GT – 19

Marcilia Chagas Barreto – doutoranda – Universidade Federal do Ceará
Herminio Borges Neto – Orientador – Universidade Federal do Ceará

REVISITANDO CONCEPÇÕES ACERCA DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A aprendizagem da matemática na escola é um tema que tem preocupado profissionais das mais diversas áreas educacionais, os quais vêm buscando alternativas para superar os problemas apresentados. Dessas tentativas de solução muito se tem produzido a respeito da importância da matemática, de seus problemas mais candentes em termos tanto de seu ensino quanto de sua aprendizagem, bem com de algumas saídas propostas ao desafio que é levar o conjunto dos alunos ao domínio dos conteúdos curriculares definidos para a área da matemática. Neste momento, objetiva-se revisitar a literatura buscando destacar elementos que justifiquem a importância conferida à matemática na escola e as formas como foram gerados e resolvidos importantes problemas em sua aprendizagem no âmbito escolar.

Embora dificuldades escolares não sejam de domínio exclusivo da área, é sobre ela que incidem as principais preocupações. Todas as avaliações que se procedem atualmente, em torno da eficácia da escola brasileira, incluem a avaliação do desempenho escolar em matemática. É assim com o SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – que afirma estar “coletando informações sobre o desempenho acadêmico dos alunos brasileiros, mostrando o que sabem e o que são capazes de fazer” (Brasil, 2000;01). O saber referido restringe-se a avaliar o desempenho dos alunos nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Com o SPAECE – Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica – o sistema de avaliação estadual do Ceará, o fenômeno se repete.

Dois aspectos devem ter sido os norteadores da opção por avaliar apenas essas áreas. Uma primeira questão é referente aos custos. Avaliar o desempenho de crianças e jovens estudantes de um país com as dimensões do Brasil, considerando todas as áreas curriculares, importaria em despesas significativas, o que determinou a limitação das áreas. Diante de tais limitações, a opção foi feita pelo que constitui a base da cultura letrada – o letramento em si e o domínio do ferramental matemático. As demais áreas nunca fizeram parte de um processo avaliativo de caráter macro, como os referidos anteriormente, deixando perceber que, ou elas são consideradas de menor importância na formação do estudante, ou nelas, acredita-se, não existem problemas fundamentais. Há, entretanto, estudos que revelam pronunciada fragilidade na formação, também nas áreas de estudos sociais e ciências[1]. Serão estas crianças capazes de analisar um fato histórico ou uma ocorrência científica de forma coerente? Os estudos têm mostrado que não, mas, na qualidade de "matérias decorativas" as preocupações com estes conteúdos passam ao largo e admite-se que as crianças não sejam capazes de interpretá-los naquele momento, sendo possível aguardar mais um pouco, quando as crianças estarão mais amadurecidas, podendo, portanto, "aprender sozinhas".

Os insucessos em matemática não são encarados dessa mesma forma. Aos que já tiveram a oportunidade de conversar com um diretor, coordenador ou professor das chamadas salas de polivalência – que no Ceará correspondiam, até bem recentemente, às oito séries do Ensino Fundamental, – deve ser fácil identificar qual área traz maior preocupação a estes profissionais: a Matemática. Discute-se sempre que as crianças não aprendem; que não têm base; que o professor não tem uma formação adequada para lidar com tal conteúdo; que não se conta com "material concreto" compatível com os desafios de cada momento.

Todos estes argumentos parecem ser absolutamente verdadeiros. Realmente as crianças são promovidas, ano após ano, sem ter o domínio dos conteúdos propostos nas séries anteriores, embora isto pudesse não ser de tamanha importância, se as séries subsequentes atuassem sobre este problema; os professores têm uma formação deficiente diante de tamanho desafio, problema este que não vem sendo enfrentado com o devido cuidado no Ceará, onde se admitem professores sem qualificação em matemática para lecionar a disciplina, inclusive na capital; finalmente, o fato de as escolas possuírem pouco material, e as que o possuem em quantidade costumam, geralmente, guardá-lo na biblioteca, de onde não saem jamais rumo à sala de aula. Estes problemas, entretanto, também se fazem presentes nas demais áreas, sem

---

[1] Para análise de domínio de conteúdos de história e ciências ver o interessante trabalho de DIAS, Ana Maria Iório.

gerar o mesmo nível de inquietação. Tal fato suscita uma pergunta, que passaremos a discutir: por que parece tão importante aprender matemática?

POR QUE APRENDER MATEMÁTICA?

O problema de dificuldades em matemática não é uma exclusividade brasileira, nem mesmo dos países subdesenvolvidos. A matemática tem sido quase sempre responsável pelos mais baixos níveis de rendimento escolar no mundo todo. Afinal, que características especiais guarda esta área do conhecimento que, ao ser traduzida em um conteúdo escolar gera tamanhas dificuldades? E ainda, por que parece tão fundamental o domínio da matemática?

Considerando esta questões, Machado (1997;08) aponta uma forte razão para o fracasso do ensino e consequentemente da aprendizagem da matemática. Nas palavras dele mesmo: "a falta de clareza com relação ao papel que a Matemática deve desempenhar no corpo dos conhecimentos sistematizados pode ser o principal responsável pelas dificuldades crônicas de que padece seu ensino (…) Matemática como um bem cultural de interesse absolutamente geral, que ninguém pode ignorar completamente sem efeitos colaterais indesejáveis”

Para localizar essa importância da matéria, alguns pontos devem ser ressaltados. Pode-se inicialmente afirmar que é de suma importância aprender matemática, em primeiro lugar, porque há a necessidade de domínio de rudimentos da aritmética para o convívio social – contagem, operações elementares, noções de juros, porcentagem, etc. Além disto, trata-se de um conhecimento gerado pela humanidade, no decorrer de sua existência, e que não faz sentido deixar que tal conhecimento perca-se na poeira dos tempos. Diferentes povos geraram, à sua maneira, e respondendo aos desafios de seu tempo, importantes conhecimentos matemáticos. Entretanto, isto não distingue a matemática de outras áreas do conhecimento, visto que, em quase todas elas, descobertas fundamentais foram efetuadas, não podendo ser esta a razão maior para que as atenções para ela se voltem.

