Grupo Fedathi
Grupo de Pesquisa em Educação Matemática

Cadernos de Aritmética

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Manoel Américo Rocha*

e

Carlos da Silva Frota **

*** Mestre em Matemática, Professor Adjunto do Departamento de Matemática da UFC**
**** Matemática, Técnico Roteirista da Televisão Educativa do Ceará - TVC**

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO

A matemática não foi criada por si só, mas sim, foi sendo construída para resolver os problemas de necessidades básicas que foram surgindo segundo a evolução da Humanidade.

Convém lembrar que, em toda a ciência, e em particular a matemática, como se pode observar segundo a evolução histórica da Humanidade, os problemas (as necessidades básicas) antecedem às invenções, às descobertas. Portanto, para cada problema (problemas de necessidades básicas que precisavam ser solucionadas matemáticamente ou logicamente), foi sendo construída uma matemática para solucionar tais problemas. Daí, pode-se perceber que a matemática é, em primeiro lugar, essencialmente construtiva e em segundo lugar axiomática.

É, portanto, levando em consideração a evolução histórica da matemática que, pretendemos reconstruir a matemática, tomando como princípios básicos: o raciocínio lógico; a construção ingênua; intuitiva e racional da matemática, conduzindo assim, o homem, a criança, a fomentar a capacidade de criar, raciocinar, refletir, criticar e sobretudo organizar suas idéias, para que, a partir daí, ele possa alcançar a síntese através da análise (compreensão) e tendo como consequência o desenvolvimento da inteligência e da sensibilidade, obtendo, portanto, um gosto pela matemática e conseqüentemente conduzindo a uma desmistificação do ensino da matemática.

2. **CONTAGEM**

Nos primórdios da Humanidade, o homem não se preocupava com nada, ele não tinha nada e tinha tudo, isto é, ele lutava apenas pela sua sobrevivência, a qual se resumia, basicamente, na busca de sua alimentação, o que, segundo os hábitos da época era farta e de fácil acesso.

Depois de alguns anos, na realidade séculos, a população local em diversas partes da terra e independentemente, foram sentindo maiores dificuldades, e a busca pela alimentação foi ficando mais difícil, a ponto de o homem passar a maior parte de seu tempo à procura de alimentação para ele e seus familiares, chegando até a passar dias longe de seu habitat natural. Foi aí, então, que ele começou a perceber que precisava se organizar e passou a pastorear rebanhos, cultivar e plantar, entre outras coisas mais, nas proximidades de seu habitat natural. Foi, portanto, nesse momento que ele se deu conta de que já possuía alguma coisa e se interessou em verificar o que possuía. Para isto, a título de exemplo, ao soltar o rebanho de ovelhas para pastar, associava a cada ovelha uma pedrinha colocando-a num saco e no final da tarde verificava se a quantidade que chegava era a mesma que havia saído repondo as pedrinhas em outro saco à medida que cada ovelha chegava.

Surgiu, então, nessa época, o primeiro problema (matemático) a ser resolvido, o qual foi feito (matematicamente) usando um raciocínio lógico da associação, substituir uma ovelha por uma pedrinha. Apareceu, então, a primeira representação (abstrata) do homem: ovelha = pedrinha .

Foi, provavelmente, nessa época que surgiram as idéias de comparação através dos termos: muito, pouco, mais, menos, maior, menor. Depois da compreensão desses termos, o próximo estágio seria compreender o termo : quantidades iguais, mesmo assim até chegar na compreensão desse novo termo, o homem levou muito tempo, talvez séculos. Durante este período, o homem tentou resolver um segundo tipo de problema (matemático), isto é, a simplificação da representação da "contagem ", não uma contagem propriamente dita, mas sim uma comparação ou associação, a qual foi resolvida através de associação de grupamentos ou de agrupamentos. A saber, admitamos que " ele " só possuísse uma única espécie de objetos, por exemplo ovelhas, e que ele tivesse uma quantidade expressiva de tais objetos associados a pedrinhas uniformes, então, na " contagem " ou seja na verificação da quantidade de ovelhas, fazia um molho relativamente grande de pedrinhas para representar suas ovelhas, e que, para ele estava ficando impraticável. Resolveu, então, simplificar sua representação, usando para isto a idéia de grupamentos ou agrupamentos, isto é, fazendo a seguinte associação : ao encher um saco (unidade de medida) ele substituía a quantidade de pedrinhas do saco por uma pedra maior, também, com uniformidade ou uma pedrinha de coloração diferente. Neste caso o grupamento usado era a quantidade de pedrinhas suficiente para encher um saco, com algum, possível, erro, é claro.

Porém, o homem foi ficando mais " rico ", isto é, passou a possuir muitas espécies diferentes de objetos tais como : ovelhas, cabras, vacas, milho, feijão, casas. etc, tornando-se assim a sua maneira de representar sua idéias de " contagem " não muito viável, pois, precisaria de muitas espécies diferentes de pedras ou outros objetos para representar a "contagem" das muitas espécies de objetos que passou a possuir. Mesmo assim, ele conviveu com essas dificuldades por muito tempo.

Todas as dificuldades acima, foram, minimizadas, ou solucionadas "quase que" totalmente, a partir do momento em que o homem concebeu o conceito de número e aí, então, passou a compreender o termo: quantidades iguais e que a partir disso passou a quantificar mais precisamente o que possuía.

A partir do momento em que o homem (a criança) passa a ter o domínio das operações lógicas de classificação, tais como: inclusão de classe, seriação ; conservação de quantidades, além da noção de unidade (todo) e correspondência um a um **(ver Borges/Iório)**, ele concebe o conceito (concepção) de número cuja ferramenta fundamental é a idéia de grupamento, a qual, podemos dizer, foi um grande passo na fundamentação do pensamento matemático no que diz respeito a um sistema de numeração.

Surge, então, a partir das idéias acima a contagem (verbal), propriamente dita e que podemos chamar de sistema de numeração verbal dos números a saber : " Um "significando todo e qualquer grupamento ou coleção com somente um objeto e, " Dois " significando toda e qualquer coleção com somente dois objetos e assim por diante : três, quatro, cinco, etc. " Sabendo-se que : "Um"; "Dois"; "Três"; etc. são idéias construidas intrinsecamente por cada indivíduo, isto significa dizer que, não adianta tentarmos a ensinar à criança "secamente" os números tais como: "Um", "Dez", "Vinte", etc. Ela poderá, até decorar uma quantidade muito grande de números sem qualquer significado para ela. Pois, só passa a ter significado a partir do momento que ela conseguir, por si só, a concepção de número, a qual será obtida segundo uma estrutura lógica e seqüencial **(ver Borges/Iorio)**.

Construído os sistema de numeração verbal, espera-se que a criança compreenda perfeitamente, por exemplo, que o número " doze " é maior do que o número " sete ", ou seja, uma coleção com doze objetos tem mais objetos do que uma coleção com sete objetos.

Também nesse estágio poderão ser resolvidos, verbalmente, (lembrando-se que o surgimento da escrita ainda não tinha acontecido) uma diversidade de problemas do tipo: Maria tem duas laranjas e ganhou mais três. Com quantas laranjas ficou Maria? A solução de problemas dessa natureza pode ser obtida com a utilização do material concreto tais como: tampinhas, palitos, pedrinhas, etc e principalmente com a utilização do ábaco, instrumento altamente eficiente na resolução de tais problemas.

