della Segnatura. A modalidade a distância mostrou que não é obstáculo para o laboratório de matemática e que a discussão do ensino perpassa algumas disciplinas do curso por meio da prática como componente curricular trabalhando sua relação com a teoria (BRASIL, 2019).

A disciplina Laboratório de Matemática na Escola de Atenas ocorre no 5º semestre, possui uma carga horária de 34h/a e entrelaça com o Estágio Supervisionado e a disciplina Prática de Ensino de Matemática II, voltada para o ensino médio. A experiência intitulada *o uso do laboratório na produção de recurso didático na aplicação do saber matemático escolar*, foi realizada com 15 alunos e permitiu não apenas a aplicação do saber matemático escolar, mas também a discussão sobre a formação de conceitos assim como a reflexão de aspectos didático-pedagógicos tanto nas atividades práticas como na fundamentação teórica.

O laboratório na perspectiva dos licenciandos

A ideia de laboratório de matemática deve ser instigada pelo professor formador aos seus licenciandos. Todos têm uma concepção e no caso da Escola de Atenas não foi diferente. Verificou-se nos alunos o modo de ver e conceber o laboratório de matemática antes e depois de vivenciar a disciplina.

Os licenciandos foram questionados sobre o que pensam e sabem sobre laboratório de matemática no início da disciplina e antes de qualquer atividade explorando a prática ou a teoria. Dentre as ideias apresentadas, a sala estruturada onde ocorre a realização de experimentos, a interação dos alunos a partir das

atividades, a exploração de conteúdos de ensino e uso das tecnologias foi a visão geral dos futuros professores sobre o ambiente.

Ao final da disciplina os alunos da licenciatura foram novamente instigados sobre sua concepção de laboratório de matemática. As respostas foram ampliadas a partir da visão inicial apresentada por cada um. Além da sala estruturada que também voltou a ser mencionada outras ideias foram apontadas como o espaço vivo no qual experiências matemáticas acontecem, o ambiente que vai além da ideia da sala estruturada e que também transpõe a sala da aula, a proposta de trabalho com a matemática em movimento, a investigação no intuito de experimentar a matemática, o local (presencial/virtual) de aprendizagens matemáticas foram outras ideias concebidas com a experiência da disciplina.

Os licenciandos também foram convidados a tecer uma análise sobre a experiência com a disciplina Laboratório de Matemática na sua formação inicial. As respostas apresentadas mostraram que os alunos da licenciatura pensam a disciplina como uma possibilidade de acesso ao recurso didático no auxílio ao desenvolvimento do conteúdo de ensino de matemática; trabalha com a construção do conhecimento relacionando a teoria com a prática; desperta o interesse à aprendizagem, demonstra e/ou verifica conceitos e propriedades explorando a visualização e manipulação de materiais didáticos; utiliza-se de diferentes métodos, estratégias, técnicas e ferramentas de ensino; instiga o pensamento criativo e reflexivo.

O recurso didático também foi uma questão considerada pelos licenciandos como um objeto que media o que se sabe com o que se vai aprender; um subsídio à aprendizagem; facilitador da aprendizagem; explora sentidos e habilidades dos alunos; leva a descobertas e padrões; auxilia o professor na discussão do conteúdo ensinado.

Os licenciandos conseguiram entender que o recurso didático sozinho não substancia a aula, mas é necessário atrelar a essa ideia o planejamento da aula e levar em consideração todos os elementos constituintes como introdução, desenvolvimento, conclusão, estrutura cognitiva dos alunos e estrutura do ambiente. O método de ensino também foi apontado como necessário ao uso do recurso didático. O conteúdo de ensino foi citado como um fator que deve estar atrelado ao recurso didático para que sua utilização ganhe significado em sala de aula.

Esses questionamentos levaram os licenciandos a entender o papel do laboratório de matemática na formação inicial de professores de matemática, conectando as ações de formação, o uso do recurso didático e a reflexão do ensino, instigando o interesse por aulas dinâmicas, explorando formas de ensinar, trabalhando com novas ideias e possibilidades didáticas, relacionando a teoria com a prática.