Verifica-se assim que não são apenas argumentos de um passado histórico, ou atendimento a pequenas necessidades cotidianas, que dão à matemática um status diferenciado. A sua relação com as demais ciências a coloca no lugar de “rainha das ciências”, em uma época em que o domínio do conhecimento científico está em ascensão.

A segunda metade do século XX merece, na opinião de Granger, o epíteto de "Idade da Ciência". Tal julgamento se deve às renovações na forma humana de viver, sem precedentes na história, provocadas pelo avanço científico, bem como pela forma inovadora de como a ciência passou a fazer parte da vida cotidiana do cidadão comum (Granger;1994;11). Para ele, a ciência, hoje, impregna todos os avanços tecnológicos que se corporificam nos objetos que, na atualidade compõem o quadro de necessidades mínimas de uma casa, de um escritório, etc. As descobertas das ciências e as inovações técnicas somente passaram a caminhar lado a lado, a partir do final do século XVII. Dessa época, até este início de século XXI, e ao que parece ainda durante muito tempo, a colaboração entre a ciência e a técnica vem progressivamente se aprofundando, chegando-se agora a uma inextricável relação que obriga os humanos a se dobrarem à necessidade do domínio do conhecimento científico.

Ceder às imposições da necessidade de domínio científico é, em outros termos, aproximar-se das questões matemáticas. A matemática esteve historicamente servindo de apoio à geração de outros conhecimentos e foi a primeira área do conhecimento a adquirir o status de ciências. Granger atribui este fato à própria natureza da matemática e de seus objetos. Para ele, "o sentido da consistência dessa disciplina está ligado à correlação, imperfeita mas perfeitamente explícita, dos objetos que ela produz e dos sistemas operatórios que ela propõe. Assim ela continua a fornecer às outras ciências um paradigma de conhecimento rigoroso, mesmo sabendo que o rigor é sempre relativo e que o fundamento absoluto[2] não é alcançado"(Granger, 1994;70)

Distinguindo-se as ciências em três áreas – ciências formais, humanas e da natureza - a matemática se classifica como pertencente ao primeiro grupo, tendo função primordial junto às "ciências da natureza". Nestas ciências, o conhecimento é gerado a partir da construção e exploração de modelos abstratos e, somente por meio da matemática e da lógica, é que são

---

[2] Granger refere-se aqui ao fracasso das correntes filosóficas da matemática – logicismo, formalismo e intuicionismo – em comprovar que a matemática é uma ciência sem contradições internas, daí porque afirma que o fundamento é sempre relativo. O afastamento desta possibilidade veio com a obra de Gödel.Ver mais sobre esta questão: SNAPPER; DAVIS e HERSH (1989); MACHADO(1997).

estabelecidas as relações entre os elementos desses modelos e os dados empiricamente observáveis. O senso comum aceita, sem necessidade de maiores argumentações, esta vinculação da matemática com as ciências da natureza.

Todavia, nas áreas das ciências humanas, tradicional reduto dos pouco afeiçoados aos estudos matemáticos, a matemática também se faz presente. Pode-se atribuir tal resistência à dificuldade ou impossibilidade de traduzir o comportamento humano em esquemas matematicamente manipuláveis. Mas, ainda é Granger (idem; 92 passin) quem nos aponta para a importância da matemática nesta área. Para ele três aspectos devem ser considerados: a medida das grandezas, onde se procura dar um sentido empírico aos graus de intensidade e de diferenças entre os fenômenos das ciências humanas; o papel da estatística como ferramenta de validação; a estruturação matemática dos modelos, onde os conceitos matemáticos auxiliam, por um lado, na formulação precisa de hipóteses e axiomas e, por outro lado, na representação adequada da suposta estrutura dos fenômenos.

Ainda uma questão a ser salientada, com relação à importância da matemática, é aquela tratada por Piaget. A matemática é tomada por Piaget como o arcabouço básico sobre o qual ele analisa as etapas de desenvolvimento do raciocínio, do nível mais elementar – o sensório motor – até o nível mais elaborado – o estágio operatório formal. Embora a obra de Piaget não tenha sido construída visando discutir exatamente a matemática, é dela que ele se serve para analisar o desenvolvimento cognitivo do indivíduo e, é a partir de relações que caracterizam o trabalho em matemática que é possível chegar-se ao estágio mais alto de desenvolvimento lógico[3].

Em busca de estruturas de conjunto que pudessem explicar o pensamento operatório do sujeito, Piaget recorreu a estudos matemáticos. Eram estudos realizados por matemáticos, no sentido de isolar estruturas que pudessem ser encontradas ou utilizadas para explicar os domínios mais diversos. Se eram

---

[3] Embora a matemática seja por excelência o domínio onde se podem criar situações de desenvolvimento lógico-matemático, é possível e,principalmente desejável, que se criem estas situações a partir de outras óticas. Esse imbricamento do raciocínio lógico-matemático com o raciocínio matemático é tão forte que não é incomum encontrarem-se autores confundindo-os.

estruturas adequáveis à explicitação de diferentes domínios, de uma forma global, serviriam também para explicar as estruturas de pensamento. A contribuição fundamental veio da escola Bourbaki (Flavell;1992) que visava isolar estruturas de totalidade, buscando constituir uma teoria geral das estruturas, independente da natureza de seus conteúdos. Concluíram, então, os Bourbaki, que existem três tipos de estruturas fundamentais (Inhelder/Piaget, 1976; 201), cujas combinações múltiplas explicam todas as demais estruturas. São elas: as estruturas algébricas, cujo modelo é o *grupo*; as estruturas de ordem, das quais uma importante forma é o *reticulado;* e as estruturas topológicas[4], relativas ao contínuo.

