

O desenvolvimento cognitivo do estágio Operatório Formal, a Matemática e a Sequência Fedathi: ações e elementos que se complementam no ensino

**Fernanda Maria Almeida do Carmo¹, André Santos Silva²,
Herminio Borges Neto³**

¹Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, e-mail: fernanda@multimeios.ufc.br

²Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, e-mail: andre@multimeios.ufc.br

³Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, e-mail: herminio@multimeios.ufc.br

RESUMO. O objetivo deste trabalho foi identificar como ações e elementos semelhantes entre Sequência Fedathi, Matemática e desenvolvimento cognitivo do estágio Operatório Formal se complementam no ensino. Por meio de uma estudo exploratório, do tipo pesquisa bibliográfica, evidenciou-se que os processos de cognição em Piaget são estruturas lógico-matemáticas, tais como o Grupo *INRC*, um exemplo do Grupo de Klein. Assim, observou-se que o ferramental matemático tem um papel importante no desenvolvimento cognitivo, quando não utilizado de forma mecânica. Por isso, é fundamental considerar metodologias de ensino que almejem o desenvolvimento do raciocínio, como a Sequência Fedathi que, por meio da mediação docente, a sala de aula se torna um ambiente onde o aluno age como um pesquisador. Palavras-chave: Desenvolvimento cognitivo. Raciocínio. Ensino.

1. INTRODUÇÃO

Os conteúdos matemáticos, na teoria piagetiana, têm um papel importante no desenvolvimento cognitivo. Piaget fez uma relação entre algumas estruturas lógico-matemáticas e os estágios de desenvolvimento. No Operatório Formal, último estágio e ápice do desenvolvimento intelectual, o modelo de cognição é um grupo algébrico de quatro elementos com suas propriedades. Tal estágio se refere à distinção entre o real e o possível, de modo que o raciocínio nesse estágio utiliza a lógica e trabalha relações, caracterizando o Raciocínio Lógico-Matemático (Flavell, 1995). Assim, a Matemática oferece um ferramental rico e, dentre as ciências, é a que apresenta maior potencial para auxiliar no desenvolvimento cognitivo. Porém, quando utilizada de forma mecânica, isso não acontece.

Nesse sentido, para o ensino, é fundamental considerar metodologias que objetivem o desenvolvimento do raciocínio discente, como a Sequência Fedathi. Ela transpõe o método científico para situações de ensino e, sendo uma proposta lógico-dedutiva-construtiva, a partir da mediação docente, oferece condições para que o método de trabalho de um pesquisador seja o modo de trabalho dos alunos: questionando, levantando hipóteses, errando, refletindo etc.

Com isso, o objetivo deste trabalho foi identificar como ações e elementos semelhantes entre Sequência Fedathi, Matemática e desenvolvimento cognitivo do estágio Operatório Formal se complementam no ensino.

2. METODOLOGIA

A investigação é do tipo qualitativa, classificada como exploratória, pois tem como objetivo proporcionar uma visão geral e aproximativa de determinados conceitos. Isso esclarece mais o objeto em estudo, almejando a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses para

estudos posteriores (Gil, 2008). Para a obtenção dos resultados, foi feita uma pesquisa bibliográfica, buscando trabalhos que abordassem o desenvolvimento cognitivo do estágio das Operações Formais de Piaget, relacionando com o Grupo de Klein. Em seguida, estabeleceu-se uma relação entre esses objetos de estudo e a metodologia de ensino Sequência Fedathi.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A cognição do estágio das Operações Formais de Piaget revela que, diante de certas situações problemáticas, há a existência de uma estrutura cognitiva com as propriedades de um grupo matemático de quatro transformações. Um tipo de sistema que exemplifica é o Grupo Físico *INRC*. Ele contém duas operações diferentes p e q , que tem resultados ou efeitos equivalentes, e duas outras operações p^* e q^* que anulam (“desfazem” ou cancelam) p e q , respectivamente. Definem-se essas quatro transformações (Flavell, 1985):

1. *Identidade (I)*: $I(p) = p$, $I(q^*) = q^*$ etc.
2. *Negação (N)*: $N(p) = p^*$, $N(q) = q^*$, $N(p^*) = p$ e $N(q^*) = q$.
3. *Reciprocidade (R)*: $R(p) = q^*$, $R(q) = p^*$, $R(p^*) = q$ e $R(q^*) = p$.
4. *Correlatividade (C)*: $C = NR$. A correlatividade é definida como o produto da negação pela reciprocidade. Assim, $C(p) = N[R(p)] = q$, $C(q) = p$, $C(p^*) = q^*$ e $C(q^*) = p^*$.

