

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
FACULDADE DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO BRASILEIRA  
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

**NOVAS E VELHAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA:  
UMA DISCUSSÃO SOBRE OS ASPECTOS COGNITIVOS NO ENSINO DE  
GEOMETRIA MEDIADO POR RECURSOS COMPUTACIONAIS.**

*José Rogério Santana*

Requisito parcial para conclusão da disciplina: “Computadores, aprendizagem escolar e desenvolvimento cognitivo” ministrado pelos professores: Ana Karina M. de Lira e José Aires de C. Filho no semestre 2002/2.

**FORTALEZA  
DEZEMBRO - 2002**

## SUMÁRIO

RESUMO .....	03
01. Introdução – A régua, o compasso e o computador .....	04
02. O uso de recursos tecnológicos e a construção de conhecimento.....	05
03. Aspectos cognitivos do uso de novas e velhas tecnologias no ensino de geometria ....	11
04. Situações possíveis – Solucionando problemas por construções geométricas .....	13
05. Reflexões Finais .....	18
06. Bibliografia Referencial.....	20

## RESUMO

Neste trabalho são discutidas questões relativas aos aspectos cognitivos que novas e velhas tecnologias apresentam no ensino de geometria por meio de construções geométricas. Para tanto, inicialmente são apresentadas reflexões sobre o papel da tecnologia na construção do conhecimento matemático em termos históricos e epistemológicos, de modo que, são considerados os aspectos relativos ao pensamento e a linguagem e sua influência na estrutura axiomática da geometria euclidiana. Com base na relação entre estrutura axiomática e o pensamento e a linguagem, se tenta estabelecer relações entre as idéias de VIGOTSKY (1998) e MACHADO (1990), de modo que se tornou possível compreender o papel dos recursos tecnológicos no desenvolvimento de atividades de construção geométrica. No entanto, para detalhar similaridades e diferenças das velhas tecnologias (régua e compasso) e o computador (*Cabri Géomètre*) no desenvolvimento de atividades apropriadas ao ensino de geometria, são apresentadas duas situações em que são utilizadas as velhas e novas tecnologias. Na primeira situação, a construção de um pentágono, o mesmo algoritmo foi aplicado no computador e na régua e compasso sem diferenciação em relação aos resultados da construção, no entanto, nesta construção houve distinções nos aspectos cognitivos relativos ao uso das ferramentas em seus procedimentos, de modo que se pode observar um contato mais imediato com a régua e o compasso que com o computador, por outro lado, pode ser observado que com o computador, as possibilidades de generalização e manipulação favorecem a experimentação mais que a régua e o compasso. Na segunda situação, construção de retas paralelas, uma situação trivial com régua e compasso que se implementa no computador, houve distinção nos resultados matemáticos esperados, devido aos aspectos relativos aos comandos do *software* em uso (*Cabri Géomètre*) que apresentam situações inusitadas. Com base em tais experimentos foi possível considerar que: a) Os recursos tecnológicos viabilizam comunicação matemática, permitindo que a linguagem geométrica organize o pensamento por construções geométricas na resolução de problemas; b) As distinções entre novas e velhas tecnologias, dependendo das situações, podem ou não afetar o desenvolvimento das construções geométricas matemáticas, no entanto, mesmo que não ocorra distinção quanto os enunciados as velhas tecnologias exigem mais coordenação motora e abstração, enquanto que as novas tecnologias exigem mais do ponto de vista lógico-programável sendo mais experimentais devido a manipulação e as animações; c) Mesmo sabendo que no computador uma construção geométrica é mais generalizável que na régua e compasso, ambos recursos não permitem a generalização pois são apenas ferramentas representacionais em termos matemáticos; d) Tomando COLE (1996: p. 87) como base, tanto novas como velhas tecnologias são ferramentas de mediação cultural presente na transformação das funções psicológica. O texto apresenta o ponto de vista especialista, no entanto, o tema deve ser aprofundado de modo que seja possível averiguar como tais processos ocorrem segundo o olhar do estudante.

# NOVAS E VELHAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA DISCUSSÃO SOBRE OS ASPECTOS COGNITIVOS NO ENSINO DE GEOMETRIA MEDIADO POR RECURSOS COMPUTACIONAIS.

*José Rogério Santana*

---

## 01. Introdução – A régua, o compasso e o computador.

Neste trabalho, tenho por objetivo discutir o uso de recursos computacionais no ensino de geometria considerando os aspectos cognitivos envolvidos na construção de conceitos matemáticos. No entanto, a abordagem que procurar-se-á adotar no decorrer do texto visa apresentar questionamentos epistemológicos com base no saber matemático sobre construções geométricas, enfatizando recursos como a régua e o compasso em comparação ao uso de *software* educativo como o *Cabri Géomètre II for Windows*. No entanto, não busco aqui averiguar se as novas tecnologias são superiores às velhas ou vice-versa, o que pretendo é efetuar uma discussão sobre mediação tecnológica para compreensão de alguns aspectos cognitivos relativos à construção de conhecimentos em geometria. Neste sentido, a discussão central do trabalho consiste em propor questionamentos sobre o papel da mediação tecnológica na construção dos conceitos matemáticos (e geométricos) na relação de ensino/aprendizagem.

Diante das necessidades que há de se impor adiante, se faz oportuno neste instante uma definição sobre tecnologia. Etimologicamente é possível dizer que o termo tecnologia provém do termo técnica, derivado do grego *techné*, que significa arte ou habilidade no sentido prático. Por outro lado, o termo logia é resultante do grego *logos* cujo significado pode ser razão ou estudo. Neste sentido, a tecnologia poderia ser compreendida como um conjunto de processos racionais, cujo objetivo seria a viabilização das habilidades práticas humanas. No entanto, ainda que tais processos constituam na atualidade um corpo de conhecimentos significativos, devemos ter em mente que há técnicas empíricas e científicas como observou GRANGER (1994: p.25): “Qualificamos, aqui como ‘empíricas’ as técnicas que não estão penetradas de saber científico, tomando a palavra não mais no sentido dos filósofos, mas antes no sentido comum, mais vago, de conhecimentos derivados diretamente das experiências e das práticas, e não tiradas de explicações teóricas”.