Desprezando as estruturas topológicas, visto interessar-se somente por estruturas lógicas, Piaget utilizou-se apenas do *reticulado* e do *grupo.* "Elas [as estruturas de grupo e reticulado] constituem padrões ideais aos quais os sistemas operacionais presentes no sujeito se aproximam estreitamente; elas nos dão uma imagem útil de como o sujeito do conhecimento se organiza" (Flavell, 1992; 172). É evidente que se trata de um modelo teórico de análise, do qual nenhum sujeito toma consciência de que seu pensamento se expressa dessa forma, mas é utilizado pelo pesquisador para representar o pensamento.

Para Piaget, "a Matemática nada mais é que uma lógica, que prolonga da forma mais natural a lógica habitual e constitui *a lógica de todas as formas um pouco evoluídas do pensamento científico*. Um revés na Matemática significaria assim uma deficiência nos próprios mecanismos do desenvolvimento do raciocínio" (Piaget,1974; 63 grifo meu).

A importância da matemática pode ser ressaltada ainda quando se pensa no profissional que se deseja e necessita formar. A questão da geração de habilidades variáveis, também denominada de "reconversão" é entendida como a habilidade/capacidade que deve ser gerada no indivíduo para adaptar-se às novas situações de trabalho (Mata, 1992;22). Esta é uma característica de fundamental importância nesta sociedade, onde vão se tornando escassos os casos de indivíduos com empregos únicos, em toda sua vida profissional.

---

[4] As estruturas topológicas são isomorfas às lógicas, com a diferença de que se baseiam em objetos contínuos. (lima F° e Rebouças, 1988; pag 29)

Faz parte de nosso cotidiano a discussão em torno da obsolescência do profissional taylorista, aquele que diante de um mundo do trabalho com fragmentação e especialização extremas deveria ser adestrado em determinada função e dele só se esperava aperfeiçoamento cada vez maior. A concepção taylorista de trabalhador, em lugar de corresponder ao nível ótimo de produção, mostra-se incompatível com o funcionamento ótimo das máquinas na atualidade. Esta é a visão de Granger ao afirmar que

> "o aspecto mais repetitivo das tarefas, há pouco justamente codificado pelo taylorismo, é em grande parte transferido para a máquina, e o papel do executante consiste cada vez mais no exercício de uma *tecnicidade de segundo grau:* um saber de supervisão, de manutenção do bom andamento, de reconhecimento das falhas e dos incidentes de funcionamento" (Granger, 1994;38)

Lévy, compartilhando desta mesma visão, afirma que

> "A disseminação das máquinas lógicas na indústria modifica o tipo de competência cognitiva exigida dos operários (…) Estes são levados a recorrer a modos de pensamento abstratos para dominarem operações formalizadas num ambiente de códigos e mensagens (…) O comando e o controle das máquinas não dependem mais do movimento da mão ou do envolvimento do corpo, mas sim de uma precisa combinação de símbolos" (Lévy, 1998; 16).

O desenvolvimento de tais novas competências fundamentais depende de estratégia que é parte da estruturação básica do trabalho do matemático, e consequentemente, deve ser também do estudante de matemática.

Em outros termos, a capacidade de deter habilidades variáveis advém da possibilidade de criação de estratégias ou saídas para enfrentar situações-problema que se apresentam no dia a dia do trabalho, gerando modelos para abordagem dessas situações. Assim sendo, com uma formação de tal consistência, o indivíduo estaria habilitado para definir-se por quais estratégias, que modelos, que ferramentas devem ser articuladas visando a solução de um determinado problema.

O matemático trabalha a partir de situações dadas, usando uma linguagem própria, que lida com hipóteses, com proposições (verdadeiras ou falsas); regras de inferência para gerar, enfim, uma formação de modelos que representem a situação inicial e que possam ser transpostos para outras situações, compatíveis ou não com a inicialmente colocada. Formando-se dentro deste espírito, o jovem terá certamente melhores condições para enfrentar os desafios que se lhe apresentam, articulando as ferramentas disponíveis para, enfim, conseguir a saída necessária.

Como se visou demonstrar, a importância da matemática como disciplina destacada no currículo escolar tem razão de ser. Além de fazer parte dos conhecimentos produzidos pela humanidade e de servir de instrumento básico para cálculos cotidianos, indispensáveis à vida do cidadão comum, a matemática destaca-se por sua vinculação com a tecnologia que caminha a passos largos, na sociedade contemporânea. A própria natureza da matemática, fazendo com que haja uma correspondência entre os objetos por ela produzidos e os sistemas operatórios propostos, a colocou na posição de "rainha das ciências", servindo de base para as demais ciências, quer as da natureza, quer as próprias ciências humanas. Sua importância foi reconhecida, ainda, na própria explicitação de modelos do desenvolvimento do raciocínio humano, na obra de Piaget. É ainda considerada um importante instrumento na formação profissional de indivíduos que necessitam de elaboração de pensamento abstrato requerido pela nova tecnologia adotada no mundo do trabalho.

A Matemática Escolar e a formação do estudante

Com tamanha importância conferida a uma área do conhecimento, é justificável que seja sobre ela que incidam as maiores angústias em termos da responsabilidade do sucesso escolar. Daí porque, indagar-se sobre a participação da escola na construção deste indivíduo com ampla capacidade de raciocínio.

Para melhor conduzir uma discussão em torno da matemática escolar, podemos dividir os seus objetivos em três aspectos, ou em linguagem matemática, no terno: a *transposição didática* que consiste no "trabalho que de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino" (Chevalard apud Pais,1999;16). O *raciocínio matemático*, entendido como "o raciocínio que intervém na resolução de problemas matemáticos, quer apele ou não ao simbolismo aritmético ou algébrico" (Johannot, 1947;25). Já o *domínio da ferramenta* deve ser entendido como a capacidade desenvolvida no indivíduo para trabalhar com o instrumental disponível: uma operação, uma fórmula, uma demonstração, etc.

