# FUNDAMENTOS EPISTEMOLÓGICOS DA TEORIA DE FEDATHI NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Hermínio Borges Neto, Dr., FACED/UFC
José Rogério Santana, Ms., FACED/UFC

## 1 IDÉIAS BÁSICAS

A aquisição do conhecimento matemático no Brasil é uma atividade pouco produtiva e apenas algumas pessoas conseguem ensinar tais conhecimentos de forma crítica e reflexiva. Apesar do grande número de pesquisas sobre a aprendizagem dos alunos desenvolvidas a partir dos anos 1980, os altos índices de reprovação e o baixo desempenho dos alunos, atualmente, mostram que reconhecer aspectos sobre a aprendizagem matemática é algo insuficiente para transformação do ensino específico no Brasil.

Se observamos o excesso de estudos sobre a aprendizagem matemática, menos, porém que faltam idéias e estudos que atentem para o ensino e a didática desta ciência.

Trata-se de uma matéria -desdobrada em disciplinas- bastante problemática em todos os níveis de ensino, tanto para o professor como para o aluno, e na formação dos docentes das séries iniciais, tanto em cursos normais como nos cursos de Pedagogia. Ocorre que o contato com a Matemática é concentrado na Aritmética, especificamente, durante um semestre, no máximo. Assim, não é possível, com o pouco tempo disponível de aprendizado, que o futuro professor consiga usufruir de um curso de Matemática que lhe forneça conteúdos essenciais para o seu ministério professoral.

É nesse momento que os alunos deixam transparecer toda a fragilidade e deficiência dos conhecimentos e habilidades supostamente apreendidos na escola. Tais deficiências, aliadas a uma abordagem tradicional há muito praticada na disseminação da Matemática em sala de aula, vêm provocando conflitos no ensino-aprendizagem, principalmente na exposição de idéias fundamentais e de suas teorias.

Neste contexto, buscaremos discutir aqui os fundamentos de uma nova proposta metodológica centrada no ensino de Matemática. A proposta recebeu o nome de **Teoria de Fedathi**, e esta concepção considera, a princípio, que os problemas da educação matemática no Brasil estão mais associados aos problemas de uma "ensinagem" do que de uma aprendizagem, ou seja, os maiores problemas de educação matemática estariam na formação docente e na prática do professor. Assim, o desenvolvimento de seqüências didáticas apropriadas ao que se pretende ensinar envolve o aluno, a sua aprendizagem (sua motivação) e o preparo do professor. Os fundamentos desta nova concepção vêm sendo desenvolvidos no Laboratório Multimeios FACED/UFC deste 1997, em Fortaleza-Ceará.

### 1.1 O que é a "ensinagem" ?

O ponto de partida da **Teoria de Fedathi** focaliza o conceito de "ensinagem" como um processo de desenvolvimento do trabalho do professor a partir da construção de um preceptorado. A definição de preceptorado envolve o conjunto de todas as relações que possam ser pensadas em termos didáticos durante a preparação de uma aula.

Para SOURY-LAVERGNE (1999, p. 55 - 58) o preceptorado representa uma situação de ensino-aprendizagem individualizado, que reúne único professor e apenas um aluno. Consideraremos, entretanto, que o preceptorado pode ser uma relação independente da quantidade de professores e de alunos. O preceptorado não é necessariamente uma pessoa, uma atividade ou uma postura.

Na nossa concepção, o preceptorado é a interação de ambientes, materiais, idéias e pontos de vista que podem ser compartilhadas entre um professor e um aluno. Ainda que o professor esteja em uma sala-de-aula com muitos alunos, as interações do professor com os alunos são diálogos entre um professor e um aluno em momentos diferentes, ou seja, o tratamento que um professor e um aluno se atribuem mutuamente é único entre estes atores.

Ocorre que o preceptorado é desenvolvido pelo professor, pela sua formação e/ou experiência, de modo que seja possível atender os alunos e suas respectivas diferenças.

