GT – 19

Hermínio Borges Neto, Doutor, FACED/UFC
José Rogério Santana, Mestrando, FACED/UFC
Laboratório Multimeios /FACED/UFC

A TEORIA DE FEDATHI E SUA RELAÇÃO COM O INTUICIONISMO E A LÓGICA DO DESCOBRIMENTO MATEMÁTICO NO ENSINO

1. IDÉIAS BÁSICAS

A aquisição do conhecimento matemático no Brasil é uma atividade pouco produtiva, e poucos são aqueles que conseguem ensinar tais conhecimentos. Apesar do grande número de pesquisas sobre a aprendizagem dos alunos desenvolvidas do final dos anos 1980 até o momento atual, os altos índices de reprovação e o baixo desempenho dos alunos em vários testes (como o SAEB por exemplo), mostram que reconhecer aspectos sobre a aprendizagem em matemática é algo insuficiente para transformação da matemática escolar em matemática produtiva se consideramos como produtivo a aquisição de conhecimentos por parte dos alunos.

Por outro lado, existe a falta de paradigmas de ensino o que torna a matemática uma disciplina bastante problemática em todos os níveis tanto para o professor como para o aluno.

Como a formação dos professores das séries iniciais em cursos para formação de normalistas no ensino médio e nos cursos de pedagogia (no nível superior) e o contato com a matemática está concentrado na aritmética, nas disciplinas ensino de matemática, em que o professor tenta retomar em pouco tempo a preparação que o futuro professor deveria ter para o magistério ao longo de todo um curso. E é nesse momento que os alunos deixam transparecer toda a fragilidade e deficiência dos conhecimentos e habilidades supostamente apreendidos na escola. Tais deficiências, aliadas a uma abordagem tradicional há muito praticada na disseminação da matemática em sala de aula, vem provocando conflitos no processo ensino-aprendizagem, principalmente na exposição de idéias matemáticas fundamentais.

Deste modo se pode considerar que o problema da educação matemática no Brasil, está mais associado aos problemas de uma “ensinagem” que de uma aprendizagem. A formação docente, a prática do professor e o desenvolvimento de seqüências didáticas apropriadas aos estudantes em suas respectivas aulas, envolvem o aluno e sua aprendizagem, mas partem do professor e da sua “ensinagem”. Neste contexto estão enquadrados os fundamentos da Teoria de Fedathi, enquanto uma concepção de ensino de matemática, que está sendo fundamentado no Laboratório Multimeios FACED/UFC.

1.1. O QUE É A ENSINAGEM ?

O ponto de partida da Teoria de Fedathi é a “ensinagem” como um processo de desenvolvimento do trabalho do professor a partir do desenvolvimento de um preceptorado.

Podemos definir como preceptorado o conjunto de todas relações que possam ser pensadas em termos didáticos durante a preparação de uma aula, são as práticas dos professores de certo modo.

Para SOURRY-LAVERGNE (1999, p. 55 - 58) o preceptorado representa uma situação de ensino-aprendizagem individualizado que reúne um único professor e um único aluno. Mas consideraremos que o preceptorado pode ser uma relação que é independente da quantidade de professores e de alunos. O preceptorado não é necessariamente uma pessoa, uma atividade ou uma postura. Ao mesmo tempo pode ser tudo isso somado à outras concepções desde que tais concepções expressem as relações de ensino do professor com o seu aluno.

Como houve a necessidade de explicar o preceptorado antes de explicar o que significa a “ensinagem”, de antemão se deve considerar que ambas idéias estão associadas. Mas o que significa “ensinagem” ?

A “Ensinagem” é o desenvolvimento do preceptorado a partir dos modelos e experimentos do professor, de modo que seja possível trabalhar o mesmo (o preceptorado) a partir de uma seqüência didática. O preceptorado envolve a transposição didática dos conteúdos e ser desenvolvido anteriormente ao momento de aula. Em outras palavras o trabalho do professor na Teoria de Fedathi ocorre “antes” e não “durante” a aula.