Esta discussão pode ser vista como consubstanciada nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ali se procede a uma classificação dos conteúdos a serem trabalhados pela escola, da seguinte forma: os *conteúdos conceituais*; os *conteúdos procedimentais*, e os *conteúdos atitudinais*. Os conteúdos conceituais são vistos como aqueles que se referem “à construção ativa das capacidades intelectuais para operar com símbolos, idéias, imagens e representações que permitem organizar a realidade” (Brasil, 1998; v 01;74). Já os conteúdos procedimentais “expressam um saber fazer, que envolve tomar decisões e realizar uma série de ações de forma ordenada e não aleatória, para atingir uma meta” (Idem; 76). Os conteúdos atitudinais dizem respeito ao contexto socializador, às atitudes transmitidas pela escola em atividades cotidianas (idem).

Os referidos conteúdos guardam sua importância na formação do estudante. O que está proposto não é uma hierarquia entre eles mas sim uma complementaridade. De acordo com os princípios em que se baseiam os PCN, os conteúdos conceituais que devem ser apreendidos pelos alunos em sua vida escolar só, de fato, o serão caso eles recebam informações, vivenciem diferentes situações em que esses conceitos encontrem-se envolvidos, para então elaborarem generalizações, inicialmente parciais, que caminharão paulatinamente para um maior nível de abstração. Somente submetidos a uma diversidade de procedimentos será possível aos alunos notar regularidades e realizar sínteses mesmo que parciais, a partir das quais será possível observar se os conceitos estão sendo apreendidos.

O desenvolvimento de tais conteúdos, entretanto, demanda uma aplicação ampla de tempo e de oportunidades, além de uma boa qualificação docente, no sentido de ter clareza de quais conceitos devem estar sendo elaborados a partir de cada conteúdo proposto. Percebe-se que a tendência costumeira da escola é criar mecanismos que façam com que os alunos cheguem a seus resultados da forma mais simples e rápida possível. Souza e Diniz (1996), por exemplo, ao se referirem ao ensino da álgebra, alertam para o fato de que há uma fragmentação entre a apresentação de suas regras e suas aplicações, apresentando ora um aspecto, ora o outro, sem o cuidado com sua articulação e contextualização (Souza e Diniz, 1996;02).

Lévy, ao analisar um trabalho formal sobre sinais, realizado pela “máquina de Turin” afirma que a máquina pode ser dita abstrata visto que seu funcionamento não representa ou expressa nada. Toda e qualquer consideração de significação ou interpretação dos símbolos utilizados pela máquina está totalmente excluído do seu funcionamento. É a partir dessas considerações que ele introduz o conceito de algoritmo como “uma seqüência finita e ordenada de operações perfeitamente definidas num conjunto circunscrito de objetos, com o intuito de chegar a um resultado num número finito de passos” (Lévy, 1998; 66). Essa prática que se adapta ao funcionamento da “máquina de Turin” é também utilizado na escola para a formação dos jovens. Ali existe uma preocupação com realizar uma assepsia dos procedimentos e chegar-se rapidamente a uma sequência otimizada de passos que levarão os alunos à resposta almejada para o problema proposto. Se tomarmos o exemplo do telensino cearense, encontraremos no material produzido para seu uso, uma série de “maneiras práticas” que são colocadas para os alunos para a solução dos problemas daquela oportunidade em diante. É claro que não se pode desprezar o desenvolvimento de habilidades que levem o indivíduo a trabalhar com rapidez e por caminhos mais curtos, isto é próprio da inteligência humana. Entretanto, cabe questionar se este seria o primeiro passo a ser dado, principalmente com crianças e adolescentes que estão ainda engatinhando no mundo da matemática, como é o caso da clientela do telensino, alunos ainda do ensino fundamental.

Ressalte-se que esta forma de trabalhar a matemática não é uma exclusividade do telensino. Na verdade, o ensino da matemática, da forma como hoje se processa nas escolas, pode ter sua origem marcada pelo advento de um movimento conhecido como “Matemática Moderna”. O movimento iniciou-se no final dos anos 50, após o célebre lançamento do satélite Sputinik, pela União Soviética, no auge da guerra-fria, que colocou em xeque todo o sistema de educação americana e, por extensão, os sistemas de todos os países que copiavam seu modelo, como é o caso brasileiro.

Para os reformadores do currículo americano, o ensino da matemática, como aponta Kline, era deficiente, principalmente por três motivos (Kline, 1976; 19-34) , quais sejam: “força o estudante a confiar mais na memorização do que na compreensão” ; “falta de motivação”; além de “oferecer matemática antiquada”.

A tentativa era introduzir precocemente conteúdos de mais alto nível de elaboração, visando ganhar tempo. É assim que se expressa, um dos reformadores: “sua organização (…) permitirá introduzir na escola secundária grande parte do que tem sido considerado matemática colegial” (Fehr, apud Kline, 1976;37).

Buscando potencializar o ensino, o movimento da Matemática Moderna propôs três modificações fundamentais: em primeiro lugar, a ampliação da abordagem lógico-dedutiva da geometria para todos os demais ramos da matemática – álgebra, aritmética – como a única abordagem capaz de “revelar o raciocínio por trás do método” (idem; 42); em seguida, a exigência de maior rigor nas demonstrações, com a utilização de um número bem maior de axiomas que explicitassem cada uma das asserções, mesmo que elas fossem óbvias (idem;73); finalmente, a utilização de uma linguagem precisa, o que é assegurado a partir da utilização da “linguagem dos conjuntos” e da definição cuidadosa de todo conceito utilizado (idem; 84 e 88).