O Grupo *INRC* é um modelo de cognição no estágio das Operações Formais. Nele, os indivíduos são capazes de discriminar as várias operações diretas e inversas e, também, de comparar seus resultados (Flavell, 1985). A consolidação dessa estrutura se desenvolve aos poucos e o indivíduo nem sempre recorre ao pensamento hipotético-dedutivo para resolver problemas, pois continua empregando estratégias de raciocínio como a lógica concreta. A primeira característica desse estágio, portanto, é a capacidade do sujeito de se relacionar não apenas com objetos, mas também com hipóteses. Opera não apenas com objetos, mas com classes e relações, raciocinando sobre proposições obtidas a partir de hipóteses, construindo conhecimento ao recorrer a ações do método investigativo/científico (Gutierrez, 1989).

O sujeito não sabe sobre a teoria de grupo como objeto, ele se comporta como se compreendesse as inter-relações e isso o guiasse na solução de problemas que abrangem tais sistemas (Flavell, 1985). Ou seja, o conhecimento que se alcança na etapa das Operações Formais não é um conhecimento consciente, claro e detalhado, mas sim a capacidade de realizar inversões, reciprocidades ou correlações (Gutierrez, 1989). Vê-se, no entanto, que o Grupo de Klein (Tabela 1) possui exatamente o *INRC* de Piaget.

Tabela 1. Grupo *V*

	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

Fonte: Fraleigh (1998).

O grupo $V = \{e, a, b, c\}$ é de ordem 4, sendo e o elemento neutro, e não é cíclico, isto é, não possui um elemento gerador. Exemplo: $a^1 = a$, $a^2 = e$, $a^3 = a$, $a^4 = e$, não gerando os demais elementos desse grupo. O mesmo acontece com os outros elementos. De modo geral,

ao operar qualquer elemento do grupo V com ele próprio, obtém-se o elemento neutro e . Por exemplo, $a * a = e$ (Fraleigh, 1998).

No Grupo $INRC$ ocorre o mesmo: $NN = I, RR = I, CC = I$, os produtos de cada operação com si mesmo são iguais a I . A mesma ação realizada duas vezes se anula, ou que cada elemento composto consigo mesmo resulta no elemento neutro. Além disso, ao multiplicar dois elementos distintos, com exceção de e , obtém-se o terceiro elemento. Ou seja, a composição de dois elementos quaisquer do grupo, desde que nenhum seja o elemento neutro, é igual ao terceiro elemento restante diferente do elemento neutro (Gutierrez, 1989).

Portanto, o Grupo $INRC$ tem a propriedade associativa; existe o elemento neutro, que é o I ; e cada um dos elementos do conjunto tem seu simétrico (cada elemento é simétrico a si mesmo). Efetivamente, o Grupo de Piaget tem estrutura de grupo algébrico.

Tabela 2. Grupo $INRC$

*	I	N	R	C
I	I	N	R	C
N	N	I	C	R
R	R	C	I	N
C	C	R	N	I

Fonte: Gutierrez (1989).

Ambos os grupos, Grupo de Klein e $INRC$, são de ordem 4 e têm propriedades algébricas semelhantes, possuindo o mesmo comportamento. Basta comparar a Tabela 1 e 2 para ver que o Grupo $INRC$ piagetiano é um Grupo de Klein (Gutierrez, 1989). Porém, enquanto o Grupo $INRC$ trabalha ações físicas, o Grupo de Klein trabalha ações abstratas. O Grupo de Klein, portanto, é a generalização do Grupo $INRC$ de Piaget (Sauval, 1966).