Nas concepções usadas no cotidiano, o termo tecnologia está associado aos recursos resultantes de um conjunto de processos técnicos, sendo assim, régua, compasso e computador são tidos na sociedade como tecnologias. No entanto, de que adiantaria um recurso se não se pode compreender o que deve ser feito do mesmo? Um automóvel estacionado diante de pessoas que nunca viram, ou que não sabem utilizá-lo, pouco significa. Logo, uma tecnologia deve comunicar a mente humana idéias que permitem o processo de interação por meio de ações e operações. Neste aspecto, uma árvore caída sobre um rio, para uma mente observadora torna-se num instante uma ponte, ou ainda, um cipó no chão torna-se uma corda. No entanto, no exemplo apresentado, não se deve esquecer que está também implícita a idéia de tecnologia como um resultado do uso acidental de instrumentos para resolução de um dado problema. Considerando tal fato, mas destacando a intencionalidade humana, procurarei definir tecnologia como um instrumento resultante dos interesses e necessidades (acidentais ou não) de uma pessoa e/ou comunidade, cuja finalidade é a resolução de problemas práticos. Logo, uma tecnologia é um objeto resultante de processos e relações representacionais que permitem o desenvolvimento de ações práticas que envolvem a linguagem como agente de organização do pensamento conforme as concepções de VIGOTSKI (1998). Sendo assim, régua, compasso e “computador”, são como qualquer outro objeto, no entanto, o que torna estes objetos tecnologias é a presença de uma linguagem e uma necessidade que relaciona sujeito e objeto na construção de ações e operações que envolvem o pensamento humano. Com base neste pressuposto, entendo a tecnologia como um objeto do pensamento expresso pela linguagem e isso tornaria régua, compasso e “computador” recursos que promoveriam uma mediação tecnológica.

## **02. O uso de recursos tecnológicos e a construção de conhecimento.**

Em que se constitui o uso de recursos tecnológicos na construção do saber geométrico? Antes de responder tal questionamento é necessário saber se um instrumento pode afetar a elaboração de conceitos, no nosso caso, os conceitos geométricos. Em

segundo lugar, é necessário averiguar evidências históricas sobre o assunto. BOYER (1974: p.4) propõem duas origens para a geometria:

- (a) A primeira é a concepção de Herótodo em que o autor diz que a geometria teria tido origens no Egito devido à necessidade prática em se fazer medições com a finalidade de se estabelecer as medidas corretas das terras nas respectivas divisões de propriedade;
- (b) A segunda tese é de Aristóteles, onde se defende que o desenvolvimento de uma classe sacerdotal favoreceu o estudo da geometria com fins rituais. Neste sentido, o fato dos geômetras antigos terem sido chamados em muitas oportunidades como “esticadores de corda” apontam para ambas concepções, entretanto, exibem um novo elemento, o qual provavelmente foi o antecessor tanto da régua como do compasso, a “corda”.

Pela corda sabemos ser possível fazer medições retilíneas como hoje o fazemos com a fita métrica, mas também é possível elaborar dois nós nas extremidades, fazendo com que um nó esteja devidamente amarrado à um apoio fixo que pode ser tomado como centro de uma circunferência, enquanto o outro poderia ter sido tomado como a extremidade de um raio quando a corda é esticada. Por outro lado, é também possível o armazenamento de informação na corda através de nós que conservem as mesmas distâncias. Neste sentido, a corda é um instrumento que atende às funções de régua e compasso simultaneamente e poderia ter sido utilizado tanto em termos práticos como ritualísticos ao mesmo tempo.

Apesar da corda aparentemente ser um antecessor comum à régua e o compasso, a corda favorecia medições de campo devido sua praticidade no manuseio, entretanto, como instrumento de desenho e estudo o mesmo perde sua eficiência visto a dificuldade de manipulação deste em um espaço limitado. Por outro lado, o desenvolvimento específico de uma ferramenta para construção linear e outro para a elaboração de curvas circulares favoreciam a medição de comprimento e ângulo de uma forma mais detalhada.

Segundo WAGNER (1998: p. 1) “as construções com régua e compasso já aparecem no século V aC, época dos pitagóricos, e tiveram enorme importância no desenvolvimento da Matemática grega”.

Não sabemos se a régua e o compasso, tal como conhecemos, é uma invenção egípcia ou grega, no entanto, para WAGNER se sabe que a partir dos gregos surgiu uma espécie de álgebra geométrica em que a palavra *construir* era o sinônimo do termo *resolver*, além disto, nesta álgebra geométrica equações do tipo  $ax = b$  não tinham significado, pois o lado esquerdo da equação ( $ax$ ) estava associado à área de um retângulo, sendo assim, era mais lícito compreender a expressão  $ax = bc$  que significava dizer para encontrar a altura  $x$  de um retângulo de base  $a$  que tivesse a mesma área de um retângulo de dimensões  $b$  e  $c$ .