Essas medidas não tiveram mérito pedagógico, na opinião de Kline (idem; 52 passin). Em primeiro lugar, devido ao fato de o trato dedutivo da matemática ser algo que caminha a contrapelo da epistemologia história. Os conhecimentos matemáticos não surgiram de uma forma acabada e sofisticada como exige a dedução, eles surgiram de argumentos intuitivos e somente a sua evidência intuitiva é que levou os matemáticos a aceitá-los e validá-los. Assim, levar os estudantes diretamente para a aprendizagem dedutiva é se contrapor à recapitulação da experiência histórica. Contraria-se assim a sugestão de Felix Klein de que o ensino “deveria seguir a mesma estrada, ao longo da qual a raça humana tem palmilhado desde seu estado original e simples até as formas mais elevadas do conhecimento”.(apud Kline 59). É, ainda nesta mesma linha, não levar em conta o que afirma Piaget “uma teoria formalizada constitui quase sempre a formalização de uma teoria intuitiva ou ‘ingênua anterior” (piaget, 1972;71)

O uso da dedução, sem dúvida muito útil para os matemáticos, traz para os estudantes alguns atropelos como: a falsa idéia do desenvolvimento histórico da matemática; a noção de que os matemáticos são seres especiais que conseguiram trabalhar sempre a partir de axiomas; a necessidade de decorar um número cada vez maior de axiomas, impostos como necessidade pelo rigor da lógica; além do fato de, com o uso básico da dedução, não terem desenvolvida a capacidade de julgamento, característica que as verdadeiras decisões exigem. Assim, Kline arremata a discussão, afirmando que “a abordagem axiomática estéril e dissecada não promoveu a compreensão. O estilo lógico e formal é uma das influências mais desvitalizadoras do ensino da matemática escolar”. (Kline,1976; 70).

Não somente a formalização, mas o rigor, aqui empregado no sentido lógico-dedutivo-formal, também trouxe problemas para a educação matemática. Com a utilização de excessivos axiomas, visando preencher lacunas de imposições lógicas, o estudante é levado a perceber a matemática como algo que está preocupado em provar em grande parte o que já é óbvio: “muitos dos teoremas são mais óbvios que os axiomas empregados para estabelecê-los” (idem; 76/7). Além disto, à medida em que se faz necessário demonstrar todos os pequenos teoremas, é desviado o tempo indispensável para o estudo de teoremas mais profundos (idem;77). E, embora o rigor seja também indispensável para os matemáticos profissionais, é visto como algo que cria artificialismos (idem pag 78) para o estudante que ainda se inicia nos domínios da ciência, não tendo, portanto, condições de reconhecer a necessidade de todos os axiomas empregados.

Finalmente, as modificações da linguagem também trouxeram conseqüências para o ensino da matemática. A necessidade de definição precisa de todos os termos que compõem a linguagem matemática assoberba o estudante de terminologia técnica, explorando demais a sua memória, fazendo com que o domínio de termos, por vezes, se sobreponha ao domínio dos fatos matemáticos (idem, pag 91/2). A utilização dos símbolos também é avaliada como algo excessivo que trouxe danos à matemática escolar, como podemos ver da afirmação de que “Não é um meio útil para o indivíduo se expressar. Não é um método convincente e simples. Alega-se que é exato, mas exato para que fim?”(Feynman, apud Klein; 96).

Grande parte das modificações propostas não conduziu a avanços no domínio matemático por parte dos estudantes, de modo geral, não obstante o expressivo desenvolvimento da Matemática, enquanto ciência, com o aparecimento de novas áreas de especialização[5]. Tal fenômeno teve importância para uma minoria que se dedica especificamente ao aprofundamento da matemática; para a maioria dos estudantes que têm objetivos diversificados, a matemática não se tornou mais atraente, nem provocou avanços em seu desenvolvimento intelectual. Não se reduziu a necessidade do decorar e não se motivou o estudante médio a interessar-se pela matéria. Houve, isto sim, uma inversão do desenvolvimento natural do raciocínio, pois "pede-se aos estudantes que aprendam conceitos abstratos na expectativa de que, se os aprenderem, serão automaticamente compreendidas as realizações concretas".(idem 114) Assim, conclui afirmando que "o formalismo desse currículo pode levar a apenas uma erosão da vitalidade da matemática e ao autoritarismo do ensino, o ensino de cor de novas rotinas muito mais inúteis que as rotinas tradicionais" (idem; 128).

Diante dessas considerações, pode-se afirmar que a escola não explorou os elementos considerados constitutivos do domínio da matemática – domínio das ferramentas, desenvolvimento do raciocínio matemático e as transposições de conceitos elaborados de uma situação para outra. Esse fato é evidenciado pelos resultados da avaliação do SAEB-1999. A análise procedida sobre tais dados (Coelho e Pequeno; 2000) referentes ao desempenho em matemática, o demonstra. Os alunos da 4ª série apresentaram "conhecimentos e habilidades previstos nos PCN para o final da 1ª série – ciclo I (7-8 anos)", tendo tido uma queda de desmpenho em relação ao SAEB/97, onde atingiram o "nível correspondente à 2ª série"; Os alunos da 8ª série, bem como os da 3ª série do ensino médio, demonstraram "conhecimentos e habilidades previstos nos PCN para o final da 4ª série", não apresentando queda quando comparados com a avaliação de 1997.

ALGUMAS ALTERNATIVAS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dar um sentido à educação matemática tem sido um desafio de muitos pesquisadores. Whitehead refere-se à necessidade de maior vitalidade no que se refere ao trato com a matemática, afirmando que "a solução que estou

---

[5] Na qualidade de matéria agregativa, a Matemática passou de um complexo com trinta e oito subcategorias, no final do século passado, para uma gigantesca árvore com mais de tres mil e quatrocentas subcotegorias, de acordo com a subdivisão elaborada em 1980, segundo o método da American Mathematical Society (MOS). (Davis e Hersh, 1986;46).

aconselhando é erradicar a desconexão de assuntos que destroi a vitalidade de nosso currículo moderno. Há apenas uma matéria para a educação, e esta é a Vida em todas as suas manifestações"(apud Klein; 177).

Em busca da consecução deste objetivo, e após criticar a exacerbada postura formalista, em voga na escola, Klein é um dos muitos autores que apontam para a necessidade de trabalhar paralelamente de forma construtiva (Klein, 186). Tal postura teria por base o ensino por descoberta, com forte emprego da intuição, da adivinhação, das tentativas e erros, da construção de afirmações e suas constatações, certas ou erradas, necessitando sobretudo da existência de tempo e de um profissional que além de dominar sua matéria, tenha também conhecimento daqueles com quem está trabalhando.