3.1 Matemática para quê?

Na teoria piagetiana, portanto, o raciocínio transcende para o campo das possibilidades e da abstração (Gutierrez, 1989). Assim, as Operações Formais envolvem a análise lógica dos dados disponíveis e das hipóteses para a solução de um determinado problema ou para tomar uma decisão. As ações realizadas nesse estágio de desenvolvimento, caracterizadas como hipotético-dedutivas, remetem às atuações no campo da investigação. Trabalha-se com hipóteses, dentro de um universo delimitado, verificando condições e possibilidades, a fim de determinar se as hipóteses são válidas ou não para aquele contexto. Conforme Flavell (1975, p. 212), “trata-se de um comportamento muito semelhante à forma como o cientista se conduz”.

Borges Neto (2016, p. 6) já destacava que com a disseminação cada vez mais rápida das informações, o trabalho de um indivíduo está em interpretar dados e não, apenas, em os obter. O cidadão deve ser capaz de analisar um problema ou situação e de apresentar uma solução satisfatória. “Isso requer capacidade de abstração, de raciocínio lógico-dedutivo, de uma inteligência mais flexível”. E dentre as ciências, a Matemática é a que mais auxilia nessa tarefa. A teoria piagetiana corrobora a importância da matemática nesse desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. Assim, constata-se que o principal papel da Matemática é desenvolver o raciocínio.

Piaget mostrou a importância do Raciocínio Lógico-Matemático: um raciocínio lógico, que trabalha relações, mas que não é, necessariamente, instanciado para a Matemática. De maneira mais abrangente, o Raciocínio Matemático é a “habilidade de transformar, representar uma dada situação em uma forma que se possa utilizar o instrumental matemático” (Borges

Neto, 2021, p. 16), utilizando modelagem, saberes e conhecimentos matemáticos. Esse deve ser o raciocínio desenvolvido nas disciplinas de matemática no decurso da vida escolar, pois todo Raciocínio Matemático é um Raciocínio Lógico-Matemático (uma vez que utiliza relações), mas nem todo Raciocínio Lógico-Matemático é um Raciocínio Matemático.

Portanto, no campo do ensino, é essencial considerar uma metodologia que propicie o desenvolvimento do Raciocínio. Com a Sequência Fedathi, método científico transposto a situações de ensino (Borges Neto, 2020), o aluno age como um pesquisador, elaborando hipóteses e testando-as, estabelecendo relações, identificando semelhanças, buscando soluções, refletindo, trabalhando diversas formas de representação, experienciando situações desafiadoras etc. (Borges Neto, 2016). Isso, baseado na teoria piagetiana, se trata de trabalhar o raciocínio e desenvolver a cognição.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constatou-se que a Matemática auxilia no desenvolvimento do Raciocínio Matemático e do Raciocínio Lógico-Matemático fundamentado na teoria de Piaget, estágio das Operações Formais. Tal desenvolvimento cognitivo é essencial para resolver problemas e tomar decisões, pois inclui a reflexão sobre causas e consequências, e utiliza a lógica, dados e fatos disponíveis. Essas ações são abrangidas pela Sequência Fedathi, uma metodologia de ensino que propõe a transposição do método científico para situações e ambientes de ensino. Pois, em consequência da mediação docente, o aluno questiona, reflete, elabora hipóteses e as testa, discutindo com os pares, em busca de uma solução para uma situação ou problema proposto.

5. REFERÊNCIAS

BORGES NETO, Hermínio. **O protagonismo do professor**. Redenção: UNILAB – Laboratório de Pesquisa MultiMeios/UFC, 2020. 20 slides.

BORGES NETO, Herminio. **Uma proposta lógico-dedutiva-construtiva para o ensino de matemática**. 2016. Tese (Apresentada para o cargo de professor titular) – Faculdade de educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

FLAVELL, John H. **A Psicologia do Desenvolvimento de Jean Piaget**. Tradução de Maria Helena Souza Patto. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1975.

FRALEIGH, Jonh B. **A first course in abstract algebra**. 6. ed. United States of America: Addison-Wesley, 1998.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2008.

GUTIERREZ, Jose Barrio. El Grupo de Transformaciones de Piaget. **Revista Española de Pedagogía**, [S. l.], v. 47, n. 183, p. 205-243, mai. /ago. 1989.

SAUVAL, Michel. **Lógica del fantasma - J. Lacan**: lectura del seminario (notas y comentarios). 1966. Disponível em: <https://www.sauval.com/fantasma/s5klein.htm>? Acesso em: 25 fev. 2025.