1.2 – ENGENHARIA DIDÁTICA

Quanto o processo de desenvolvimento de um curso mediante a Teoria de Fedathi, o mesmo é chamado por Engenharia Didática desenvolvida por ARTIGUE (1996, p.243 - 264) e consiste em:

- **Análise preliminar:** Consiste na análise epistemológica dos conteúdos que se pretende trabalhar, e no estudo sobre os processos educacionais desenvolvidos em classe (o meio, os instrumentos, a mediação do professor). Neste processo se pretende dar subsídios ao desenvolvimento da análise *a priori*;
- **Análise *a priori*:** Consiste na preparação de seqüências didáticas e do esquema experimental, para a ação em classe ai são delimitadas variáveis de controle que possibilitariam explicitar o que se pretende experimentar e dá subsídios ao experimento;
- **Experimentação:** É e realização dos processos desenvolvidos na análise *a priori* e preliminar, no caso em questão neste artigo é a realização dos cursos, onde se recorre a pesquisa-ação experimental em educação, pois há neste caso o envolvimento dos professores/alunos e do grupo de pesquisadores, também se recorre a observação e transcrição das filmagens desenvolvidas no decorrer do curso, após o curso se faz a análise *a posteriori*;
- **Análise *a posteriori*:** É no caso a interpretação dos resultados da experimentação e seu objetivo é oferecer um *feedback* para o desenvolvimento de uma nova análise a priori e uma nova experimentação, concebendo o desenvolvimento das atividades como uma atualização dos processos em questão.

Em suma pode-se dizer que o desenvolvimento de uma seqüência didática para um preceptorado ser usado, pode se apropriar da engenharia didática, mas nada disto é válido se não ocorrer (conforme a Seqüência de Fedathi) ao aluno viver sua experiência matemática.

1.3 - SEQÜÊNCIA DE FEDATHI

É uma seqüência didática para o aluno que está fundamentada na lógica do descobrimento matemático de LAKATOS(1978) e no intuicionismo, ou seja, está fundamentada em concepções epistemológicas do conhecimento matemático. Ocorre que a seqüência didática pode parecer contraditória ao leitor, mas ela deve conciliar a liberdade no desenvolvimento de atividades por parte dos alunos, e deve permitir ao professor intervir em certos momentos com exemplos e/ou contra-exemplos matemáticos, de modo que os objetivos de uma atividade didática proposta não se perca.

As fases da Seqüência de Fedathi são:

i) **Apresentação:** É a transposição didática de um problema matemático para o aluno. Não se trata de um enunciado, mas sim de um modo de mostrar o problema. É importante que todo o processo depende da transposição didática. Também aqui é estabelecido o contrato didático da atividade com o aluno;

ii) **Debruçamento:** É o desenvolvimento da atividade pelo aluno. Neste contexto a postura didática do professor é a de não intervenção (mão-no-bolso) para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas se for possível, pois matemática é uma atividade coletiva;

iii) **Solução:** É a formalização e a confrontação matemática das idéias do(s) aluno(s), trata-se do processo de sistematização e organização matemática, entretanto, a confrontação requer o uso de argumentos matemáticos por meio de contra-exemplos locais e globais, conforme é exposto por LAKATOS(1978). Se a solução do aluno apresentar problemas retorna ao debruçamento, caso contrário, significa que a atividade foi solucionada a contento.

iv) **Prova:** Neste momento a solução proposta pelo aluno é formalizada, e as idéias são mais uma vez revisadas.

Mas mais relevante que uma atividade estar ou não correta, é o fato do aluno poder viver o processo de construção do conhecimento matemático. Por tais motivos a “metodologia mão no bolso” é essencial, pois ela consiste em deixar o trabalho em classe para o aluno, pois o trabalho do professor já foi realizado em casa. Ou seja, na Teoria de Fedathi o dever de casa é do professor e não do aluno. No entanto, a “metodologia mão no bolso”, não significa que a turma será abandonada pelo professor, pelo contrário ele deve marcar sua presença pois na Seqüência de Fedathi, a confrontação pode ser um momento conflituoso para o aluno pois o processo de validação é um processo de interação social em que rigor e a eficiência são confrontados (BALACHEFF, 1991, p. 175 – 192). Portanto, é importante que o professor se faça presente para observar os alunos, e para lhes confrontar e ser confrontado. Fato este que permite a construção de conhecimentos matemáticos tanto para o professor como para o aluno.

Com as idéias fundamentais e com alguns pontos da Teoria de Fedathi expostos, surgem os primeiros problemas.