Mas, afinal, em que consiste esta postura construtivista, que nos meios educacionais é tão proclamada como a saída para o "ensino tradicional"? É evidente que escapa aos limites deste trabalho uma discussão mais aprofundada acerca desta teoria do conhecimento. O que se objetiva aqui é tão somente ressaltar alguns pontos dessa proposta construtivista que a distinguem das demais, na maneira de entender uma educação matemática.

Por que, então, optar pela discussão acerca do construtivismo, em lugar de qualquer outra teoria do conhecimento? Dois motivos estão na base de tal opção: primeiro, porque a grande maioria das escolas e dos educadores busca hoje, por tentativas de aproximações sucessivas, o domínio da teoria que, acredita-se, poderá auxiliar na solução dos problemas do fracasso escolar; segundo, devido ao fato de o telensino também auto-denominar-se uma modalidade de ensino que caminha por esta via construtiva.

O construtivismo é uma teoria que preconiza um processo de aprendizagem que toma por base uma nova relação entre professor, aluno e conteúdo. Moretto (1999) ao analisar as características desta relação aponta para suas principais inovações: o ensino deixa de ser mera transmissão de conhecimento, passando a se constituir de situações didático-pedagógicas que facilitem a aprendizagem; a aprendizagem só acontece à medida em que se levam em conta as representações que os alunos têm de determinados conhecimentos para somente então confrontarem-se com os novos conhecimentos. E sintetiza, afirmando que "o ponto de partida são sempre as concepções prévias já construídas (as âncoras), e o de chegada são estas mesmas concepções ressignificadas pelo ator do processo da aprendizagem – o aluno" (Moretto, 1999; 110).

Uma análise das relações que estão postas pelo Construtivismo, aplicadas diretamente ao ensino da matemática é proposta por Fossa (1998). O autor caracteriza o que ele denomina de ensino direto, evidenciando suas diferenças em relação ao construtivismo. O "ensino direto", é entendido como tendo fundamentos realistas, uma vez que sujeito e objeto do conhecimento são vistos como entidades independentes. O conhecimento, então, advém de uma correspondência das estruturas cognitivas do sujeito com os objetos que se espera que elas representem. Trata-se de objetos extramentais que são, não somente a fonte do conhecimento, como o próprio critério da verdade. Em tal ensino, a atividade maior é a do professor que proporciona informações para seus alunos, codifica, através da linguagem, suas estruturas cognitivas, transferindo-as para o aprendiz, tornando-se assim a autoridade cognitiva, uma vez que é o possuidor do conhecimento requerido. É um ambiente em que o professor fala, o aluno cala e a matemática raramente é feita (Fossa, 1998; 13 passin)

Como "antídoto" a este tipo de ensino, o autor apresenta o construtivismo, o qual classifica como de fundamento idealista (idem, 14 passin), uma vez que, por um lado, o conhecimento não advém de objetos extramentais mas sim é estruturado pela própria atividade mental do indivíduo; por outro lado, o critério de verdade[6] não é exterior ao sujeito, mas sim, uma forma de coerência na organização do conhecimento. A linguagem é vista como "um meio de recuperação de conceitos que foram construídos a partir da própria experiência sensorial/perceptiva" (Fossa, 28) sendo impossível pensá-la como um veículo de transferência de conhecimento, como o concebem os realistas. O ambiente de sala de aula é centralizado no aluno e nas relações que ele estabelece com seus pares e com o professor, visando construir ativamente suas próprias estruturas cognitivas. O autor considera que a diferença mais fundamental é que, em um ambiente construtivista, com um professor efetivamente

[6] Fossa vai especificar que, quando se trata de construtivismo, "a verdade não é mais uma correspondência com alguma realidade extramental, mas uma coerência com as entidades mentais (incluíndo, naturalmente, nossa informação sensorial)".

comprometido com a construção do conhecimento por parte de seus alunos, a verdadeira matemática é realmente aprendida.

É ainda com base em Fossa (1998; 30 a 32) que explicitaremos as linhas gerais do contrato didático,[7] firmado dentro da sala de aula construtivista. A dinâmica da sala de aula tem por base o "diálogo e as atividades participativas"; tais atividades devem ser "planejadas de modo a promover a construção do conceito a ser ensinado" de maneira que "as construções divergentes sejam reveladas e corrigidas"; "os erros, especialmente os sistemáticos, (…) possibilitam ao professor detectar as construções divergentes e remediá-las"; "o professor deve construir uma teoria sobre a aprendizagem de cada aluno"; "a aula deve ser organizada de modo a permitir o máximo possível de instrução individualizada". O processo de avaliação construtiva visa "testar a adequação da teoria do professor sobre o desenvolvimento de cada aluno", uma vez que o construtivismo não aceita a noção de que a aprendizagem se dá pela transferência de conhecimentos da mente do professor para a mente do aluno, como acreditam os adeptos do ensino direto.

Especificamente no caso do ensino da matemática, o professor deve ser o respon sável por "estabelecer o ambiente matemático [providenciando] materiais manipulativos [no sentido de experimentação, e não apenas no sentido de palpável] que podem gerar um espaço cognitivo ricamente interligado, que pode servir como base para abstrações reflexivas[8]". É, entretanto, indispensável atentar para o fato de que o autor, embora ressaltando a importância dos materiais, dá a eles a justa dimensão de instrumento, não os vendo, em si, como suficientes para a resolução de problemas de desenvolvimento do raciocínio matemático. O simples selecionar

---

[7] Contrato Didático – "É a explicitação clara do papel e das responsabilidades de cada uma das partes em interação na sala de aula" (Brasil, Parâmetros Curriculares, vol 3; 41/42)