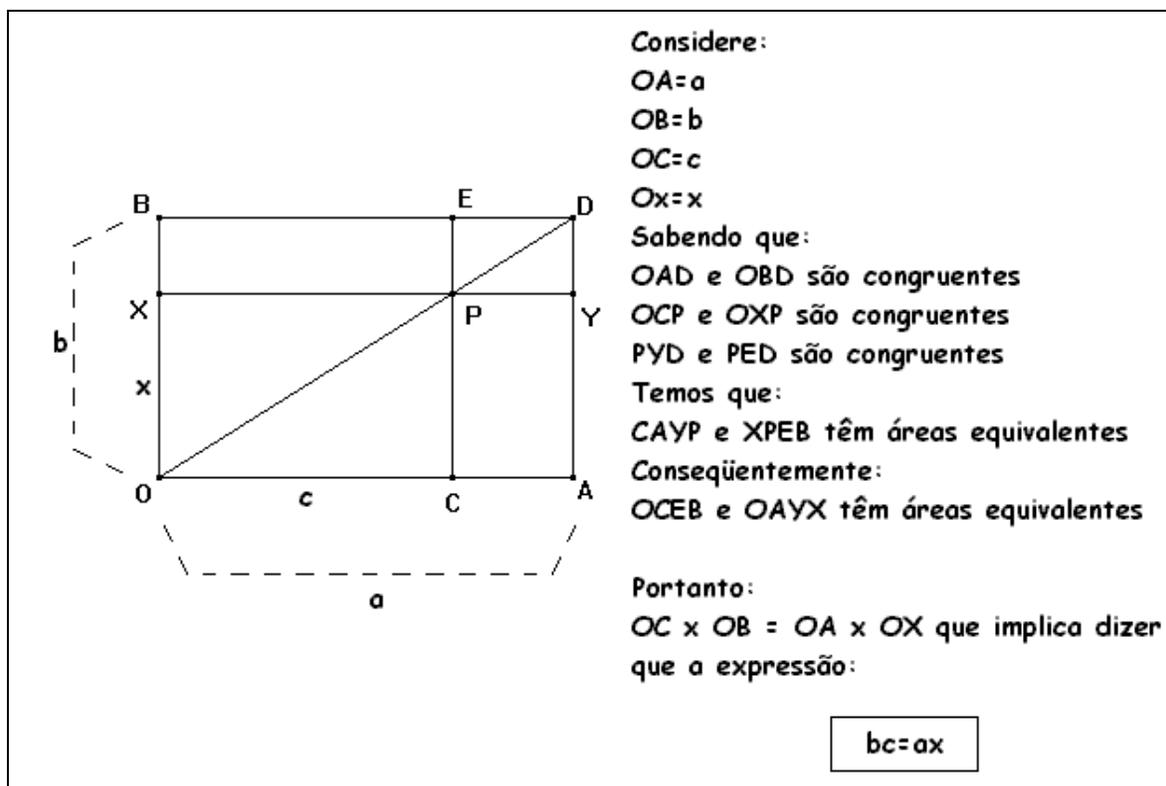


Figura 001 – Resolução da expressão  $bc=ax$  por WAGNER (1998: p. 1-2)

No caso apresentado na figura 001, pode-se observar um típico problema matemático grego. Este consiste na comparação entre medidas de comprimento e área. Neste sentido, os objetivos matemáticos estavam relacionados às possibilidades de construção de segmentos e circunferências por meio dos velhos recursos tecnológicos (no caso a régua e o compasso), no entanto, havia entre os gregos a concepção de validação de conhecimento com base em argumentos racionais firmados em aspectos relativos às propriedades geométricas das figuras. Neste sentido, a construção geométrica é um meio pelo qual se apresentam novos problemas, bem como, um recurso para resolução de

problemas matemáticos. Por outro lado, a Geometria (com “G” maiúsculo) é o conjunto de saberes matemáticos que viabilizam a articulação de concepções generalizadas a partir dos axiomas e teoremas de uma teoria formal. Mas qual a função dos axiomas, e dos teoremas? Na Geometria Euclidiana os axiomas como hoje compreendemos correspondem aos postulados e estes tinham como função apresentar fatos evidentes por si mesmo, por exemplo, o postulado que diz que “por dois pontos passam uma única reta” parece ser algo indiscutível por si só, provendo condições e possibilidades ao saber geométrico. Em termos mais simples, os axiomas ou postulados apresentam os elementos essenciais para garantir a viabilidade operacional de uma Geometria. Caso ocorra o questionamento de um só destes axiomas (como ocorreu a respeito do quinto postulado), o fato implica na revisão do próprio saber geométrico. Para MACHADO (1990: p. 138) o diagrama abaixo mostra em termos esquemáticos com estaria articulada a Geometria operada por Euclides.

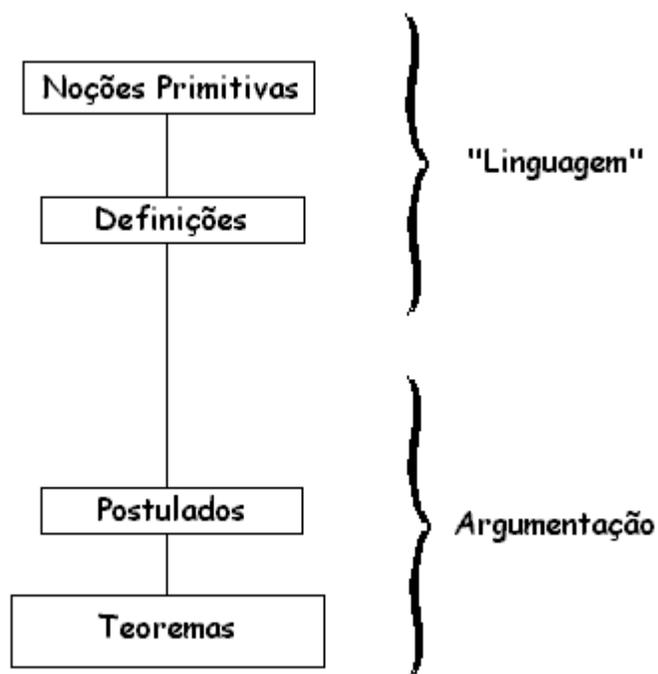


Figura 002 – Estruturação de Geometria Euclidiana segundo MACHADO (1990: p. 138).

Segundo MACHADO, as noções primitivas (ponto, reta e plano) e as definições (descrição dos entes geométricos que não são noções primitivas) constituem uma “linguagem” em sentido restrito. Por outro lado, postulados (ou axiomas) e teoremas (proposições já demonstradas) são elementos estruturais na argumentação racional

geométrica. Neste aspecto, há uma correlação entre os termos do grupo 1 (noções primitivas/definições) e do grupo 2 (postulados/teoremas) e as concepções sobre linguagem e pensamento. Entretanto, correlacionar o conhecimento geométrico à construção de conceitos pelo indivíduo não nos permite compreender o papel dos recursos tecnológicos.