02. OS PRIMEIROS PROBLEMAS

Questões sobre o que se pretende que os alunos aprendam em matemática e como é possível caracterizar esse aprendizado, assim como, o que significa resolver problemas, ou ainda, sobre o raciocínio matemático, nunca são adequadamente discutidas[1] . As formas de trabalho mais usadas na sala-de-aula são ainda o livro texto, da exposição oral com o resumo de matérias, complementadas com exercícios passados no quadro. Os professores, em grande maioria, não propõem pesquisas aos alunos, e grande parte nunca teve sequer a postura de pesquisador, pois os mesmos aprenderam do mesmo modo que hoje estão usando para ensinar, ou seja, é um sistema que se auto reproduz.

Por questões em parte financeira e em parte política o livro texto é em muitas escolas a única de informação teórica e de aplicação. Sempre existirá a necessidade em se produzir dados adicionais, mais abrangentes, voltados aos interesses dos alunos e dos cursos a que eles pertencem.

Assim sendo, quaisquer concepções de ensino da matemática devem passar por indagações sobre o que está sendo ensinando, bem como, sobre o significado, gênese, estrutura, e produção de conhecimentos, e se o que está

---

[1] SCHOENFELD, Alan H., What do we know about mathematics curricula?, in Journal of Mathematical Behavior, Volume 13, #1 1994, pp. 55-80).

sendo ensinando é, de fato a matemática. Se cada conteúdo ao ser abordado em sala de aula pudesse ser analisado minuciosamente sob cada um desses aspectos, é bem provável que chegaríamos a conclusão de que o que está sendo abordado na escola é mera transmissão de dados. Estas informações são numa ajuda imprescindíveis na compreensão das dificuldades que os alunos sentem no aprendizado da matemática e que, em geral, o professor não conhece senão de forma precária. Um dos caminhos que enseja a possibilidade de gerar maior produtividade no processo ensino-aprendizagem pode está na diversificação das modos de abordagem de cada tema apresentado pelo professor[2], a partir da qual se pode adaptar o nível de aprofundamento desejado.

Assim, algumas opções viáveis podem ser encontradas, além da resolução de problemas (usando aqui a concepção de Polya e a 'méthode' de Rogalsky), que constitui a própria essência e razão de ser da matemática. Uma delas seria através da explicitação dos seus conceitos e de suas teorias adequando-os a partir de situações geradas da própria epistemologia histórica de seu desenvolvimento (usando como referência o Intuicionismo de Brouwer e Hayden, adaptado a uma proposta pedagógica); e estas podem tornar-se um meio bastante estimulador, tanto para o professor como para o aluno, criando-se uma atmosfera que facilite a compreensão do saber matemático pelo contato com sua gênese e etapas de seu desenvolvimento; além disso uma possibilidade consiste em fazer uso da experimentação, das aplicações e da computação através de *software* educativos.

03. TEORIA DE FEDATHI – MÉTODOLOGIA E PRÁTICA DOCENTE

Os fundamentos da Teoria de Fedathi estão relacionados ao processo epistemológico na matemática. Para Fedathi ensinar matemática consiste em criar condições e possibilidades para o aprendizado por meio do preceptorado e pela seqüência didática devidamente transposta. Ocorre que criar condições para o aluno exige amplos conhecimentos sobre a reação dos alunos frente o saber

[2] O 'jeu de cadres' e 'point de vue' e a transposição didática que orientam os Irem franceses, surgidos a partir das idéias de Brosseau, Chevallard e Douady ou a idéia de campo conceitual de Vergnaud.

matemático, e daí a análise do professor consiste em investigar a matemática com olhos na compreensão didática do saber em questão.

Na Teoria de Fedathi a matemática é intuitiva e construtiva conforme BROUWER, ou seja, é uma matemática que descarta processos infinitistas. E assim linguagem matemática é separada do conhecimento matemático propriamente dito. Nesta concepção há uma distinção entre raciocínio lógico-matemático (que está associado à linguagem matemática) e o raciocínio matemático (associado ao conhecimento matemático que é concebido como algo diferente da lógica).

Portanto, na Teoria de Fedathi atividades como o Exemplo 1 listado abaixo, não são válidos do ponto de vista didático pois envolve somente o raciocínio matemático, e não envolvem o raciocínio matemático, que no caso do Exemplo 1, cobraria no explicações sobre a relação entre a teoria das funções e a associação entre representação gráfica e conjuntos numéricos.

Para f(x) = x + 1 encontre valores para x igual a 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Se x então f(x) = x + 1

Se x=1 então f(1) = 1 + 1 = 2

Se x=2 então f(2) = 2 + 1 = 3

:

Se x=y então f(y) = y + 1

Exemplos 1 – O raciocínio lógico-matemático decorre da linguagem matemática e as vezes é obvio.