Como já frisamos anteriormente, com o surgimento do sistema de numeração verbal, todos os emaranhados de dificuldades na época das representações concreta da contagem com as pedrinhas, foram solucionados, porém, o homem ficou a mercê da memória, ou seja, todas as quantidades das diversas espécies que possuía, tinha que ser memorizada e, quando tinha dúvida, havia a necessidade de uma recontagem para confirmação. Foi aí então, que ele sentiu a necessidade de voltar para as idéias anteriores, isto é, tentar representar (registrar) simbolicamente ou concretamente esse novo sistema e eficiente de contagem, que infelizmente foi improdutivo, mesmo tendo tentado durante muitos anos, talvez séculos, isto é, não conseguindo uma representação e operacionalização simbólica capaz e eficiente do sistema de numeração verbal.

Felizmente, no decorrer dessas tentativas, surgiu a linguagem escrita (corrente) resolvendo integralmente o problema de registro da contagem, tal como, por exemplo. registrando uma quantidade de uma certa espécie assim: trinta e sete ovelhas etc. a menos de algumas situações não muito cômodas tal como a quantidade : um trilhão quatrocentos e sessenta e dois bilhões duzentos e cinqüenta e três milhões trezentos e oitenta e quatro mil cento e noventa e dois carneiros, o qual poderá ser escrito de uma maneira consisa assim 1.462.253.384.192 carneiros (ver sistema de numeração decimal mais adiante). Tais situações, bem como as demais, foram elegantemente solucionados com o aparecimento dos algarismos hindus-arábicos: 1,2,3,…,9 representativos dos números: um; dois; … ; nove respectivamente os quais foram inventados (criados) pelos hindus e divulgados no mundo europeu no século VIII pelos árabes, na realidade pelo grande matemático árabe, da época chamado **AL - KARIZMI** . É por esta razão que os símbolos 1,2,…,9 passaram a ser chamados de algarismos hindus-arábicos, em homenagem a seus criadores e divulgadores.

Observação : O algarismo zero " 0 " também se inclui na lista desses algarismos, porém sua criação foi muito tempo depois da criação dos algarismos 1,2,…, 9.

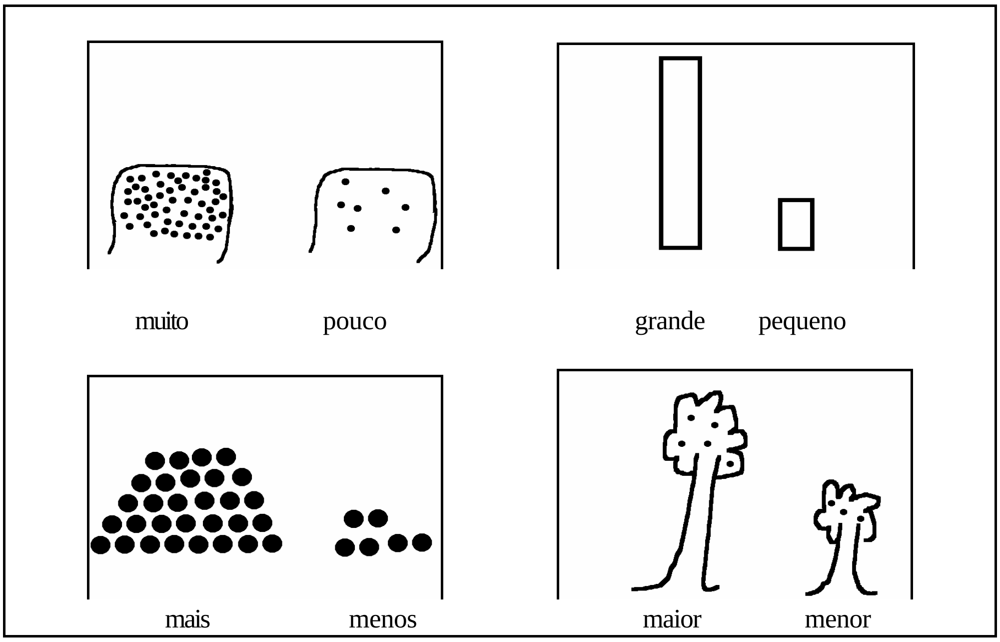
3. SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

3.1 Comparação

Conforme já comentamos anteriormente, com o passar dos séculos, a humanidade foi crescendo e se espalhando por todo o planeta na busca de sua sobrevivência. Isto é, a procura de mais alimentos e moradias. Tornando-se cada vez mais escassa essa busca, o homem tenta superar tais dificuldades, se organizando e criando suas próprias regras e sistemas ou formas de vida.

O homem começa a pastorear rebanhos, construir cativeiros, arar a terra e cultivar as plantas, etc. Diante destes novos costumes, possivelmente ele tenha começado a comparar o que possuía com as relações de quantidade :

- " muito ou pouco "
- " grande ou pequeno "
- " maior ou menor "
- " mais ou menos "



O homem comparando quantidades de mesma espécie mas, extremamente diferente

Fig. - 1

3.2 Semelhança e Igualdade

Provavelmente a humanidade tenha passado pelas mesmas dificuldades que uma criança (de hoje) passaria, ao enfrentar situações semelhantes[1]. Vejamos :Ao comparar quantidades extremamente diferentes (ver figura 2 - I)

- Ao comparar quantidades semelhantes sem parear e ter noção de igualdade (ver figura 2 -II)
- Ao comparar quantidades semelhantes sem ter a noção de igualdade com pareamento através de coleções (ver figura 2 - III)
- Ao comparar quantidades semelhantes usando pareamento elemento a elemento (ver figura 2 - IV)