Segundo VIGOTSKI (1998: p. 7), “a transmissão racional e intencional da experiência e pensamento a outros requer um sistema mediador, cujo protótipo é a fala humana, oriunda da necessidade de intercâmbio durante o trabalho”. Neste aspecto, MACHADO (1990: p. 139) considera que:

*Em seu pioneirismo, Euclides teve o inequívoco mérito de evidenciar uma aproximação entre questões geométricas e questões lingüísticas, antecipando, em forma rudimentar, questões que só muito mais tarde seriam devidamente examinadas, no estudo das propriedades dos sistemas formais. A esse respeito, Thom (1971:698) destaca que “a geometria euclidiana constitui o primeiro exemplo de transcrição de um processo espacial bi ou tridimensional para a linguagem unidimensional da escrita”.*

Dessa forma, mesmo sabendo que a Geometria é compatível em sua estrutura à linguagem escrita (fator que indica que os elementos da Geometria podem ser manifestos pela fala humana), ainda não podemos evidenciar uma estrutura que se situe além dos aspectos comunicativos da linguagem, é necessário evidenciar como o conhecimento geométrico viabiliza o pensamento. Neste aspecto, retomando VIGOTSKI (1998: p.7-8) é possível compreender alguns fatores que permitem o entendimento da relação pensamento e linguagem na construção conceitual do sujeito, com respeito ao saber geométrico.

*[...] a verdadeira comunicação humana pressupõe uma atitude generalizante, que constitui um estágio avançado do desenvolvimento do significado da palavra. As formas mais elevadas de comunicação humana somente são possíveis porque o pensamento do homem reflete uma realidade conceitualizada. É por isso que certos pensamentos não podem ser comunicados às crianças, mesmo que elas estejam familiarizadas com as palavras necessárias. Pode ainda estar faltando o conceito adequadamente generalizado que, por si só, assegura o pleno entendimento.*

Portanto, o processo de validação por demonstração em Geometria, pode ser visto como um dos elementos da mediação geométrica que viabiliza uma “atitude generalizante”, este elemento está mais articulado à conclusão de idéias que em relação ao desenvolvimento das mesmas, a gênese da problematização geométrica exige um elemento mediador que deve estar relacionado ao mundo físico coordenando as ações humanas de forma comunicativa. Neste sentido, as idéias sobre artefatos apresentadas por COLE (1996: p.87) são essenciais à complementação do esquema que estou propondo. No entanto, ao discutir a relevância do uso de artefatos COLE têm por objetivo definir a mediação cultural.

*Os artefatos culturais são simultaneamente ideais (conceituais) e materiais. São ideais na medida em que contém, na forma codificada, as interações das quais eles previamente fizeram parte. Tais artefatos existem apenas na medida em que estejam corporificados na materialidade. Isto se aplica à linguagem/discurso tanto quanto às formas de artefato mais usualmente assinaladas. Na medida em que medeiam a interação com o mundo, os artefatos culturais podem também ser considerados instrumentos.*

Com base nas concepções de COLE, se pode dizer que os recursos tecnológicos usados no ensino de geometria são artefatos culturais oriundos conceitualmente das noções primitivas (ponto, reta, plano), bem como, das definições (circunferência) que constituem os elementos de linguagem conforme o esquema presente na figura 002. A materialidade destes recursos permite a comunicação visual de idéias matemáticas viabilizando o discurso conceitual a favor do processo de validação por demonstração. Ocorre que algumas conseqüências são decorrentes deste processo. Segundo COLE (1996: p. 87): “a função básica desses artefatos é coordenar os seres humanos com o mundo físico e uns com os outros. Em conseqüência, os seres humanos habitam um ‘mundo duplo’, ao mesmo tempo ‘natural’ e ‘artificial’. A cultura, nesse sentido, deve ser considerada o único meio de existência humana”.

Com base nos argumentos acima, o papel dos recursos tecnológicos na gênese do conhecimento geométrico por meio de problemas de construções geométricas, têm por objetivo propor a comunicação visual dos enunciados de um problema proposto com base nas noções primitivas e definições da Geometria Euclidiana. No entanto, a resolução de um

problema de construção exige um método de resolução baseado em axiomas e teoremas. Além disso, o método deve ser validado mediante demonstração, fator que caracteriza um argumento que atribui um significado ao problema proposto. Neste sentido, os recursos tecnológicos velhos e novos são instrumentos que viabilizam a mediação cultural. Os resultados de um problema matemático, dependendo do tipo de tecnologia em uso, podem apresentar diferenças nos resultados da argumentação, pois este elemento estaria sujeito aos limites e possibilidades dos recursos tecnológicos.