Logo, se pode concluir que as atividades propostas pela Teoria de Fedathi estão relacionadas à interpretação, construção e prova do problema proposto de modo que o enunciado sempre seja interpretado pelo aluno como uma conjectura à ser descoberta e validada. Um problema é um enigma que deve ser desvelado, a linguagem para solucionar o problema, é do aluno. Entretanto aos poucos o mesmo usa a linguagem matemática para tornar legível suas idéias para os outros colegas. Tal proposta difere da atividade proposta no Exemplo 1, pois caso seja dito que x=3 sabemos de antemão que f(3) = 4. Pois como o problema foi proposto a resposta acaba sendo uma decorrência da linguagem.

Outra característica do Exemplo 1, é que o mesmo está centrado em respostas. A atividade é um salto da apresentação do problema à solução da seqüência de Fedathi. Não há um debruçamento por parte do aluno. Ocorre que aos alunos são apresentadas listas com 50, 60 e as vezes até uns 70 exercícios desses com objetivo de “fixar” as idéias para o aluno. Na Teoria de Fedathi, mais vale um conjunto reduzido de atividades que sejam bem apresentadas, de modo que permita ao aluno pensar, que um bloco de “atividades de fixação”. E tal característica decorre das concepções intuicionistas que faz separação entre linguagem matemática (lógico-matemático) e a matemática em si mesmo. Assim um do primeiros atos do intuicionismo consiste em desconsiderar a lei do terceiro excluído na matemática, ao afirmar que a matemática é uma atividade sem linguagem (Machado *apud* Körner, 1997, p. 39).

> *Para os intuicionistas é perfeitamente possível a construção de enunciados dotados de sentido mas que não são verdadeiros ou falsos. Uma vez que todos os paradoxos resultaram desta dicotomia, estão os intuicionistas a salvo deles.*
>
> (Machado , 1997, p. 41)

Como a Teoria de Fedathi é em parte fundamentada nos preceitos do intuicionismo de BROUWER, ocorre um afastamento em termos didáticos da ênfase em resultados corretos. Sendo portanto valorizados processos construtivos, que estão mais próximos da matemática finitista.

> *Quando um intuicionista enuncia uma proposição p, registra em sua mente uma construção C. a negação da proposição p, ~p, é, por sua vez, o registro de uma outra construção D. A não-construção de coisa alguma não está associada a proposição alguma que tenha significado na lógica intuicionista.*
>
> (Machado , 1997, p. 41)

Em termos de possibilidades LAKATOS(1978) um orientado de POLYA, ao apresentar a sua tese doutoral a (Lógica do Descobrimento Matemático), vislumbra que a história da matemática e seu desenvolvimento é baseada no questionamento de conjecturas, ou seja proposições não demonstradas, tais conjecturas , historicamente geraram diversas argumentações que permitiram o desenvolvimento de diversas concepções matemáticas, ainda que a prova de uma conjectura não comprove ou refute uma conjectura, a mesma gera ferramentas que podem ser úteis para outras provas. Ou seja, o matemático em seu trabalho não desconsidera nada. O processo é tão relevante quanto os resultados.

04. RESULTADOS PARCIAIS

A relação entre a Teoria de Fedathi, a lógica do descobrimento de LAKATOS e o intuicionismo de BROUWER, permitem conceber novas possibilidades didáticas. Um dos resultados é o trabalho sobre o uso do computador em *software* educacional como o *Cabri Géomètre II* de modo que seja possível a partir do computador desenvolver conjecturas que permitam o desenvolvimento da aplicação de um preceptorado a partir da Seqüência de Fedathi. A possibilidade está sendo investigada e constitui uma metodologia de trabalho que foi nomeada como *Do Novo PC ao Velho PC*. A metodologia consiste em partir do manuseio do computador e encontrar uma situação que expresse problemas que sejam conjecturas matemáticas que possam ser construídas pelo aluno. Ou seja, o papel do computador seria o de possibilitar de por meio de simulações e animações a geração de novos problemas, permitindo que o aluno saia do Novo PC (*Personal Computer*) para o Velho PC (Papel Caneta). Que consiste no processo inverso de uso do computador proposto no ensino de matemática atualmente.

Por outro lado, atividades nas séries iniciais mostram que o maior problema dos estudantes está na falta de compreensão sobre aspectos do sistema de numeração decimal, na hora de se trabalhar com as operações básicas. Daí um novo desafio é a construção de seqüências didáticas que contemplem um preceptorado devidamente adaptado à realidade brasileira das escolas públicas e/ou privadas.