Como houve a necessidade de introduzir o conceito de preceptorado antes do conceito de “ensinagem”, de antemão devemos considerar que ambas as idéias estão associadas. Mas o que significa “ensinagem” ?

O neologismo “ensinagem”, não dicionarizado, refere-se ao desenvolvimento do preceptorado a partir dos modelos e experimentos do professor, de sorte a ser possível trabalhá-lo a partir de uma seqüência didática.

O preceptorado envolve não só a transposição didática dos conteúdos, mas compreende o contrato didático explicito e implícito, e o processo de “ensinagem” consiste no desenvolvimento planejado do preceptorado, de modo, que as faculdades cognitivas do aluno sejam mobilizadas para que este possa aprender o que se deseja ensinar. Em outras palavras, o trabalho do professor nesta concepção não ocorre durante uma aula, mas antes. Uma aula deve ser a ocasião em que o professor investigador observa, questiona e intervém junto ao aluno. Portanto, preceptorado e ensinagem são definições básicas na Teoria de Fedathi.

## 1.2 Engenharia didática como processo de construção de um preceptorado

Quanto ao desenvolvimento de um curso, mediante a **Teoria de Fedathi**, optamos por trabalhar com a *Engenharia Didática*, expressão mencionada por ARTIGUE (1996, p.243 - 264), e que, resumidamente,compõe-se de Análise preliminar e a priori, Experimentação e análise a posteriori:

- **Análise preliminar:** análise epistemológica dos conteúdos que se pretende trabalhar, mediante concepções educacionais e estudos sobre o ensino e a aprendizagem desenvolvidos em aula (o meio, os instrumentos, a mediação do professor). Neste processo, se pretende dar subsídios ao desenvolvimento da análise *a priori*.
- **Análise *a priori*:** compreende a preparação de seqüências didáticas e do esquema experimental. Para a ação em classe, são delimitadas variáveis de controle que possibilitam explicitar o que se pretende experimentar e subsidiam o experimento;

- **Experimentação:** realização dos processos desenvolvidos na análise *a priori* e preliminar. No caso que nos propomos, é a realização dos cursos, onde se utiliza como metodologia a pesquisa-ação experimental em educação, justamente pelo fato de ocorrer grande envolvimento dos professores/alunos e do grupo de pesquisadores.

  Também se recorre à observação e transcrição das filmagens desenvolvidas no decorrer do curso. Após o experimento (e em certos casos durante) , inicia-se a análise *a posteriori*.
- **Análise *a posteriori*:** interpretação dos resultados da experimentação. O objetivo desta etapa é oferecer um *feedback* para o desenvolvimento de uma nova análise *a priori* e uma nova experimentação, concebendo o desenvolvimento das atividades como uma atualização dos processos em foco.

Sumariando, é válido dizer que, no desenvolvimento de uma seqüência didática para um preceptorado, é possível nos apropriarmos das bases da “Engenharia didática”. Entretanto, devemos considerar que nada disto será validado caso não ocorra uma experiência significativa. Neste ínterim propomos como possibilidade metodológica didática o que chamamos como *Seqüência de Fedathi.* O objetivo desta seqüência é permitir ao aluno viver sua experiência matemática a semelhança de um matemático ante o seu trabalho.

## 1.3 Seqüência de FEDATHI

É uma seqüência didática para o aluno, fundamentada na lógica do descobrimento matemático de LAKATOS (1978) e no intuicionismo de BROUWER. Nesta seqüência, os fundamentos são concepções epistemológicas do conhecimento matemático.

A seqüência didática poderá parecer contraditória ao leitor porque, em essência, pretende não só conciliar a liberdade no desenvolvimento de atividades por parte dos alunos como deve permitir ao professor intervir em certos momentos com exemplos e/ou contra-exemplos matemáticos, de modo que os objetivos de uma atividade didática proposta não se percam. Entretanto, mesmo que o professor tenha um objetivo específico, não se pode menosprezar a idéia de que ao aluno cabe construir seus conhecimentos frente ao saber matemático que se pretende ensinar.