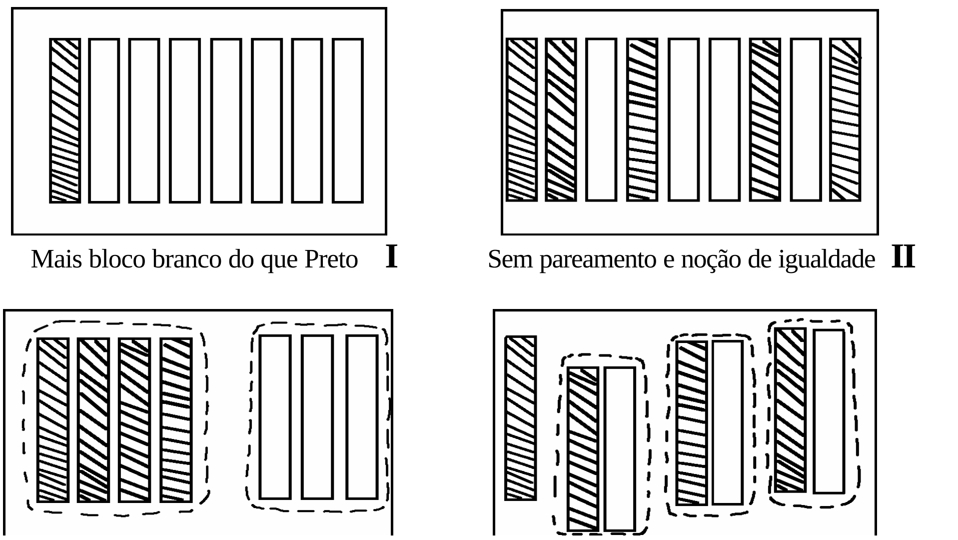


Fig. - 2

1 Ver Borges & Iório : Desenvolvimento do raciocínio lógico matemático na Pré-Escola.

3.3 Correspondência "um a um"

Com este pensamento[2] conclui-se[3] que o homem ao estabelecer relações de todos os tipos e comparando-as através de pareamentos, tenha contribuído para compreensão e o significado de igualdade". Este uso de "parear" junto com a "noção de igualdade" generalizou-se, passando a ter um padrão a seguir, chamado de "Correspondência um a um" (ver fig. 3). O conhecimento da correspondência um a um, em matemática foi de grande dificuldade, mas fundamental para a abstração nas comparações de quantidades[4].

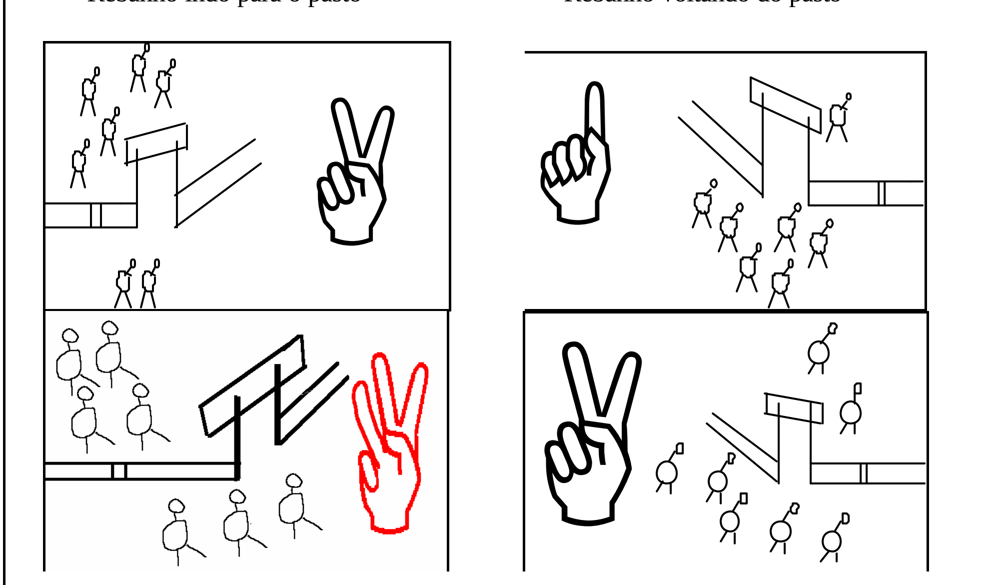


Fig. - 3

---

2 A humanidade pode ter passado pelas mesmas dificuldades que uma criança (de hoje) passaria ao construir a estrutura mental do número (Ver: Borges & Íorio) .

3 Que uma criança de hoje é uma evolução do homem (do passado), compreendemos que sua estrutura mental também tenha tido o mesmo processo de evolução.

4 ... As civilizações mais antiga como os Mesopotâmios e os Egípcios usavam os problemas e guardavam os modelos para comparar com outras situações além de reproduzirem conhecimentos para outros. Dessa maneira abordavam a questão da abstração e generalização em Matemática ... (retirado da Revista da UNESCO)

3.4 Comentário

A necessidade do homem de quantificar objetos, levou-o a dar os primeiros passos em direção do pensamento matemático (abstrato).

Talvez a habilidade de manusear e quantificar objetos, comparando um a um, com coisas tais como os dedos das mãos, sementes, pedrinhas, etc... tenha contribuído para evolução do pensamento matemático, levando o homem a registrar os resultados quantitativos, conforme atendesse os objetivos da época. Todavia, estes elementos de comparação e registro, foram posteriormente substituídos por materiais mais eficientes e de fácil representação, que viessem a simplificar e satisfazer as necessidades do homem, de operar com grandes quantidades (tendo este material de contagem sempre à mão) .

3.5 Classificação

Através dos agrupamentos e da inclusão de classe, dentro de uma ordem estabelecida, o homem começou a ter a concepção de número. Compreendendo o que era o número "um", o número "dois", o número "três", o número "quatro", etc, mesmo que na época da denominação fosse outra[5] (ver fig. 4).

Comparando um a um

Contagem

Inclusão de Classes

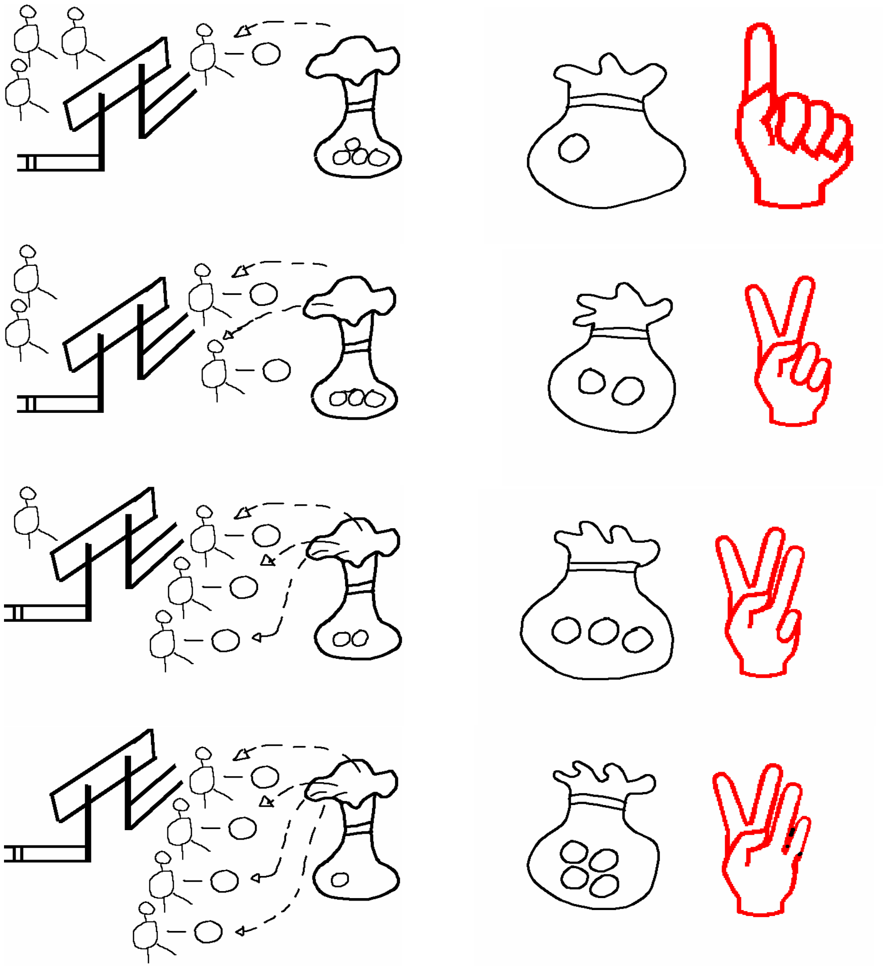


Fig. - 4

5 Os algarismos hindus-arábicos foram criados no século VIII d.C pela civilização hindu (ou indiana) e divulgada mais tarde pelos árabes.