Outra possibilidade está no Projeto TeleCabri/Tele-Ambiente. Na preparação de atividades para um curso à distância com uso do computador. Em ambos os casos o objetivo do professor está em possibilitar o ensino da matemática científica na escola de modo que o aluno possa apreender aquilo que se pretende ensinar. No entanto, tal trabalho é mais difícil que se possa imaginar.

05. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Se a Teoria de Fedathi simplesmente contempla a possibilidade do estudante viver uma experiência matemática relevante. Não se pode desconsiderar que há muita coisa para ser feita, pois uma característica da matemática intuicionista está em construir todo em termos de fundamentação, ou seja, as coisas são mais complexas pois apenas provar não é suficiente, é preciso demonstrar e explicar. Por tais motivos é que a Teoria de Fedathi é uma proposta de trabalho com olhos na formação do professor. Entretanto há muito o que ser desenvolvido em termos de formação em matemática. Pelas dificuldades impostas hoje pelo currículo escolar, pelas políticas públicas de formação docente e pelas dificuldades inerentes aos salários e condições de trabalho, o professor sente-se desmotivado para ensinar. E em uma concepção como a Teoria de Fedathi, é necessário ao professor que tenha:

a) O hábito do estudo da matemática para o desenvolvimento do preceptorado por meio da Seqüência de Fedathi;
b) O hábito do estudo em grupo com outros professores de matemática para a troca de informações;
c) O habito de observar, ouvir e motivar os alunos para que os mesmos possam desenvolver as atividades propostas pela professora por meio da Seqüência de Fedathi;
d) O habito de anotar novas soluções apresentadas pelo aluno, para que as mesmas possam permitir reformular o preceptorado do professor, bem como, a aplicação da Seqüência de Fedathi.

Ainda há muitos pontos que devem ser questionados na Teoria de Fedathi, pois é um trabalho em andamento, entretanto, no que concerne o intuicionismo a proposta consiste em trabalhar em situações que valorizem a construção de conhecimentos matemáticos pelo aluno, através de situações conjecturais que viabilizem a lógica do desenvolvimento matemático, por meio de exemplos e contra-exemplos do aluno e do professor de modo que o aluno possa trabalhar e o professor lhe permita pensar criando condições e possibilidades didáticas para que o aluno possa formar o raciocínio critico e tenha uma experiência matemática significativa.

06. BIBLIOGRÁFIA

01 ARTIGUE, M. (1996) Computer environments and learning theories in mathematics education, pre-print.

02 ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, France: vol.9, nº 3, 1988.

03 BALACHEFF, N. The Benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. In**:_____. Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching**. London, England: Kluwer Academic, 1991. Cap.8, p.175-192.

04 BORGES H.; CAMPOS M. O ensino de matemática: Analisando o raciocínio matemático do mediador. In. ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE.14.,1999, Salvador,BA. Anais. Salvador,BA:Quarteto Editora, 1999. p. 271.

05 BORGES NETO, H. & IÓRIO DIAS, A.M. (1994) Uma proposta de Educação Matemática, Anais do II CIBEM, Blumenau, SC.

06 BORGES NETO, H. (1996), La conception des nombres chez mathématiciens, pre-print.

07 BORGES NETO, H. et al. O Ensino de matemática assistido por computador nos cursos de pedagogia. In. Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, 13, 1998, Natal, RN. Anais. Natal, RN: Editora UFRN, 1998. p.147-158.

08 BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 7.2, 33-115.

09 DE LA TAILLE, Y. (1990) Lugar do computador na Educação, Editora Iglu, SP.

10 DUPÉRIER M. & BUTEILLER, Y. (1993), Apprendre et pratiquer la Géométrie avec l'ordinateur, IREM de l'Université d'Orléans.

11 LAKATOS, Imre. **A lógica do descobrimento matemático: Provas e Refutações.** Rio de Janeiro, RJ: Zahar Editores, 1978, p. 12-13, 15-16.

12 MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade.** 4ª ed. São Paulo, SP:Cortez, 1997. p. 52.

13 POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** trad. Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro, RJ: 1978 (Interciência).

14 SOURY-LAVARGNE, S. **Étayage et explication dans le préceptorat distant, les cas de TéléCabri.**. These (docteur en Sciences Mathématiques) – Université Joseph Fourier. Grenoble, France. 1999.