As fases da Seqüência de Fedathi são:

i)**<u>Apresentação</u>:** transposição didática de um problema matemático para o aluno. Não se trata de um enunciado, mas de um modo de mostrar o problema. É importante salientar que todo o processo depende da transposição didática Também aqui é estabelecido o contrato didático da atividade com o aluno.

ii) **<u>Debruçamento</u>:** desenvolvimento da atividade pelo aluno. Neste contexto a postura didática do professor é a de não-intervenção (chamaremos de *mão-no-bolso*, tomando este gesto como representativo da postura do professor diante dos alunos) para que o estudante possa pensar, tentar, errar e colaborar com seus colegas, se for possível, pois assumimos a ideação de que a matemática é uma atividade coletiva.

iii) **<u>Solução</u>:** formalização e confrontação matemática das idéias do(s) aluno(s). Trata-se da sistematização e organização matemática. Entretanto, a confrontação requer o uso de argumentos matemáticos por meio de contra-exemplos locais e globais, conforme é exposto por LAKATOS (1978). Se a solução do aluno apresentar problemas, este deve retornar ao debruçamento. Caso contrário, significa que a atividade foi desenvolvida a contento.

iv) **<u>Prova:</u>** neste momento, a solução proposta pelo aluno é formalizada, e as idéias são mais uma vez revisadas.

Na **Teoria de Fedathi**, mais relevante do que uma atividade estar ou não correta é o fato de o aluno poder viver a construção do conhecimento matemático.

Por tais motivos, a metodologia "mão-no-bolso", desenvolvida em laboratório de Informática, torna-se essencial, pois significa deixar o trabalho de aprendizagem para o aluno.

Ocorre que, caso o trabalho do professor não seja bem-feito, pode acontecer que a aprendizagem acontecerá, mas não como se pretendia. Portanto, o desenvolvimento de um bom preceptorado a partir de uma seqüência didática apropriada é essencial para o aluno e o professor.

Na Teoria de Fedathi, pois o dever de casa é do professor e não do aluno. No entanto, é errôneo pensar que, na metodologia "mão-no-bolso", significa que a turma será abandonada pelo professor. Pelo contrário, ele deve marcar sua presença, pois, na Seqüência de Fedathi, a confrontação torna-se um momento conflituoso para o aluno. Além disto, no ensino de Matemática, é essencial para formação matemática do estudante.

A validação é um processo de interação social em que rigor e eficiência são confrontados (BALACHEFF, 1991, p. 175 – 192). Portanto, é importante que o professor se faça presente para observar os alunos e para confrontá-los e ser confrontado. Este fato permite a construção de conhecimentos matemáticos, não só para o aluno mas também para o professor.

Com as idéias fundamentais resumidas e com alguns pontos da Teoria de Fedathi expostos, procederemos a alguns questionamentos.

## 2 OS PRIMEIROS PROBLEMAS

Algumas questões sobre o ensino de Matemática quase nunca são adequadamente discutidas[1]. Tópicos como os que se pretende que os alunos aprendam em Matemática, como é possível caracterizar esse aprendizado, o que significa resolver problemas, e outros sobre o raciocínio matemático, são primordiais. Vejamos algumas indagações.

---

1 SCHOENFELD, Alan H., What do we know about mathematics curricula?, in *Journal of Mathematical* Behavior, Volume 13, #1 1994, pp. 55-80).

As formas de trabalho mais usadas na sala-de-aula ainda são o livro-texto e a exposição oral com o resumo de matérias, complementadas com exercícios passados no quadro. Os professores, em grande maioria, não propõem pesquisas aos alunos, e grande parte nunca tentou ou sequer imaginou o trabalho de pesquisa em Matemática.