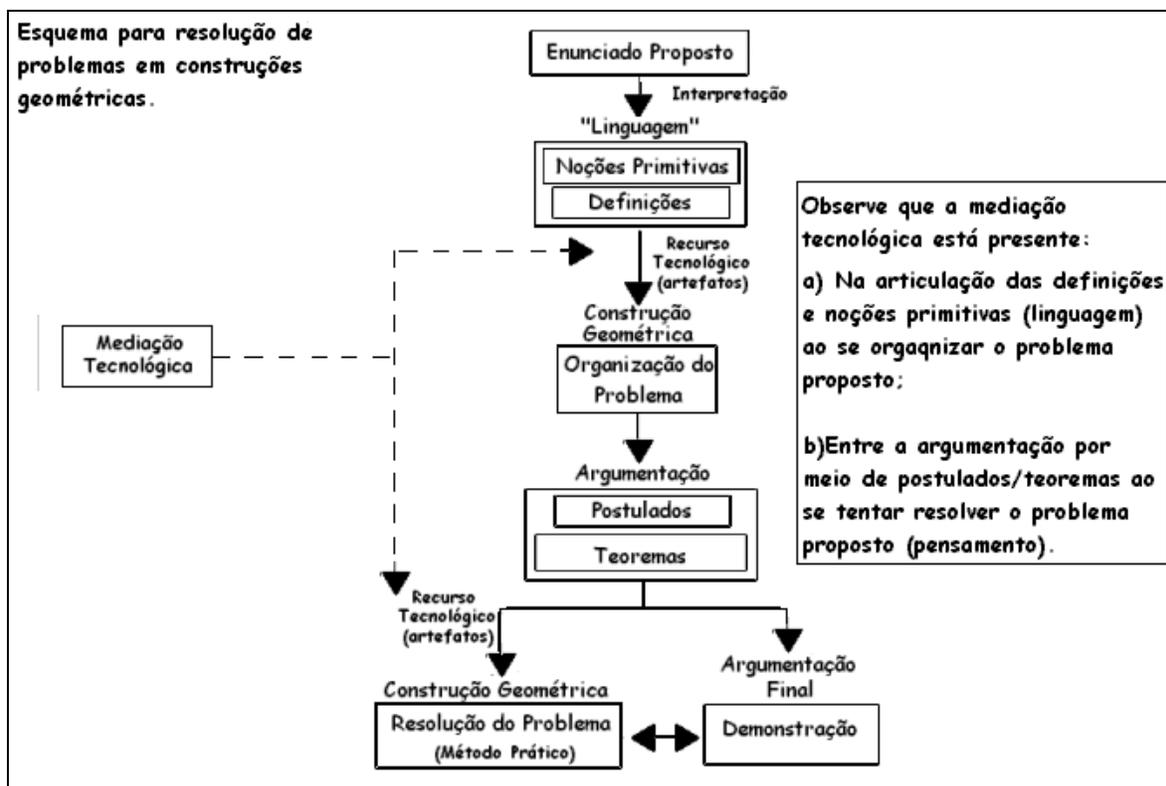


Figura 003 – Esquema de resolução de problemas destacando a mediação tecnológica.

### 03. Aspectos cognitivos do uso de novas e velhas tecnologias no ensino de geometria.

Compreendendo as velhas e novas tecnologias como artefatos culturais no ensino de geometria, a partir de construções geométricas, sabendo que estes artefatos permitem a comunicação e organização de idéias matemáticas enquanto elementos de mediação, cabe aqui uma breve discussão sobre a influência cognitiva destes instrumentos na construção dos conceitos da Geometria Euclidiana. Como vimos anteriormente, os recursos

tecnológicos podem coordenar nosso modo de pensar em relação ao mundo físico, no entanto, é necessário entender as possibilidades e os limites destes recursos, pois ao saber o que um instrumento pode realizar é possível compreender as concepções que ele pode construir. No caso da régua e do compasso, ambos estão fundados nos axiomas e definições da Geometria Euclidiana, entretanto, ao se construir uma reta por meio de uma régua em nossas ações está presente o ato de fixar a régua sobre uma superfície para que o desenho de uma reta possa representar, nesta superfície, uma reta, a partir do tracejado contínuo de um lápis ao longo desta. Neste caso, está presente como concepção, a idéia de “tendo um ponto e uma direção é possível o tracejado de uma reta”, tal fator parece insignificante, mas aqui está sendo adotado um postulado de Geometria. No caso do computador, ao usar um programa como *Cabri Géomètre*, o tracejar de uma reta é determinado por dois *clicks* na área de trabalho chamada zona de desenho, neste caso, temos um outro postulado sendo utilizado “dados dois pontos há somente uma única reta que passa por eles”. Em ambos os casos (da régua e do lápis e do computador), os objetivos são os mesmos, no entanto, as estruturas conceituais assimiladas são diferentes, *a priori*, (não que o computador não possa enunciar o que pode ser feito com régua e compasso e vice-versa, ocorre que na prática este é o uso comum destes recursos). Por outro lado, a régua e o compasso permitem uma ação direta de instrumentos específicos para elaboração de segmentos e circunferências sobre uma superfície para obtenção de um desenho como resultado. Já no computador, a manipulação ocorre por um só instrumento (*o mouse*), o que é manipulado são os comandos de um programa que são sub-rotinas de um sistema computacional integrado que podem ser identificados como funções distintas. Além disto, o objetivo da final na construção realizada no computador não é apenas o desenho, mas a estabilidade das construções que podem ser transformadas em outros desenhos mediante a manipulação.

Em termos simbólicos, também há diferenças significativas, pois enquanto a régua e o compasso permitem o uso quase imediato, no computador é necessário o domínio operatório de novos símbolos, fato que exige o processo de familiarização com as ferramentas computacionais.

Em síntese, se pode dizer que as velhas tecnologias estão limitadas ao desenho, inviabilizando uma ação experimental sobre transformações geométricas de modo que as mesmas constituam uma análise de situações limite. Por outro lado, os acessos aos recursos

são imediatos e a ação sobre a representação dos entes geométricos é diretiva favorecendo habilidades visuais e motoras. Quanto os usos das novas tecnologias, estas não estão limitadas ao desenho, mas sim, à estabilidade das construções geométricas o que favorece a compreensão lógica dos conceitos matemáticos, devido a estrutura lógico-funcional presente, na construção de programas, bem como, no seu uso. Por outro lado, o computador permite que o sujeito faça uma análise de vários casos, por via experimental, sendo possível o estabelecimento de generalidades. No entanto, tanto o computador como a régua e o compasso são recursos representacionais, e por limitações decorrentes das ferramentas de medição, não podem viabilizar a generalização matemática que depende de argumentação racional. Para que nos seja possível compreender aspectos relativos ao uso dos recursos tecnológicos velhos e novos, vamos apresentar duas situações correlatas, sendo que a primeira será a partir das velhas tecnologias e a segunda com base nas novas tecnologias.

#### 04. Situações possíveis – Solucionando problemas por construções geométricas.

Para averiguar questões relativas à tecnologia procurarei apresentar duas situações distintas explorando inicialmente as diferenças instrumentais em uma situação comum. No segundo momento, apresentarei um exemplo que nos permite discutir questões sobre as diferenças conceituais que podem ocorrer.

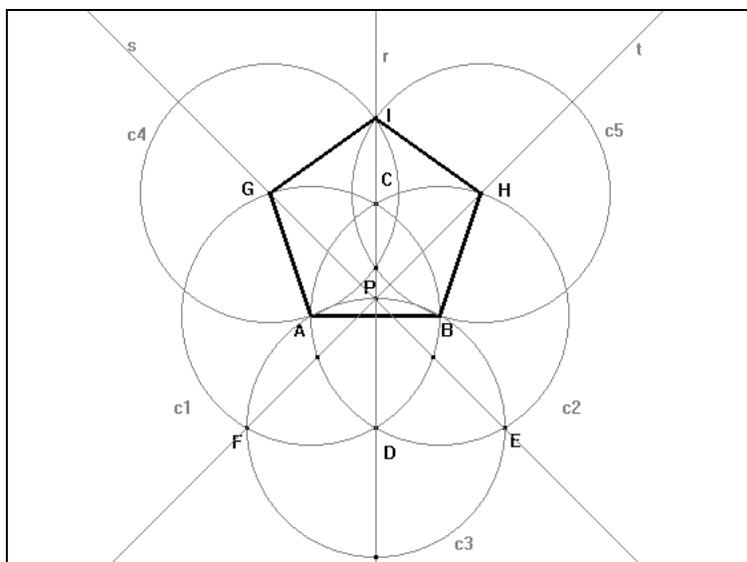


Figura 004 – Construção geométrica do pentágono no computador.