[8] As abstrações reflexivas são tomadas por Fossa como uma das grandes contribuições de Piaget para o Construtivismo. Piaget entende a "abstração reflexionante" como aquela que "se apóia sobre (…) formas e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito (esquemas ou coordenações de ações, operações, estruturas, etc.) para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para novas finalidades (novas adaptações, novos problemas, etc.) (Piaget; 1995; 5/6)

de materiais, a modificação da disposição de carteiras em sala de aula, ou mesmo o sentar em círculos e no chão com os alunos em nada vai modificar a construção do conhecimento matemático, se o fundamental não for observado. E o fundamental para o autor, é o “desenvolvimento de conceitos matemáticos através da abstração refletida, baseada nas próprias experiências do aluno com as atividades desenvolvidas na sala de aula, em lugar do desenvolvimento de métodos formais de demonstração matemática”(Fossa, 1998;31). Ora, o que se nega aqui não é a importância das demonstrações na matemática, mas sim o momento de colocá-las como desafio para os alunos. O aluno precisa inicialmente fazer experimentos para descobrir as regularidades desejadas e dai partir para a abstração e formalização desse conhecimento. As demonstrações têm sua importância, mas em um período posterior ao desenvolvimento das intuições matemáticas.

Em síntese, cabe à escola o papel de oferecer ao aluno condições para que ele próprio seja capaz de construir seus próprios conceitos, em todas as áreas e aqui especificamente nos interessa a construção dos conceitos matemáticos. Alguns pesquisadores criaram seqüências de atividades matemáticas, visando auxiliar o estudante nesta sua tarefa. Borges Neto (1996; pre-print) responde a este desafio criando a seqüência de Fedathi.

A seqüência de Fedathi é pensada de forma a reproduzir no ambiente escolar o método de trabalho de um matemático. Ora, um matemático profissional que consegue demonstrar um teorema e apresentá-lo a seus pares, de uma forma sistemática e estruturada, de fato não está exibindo todos os passos que foram dados para chegar àquela demonstração. O trabalho de comprovar uma verdade matemática é repleto de idas e vindas e de tropeços, característicos de todo processo de criação. O que se pretende com a Seqüência é levar o estudante a viver um processo semelhante de construção de uma determinada prova, cometendo para isso diversos erros, para finalmente chegar a uns poucos acertos.

A Seqüência de Fedathi compõe-se basicamente de quatro níveis. Tudo começa a partir da situação que é apresentada para ser solucionada. Pode ser um problema, um simples exercício de revisão, uma demonstração de um teorema ou mesmo a construção de uma sofisticada teoria. O nível 1, chamado de *tomada de posição* é o do primeiro contato do aprendiz com o problema.

Ressalte-se o fato de que é necessário tratar-se realmente de um problema, isto é, alguma situação que requeira efetivamente uma solução, motivando o desafiado, no caso o aluno, a buscar estruturar uma resposta para aquela indagação. É evidente que nenhum matemático seria motivado a despender esforços no sentido de demonstrar algo que não lhe parecesse instigante, ou a respeito do que ele já detivesse todas as informações.

O nível 2, chamado do *debruçar-se,* é o da maturação da situação. Neste momento, o aprendiz vai buscar, em suas experiências anteriores, certas informações que podem ser úteis nesta nova situação. A associação é tanto mais complexa quanto maior já for o seu estágio de desenvolvimento. Vários elementos de seus conhecimentos anteriores podem ser repassados e experimentados na situação. É nesta fase que se "quebra" o problema em casos particulares, mais simples, que possam ser comparados ou associados com outros já conhecidos.

É um momento importante de rever conhecimentos anteriores que podem, por vezes, ter sido compreendidos de forma errônea ou incompleta. É o primeiro momento em que se dá a transposição didática. As ferramentas buscadas pelos matemáticos têm a mesma natureza. Aquela caricatura do cientista que escreve folhas e mais folhas de papel, amassando-as e arremessando-as seguidamente à cesta de lixo dá prova disto. É uma tentativa, com sucessivos erros, que pode conduzi-lo a uma resposta adequada.

O nível 3, o da *solução,* é o da interpretação apropriada, onde se trabalha fortemente a reversibilidade, ou seja, a comparação da solicitação exigida pela situação dada ou proposta com a solução que está sendo construída. Diante de vários caminhos usados de uma forma tateante, o aprendiz escolhe um que lhe parece adequar-se como solução daquele desafio proposto. Segue nele, até que veja o problema solucionado. Esta fase não foge à proposta inicial de reproduzir o trabalho do matemático, não se pensa em um profissional que não almeje trilhar um caminho que o conduza a um arremate da situação problema.

Finalmente, o nível 4, a *prova*, que consiste em uma espécie de síntese ou de modelagem matemática do problema. Neste momento, se estivéssemos falando de um profissional, o trabalho estaria tomando a forma final e já poderia estar sendo pensada a sua exposição em um congresso, simpósio ou seminário. Para o caso do estudante, ele estará simplesmente chegando à resposta final de um quesito de uma lista de exercícios propostos. Nesta fase serão analisados os procedimentos efetuados para encontrar a solução, visando avaliar se foram realizadas ações supérfluas que podem ser descartados, em um momento seguinte, quando da solução de problemas congêneres. É o caso, por exemplo, dos algoritmos das operações fundamentais, o algoritmo da divisão de Euclides, o método de Gauss para resolver sistemas de equações ou mesmo o de Baskhara para equações do segundo grau.

O ensino da Matemática, desde o advento da Matemática Moderna, e persistindo nos dias de hoje, privilegia os procedimentos de nível 1 e de nível 4. Apresenta-se o problema ao aluno – nível 1 – e o que se busca é a representação de uma solução em linguagem formal – nível 4 – própria da matemática. Trabalha-se sempre de uma forma lógico-dedutiva, isto é, parte-se do geral para o particular; tomando-se um conceito já estruturado, busca-se mostrar que ele se adequa a vários casos particulares que são explorados nas listas de exercícios. Despreza-se assim, a possibilidade de levar o aluno a descobrir, por meio de intuições geradas a partir de experimentações, os caminhos que lhe conduziriam à resposta e à conseqüente generalização conceitual.