Sabemos que estes professores utilizam a experiência que tiveram quando aprenderam, e que hoje a estão empregando para ensinar. De certa forma, o professor utiliza para ensinar o sistema que aplicou para aprender, ou seja, é um sistema que se repete indefinidamente; obviamente, sempre tende a perda, não a ganho ou enriquecimento, acarretando sérias conseqüências para o ensino de Matemática atual.

Por questões, em parte financeiras e em parte políticas, o livro-texto é, em muitas escolas, a única fonte de informação teórica e de aplicação. Sempre existirá a necessidade da produção de dados adicionais, mais abrangentes, voltados aos interesses dos alunos e dos cursos a que eles pertencem.

Assim sendo, quaisquer concepções de ensino da Matemática devem pensar as indagações sobre o que está sendo ensinando, bem como sobre o significado, gênese, estrutura e produção de conhecimentos. O que está sendo ensinado é, de fato, Matemática?

Em tese, cada conteúdo, ao ser abordado em sala de aula, deve ser analisado minuciosamente sob cada um desses aspectos. Respondemos que é bem provável concluirmos que a abordagem adotada na escola é mera transmissão de dados. Este tipo de informação é uma ajuda imprescindível na compreensão das dificuldades que os alunos sentem no aprendizado da Matemática e que, em geral, o professor conhece de forma muito precária.

Um dos caminhos que enseja a possibilidade de gerar maior produtividade no ensino-aprendizagem pode estar na diversificação dos modos de abordagem de cada tema apresentado pelo professor[2], a partir da qual se pode adaptar o nível de aprofundamento desejado.

Assim, algumas opções viáveis podem ser encontradas, além da resolução de problemas (usando aqui a concepção de Polya e a 'méthode' de

---

[2] O 'jeu de cadres' e 'point de vue' são a transposição didática que orientam os Irem franceses, surgidos a partir das idéias de Brosseau, Chevallard e Douady ou da idéia de campo conceitual de Vergnaud.

Rogalsky), que constitui a própria essência e razão de ser da matemática. Uma delas é através da explicitação dos seus conceitos e de suas teorias, adequando-os a partir de situações geradas da própria epistemologia histórica de seu desenvolvimento (usando como referência o Intuicionismo de Brouwer e Hayden, adaptado a uma proposta pedagógica); e estas podem tornar-se um meio bastante estimulador, tanto para o professor como para o aluno, criando-se uma atmosfera que facilite a compreensão do saber matemático pelo contato com sua gênese e etapas de seu desenvolvimento; além disso, uma possibilidade consiste em fazer uso da experimentação, das aplicações e da computação através de *softwares* educativos.

## 03. TEORIA DE FEDATHI – METODOLOGIA E PRÁTICA DOCENTE

Os fundamentos da Teoria de Fedathi estão relacionados ao processo epistemológico na Matemática. Para Fedathi, ensinar Matemática consiste em criar condições e possibilidades para o aprendizado por meio do preceptorado e pela seqüência didática devidamente transposta. Ocorre que criar condições para o aluno exige amplos conhecimentos sobre suas reações frente ao saber matemático, e daí a análise do professor consiste em investigar a Matemática com olhos na compreensão didática do saber em foco.

Na Teoria de Fedathi, pretende-se trabalhar a Matemática intuitiva e construtiva, ou seja, trata-se de uma matemática que descarta processos infinitistas. E assim, linguagem matemática é separada do conhecimento matemático propriamente dito. Nesta concepção, há uma distinção entre raciocínio lógico-matemático (que está associado à linguagem matemática, segundo JOANNOT) e o raciocínio matemático (associado ao conhecimento matemático concebido como algo diferente da lógica).