Observe a maneira de contar agrupando :

1 - para cada cinco dedos (da mão) troque por uma pedrinha branca (ver figura 5).

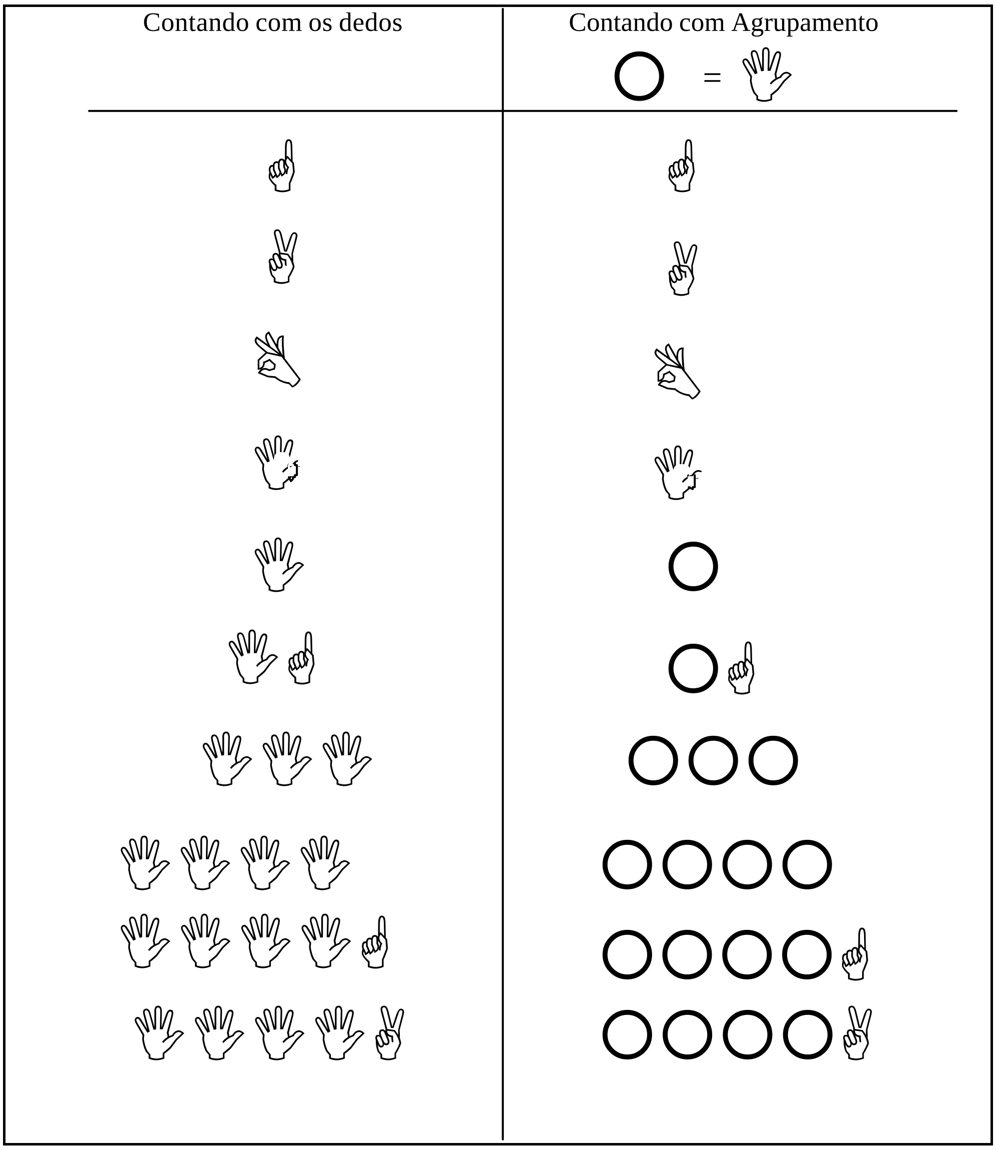
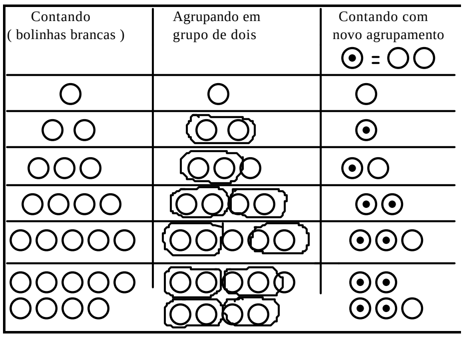


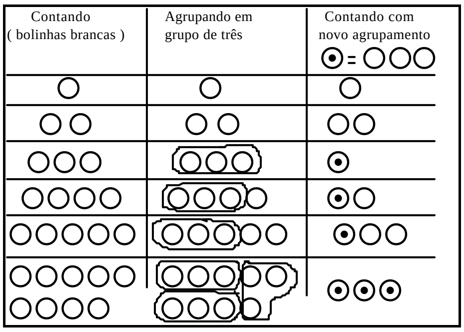
Fig. - 5

2 - Se a quantidade de objetos for muito grande, isto significa dizer que o número de bolinhas brancas crescerá proporcionalmente a este valor. Portanto, conclui-se pela intuição, a possibilidade de um novo agrupamento com estas bolinhas para facilitar seu manuseio e sua representação. (ver figura 6) .

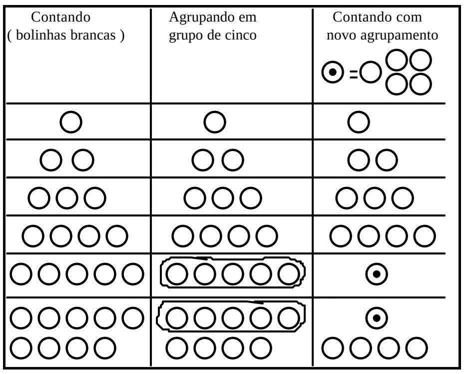
I



II



III



3.6 Seriação   (Ordem e Posicionamento)

3.6.1 Ordem

Utilizando-se dos agrupamentos como forma lógica de praticar contagem, verificou-se que, aumentou, bastante, o grau de complexidade da representação dos resultados da contagem.

Para simplificar e facilitar a forma de registrar contagens, introduziu-se um novo fato ao conhecimento, a "ordem de classificação dos grupos". Isto significa que :

a) Para se agrupar e reagrupar uma determinada quantidade num Sistema de Numeração, necessita-se de uma seqüência lógica pré-estabelecida dos grupos;

b) Facilitará a comunicação através dos registros e evitará o conflito pela não ordenação dos grupos;

c) Facilitará a reversibilidade visto que os agrupamentos e os reagrupamentos poderão ter uma ordem de classificação repetindo a quantidade do primeiro grupo (ver figura 7).