Essas observações levaram a outro questionamento que os sujeitos da pesquisa responderam de imediato. A eles foi instigado se é importante discutir o ensino de matemática na formação inicial e por quê. As respostas apresentadas apontaram para uma melhor preparação do futuro professor e sua concepção de ensino e de matemática; um professor criativo, crítico e autorreflexivo; uma melhor atuação em uma escola básica, com dificuldades e obstáculos a serem superados; uso do recurso didático com direcionamento; enriquecimento dos fundamentos matemáticos e pedagógicos; promoção de troca de ideias.

A partir da análise desenvolvida em conjunto com os alunos da Escola de Atenas em sua formação inicial, foi possível pensar em uma estrutura de disciplina que explorasse a aplicação do saber matemático sem desconsiderar a formação de conceitos e a reflexão de aspectos didático-pedagógicos.

A aplicação do saber matemático também se constrói na licenciatura

Para estruturar a aplicação do saber matemático escolar, esta pesquisa buscou proporcionar aos alunos a fundamentação teórica por meio de trabalhos de Bicudo (20--), Lorenzato (2006), Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) e Rodrigues e Gazire (2015) e outros autores que foram discutidos ao longo da disciplina. A ideia era explorar padrões matemáticos, discutir o pensamento algébrico, geométrico, aritmético e os campos numéricos de modo geral à luz da Educação Matemática, ou seja, incluir a discussão do ensino básico. A disciplina foi estruturada para momentos de interação envolvendo a confecção, manipulação e reflexão do uso do recurso didático como mostra a figura 38.

Figura 38 – Produção na Escola de Atenas



Fonte: Elaboração própria.

A produção de material didático está em Brasil (2001) caracterizada como umas competências do educador matemático. Lorenzato (2012) afirma que o laboratório de matemática da escola de Educação Básica não exige muita aquisição de alto custo, podendo inclusive produzir os materiais que serão utilizados pelo professor nas aulas de matemática. O LME deve se estabelecer como um ambiente que prepara o licenciando também para sua futura atuação, incentivando-lhe ao desenvolvimento de outras competências gerais já apontadas por Ponte *et al* (2001). Dessa forma a criatividade e autonomia do aluno da licenciatura deve ser trabalhada na conexão da teoria com a prática.

A aplicação do saber matemático escolar: um plano de aula e o fazer matemático

Além da produção do recurso didático, os alunos da Escola de Atenas se apropriaram do material confeccionado, compreendendo por meio da vivência a relação da teoria com a prática, ou seja, analisando os momentos de sua utilização numa aula de matemática, explorando assim o significado do uso para o conteúdo de ensino.

Na análise após a construção do material os licenciandos conseguiram compreender que a descrição de funcionamento do recurso didático está relacionada com a descrição técnica do ensino, estabelecendo assim a diferença do como funciona e do como utilizar no ensino de um conteúdo.

E na observação sobre a descrição de como deve ser utilizado como subsídio ao trabalho docente, os licenciandos que as potencialidades do recurso didático podem ajudar no desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade, autonomia e interação dos alunos do ensino básico. Por outra perspectiva, também perceberam também suas limitações como o enrijecimento do recurso que não permite ao aluno ir além do que ele estabelece como aprendizagem e criar algo, pois alguns materiais são específicos para determinados conteúdos e não servem para outros.

A partir de uma análise geral dos licenciandos, dependendo de sua finalidade, o recurso didático produzido por eles é um suporte pedagógico à formação de conceitos e que aprimora o que já foi ensinado, podendo ser utilizado em momentos específicos da aula, dependendo de sua finalidade. Essa atribuição à utilidade do material pode proporcionar a compreensão do conteúdo por meio da prática, auxiliando na construção do conhecimento.

Outros elementos foram apontados como importantes e que devem estar atrelados ao plano de ensino como o conhecimento prévio. Essa observação está de acordo com o *plateau* da Sequência Fedathi que impõe ao professor ações que nivelam o conhecimento da turma para o novo que será construído. Os licenciandos também levaram em consideração o conhecimento da turma e a infraestrutura do local onde a aula será realizada. Esses parâmetros apontados na análise da investigação, harmonizam-se com a análise teórica e ambiental, respectivamente, que Sousa (2015) traz em seu tratado sobre a proposta metodológica desenvolvida por Borges Neto (2016).