Conforme, a Teoria de Fedathi, atividades como o Exemplo 1 apresentado a seguir não são relevantes ao aluno do ponto de vista didático, pois envolvem somente o raciocínio lógico-matemático, e não abarcam o raciocínio propriamente matemático. No caso do exemplo 1, a teoria das funções é explicada a partir de casos particulares para se tentar construir uma generalização. Ocorre que, na Matemática, a maioria dos casos se desenvolve do geral para o particular, ou seja, parte-se de axiomas, teoremas e definições para os casos particulares. No caso do Exemplo 1, f(n) é uma conseqüência lógica da linguagem, e no modelo proposto, com números naturais, o que acaba por ocorrer é que questões acerca da continuidade e dos infinitesimais terminam sendo postergadas.

Para f(x) = x + 1 encontre valores para x igual a 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Se x então f(x) = x + 1

Se x=1 então f(1) = 1 + 1 = 2

Se x=2 então f(2) = 2 + 1 = 3

:

Se x=y então f(y) = y + 1

Exemplos 1 – O raciocínio lógico-matemático decorre da linguagem matemática e às vezes é obvio.

Considerando tais dificuldades, na Teoria de Fedathi se propõe trabalhar com a construção e prova de conjecturas matemáticas como ponto de partida, de modo que o trabalho do aluno seja descoberta e validação da Matemática, que consiste em partir de uma realidade geral para as particularidades.

Evidentemente, problema é um enigma que deve ser revelado, devidamente demonstrado. Já a linguagem para solucionar o problema é do aluno.

Entretanto, aos poucos, o estudante usa a linguagem matemática para tornar inteligíveis suas idéias para os outros colegas. Tal proposta difere da atividade proposta no Exemplo 1, pois, aqui, ao se dizer que x=3, sabe-se de antemão que f(3) = 4; ou seja, a resposta do aluno é apenas uma decorrência da linguagem. Não há um debruçamento por parte dele. Sucede que, nas escolas, a Matemática apresentada aos alunos compreende listas de exercícios com objetivo de treiná-los.

Na **Teoria de Fedathi**, mais vale um conjunto reduzido de atividades que sejam bem apresentadas, de modo que permita ao aluno pensar que em um bloco de “atividades de fixação”. E tal característica decorre das concepções intuicionistas que fazem separação entre linguagem matemática (raciocínio lógico-matemático) e a Matemática em si mesma. Assim poderia ser dito como MACHADO *apud* KÖRNER (1997, p. 41) o faz, ao falar sobre a lei do terceiro excluído na Matemática, asseverando que a matemática é uma atividade sem linguagem:

> *Para os intuicionistas é perfeitamente possível a construção de enunciados dotados de sentido mas que não são verdadeiros ou falsos. Uma vez que todos os paradoxos resultaram desta dicotomia, estão os intuicionistas a salvo deles.*

Como a Teoria de Fedathi é em parte fundamentada nos preceitos do intuicionismo de BROUWER, acontece um afastamento, em termos didáticos, da ênfase em resultados corretos, sendo, portanto, valorizados processos construtivos, mais próximos da Matemática finitista.

> *Quando um intuicionista enuncia uma proposição p, registra em sua mente uma construção C. a negação da proposição p, ~p, é, por sua vez, o registro de uma outra construção D. A não-construção de coisa alguma não está associada a proposição alguma que tenha significado na lógica intuicionista.*
>
> (Machado , 1997: p. 41).

Em termos de possibilidades, LAKATOS (1978), um orientado de Polya, ao apresentar a sua tese doutoral (*A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações*), relata que a história da Matemática é baseada no questionamento de conjecturas, ou seja, proposições não demonstradas. Tais conjecturas, historicamente, produziram diversas argumentações que permitiram o desenvolvimento de várias concepções matemáticas, ainda que a prova de uma conjectura não a comprove ou refute, esta gera ferramentas que podem ser úteis para outras provas, ou seja, o matemático em seu trabalho <u>não</u> desconsidera nada. O processo é tão relevante quanto os resultados.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A **Teoria de Fedathi** simplesmente contempla a possibilidade de o estudante viver uma experiência matemática relevante. Não se pode desconsiderar o fato de que há muita coisa para ser feita, pois uma característica da Matemática intuicionista está em construir tudo em termos de fundamentação, ou seja, as coisas são mais complexas, pois apenas provar não é suficiente, é preciso demonstrar e explicar. Por tais motivos, é que a **Teoria de Fedathi** é uma proposta de trabalho interesse dirigido à formação do professor.