O professor de matemática, que já aprendeu com seu próprio professor de matemática, estimula de forma autoritária a utilização da linguagem matemática. Acreditando ser a única linguagem válida, faz uso de toda sua sintaxe e predicados, e não abre espaço para uma representação mais individualizada e construída, onde os aprendizes possam usar meios diversos para clarear e representar suas idéias, fazendo uso até mesmo da língua materna.

Ao ignorar os níveis 2 e 3, o professor está fazendo com que os erros, tão mais frequentes no dia a dia que os acertos, principalmente quando se trata de conseguir um caminho para a solução de um determinado problema, sejam deixados de lado. Os *insights* que poderiam se originar a partir de inúmeras tentativas frustadas de solução são deixados pra depois. Enfim, a construção do conhecimento efetivamente não ocorre.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Diante da importância demonstrada da matemática para a formação do cidadão é necessário insistir na necessidade de a escola oferecer aos alunos condições de construir os seus próprios conceitos. A construção de tais conceitos requer, conforme apregoam os PCN, a colocação dos alunos diante de variadas espécies de desafios, ou situações matemáticas diversificadas, a partir das quais no decorre de um período longo de tempo, disponível em toda a escolaridade, esses conceitos estejam sendo revisitados, para seu aprofundamento ou correção de concepções errôneas. Borges Neto reafirma a importância de se dar importância a todos os níveis da sequência de Fedathi e não apenas aos níveis 1 e 4. Este último nível guarda sua importância, mas apenas após um amplo domínio dos três níveis anteriores, onde aí sim, poderia ser valorizada a beleza estética de uma apresentação lógico-dedutiva, pois como se coloca Kline (1976; 62) “a organização lógica é uma reflexão tardia e, num sentido real, não passa de uma redundância”. A partir de uma postura desta natureza, o aluno estaria apto a efetivamente construir seu conhecimento matemático, conforme preconiza Fossa, sem ater-se simplesmente ao domínio de algoritmos que não lhes expressa qualquer significado.

Não faz parte dos objetivos deste trabalho analisar a validade dos conteúdos que compõem o currículo do ensino de matemática, isto fica para um outro momento. Mas, diante de todas essas considerações, o que parece ser mais relevante não é o conteúdo a ser trabalhado, mas a forma como ele está sendo (re)descoberto pelo estudante e a postura do professor diante da própria matemática e de seus alunos. É claro que a partir de qualquer conjunto de conteúdos será possível trabalhar o desenvolvimento do raciocínio matemático e o conhecimento matemático de forma viva, instigadora e investigativa.

Na prática da matemática escolar, o que se percebe é a ênfase na busca da resposta certa. Se o aluno chegou à resposta esperada, o objetivo pedagógico final foi alcançado. Na verdade, com a análise exclusiva de uma resposta, o máximo que se pode concluir sobre o aluno é que ele tem o domínio da ferramenta matemática. O seu nível de raciocínio matemático, no entanto, pode estar aquém de um outro estudante que, elaborando saídas mais complexas para o seu problema, não tenha conseguido atingir a resposta correta.

BIBLIOGRAFIA

BORGES NETO, Hermínio. Sequência de Fedathi: primeiras aproximações, 2000 (pre-print)
BRASIL, Ministério da Educação, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, Diretoria de Avaliação da Educação Básica. Informe de resultados comparativos do SAEB 1995, 1997, 1999. Brasilia, 2000.
BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.* Brasília, MEC/SEF, 1998
COELHO, Sylvia Maria de Aguiar; PEQUENO, Maria Iaci Cavalcante. *Considerações preliminares sobre os resultados do SAEB 99*. Fortaleza, Secretaria de Educação Básica, Coordenadoria de Planejamento e Política Educacional, Núcleo de Pesquisa e Avalição Educacional, 2000.
DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. *A experiência matemática:* a história de uma ciência em tudo e por tudo fascinante. 4 ed. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1986. Tradução João Bosco Pitombeira.
DIAS, Ana Maria Iório. *A compreensão de conteúdos no contexto da sala de aula:* desfazendo, na formação docente, uma cadeia de mal-entendidos em conceitos de história e ciências. UFC. Tese de Doutorado, 1998.
FLAVELL, John H. *A Psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget:* 4 ed. São Paulo, Pioneira, 1992.
FOSSA, John A. *Teoria intuicionista da educação matemática.* Natal, EDUFRN, 1998. Trad. Alberta M. R. B. Ladchumananandasivam.
GRANGER, Gilles-Gaston. *A ciência e as ciências.* São Paulo, Editora UNESP, 1994. Tradução Roberto Leal Ferreira.
INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*: ensaios sobre a construção das estruturas operatórias formais. São Paulo, Pioneira, 1976.
JOHANNOT, Louis. Le raisonnement mathématique de l'adolescent. Paris, Delachaux & Niestlé.
KLINE, Morris. O fracasso da matemática moderna. São Paulo, IBRAS, 1976. Trad. Leônidas Gontijo de Carvalho
LÉVY, Pierre. A máquina universo: criação cognição e cultura informática. Porto Alegre, Artes Médicas. 1998. Tradução Bruno Charles Magne.
MACHADO, Nilson José. *Matemática e realidade.* 4 ed. São Paulo, Cortez , 1997.
MORETTO, Vasco Pedro. *Construtivismo*: a produção do conhecimento em aula, DP&A.1999
PAIS, Luis Carlos. Transposição didática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org) *Educação matemática:* uma introdução. São Paulo, EDUC, 1999
PIAGET, Jean e colaboradores. *Abstração reflexionante.* Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre, Artes Médicas, 1995. Trad. Fernando Becker e Petronilha B. G. Silva
PIAGET, Jean. *Para onde vai a educação.* Petropolis, Vozes, 1974 (Conferir esta referência)
SOUZA, Eliane Reame de; DINIZ, Maria Inez de Souza Vieira. *Álgebra: das variáveis às equações e funções.* 2 ed. São Paulo,CAEM/ IME/USP, 1996.