Os sujeitos da Escola de Atenas que vivenciaram essa atividade estruturaram sua concepção de recurso didático, após a exposição das ideias, os mesmos foram convidados a elaborar um plano de aula como ação da aplicação do saber matemático escolar.

O plano de aula: elaboração e execução

Após a análise do recurso didático confeccionado, os licenciandos elaboraram o plano de aula para ser executado com base na sessão didática da Sequência Fedathi, porém, a metodologia foi apenas plano de fundo, sua estrutura não foi claramente mostrada, mas os licenciandos foram orientados a traçar a aula a partir dos seus fundamentos. O documento foi produzido com as seguintes seções:

nomeação da aula; o que e por que fazer, como fazer, verificação da aprendizagem; referências. A intenção foi que, já de imediato, as ideias encontradas em outros planos de aula como objetivo, introdução, desenvolvimento e conclusão da aula fossem compreendidas no passo a passo do professor como uma sequência de início, meio e fim.

Algumas seções foram subdivididas para facilitar a elaboração e realização da aula. A primeira seção intitulada *nomeação da aula* teve como elementos constituintes a unidade temática que conduziu os licenciandos à exploração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em Brasil (2019); a identificação do componente curricular e da turma para a qual a aula se destinou; a data, o tempo de aula e quem a executou, caracterizados como fatores que fazem o futuro professor monitorar suas ações, percebendo em todo o processo que ele conduz o ensino.

Na seção *o que e por que fazer*, foi estabelecido o objetivo da aula. Nele, os licenciandos compreenderam que o objetivo da aula é traçar quais resultados de aprendizagem o aluno vai alcançar, percebendo que a ação é do aluno e que o professor deve conduzi-lo para essa finalidade. O conteúdo de ensino é apontado pela BNCC como o objeto de conhecimento a ser construído e os recursos didático identificados foram desde pincel e apagador até o material que foi produzido para a aula. Nesse tópico, alguns conteúdos que serviram de ideias basilares para o novo conteúdo foram apontados assim como o novo conteúdo de ensino que foi explorado na aula.

Sobre a seção *como fazer*, os futuros professores tiveram que descrever a introdução, o desenvolvimento e a conclusão, estruturando a aula em três grandes momentos seguidos de momentos complementares. Nessa seção também deveriam apontar em que momento o recurso didático seria utilizado em conjunção com outras ações já características dos momentos. Na introdução, os licenciandos tiveram que explorar os conhecimentos prévios que serviram de base para a construção do novo conhecimento. Uma proposta de problema, caracterizada como uma definição, uma resolução, uma situação-problema, foi designada para a introdução e descrever como foi feita, se foi expositiva, ou com trechos de filmes, textos, ou uma questão explorando uma situação-problema já apontada.

Para o desenvolvimento, os licenciandos deveriam descrever como o professor deve se comportar diante da resolução e, em um momento imediatamente

após este, os organizar a turma para a socialização das respostas, logo foi apresentada a forma como os alunos deveriam utilizar-se do problema proposto e como o professor deveria conduzi-los à solução, a descrição foi do passo a passo do professor nesse momento.

Na conclusão, como o professor deveria se comportar diante das respostas dos alunos e de que forma seria a descontextualização do conteúdo de ensino, como sobre como vai finalizar a aula, com uma atividade, com uma avaliação oral, com exposição dos resultados das atividades? A ideia é que fizesse a sistematização do conteúdo explorado em sala.

A verificação de aprendizagem também envolveu a interação de todos os momentos da aula, pois os futuros professores trabalharam com ideias como que atividades deveriam desenvolver para verificar a aprendizagem dos alunos, enfatizando as ideias principais? Em seguida, as referências foram exploradas a partir do manual de normalização de trabalhos acadêmicos da Escola de Atenas.

A avaliação da aula se deu de forma colaborativa, professora formadora e licenciandos analisaram a atuação dos colegas. Para o recurso didático foram consideradas características como estética, exequibilidade e criatividade e o plano de aula teve cada elemento constituinte avaliado.