Entretanto há muito o que ser desenvolvido em termos de formação em Matemática. Pelas dificuldades impostas hoje pelo currículo escolar, políticas públicas de formação docente e dificuldades inerentes aos salários e condições de trabalho, o professor sente-se desmotivado para ensinar. Em uma concepção como a Teoria de Fedathi, alguns hábitos são pré-requisitos para o trabalho docente. São eles:

a) o estudo da Matemática para o desenvolvimento do preceptorado por meio da Seqüência de Fedathi;
b) o estudo em grupo com outros professores de Matemática para a troca de informações;
c) observar, ouvir e motivar os alunos para que eles possam desenvolver as atividades propostas pelo professor por meio da Seqüência de Fedathi; e
d) o hábito de anotar novas soluções apresentadas pelo aluno, para que estas mesmas possam permitir reformular o preceptorado do professor, bem como a aplicação da Seqüência de Fedathi.

Ainda há muitos pontos que devem ser questionados na Teoria de Fedathi, pois é um trabalho em andamento, entretanto, no que concerne ao intuicionismo, a proposta consiste em trabalhar em situações que valorizem a construção de conhecimentos matemáticos pelo aluno, através de situações conjecturais que viabilizem a lógica do desenvolvimento matemático, por meio de exemplos e contra-exemplos do aluno e do professor, de modo que o primeiro possa trabalhar e o segundo lhe permita pensar, criando condições e possibilidades didáticas para que o aluno possa formar o raciocínio critico e tenha uma experiência matemática significativa.

## 6 BIBLIOGRAFIA


ARTIGUE, M. **Computer environments and learning theories in mathematics education**, pre-print, 1996.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, Grenoble, France: vol. 9, n. 3, 1988.

BALACHEFF, N. The Benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. In**:_____. Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching**. London, England: Kluwer Academic,. Cap.8, p.175-192, 1991

BORGES H.; CAMPOS M. O ensino de matemática: Analisando o raciocínio matemático do mediador. In. ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORDESTE.14.,1999, Salvador,BA. Anais. Salvador,BA: Quarteto Editora, (p. 271), 1999

BORGES NETO, H. & IÓRIO DIAS, A.M. Uma proposta de Educação Matemática, **Anais** do II CIBEM, Blumenau: 1994.

BORGES NETO, H. (1996), **La conception des nombres chez mathématiciens**, pre-print.

BORGES NETO, H.et al. O Ensino de matemática assistido por computador nos cursos de pedagogia. In. Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste, 13, 1998, Natal, RN. **Anais**. Natal, RN: Editora UFRN, 1998. (p.147-158).

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol 7.2, 33-115. 1986.

DE LA TAILLE, Y. **Lugar do computador na Educação**. São Paulo: Iglu, 1990.

DUPÉRIER M. & BUTEILLER, Y. **Apprendre et pratiquer la Géométrie avec l'ordinateur**, IREM de l'Université d'Orléans, 1993.

LAKATOS, Imre. **A Lógica do descobrimento matemático: provas e refutações.** Rio de Janeiro : Zahar, 1978 (p. 12-13, 15-16).

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade.** 4 ed. São Paulo: Cortez, 1997 ( p. 52).

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas.** trad. Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

SOURY-LAVARGNE, S. **Étayage et explication dans le préceptorat distant, les cas de TéléCabri.**. These (docteur en Sciences Mathématiques) – Université Joseph Fourier. Grenoble: 1999.