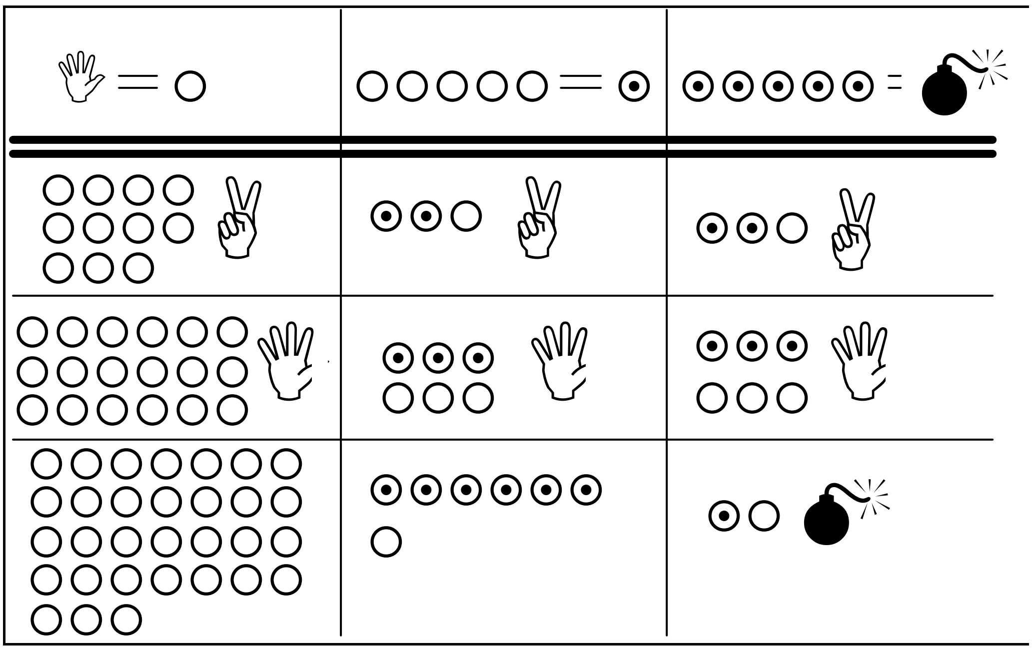


Fig. - 7

EXEMPLO 1

Suponha que numa determinada civilização o Sistema de Numeração, tenha a seguinte convenção

 = ○

○○○○○ = ⊙

⊙⊙⊙⊙⊙ = ✶

Agora, vejamos o seguinte problema :

Um camponês foi ao mercado levando (✶⊙○) ovelhas para negociar . No caminho ele juntou mais (⊙⊙○○○○) ovelhas do seu vizinho. Passando por outra fazenda ele juntou mais (✶ ○○) ovelhas. Quantas ovelhas chegaram no mercado se morreram (○○) ovelhas na trajetória?

Desenvolvendo :

Ovelhas	✶ ⊙○
	⊙⊙○○○○
	✶ ○○
TOTAL	✶ ✶ ⊙⊙⊙○○ ○○○○○
Reagrupando	✶ ✶ ⊙⊙⊙⊙○○
Morreram	○○
	✶ ✶ ⊙⊙⊙⊙

Portanto o camponês terá um novo rebanho de (✶✶⊙⊙⊙⊙) ovelhas

3.6.2 Comentário

Ao registrar os símbolos destes Sistemas, verificou-se que a classificação dos grupos por cores, formas, tamanhos, etc, juntamente com sua ordem de reagrupamento, continuava com as mesmas dificuldades para quantidades excessivas, pois cada registro teria um símbolo diferente do outro[6].

Observou no exemplo 1, que não foi levado em consideração o posicionamento destas representações. Veja outro exemplo, como se registrava a partir de um sistema que não tivesse posicionamento.

Exemplo 2 :

Suponha esta quantidade (✶⊙○○) . Usando a reversibilidade, temos :

✶ = cinco ⊙ = Vinte e cinco ○ = Cento e vinte e cinco dedos

⊙ = cinco ○ = Vinte e cinco dedos

○ = cinco dedos

Princípio aditivo (soma dos valores simbólicos)

✶ = Cento e vinte e cinco dedos

⊙ = Vinte e cinco dedos

○ = Cinco dedos

○ = Cinco dedos

✶ ⊙ ○ ○ = cento e sessenta dedos

⊙ = Vinte e cinco dedos

○ = Cinco dedos

○ = Cinco dedos

✶ = Cento e vinte e cinco dedos

⊙ ○ ○ ✶ = cento e sessenta dedos

Utilizando novamente a reversibilidade, verifica-se que, a quantidade continua a mesma, pois cada símbolo tem um valor independente da posição que se encontra.

6 Ver a definição de Piaget para Símbolo e Signo . (Os registros mais antigos assemelhavam-se aos objetos manipuláveis na contagem, ou melhor, era quase uma cópia .)

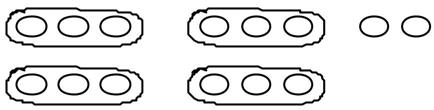
3.6.3 Posicionamento

Como vimos anteriormente, num sistema de numeração simbólico, a representação de uma quantidade qualquer torna-se às vezes inviável por termos que usar muitos símbolos diferentes. Para superar tais dificuldades, foi introduzido no sistema de numeração, e de forma convencional, o posicionamento dos símbolos usados. Tornando-se possível a representação de qualquer quantidade, utilizando-se um número limitado, e relativamente pequeno, de símbolos, onde seus valores serão diferenciados conforme seu posicionamento na representação da quantidade. Ver exemplo abaixo:

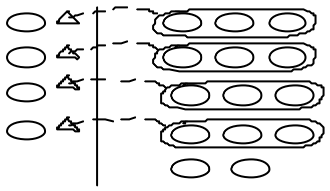
Suponhamos que num sistema de numeração simbólico, seja convencionado o posicionamento da direita para a esquerda, de maneira que a cada três símbolos da direita corresponda um da esquerda. Vejamos como se representará uma quantidade de quatorze bolinhas num tal sistema de numeração

1º Caso : Separe as quatorze bolinhas em grupos de três

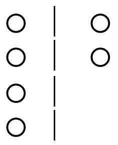
Commentaire : Página: 17
f



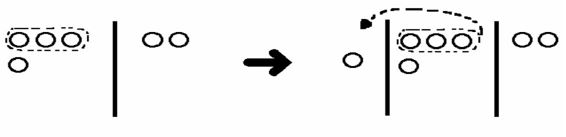
2º Caso : Agora, cada grupo de três bolinhas, você troca por uma, porém, posicionada, à esquerda



3º Caso : Arrume a nova representação e verifique se existe alguma posição (coluna) contendo três ou mais bolinhas . Se existir continue o processo



continuando o processo



4º Caso : Arrume, novamente, a nova representação e verifique se existe alguma posição (coluna) contendo três ou mais bolinhas. Caso não exista,, é porque o processo está concluído e esta, é a nova maneira de representar simbolicamente as quatorze bolinhas.