Situação 01: Questões instrumentais.

A atividade proposta consiste em construir um pentágono regular a partir de um segmento dado. A princípio vamos efetuar a construção geométrica deste com os recursos tecnológicos antigos, ou seja, a régua e o compasso.

Enunciado: Dado um segmento  $[AB]$  construa um pentágono regular.

Procedimentos: Procurarei expor um procedimento comum para a construção com régua e compasso e com o computador, mas a seguir destacarei as diferenças entre um e outro modo de efetuar tal construção geométrica.

01. Traçar um segmento  $[AB]$ ;
02. Construir uma circunferência  $[c1]$  com centro em  $[A]$  e raio  $[AB]$ ;
03. Construir uma circunferência  $[c2]$  com centro em  $[B]$  e raio  $[BA]$ ;
04. Marcar  $[C]$  e  $[D]$  como pontos de intercessão entre  $[c1]$  e  $[c2]$ , colocando o ponto  $[D]$  abaixo do segmento  $[AB]$ ;
05. Traçar uma reta  $[r]$  que passe pelos pontos  $[C]$  e  $[D]$ ;
06. Construir uma circunferência  $[c3]$  com centro em  $[D]$  e raio  $[DA]$  ou  $[DB]$ ;
07. Marcar  $[E]$  como intercessão entre  $[c3]$  e  $[c2]$ ;
08. Marcar  $[F]$  como intercessão entre  $[c3]$  e  $[c1]$ ;
09. Marcar  $[P]$  como intercessão entre  $[r]$  e  $[c3]$  mais próxima de  $[AB]$ ;
10. Traçar uma reta  $[s]$  pelos pontos  $[P]$  e  $[E]$ ;
11. Traçar uma reta  $[t]$  pelos pontos  $[P]$  e  $[F]$ ;
12. Marcar  $[G]$  como intercessão entre  $[c1]$  e  $[s]$  mais distante de  $[AB]$ ;
13. Marcar  $[H]$  como intercessão entre  $[c2]$  e  $[t]$  mais distante de  $[AB]$ ;
14. Construir uma circunferência  $[c4]$  com centro em  $[G]$  e raio  $[GA]$ ;
15. Construir uma circunferência  $[c5]$  com centro em  $[H]$  e raio  $[HB]$ ;
16. Marcar  $[I]$  como intercessão entre  $[c4]$  e  $[r]$  mais distante de  $[AB]$ ;
17. Traçar os segmentos  $[AG]$ ,  $[BH]$ ,  $[GI]$  e  $[HI]$ .

Questionamentos: A construção geométrica em questão apresenta os mesmos procedimentos de construção tanto para régua e compasso como para o computador, no entanto, em termos instrumentais, há algumas diferenças que implicam em ações distintas nas novas e velhas tecnologias. Por exemplo, na régua e no compasso cada vez que é dito nos procedimentos “traçar uma reta” ao aluno cabe fazer uso da régua e do lápis, já ao se

dizer “construir uma circunferência” isso consiste no uso do compasso. Pode parecer uma trivialidade, no entanto, pelo menos quatro mudanças instrumentais são realizadas ao se usar a régua e o compasso. Já no computador o instrumento manipulado é apenas o mouse, e no máximo o teclado, no entanto, é pela troca de comandos relativos às noções primitivas e definições que se consegue a elaboração de construções diferentes.

Um outro aspecto da régua e do compasso é a determinação de um ponto, a qual exige maior coordenação motora e visual, pois caso a ponta “agulha” do compasso não marque bem o ponto usado como centro de uma circunferência, as discrepâncias visuais vão ao longo da construção manifestar o acúmulo de erro em uma diferença de distância. Por outro lado, através do compasso não é necessário sobrecarregar o desenho geométrico com circunferências completas, basta desenhar o arco das partes que interessam ao desenvolvimento da construção, fato que não ocorre por exemplo no *Cabri Géomètre II*, e é um dos maiores incômodos neste programa para o aluno.

Outro fator diferencial está no fato de se conseguir, com a régua e compasso (no caderno ou no quadro negro), visualizar as intercessões sem ter que selecionar os entes geométricos. Este aspecto cria um fenômeno comum entre os alunos novos no *Cabri Géomètre II* que já trabalharam com a régua e compasso, o fato consiste no aluno efetuar uma construção sem sentir a necessidade em estabelecer pelos comandos do *software* a intercessão entre entes geométricos para manutenção de estabilidade. Tal fato implica, no seguinte efeito: ao manipular a figura as medidas que deveriam ser conservadas se perdem, desestabilizando a construção geométrica realizada, ou seja, o resultado final de uma construção não deve resultar apenas em um desenho, mas sim, em uma construção geométrica que ao ser manipulada, permita a visualização de vários desenhos em transformação, tal fator trás uma implicação importante, pois torna atividades matemáticas que exigiam abstração algo experimental pela manipulação, por outro lado, a possibilidade em explorar situações limite, por exemplo, aproximar as extremidades de um segmento com o ponto médio até que as medidas do segmento se aproximem de zero, permitem que o aluno não fique preso as formas estáticas presentes nos livros didáticos o que significa explorar novos pontos de vista sobre um determinado problema averiguando o maior número de casos. Tal situação pode ser considerada mais favorável à generalização de conceitos que na régua e no compasso, no entanto, tanto o computador como a régua e o

compasso são instrumentos com precisão limitada em termos matemáticos, fato que deve ser da consciência dos estudantes ao longo do tempo de estudo. Torna-se importante ressaltar que o elemento computador apenas viabiliza novas possibilidades e sem o professor e suas intervenções, o sujeito geralmente, não é capaz de avançar muito, afinal, cabe ao professor de matemática criar condições e possibilidades para que a experiência do aluno seja enriquecedora.