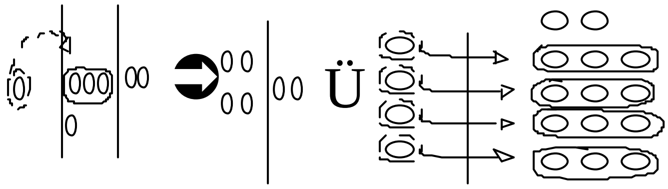
representação final

Para termos certeza de que a representação acima é consistente, basta, usarmos a reversibilidade do processo e voltaremos a quantidade de quatorze bolinhas iniciais.

Reversibilidade do processo :

<u>1ºcaso</u>: Considere a representação em agrupamentos de três em três ○ | ○ | ○○

<u>2ºcaso</u>: Cada bolinha à esquerda troque, continuadamente, por três posicionadas à direita, até que se chegue na última posição

○ | ○ |○○ Ü 

Ü ○○○○○ ○○○○○ ○○○○ Quantidade original (quatorze bolinhas). Confirmando que , realmente, a representação preserva a quantidade original.

Observação: Veja que nesta representação foi usado, um único símbolo, uma bolinha. Na realidade, para representarmos qualquer quantidade, usando concreto, basta usarmos um único símbolo, desde que no sistema de numeração seja pré-estabelecido a ordem (grupamento) e posicionamento. Veja outros exemplos :

<u>Exemplo</u> (3): Suponha que a quantidade de bolinhas a ser representada fosse duzentos e trinta e duas bolinhas, então, usando-se o processo anterior teríamos como representação final :

○○ | ○○○ | ○○ representando as duzentas e trinta e duas bolinhas. Aqui foi usado agrupamento de dez em dez.

Se os agrupamentos fossem de sete em sete teríamos a representação

○○ | ○○○ | ○
○○ | ○○ |

3.6.4 Comentário Histórico

Desde que o quarto milênio a.C que a Mesopotâmia e o Egito dispunham de um Sistema de Numeração para atender as necessidades de calcular[7] e repartir coisas. Estes Sistemas de Numeração foram evoluídos por outras civilizações como a da China, a da Índia, e de Roma, etc . Por exemplo, os indianos possuíam o seu Sistema de Numeração que representavam a unidade por "_" e a dezena (grupo de dez) por "f"; os Romanos possuíam o seu Sistema de Numeração que representavam a unidade por "I"; os chineses também possuíam o seu Sistema de Numeração além da representação através do ábaco .

O ábaco chinês, no princípio, era trabalhado (escrito) no chão de areia e manuseado com pedrinhas, o qual servia para representar quantidades e efetuar cálculos. Tinha seu processo uma certa semelhança com o quadro posicional utilizado nos exemplos anteriores, que foi evoluindo e atingindo, cada vez mais, versões modernas de aparelho.

O "ábaco vertical (chinês)", é um aparelho de cópia evoluída do ábaco de areia (ver figura 8).

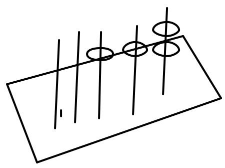


Fig. - 8

Existem vários modelos de ábacos espalhados por todo o planeta, mas, o que nos interessa neste estudo, são as idéias do processo de operar com o sistema posicional de elementos concretos e em seguida a sua representação simbólica (numérica). Vejamos como seria o processo, de trabalhar com elementos concretos e, em seguida, sua representação simbólica (numérica), iniciando essa experiência com quatorze bolinhas usando agrupamento de três em três e fazendo sua representação no ábaco chinês (ver figura 9) .

---

7 Calcular vem do latim e quer dizer " usar pedrinhas "

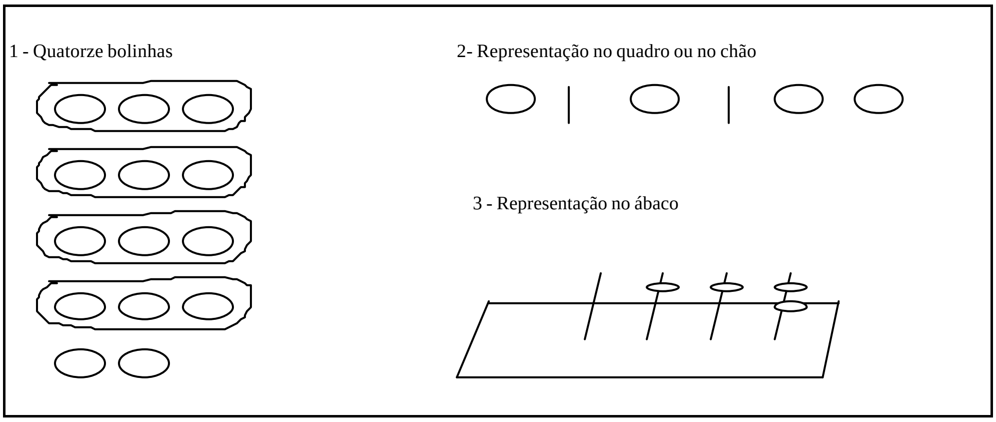


Fig. - 9

Agora classifique esta mesma quantidade de bolas em grupos de dez, de maneira que, cada grupo de dez bolas da direita corresponda uma bola posicionada à esquerda. Use o ábaco chinês para representar (ver figura 10) .

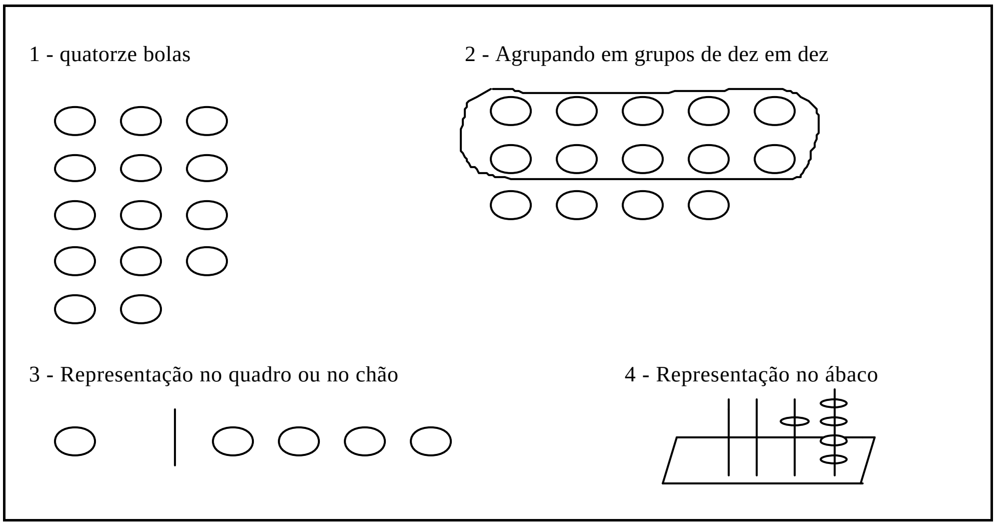


Fig. - 10

3.7 Os algarismos Hindus-Arábicos e o Sistema de Numeração Decimal

Durante muito tempo o homem usou o concreto para representar quantidades, inclusive, através do ábaco. No decorrer do tempo observou que uma quantidade qualquer representada no concreto através do ábaco, poderia ser registrada com símbolos e que, posteriormente, com o surgimento dos símbolos hindus, ou seja, os algarismos hindus-arábicos: 0,1,2,...,9 ; tais representações poderiam ser feitas numericamente, isto é, usando símbolos 0,1,...,9, e com muita eficiência, inclusive para efetuar cálculos com quantidades.

Para se fazer a passagem da representação com o concreto (ábaco) para a passagem abstrata (numérica), basta observar que se os agrupamentos forem de dez em dez, neste caso, diz-se que estamos trabalhando com o Sistema de Numeração (numérico) decimal ou de base dez, então, em cada posição no ábaco, permanecerá, no máximo nove objetos, com os quais não foi possível formar um grupo de dez, a fim de ser transportado para a posição seguinte e que, tais quantidades serão representadas pelos algarismos 0 ou 1 ou 2 ... ou 9, conforme o caso e a ausência de objetos numa determinada posição será evidentemente, representada pelo símbolo " zero " [8] (ver figura 11) .

<u>Observação</u> : Veja que a representação numérica em cada posição é o resto da divisão da quantidade de objetos ou grupos de objetos, nesta posição, por dez (ou pela quantidade de elemento da base usada) e o quociente é a quantidade de grupos que serão colocados na posição seguinte. O cálculo do resto e do quociente de que fala esta observação, deverá ser feita raciocinando-se sempre na base dez.

8 zero = palavra sânscrito "céu " ou "espaço ".

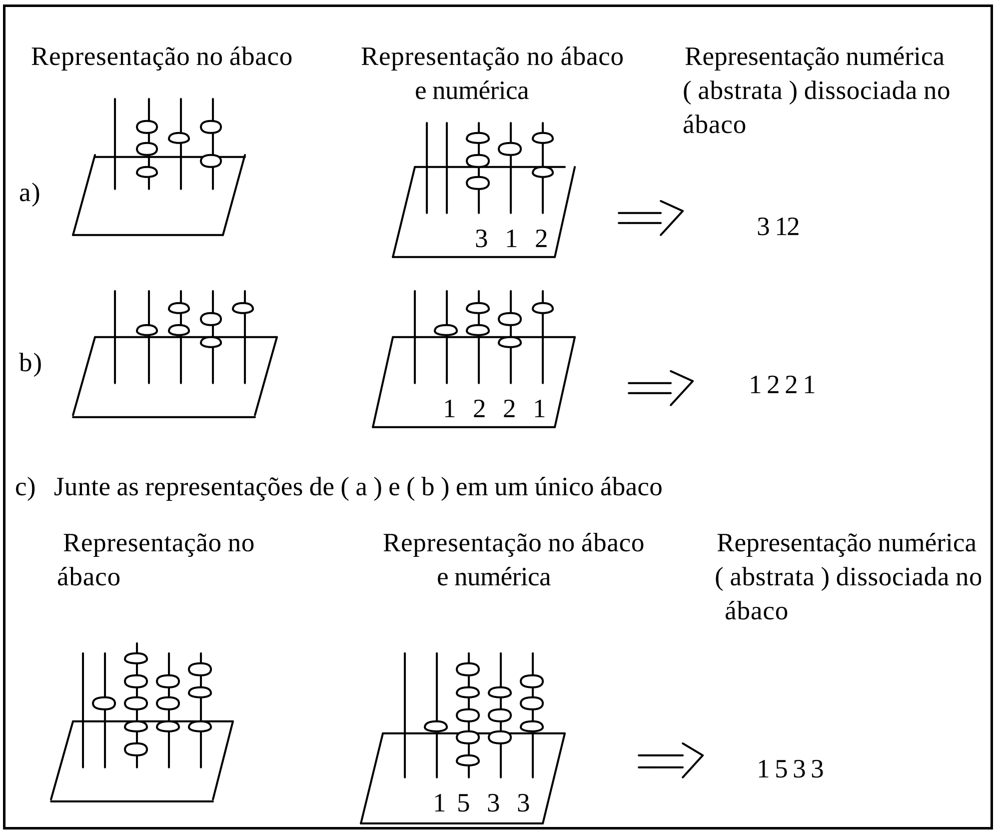


Fig. - 11

Por um período muito longo, o homem representou quantidades e efetuou cálculos usando o sistema de numeração decimal, sem a presença do símbolo 0 "zero". Conforme se pode ver na figura 12. Durante este período, certas quantidades que podiam ser representadas com material concreto (ábaco) se tornaria confusa sua representação numérica e até mesmo inviável, embora, alguns cálculos podessem ser efetuados via ábaco e o resultado representado numericamente (ver fig. 12).