Em suma, a situação acima buscou mostrar os aspectos relativos ao manuseio instrumental dos novos e velhos recursos tecnológicos usados em educação, no entanto, em quais situações tais instrumentos interferem nas concepções conceituais modificando a compreensão de um conteúdo? Tal questionamento será explorado a seguir.

### Situação 02: Questões conceituais.

Na atividade descrita abaixo, um dos objetivos consistiu em averiguar como o comando “Compasso” no *software Cabri Géomètre II* funciona ao se implementar uma construção geométrica que usualmente é elaborada com régua e compasso. O objetivo desta atividade consistia em averiguar se havia diferenças significativas entre o que é proposto por um comando que se apresenta como uma ferramenta de construção geométrica antiga como o compasso.

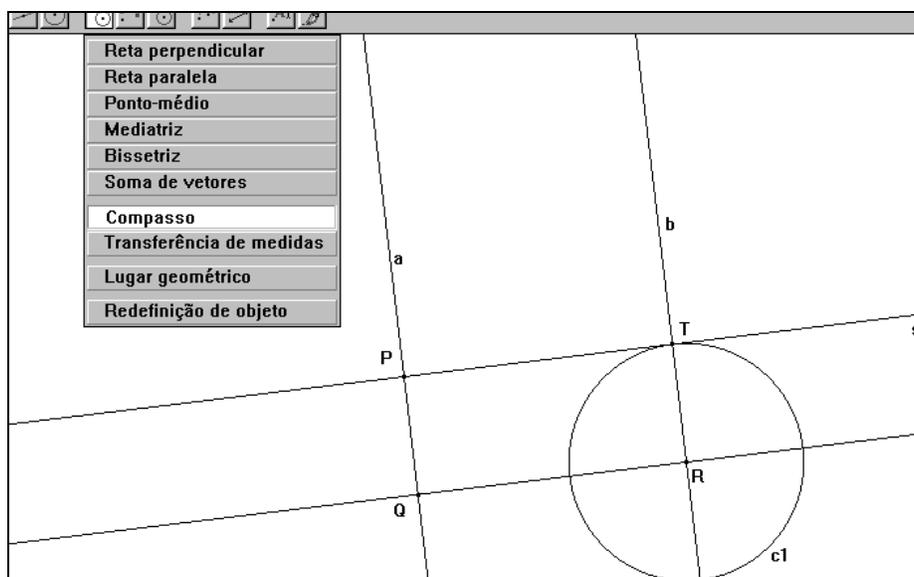


Figura 005 – Construção de reta perpendicular pelo comando “compasso” do *Cabri Géomètre II*.

Enunciado: Construir uma reta paralela a reta  $[r]$  dada pelo ponto  $[P]$  usando o comando compasso do *software Cabri Géomètre II*.

Dados do Problema: É apresentado ao abrir o arquivo a reta  $[r]$  e o ponto  $[P]$ , não pertencente à  $[r]$ .

Procedimentos: A construção geométrica abaixo é uma adaptação da construção realizada com régua e compasso.

01. Traçar uma reta  $[a]$  perpendicular a reta  $[r]$ , usando comando “Reta Perpendicular”.
02. Marcar  $[Q]$  como ponto de intersecção entre as retas  $[a]$  e  $[r]$ .
03. Marcar  $[R]$  como um ponto pertencente à reta  $[r]$  que não seja coincidente com  $[Q]$ .
04. Traçar uma reta  $[b]$  perpendicular a reta  $[r]$ , usando comando “Reta Perpendicular”.
05. Usando comando “Compasso” transferir a medida do segmento  $[PQ]$  por  $[R]$ .
06. Nomear como  $[c1]$  a circunferência obtida pelo comando “Compasso”.
07. Marcar  $[T]$  como um dos pontos de intersecção entre  $[c1]$  e  $[b]$ , considerando que  $[T]$  deve estar no mesmo semiplano de  $[P]$  conforme a figura 000.
08. Traçar uma reta  $[s]$  que passe pelos pontos  $[P]$  e  $[T]$ .

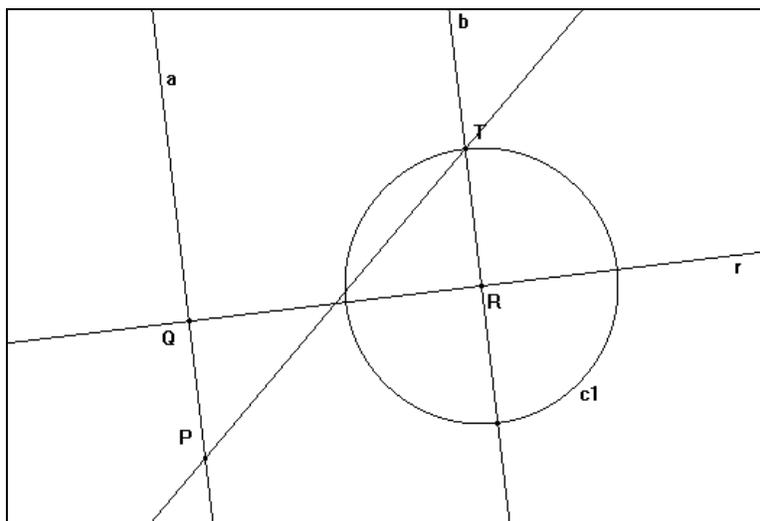


Figura 006 – Manipulação da construção geométrica apresentada na figura 005.