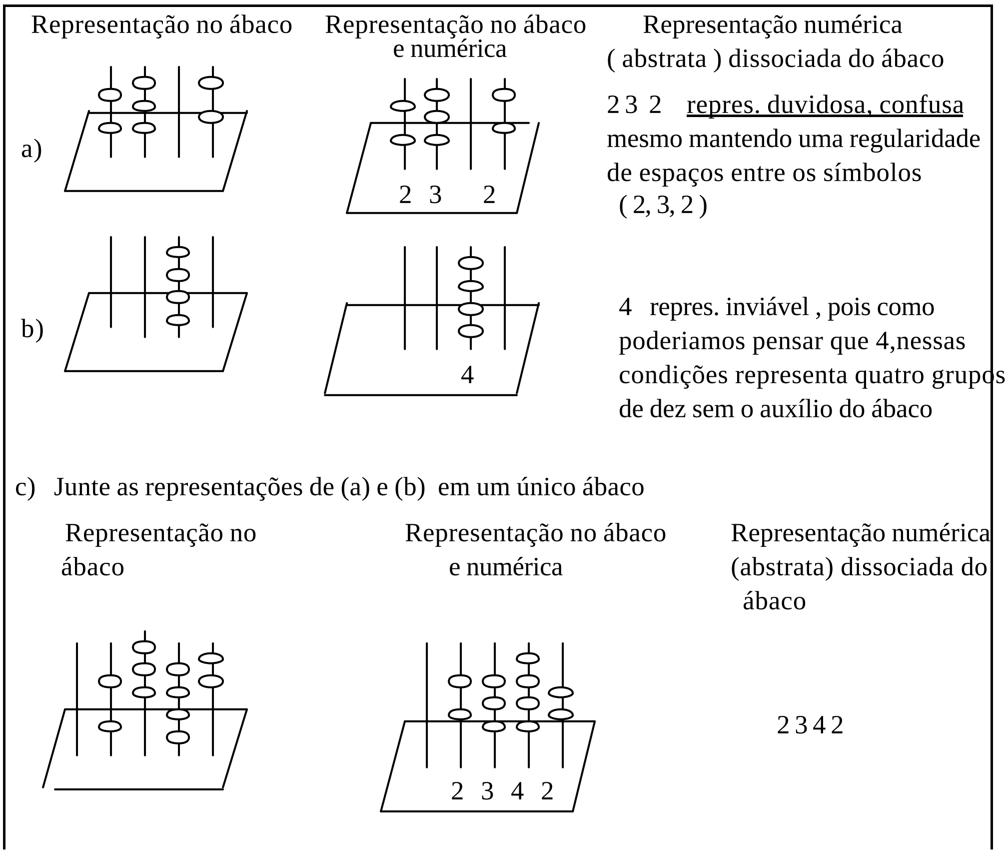


Fig. - 12

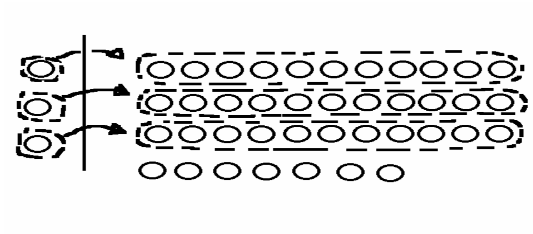
Com a criação do símbolo zero "0" todos os problemas acima foram solucionados entre outros pendentes e, o sistema de numeração decimal, usando os algarismos hindus-arábicos 0,1,…,9, ficou completo, no sentido de que, qualquer quantidade pode ser representada numericamente e sem ambigüidade e todos os cálculos podem ser efetuados com muita eficiência.

Portanto, com os algarismos hindus-arábicos: 0,1,2,…,9 e um conjunto de normas, tais como: classificar em grupos de dez unidades, posicionar da direita para a esquerda e uma ordem de: dez unidades da direita para corresponder a uma unidade da esquerda (ordem superior) ficará construído o Sistema de Numeração Decimal Hindu-Arábico.

EXEMPLO (4): Considerar uma certa quantidade representado por 45 ou 37, no sistema de numeração decimal. Usando-se a reversibilidade do processo conclui-se que os números representados são: quarenta e cinco e trinta e sete respectivamente:

(I) Veja a reversibilidade para o caso 37, temos :

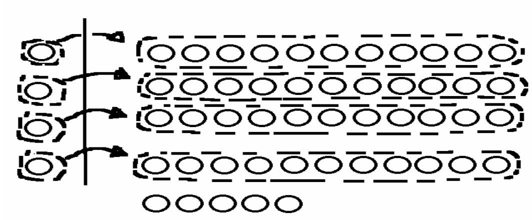
○ | ○○○
○ | ○○○
○ | ○

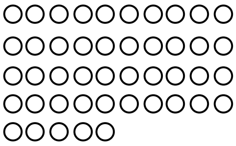


○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○ Trinta e sete, fazendo contagem um a um .
○○○○○○○○○○
○○○○○○○

(II) Veja a reversibilidade para o caso 45, temos :

○ | ○○○○○
○ |
○ |
○ |





Quarenta e cinco, fazendo contagem um a um .

3.8 Outros Sistemas de Numeração (bases diversas)

Qualquer quantidade pode ser representada em outro sistema de numeração diferente do decimal (base 10), mantendo os mesmos princípios e alterando a classificação do grupo.

Exemplo **(5):** Represente concreta (através do ábaco) e numericamente a quantidade de quatorze bolinhas.

a) Na base sete **b)** Na base três **c)** Na base dez

(Ver fig. 13)

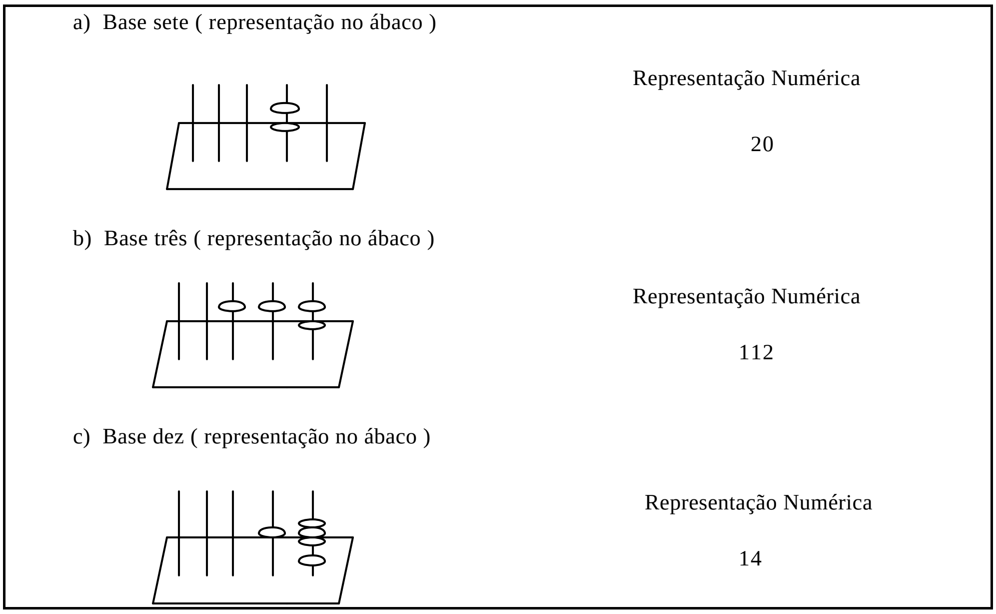


Fig. - 13

Observação :

1) Use a reversibilidade e verifique a consistência das representações acima

2) Como o sistema de numeração mais usado universalmente é o decimal, quando se tem uma representação numérica sem qualquer referência por exemplo : 2 1 0 4 5 sabemos que se trata de uma representação no sistema decimal. Caso contrário deve-se fazer referência ao tipo de agrupamento usado. Assim nos casos **a)** e **b)** da figura 13 acima deveríamos escrever :

a) 20 base sete (lê-se dois, zero na base sete)

b) 112 base três (lê-se um, um, dois na base três).

3) Ainda por ser o sistema decimal usado universalmente atrela-se a ele toda uma nomenclatura de conceitos sociais especificamente usada só para ele, tais como :

- um grupo de dez unidades é chamado de dezen
- um grupo de cem unidades ou dez grupos de dez é chamado centena etc. (continuação posterior)…

3.9 BIBLIOGRAFIA

Borges Neto, H. & Iório Dias, A. M. Desenvolvimento do raciocínio lógico matemático na pré-escola. Material Didático da Secretaria de Educação de Ceará (SEDUC), 1991

Carraer, T.N (org.) e outros. Aprender Pensando. Vozes, Petrópolis, 1990

Kammi, C. & De Clark, G. Reinventando a Aritmética- Implicações da Teoria de Piaget . Ed. Papirus, 4ª Edição, 1971

Vasconcelos, Cleiton & Barbosa, Gerardo O. Frações . Notas de Treinamento realizado para professores da rede de ensino do Ceará, 1991 - 1992

Brasil, Luiz Alberto L. & Lima, Lauro O. Lima, Ana Elisabeth O. Aplicações da Teoria de Piaget Ao Ensino da Matemática . Ed. Forense - Universitária Ltda., 1ª Edição, 1977

Kammi, C. A criança e Número - Implicações Educacionais da Teoria de Piaget para a Adição junto a Escolares de 4 a 6 anos . Ed. Papirus, 10ª Edição - 1989

Carraer, T.N & Schuemann, Ana Lúcia & Carraer, David Na vida dez na escola zero . Ed. Cortez, 5ª Edição, 1991