Questionamentos: Ao elaborar esta construção tentando reproduzir um dos procedimentos mais comuns na construção de retas paralelas a partir de uma reta e um ponto não pertencente à mesma, nos surpreendeu que, ao manipular o ponto  $[P]$  rumo ao outro semiplano, houve a transformação da relação de paralelismo entre  $[r]$  e  $[s]$  em uma relação em que tais retas se tornavam coincidentes. Quando  $[P]$  retornava ao semiplano de

origem a reta voltava a ser paralela. Neste caso, diferenças implícitas às características dos recursos tecnológicos produziam resultados distintos, e também a impossibilidade de manipulação na régua e no compasso dificilmente permitiria aos professores e alunos questionar na construção em questão quando que a reta [s] e [r] são paralelas e quando não são. Por outro lado, ao averiguar a construção em si, em nada se poderia dizer que tal deveria diferir do processo realizado com régua e compasso. Diante de tais fatores, tive que investigar o comando “Compasso”, e daí foi possível concluir que este comando, na construção em questão, favorecia a reflexão do segmento [TR] no mesmo semiplano, enquanto que [PQ] poderia transladar de um semiplano para outro sem algum problema. Ou seja, o uso do comando “Compasso” no *Cabri Géomètre II*, enquanto simulação do objeto compasso, fez com que uma construção tida como trivial com régua e compasso, produzisse pela manipulação computacional, transformações geométricas distintas e inesperadas com respeito aos segmentos [TR] e [PQ]. Logo, os resultados de construção geométrica nas velhas tecnologias não correspondiam às novas tecnologias nesta situação.

Em termos conceituais, o que podemos concluir parcialmente é que, os recursos tecnológicos novos e velhos no ensino de matemática são instrumentos que podem mediar a formação de noções geométricas novas devido suas potencialidades, no entanto, nem sempre é possível considerar que régua e compasso estejam no mesmo contexto que o computador e vice-versa. O computador permite o desenho e a manipulação experimental, a régua e o compasso permitem o desenho apenas. No computador é possível construir cônicas por meio de lugares geométricos, na régua e no compasso o método consiste em encontrar pontos. No computador não é adequado a construção de falsas espirais, na régua e no compasso tal processo é viável. Na realidade, novas e velhas tecnologias podem permitir a viabilização de muitos enunciados comuns, mas há enunciados que são incompatíveis entre si, dependendo das características dos recursos tecnológicos em questão.

## **05. Reflexões Finais.**

As situações apresentadas neste breve estudo mostram que os recursos tecnológicos, enquanto agentes mediadores, viabilizam a comunicação matemática, bem como, permitem organizar o pensamento por meio da resolução de problemas. Mesmo

assim, estes recursos são restritos quanto aos processos de validação por demonstração. Em termos gerais, os recursos tecnológicos antigos se caracterizam pela combinação de vários instrumentos em uma atividade com várias ações de construção (em um momento, uso a régua, em outro, o compasso...). No entanto, estes recursos exigem do estudante coordenação visual e motora, bem como habilidade de ação no desenvolvimento dos traçados de retas e circunferências, em outro aspecto, com a régua e o compasso é possível o controle sobre o traçado de modo mais simples que no computador, que obriga em todas as construções de circunferência o desenho completo.

No computador não há necessidade de manipulação de vários instrumentos, e na atualidade, com os *softwares* existentes, o uso do *mouse* é suficiente. Um programa de computador como o *Cabri Géomètre II* compreende várias funções diferentes que podem ser articuladas na substituição dos instrumentos usados nos recursos antigos. Por outro lado, a ação do estudante sobre os entes geométricos não é diretiva e sim mediada pelos comandos do programa, limitando a compreensão física dos conceitos pelo estudante. As construções geométricas no computador valorizam mais os aspectos lógicos que são fundamentados em comandos que envolvem graus de liberdade distintos para vários entes geométricos em situações distintas. Quanto às possibilidades de manipulação, animação e as simulações, recursos como o *Cabri Géomètre II* permitem ao aluno averiguar diferentes casos favorecendo a exploração das situações limite por parte do aluno. Quanto ao professor, caberia uma formação que contemple a compreensão epistemológica e psicológica para uma melhor utilização dos fenômenos de aprendizagem, relativos ao uso de recursos no ensino.

Em termos gerais, existem atividades que são correlatas com régua e compasso e com computador, como vimos na situação 01, e mesmo que existam diferenças instrumentais, é possível a mesma formação conceitual. Por outro lado, a situação 02 exhibe a existência de situações em que se apresentam incompatibilidades conceituais decorrentes das características distintas das ferramentas em uso.

Por fim, os recursos tecnológicos no ensino de geometria são instrumentos de mediação cultural que são elementos presentes na transformação das funções psicológicas humanas conforme COLE (1996: p.87), por outro lado, o mesmo autor diz que as funções psicológicas humanas são fenômenos históricos, e neste sentido os usos de novas e velhas

tecnologias são um meio que pode viabilizar uma mudança de posturas. Diante de tamanhas peculiaridades seria relevante considerar que um professor de geometria deve ter uma formação superior à que existe na atualidade.

Este trabalho teve como finalidade apresentar argumentos e subsídios ao leitor especialista, para o desenvolvimento de atividades e recursos computacionais apropriados ao ensino de geometria assistido por computador em relação à régua e o compasso, no entanto, há questionamentos do ponto de vista do aluno que neste texto não foram considerados, como por exemplo, as diferenças da mediação tecnológica e do professor na perspectiva do uso de novas e velhas tecnologias no ensino de geometria. No entanto, fica o registro para que o leitor possa compreender as necessidades de expansão do estudo atual.

## **06. Bibliografia Referencial.**

- 01 BOYER, C. B. História da Matemática. São Paulo-SP: Edgard Blücher, p. 4, 1974.
- 02 COLE, M. Desenvolvimento cognitivo e escolarização formal: a evidência da pesquisa transcultural. Em L.C. Moll (Org.) Vygotsky e a educação: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre-RS: Artmed, p.85-105, 1996.
- 03 GRANGER, G.G. A ciência e as ciências. São Paulo-SP: Editora UNESP, p.25, 1994.
- 04 MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: Análise de uma impregnação mútua. São Paulo-SP: Cortes, p.138-139, 1990.
- 05 VIGOTSKI, L.S. Pensamento e Linguagem. 2 ed. São Paulo-SP: Martins Fontes, p.7-8, 1998. (Psicologia e Pedagogia).
- 06 WAGNER, E. Construções Geométricas. Rio de Janeiro-RJ: SBM/IMPA, p.1-2. 1998.